CENGAGE Learning



Allan H. Robbins • Wilhelm C. Miller

Análisis de circuitos

Teoría y práctica

Cuarta edición

Incluye CD

ANÁLISIS DE CIRCUITOS

Teoría y práctica

Cuarta edición

ANÁLISIS DE CIRCUITOS

Teoría y práctica

Allan H. Robbins
Red River College, Manitoba

Wilhelm C. Miller
Red River College, Manitoba

Traducción:

Gloria Mata Hernández
División de Ingeniería Eléctrica
Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional Autónoma de México

Revisión técnica:

M. en C. Gustavo Pérez López
Profesor de Ingeniería Eléctrica y Electrónica
Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey
Campus Estado de México

CENGAGE Learning™

Australia • Brasil • Corea • España • Estados Unidos • Japón • México • Reino Unido • Singapur

Análisis de circuitos: teoría y práctica, **Cuarta edición**
Robbins, Allan H. y Miller, Wilhelm C.

Presidente de Cengage Learning Latinoamérica:
Javier Arellano Gutiérrez

Director general México y Centroamérica:
Héctor Enrique Galindo Iturribarría

Director editorial Latinoamérica:
José Tomás Pérez Bonilla

Editor:
Sergio R. Cervantes González

Director de producción:
Raúl D. Zendejas Espejel

Editor de producción:
Timoteo Eliosa García

Diseño de portada:
Grupo Insigne OTA, S.A. de C.V.

Composición tipográfica:
Imagen Editorial

© D.R. 2008 por Cengage Learning Editores, S.A. de C.V., una Compañía de Cengage Learning, Inc.
Corporativo Santa Fe
Av. Santa Fe núm. 505, piso 12
Col. Cruz Manca, Santa Fe
C.P. 05349, México, D.F.
Cengage Learning™ es una marca registrada usada bajo permiso.

DERECHOS RESERVADOS. Ninguna parte de este trabajo amparado por la Ley Federal del Derecho de Autor, podrá ser reproducida, transmitida, almacenada o utilizada en cualquier forma o por cualquier medio, ya sea gráfico, electrónico o mecánico, incluyendo, pero sin limitarse a lo siguiente: fotocopiado, reproducción, escaneo, digitalización, grabación en audio, distribución en Internet, distribución en redes de información o almacenamiento y recopilación en sistemas de información a excepción de lo permitido en el Capítulo III, Artículo 27 de la Ley Federal del Derecho de Autor, sin el consentimiento por escrito de la Editorial.

Traducido del libro *Circuit Analysis: Theory and Practice*, 4th ed.
Publicado en inglés por Thomson/Delmar Learning © 2007
ISBN: 1-4180-3861-X
Datos para catalogación bibliográfica
Robbins, Allan H. y Miller, Wilhelm C.
Análisis de circuitos: teoría y práctica,
Cuarta edición.
ISBN-13: 978-607-481-367-8
ISBN-10: 607-481-367-1

Visite nuestro sitio en:
http://latinoamerica.cengage.com

Contenido

Prefacio x
Al estudiante xvi

I
Conceptos fundamentales de cd 1

1 Introducción 3
1-1 Introducción 4
1-2 El sistema SI de unidades 6
1-3 Conversión de unidades 8
1-4 Notación de potencias de diez 10
1-5 Prefijos, notación de ingeniería y resultados numéricos 12
1-6 Diagramas de circuitos 14
1-7 Análisis de circuitos mediante computadoras y calculadoras 16
Problemas 18

2 Voltaje y corriente 25
2-1 Revisión de la teoría atómica 26
2-2 La unidad de carga eléctrica: el coulomb 30
2-3 Voltaje 31
2-4 Corriente 34
2-5 Fuentes de voltaje de cd prácticas 36
2-6 Medición de voltaje y corriente 41
2-7 Interruptores, fusibles e interruptores automáticos 44
Problemas 46

3 Resistencia 51
3-1 Resistencia de conductores 52
3-2 Tabla de alambres eléctricos 54
3-3 Resistencia de alambres: milésima circular 57
3-4 Efectos de la temperatura 61
3-5 Tipos de resistores 63
3-6 Código de colores de resistores 67
3-7 Medición de resistencia: el óhmetro 69
3-8 Termistores 72
3-9 Celdas fotoconductoras 73
3-10 Resistencia no lineal 74
3-11 Conductancia 76
3-12 Superconductores 77
Problemas 78

4 Ley de Ohm, potencia y energía 85
4-1 Ley de Ohm 86
4-2 Polaridad del voltaje y dirección de la corriente 90
4-3 Potencia 92
4-4 Convención de la dirección de la potencia 96
4-5 Energía 97
4-6 Eficiencia 99
4-7 Resistencias no lineales y dinámicas 102
4-8 Análisis de circuitos con ayuda de la computadora 103
Problemas 109

II
Análisis básico de cd 115

5 Circuitos en serie 117
5-1 Circuitos en serie 118
5-2 Ley de voltaje de Kirchhoff 120
5-3 Resistores en serie 121
5-4 Fuentes de voltaje en serie 124

5-5 Intercambio de componentes en serie 124
5-6 Regla del divisor de voltaje 126
5-7 Tierra del circuito 128
5-8 Notación de subíndices de voltaje 129
5-9 Resistencia interna de fuentes de voltaje 133
5-10 Efectos de carga del amperímetro 135
5-11 Análisis de circuitos por computadora 137
Problemas 140

6 Circuitos en paralelo 151
6-1 Circuitos en paralelo 152
6-2 Ley de corriente de Kirchhoff 153
6-3 Resistores en paralelo 156
6-4 Fuentes de voltaje en paralelo 162
6-5 Regla del divisor de corriente 162
6-6 Análisis de circuitos en paralelo 167
6-7 Efectos de carga en el voltímetro 169
6-8 Análisis por computadora 171
Problemas 174

7 Circuitos en serie-paralelo 185
7-1 La red en serie-paralelo 186
7-2 Análisis de circuitos en serie-paralelo 187
7-3 Aplicaciones de los circuitos en serie-paralelo 193
7-4 Potenciómetros 200
7-5 Efectos de carga de los instrumentos 202
7-6 Análisis de circuitos por computadora 206
Problemas 212

8 Métodos de análisis 223
8-1 Fuentes de corriente constante 224
8-2 Conversiones de fuentes 226
8-3 Fuentes de corriente en paralelo y en serie 229
8-4 Análisis de corriente de rama 231
8-5 Análisis de mallas (lazos) 235
8-6 Análisis de nodos 242
8-7 Conversión delta-Y (Pi-T) 248
8-8 Redes puente 254
8-9 Análisis de circuitos por computadora 261
Problemas 264

9 Teoremas de redes 273
9-1 Teorema de superposición 274
9-2 Teorema de Thévenin 277
9-3 Teorema de Norton 283
9-4 Teorema de transferencia de máxima potencia 290
9-5 Teorema de sustitución 295
9-6 Teorema de Millman 297
9-7 Teorema de reciprocidad 298
9-8 Análisis de circuitos por computadora 300
Problemas 306

III Capacitancia e inductancia 315

10 Capacitores y capacitancia 317
10-1 Capacitancia 318
10-2 Factores que afectan la capacitancia 319
10-3 Campos eléctricos 322
10-4 Dieléctricos 324
10-5 Efectos no ideales 325
10-6 Tipos de capacitores 326
10-7 Capacitores en paralelo y en serie 330
10-8 Corriente y voltaje en el capacitor 333
10-9 Energía almacenada por un capacitor 336
10-10 Fallas en el capacitor y solución de problemas 336
Problemas 337

11 Carga, descarga del capacitor y circuitos formadores de onda simples 345
11-1 Introducción 346
11-2 Ecuaciones de carga del capacitor 349
11-3 Capacitor con un voltaje inicial 354
11-4 Ecuaciones de descarga del capacitor 355
11-5 Circuitos más complejos 356
11-6 Una aplicación de la temporización RC 363
11-7 Respuesta al pulso de circuitos RC 365
11-8 Análisis transitorio por computadora 369
Problemas 374

12 Magnetismo y circuitos magnéticos 383

12-1 La naturaleza de un campo magnético 384
12-2 Electromagnetismo 386
12-3 Flujo magnético y densidad de flujo 387
12-4 Circuitos magnéticos 388
12-5 Espacios de aire, desbordamiento y núcleos laminados 390
12-6 Elementos en serie y en paralelo 391
12-7 Circuitos magnéticos con excitación de cd 391
12-8 Intensidad de campo magnético y curvas de magnetización 392
12-9 Ley de circuitos de Ampère 395
12-10 Circuitos magnéticos en serie: a partir de Φ determinar NI 396
12-11 Circuitos magnéticos serie-paralelo 400
12-12 Circuitos magnéticos en serie: a partir de NI determinar Φ 401
12-13 Fuerza debida a un electroimán 403
12-14 Propiedades de los materiales magnéticos 404
12-15 Medición de campos magnéticos 405
Problemas 406

13 Inductancia e inductores 411

13-1 Inducción electromagnética 412
13-2 Voltaje inducido e inducción 413
13-3 Autoinductancia 416
13-4 Cálculo del voltaje inducido 418
13-5 Inductancias en serie y en paralelo 419
13-6 Consideraciones prácticas 420
13-7 Inductancia y estado estable de cd 422
13-8 Energía almacenada por una inductancia 424
13-9 Sugerencias para la solución de problemas con inductores 425
Problemas 425

14 Transitorios inductivos 433

14-1 Introducción 434
14-2 Transitorio de corriente creciente 436
14-3 Interrupción de la corriente en un circuito inductivo 440
14-4 Transitorios desenergizantes 442
14-5 Circuitos más complejos 444
14-6 Transitorios *RL* con computadora 449
Problemas 453

IV Conceptos fundamentales de ca 459

15 Fundamentos de ca 461

15-1 Introducción 462
15-2 Generación de voltajes de ca 463
15-3 Convención de voltaje y corriente para ca 465
15-4 Frecuencia, periodo, amplitud y valor pico 467
15-5 Relaciones angular y gráfica para las ondas seno 471
15-6 Voltajes y corrientes como funciones del tiempo 475
15-7 Introducción a los fasores 479
15-8 Formas de onda de ca y valor promedio 487
15-9 Valores efectivos (rms) 492
15-10 Tasa de cambio de una onda seno (derivada) 497
15-11 Medición de voltaje y corriente de ca 497
15-12 Análisis de circuitos por computadora 499
Problemas 501

16 Elementos *R*, *L* y *C* y el concepto de impedancia 511

16-1 Repaso de números complejos 512
16-2 Números complejos en análisis de ca 518
16-3 Circuitos *R*, *L* y *C* con excitación sinusoidal 523
16-4 Resistencia y ca sinusoidal 523
16-5 Inductancia y ca sinusoidal 524
16-6 Capacitancia y ca sinusoidal 527
16-7 El concepto de impedancia 530
16-8 Análisis de circuitos de ca por computadora 533
Problemas 536

17 Potencia en circuitos de ca 543

17-1 Introducción 544
17-2 Potencia hacia una carga resistiva 545
17-3 Potencia hacia una carga inductiva 546
17-4 Potencia hacia una carga capacitiva 547
17-5 Potencia en circuitos más complejos 549
17-6 Potencia aparente 551
17-7 La relación entre *P*, *Q* y *S* 552
17-8 Factor de potencia 555

17-9 Medición de potencia de ca 559
17-10 Resistencia efectiva 561
17-11 Relaciones de energía para ca 562
17-12 Análisis de circuitos por computadora 563
Problemas 564

V
Redes de impedancia 571

18 Circuitos en serie-paralelo de ca 573
18-1 Ley de Ohm para circuitos de ca 574
18-2 Circuitos en serie de ca 579
18-3 Ley de voltaje de Kirchhoff y la regla del divisor de voltaje 586
18-4 Circuitos en paralelo de ca 588
18-5 Ley de corriente de Kirchhoff y la regla del divisor de corriente 593
18-6 Circuitos en serie-paralelo 596
18-7 Efectos de la frecuencia 599
18-8 Aplicaciones 604
18-9 Análisis de circuitos por computadora 607
Problemas 613

19 Métodos de análisis de ca 627
19-1 Fuentes dependientes 628
19-2 Conversión de fuentes 629
19-3 Análisis de mallas (lazos) 632
19-4 Análisis de nodos 637
19-5 Conversiones delta en Y y Y en delta 643
19-6 Redes de puente 646
19-7 Análisis de circuitos por computadora 651
Problemas 655

20 Teorema de redes de ca 663
20-1 Teorema de superposición. Fuentes independientes 664
20-2 Teorema de superposición. Fuentes dependientes 667
20-3 Teorema de Thévenin. Fuentes independientes 669
20-4 Teorema de Norton. Fuentes independientes 673
20-5 Teoremas de Thévenin y Norton para fuentes dependientes 678
20-6 Teorema de máxima transferencia de potencia 686
20-7 Análisis de circuitos por computadora 690
Problemas 695

21 Resonancia 705
21-1 Resonancia en serie 707
21-2 Factor de calidad, *Q* 708
21-3 Impedancia de un circuito resonante en serie 711
21-4 Potencia, ancho de banda y selectividad de un circuito resonante en serie 712
21-5 Conversión serie-paralelo *RL* y *RC* 719
21-6 Resonancia en paralelo 725
21-7 Análisis de circuitos por computadora 733
Problemas 737

22 Filtros y el diagrama de Bode 747
22-1 El decibel 748
22-2 Sistemas de múltiples etapas 754
22-3 Funciones de transferencia *RC* y *RL* simples 756
22-4 El filtro pasabajas 766
22-5 El filtro pasaaltas 772
22-6 El filtro pasabanda 777
22-7 El filtro supresor de banda 780
22-8 Análisis de circuitos por computadora 781
Problemas 785

23 Transformadores y circuitos acoplados 795
23-1 Introducción 796
23-2 Transformadores de núcleo de hierro: el modelo ideal 799
23-3 Impedancia reflejada 805
23-4 Especificaciones del transformador de potencia 807
23-5 Aplicaciones del transformador 808
23-6 Transformadores de núcleo de hierro prácticos 814
23-7 Pruebas de los transformadores 817
23-8 Efectos del voltaje y la frecuencia 819
23-9 Circuitos débilmente acoplados 820
23-10 Circuitos acoplados magnéticamente con excitación sinusoidal 824

23-11 Impedancia acoplada 826
23-12 Análisis de circuitos por computadora 827
Problemas 830

24 Sistemas de tres fases 839
24-1 Generación de voltaje trifásico 840
24-2 Conexiones básicas de circuitos trifásicos 841
24-3 Relaciones trifásicas básicas 844
24-4 Ejemplos 852
24-5 Potencia en sistemas balanceados 856
24-6 Medición de potencia en circuitos trifásicos 861
24-7 Cargas desbalanceadas 863
24-8 Cargas en sistemas de potencia 867
24-9 Análisis de circuitos por computadora 867
Problemas 870

25 Formas de onda no sinusoidales 879
25-1 Formas de onda compuestas 881
25-2 Serie de Fourier 882
25-3 Serie de Fourier de formas de onda comunes 887
25-4 Espectro de frecuencias 892
25-5 Respuesta del circuito a una forma de onda no sinusoidal 897
25-6 Análisis de circuitos por computadora 901
Problemas 903

APÉNDICE A
PSpice y Multisim 909

APÉNDICE B
Matemáticas en análisis de circuitos: un curso breve 914

APÉNDICE C
Teorema de máxima transferencia de potencia 922

APÉNDICE D
Respuestas a los problemas impares 925

Glosario 937

Índice 942

Prefacio

El libro y a quién está dirigido

El objetivo de *Análisis de circuitos: teoría y práctica,* continúa siendo proporcionar a los estudiantes una sólida base en los principios del análisis de circuitos y apoyar a los profesores en la tarea de la enseñanza, proporcionándoles un libro de texto y una amplia variedad de herramientas de soporte. Desarrollado específicamente para usarlo en cursos de introducción de análisis de circuitos, este libro ha sido escrito sobre todo para estudiantes de tecnología electrónica en colegios de educación superior, universidades y escuelas técnicas, así como en programas de entrenamiento en la industria. Abarca los fundamentos de circuitos de cd y ca, métodos de análisis, capacitancia, inductancia, circuitos magnéticos, transitorios básicos, análisis de Fourier y otros temas. Cuando los estudiantes completen de manera exitosa un curso basado en el contenido de este libro, tendrán un buen conocimiento práctico de los principios de los circuitos y una habilidad demostrada para resolver diversos problemas relacionados con ellos.

Organización del texto

El libro contiene 25 capítulos y se divide en cinco partes principales: Conceptos fundamentales de cd, Análisis básico de cd, Capacitancia e inductancia, Conceptos fundamentales de ca y Redes de impedancia. Los capítulos 1 al 4 son de introducción, incluyen los conceptos de voltaje, corriente, resistencia, ley de Ohm y potencia. Los capítulos 5 al 9 se enfocan en los métodos de análisis, transformaciones Y y Δ, transformaciones de fuente, teoremas de Thévenin y Norton, teorema de máxima transferencia de potencia y otros. Los capítulos 10 al 14 incluyen capacitancia, magnetismo e inductancia, además de circuitos magnéticos y transitorios simples de cd. Los capítulos 15 al 17 abordan los fundamentos de los conceptos de ca, generación de voltaje de ca, así como las ideas básicas de frecuencia, periodo, fase y otros. Los conceptos de fasores e impedancia se presentan y usan para resolver problemas sencillos. Se investiga la potencia en circuitos de ca y se introducen los conceptos de factor de potencia y triángulo de potencia, y en los capítulos 18 al 23 se aplican estas ideas. Los temas incluyen versiones de ca de técnicas anteriores de cd, tal como el análisis de mallas y nodos, el teorema de Thévenin y otros, así como nuevas ideas como resonancia, filtros, técnicas de Bode, sistemas trifásicos, transformadores y análisis de forma de onda no senoidal.

Varios apéndices redondean el libro. El apéndice A proporciona instrucciones de operación, material de referencia y pistas para los usuarios de PSpice y Multisim; el apéndice B es un texto tutelar de matemáticas y calculadora que describe el uso de matemáticas comunes y la calculadora en el análisis de circuitos, incluye métodos para resolver ecuaciones simultáneas que tienen coeficientes tanto reales como complejos; el apéndice C muestra cómo aplicar el cálculo para deducir el teorema de máxima transferencia de potencia para circuitos de cd y de ca, y el apéndice D contiene las respuestas a los problemas impares que se incluyen al final de cada capítulo.

Antecedentes requeridos

Los estudiantes necesitan tener un conocimiento práctico de álgebra y trigonometría y la habilidad para resolver ecuaciones lineales de segundo grado, como las que se encuentran en el análisis de mallas. Deben estar familiarizados con el sistema métrico SI y la naturaleza atómica de la materia. El cálculo se introduce de manera gradual en capítulos posteriores para quienes lo necesitan. Sin embargo, no es un prerrequisito o requisito esencial, ya que todos los temas se entienden con facilidad sin él. Por esa razón los estudiantes que conocen (o están estudiando) el cálculo pueden usar este conocimiento para enriquecer su comprensión de la teoría de circuitos, mientras que quienes no estén familiarizados con el cálculo pueden sin ningún problema navegar por el libro en tanto trabajen a lo largo de los capítulos. (El material basado en el cálculo está marcado con el icono  para identificarlo como opcional para estudiantes avanzados.)

Características del libro

- **Claramente escrito, con un estilo fácil de entender** que enfatiza principios y conceptos.
- **Más de 1 200 diagramas y fotografías.** Se usan los efectos visuales en tercera dimensión para ilustrar y explicar ideas, así como para apoyar el aprendizaje visual.
- **Ejemplos.** Cientos de ejemplos se explican paso a paso y de manera detallada para facilitar su comprensión y guiar al estudiante en la solución de problemas.
- **Se proporcionan más de 1 600 problemas al final de los capítulos, problemas de práctica y problemas intermedios para verificar el aprendizaje.**
- **Problemas de práctica.** Éstos siguen a la presentación de las ideas clave, animando al estudiante a practicar las habilidades que ya ha aprendido.



Cada capítulo inicia con Términos clave, Plan general, Objetivos, Resumen del capítulo y Perspectiva histórica.

Circuitos en serie

5

■ TÉRMINOS CLAVE

Circuito eléctrico
Conexión en serie
Diseño del óhmetro
Efecto de carga (amperímetro)
Fuentes puntuales
Ley de voltaje de Kirchhoff
Regla del divisor de voltaje
Resistencia equivalente total
Subíndices de voltaje
Tierra

■ PLAN GENERAL

Circuitos en serie
Ley de voltaje de Kirchhoff
Resistores en serie
Fuentes de voltaje en serie
Intercambio de componentes en serie
Regla del divisor de voltaje
Tierra del circuito
Notaciones de subíndices de voltaje
Resistencia interna de fuentes de voltaje
Efectos de carga del amperímetro
Análisis de circuitos por computadora

■ OBJETIVOS

Después de estudiar este capítulo será capaz de:

- determinar la resistencia total en un circuito en serie y calcular la corriente en el circuito,
- utilizar la ley de Ohm y la regla del divisor de voltaje para determinar el voltaje en todos los resistores en el circuito,
- expresar le ley de voltaje de Kirchhoff y usarla para analizar un circuito,
- determinar la potencia disipada por cualquier resistor en un circuito en serie y demostrar que la potencia total disipada es exactamente igual a la potencia entregada por la fuente de voltaje,
- resolver para el voltaje entre dos puntos cualesquiera en un circuito en serie o paralelo,
- calcular el efecto de carga de un amperímetro en un circuito,
- utilizar la computadora para ayudase en el análisis de circuitos en serie simples.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

En el capítulo anterior se examinó la interrelación entre corriente, voltaje, resistencia y potencia en un solo circuito resistor. En este capítulo se ampliarán esos conceptos básicos para estudiar el comportamiento de los circuitos que tienen varios resistores en serie.

Se utilizará la ley de Ohm para deducir la regla del divisor de voltaje y para verificar la ley de voltaje de Kirchhoff. Una buena comprensión de estos importantes principios provee una base fundamental sobre la cual se soportan las técnicas del análisis de circuitos. La ley de voltaje y la ley de corriente de Kirchhoff, se abordan en el siguiente capítulo, son esenciales para entender todos los circuitos eléctricos y electrónicos.

Después del desarrollo de la estructura básica del análisis de circuitos en serie, se aplicarán las ideas para analizar y diseñar voltímetros y óhmetros simples. Aunque por lo general los medidores se estudian en un curso separado de instrumentación o medición, aquí se examinarán estos circuitos como una mera aplicación de los conceptos del análisis de circuitos.

Asimismo, se observará cómo los principios de los circuitos se usan para explicar el efecto de carga de un amperímetro colocado en serie con un circuito. ■

PERSPECTIVA HISTÓRICA

Gustav Robert Kirchhoff

Kirchhoff fue un físico alemán nacido el 12 de marzo de 1824 en Königsberg, Prusia. Su primera investigación fue sobre la conducción de la electricidad, la cual lo llevó a la presentación de sus leyes de circuitos eléctricos cerrados en 1845. La ley de corriente de Kirchhoff y la ley de voltaje se aplican a todos los circuitos eléctricos y, por ello, son fundamentales para entender la operación de un circuito. Kirchhoff fue el primero en verificar que un impulso eléctrico viaja a la velocidad de la luz.

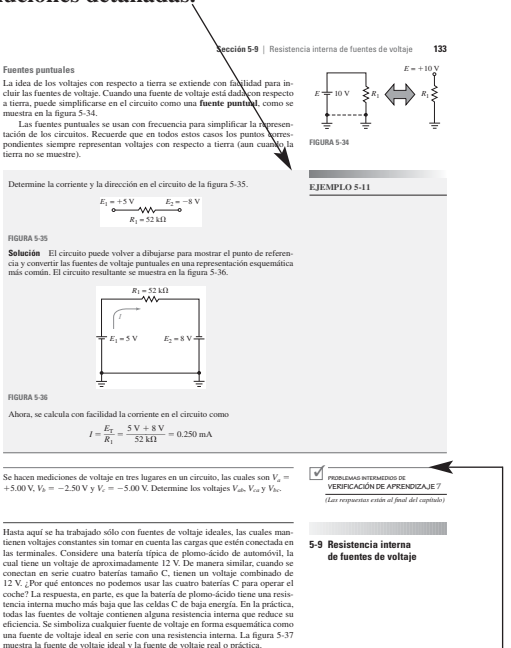
Aunque dichos descubrimientos han inmortalizado el nombre de Kirchhoff en la ciencia eléctrica, es mejor conocido por su trabajo con R. W. Bunsen, con quien hizo grandes contribución en el estudio de la espectroscopia y avanzó la investigación en la radiación del cuerpo negro.

Kirchhoff murió en Berlín el 17 de octubre de 1887. ■



- **Problemas intermedios de verificación de aprendizaje.** Son cuestionarios cortos y de prueba que proporcionan una rápida revisión del material que se ha estudiado antes y que ayudan a identificar deficiencias en el aprendizaje.
- **Puesta en práctica.** Son miniproyectos al final de cada capítulo, como tareas que requieren que el estudiante investigue o razone el camino a través de situaciones reales similares a las que se puede encontrar en la práctica.
- **Perspectiva histórica.** Son viñetas que proporcionan información interesante sobre personas, sucesos e ideas que han producido los principales avances o contribuciones en la ciencia eléctrica.
- El **Resumen del capítulo** proporciona el contexto y una breve descripción general del próximo capítulo y responde a la pregunta: "¿por qué estoy estudiando esto?".
- Los **Objetivos basados en la competencia** definen el conocimiento o la habilidad que se espera que el estudiante obtenga de cada capítulo.
- **Términos clave.** Al inicio de cada capítulo se identifican los nuevos conceptos que se presentarán a lo largo del mismo.
- **Notas al margen**. Incluyen Notas prácticas (que proporcionan información práctica, por ejemplo, sugerencias para utilizar los instrumentos de medición) más notas generales que proporcionan información adicional o ponen en perspectiva el material que se está estudiando.
- **Archivos de audio**. Éstos (que se encuentran en el disco compacto que se incluye en el libro) presentan una discusión más profunda sobre los temas más difíciles de cada capítulo y están ligados con el texto a través del icono que se indica en el margen del texto.
- **Simulaciones en la computadora**. Las simulaciones de Multisim y PSpice (que están integradas a través de todo el texto) proporcionan instrucciones detalladas de cómo construir circuitos en la pantalla, además de imágenes de pantallas reales para mostrar lo que debe ver cuando corra las simulaciones. Los problemas específicos de simulación se indican con símbolos de Multisim y PSpice.

A lo largo de cada capítulo se encuentran cientos de ejemplos con soluciones detalladas.


Sección 5-9 | Resistencia interna de fuentes de voltaje 133

Fuentes puntuales

La idea de los voltajes con respecto a tierra se extiende con facilidad para incluir las fuentes de voltaje. Cuando una fuente de voltaje está dada con respecto a tierra, puede simplificarse en el circuito como una **fuente puntual**, como se muestra en la figura 5-34.

Las fuentes puntuales se usan con frecuencia para simplificar la representación de los circuitos. Recuerde que en todos estos casos los puntos correspondientes siempre representan voltajes con respecto a tierra (aun cuando la tierra no se muestre).

FIGURA 5-34

Determine la corriente y la dirección en el circuito de la figura 5-35.

EJEMPLO 5-11

FIGURA 5-35

Solución El circuito puede volver a dibujarse para mostrar el punto de referencia y convertir las fuentes de voltaje puntuales en una representación esquemática más común. El circuito resultante se muestra en la figura 5-36.

FIGURA 5-36

Ahora, se calcula con facilidad la corriente en el circuito como

$$I = \frac{E_T}{R_1} = \frac{5\text{ V} + 8\text{ V}}{52\text{ k}\Omega} = 0.250\text{ mA}$$

Se hacen mediciones de voltaje en tres lugares en un circuito, las cuales son $V_a = +5.00$ V, $V_b = -2.50$ V y $V_c = -5.00$ V. Determine los voltajes V_{ab}, V_{cb} y V_{ba}.

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 7

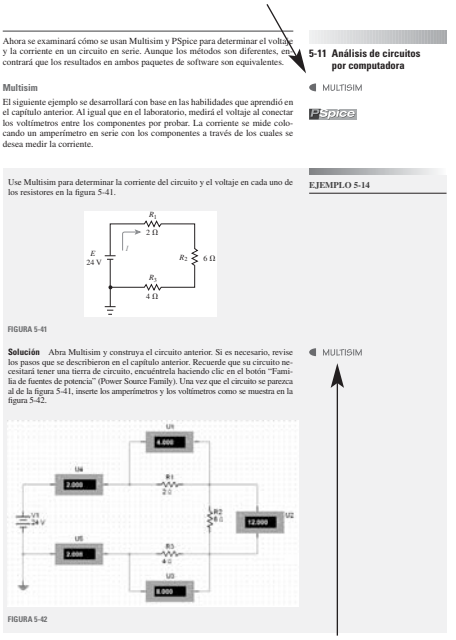
(Las respuestas están al final del capítulo)

Hasta aquí se ha trabajado sólo con fuentes de voltaje ideales, las cuales mantienen voltajes constantes sin tomar en cuenta las cargas que estén conectada en las terminales. Considere una batería típica de plomo-ácido de automóvil, la cual tiene un voltaje de aproximadamente 12 V. De manera similar, cuando se conectan en serie cuatro baterías tamaño C, tienen un voltaje combinado de 12 V. ¿Por qué entonces no podemos usar las cuatro baterías C para operar el coche? La respuesta, en parte, es que la batería de plomo-ácido tiene una resistencia interna mucho más baja que las celdas C de baja energía. En la práctica, todas las fuentes de voltaje contienen alguna resistencia interna que reduce su eficiencia. Se simboliza cualquier fuente de voltaje en forma esquemática como una fuente de voltaje ideal en serie con una resistencia interna. La figura 5-37 muestra la fuente de voltaje ideal y la fuente de voltaje real o práctica.

5-9 Resistencia interna de fuentes de voltaje

Los Problemas intermedios de verificación de aprendizaje facilitan un rápido repaso de cada sección.

Multisim y PSpice se usan para ilustrar las simulaciones de circuitos. Los problemas al final del capítulo se pueden resolver por medio de estos programas de simulación.


Ahora se examinará cómo se usan Multisim y PSpice para determinar el voltaje y la corriente en un circuito en serie. Aunque los métodos son diferentes, encontrará que los resultados en ambos paquetes de software son equivalentes.

5-11 Análisis de circuitos por computadora

MULTISIM

PSpice

Multisim

El siguiente ejemplo se desarrollará con base en las habilidades que aprendió en el capítulo anterior. Al igual que en el laboratorio, medirá el voltaje al conectar los voltímetros entre los componentes por probar. La corriente se mide colocando un amperímetro en serie con los componentes a través de los cuales se desea medir la corriente.

Use Multisim para determinar la corriente del circuito y el voltaje en cada uno de los resistores en la figura 5-41.

EJEMPLO 5-14

FIGURA 5-41

Solución Abra Multisim y construya el circuito anterior. Si es necesario, revise los pasos que se describieron en el capítulo anterior. Recuerde que su circuito necesitará tener una tierra de circuito, encuéntrela haciendo clic en el botón "Familia de fuentes de potencia" (Power Source Family). Una vez que el circuito se parezca al de la figura 5-41, inserte los amperímetros y los voltímetros como se muestra en la figura 5-42.

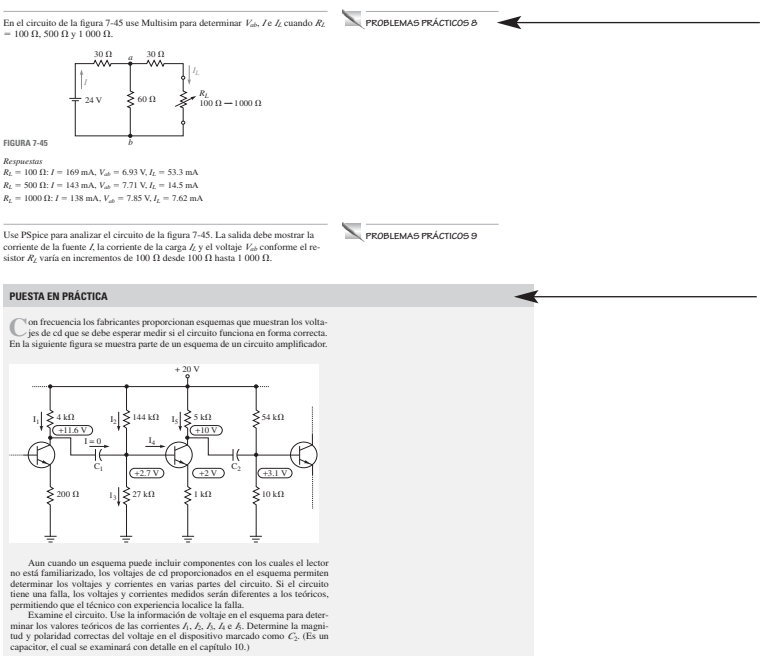
MULTISIM

FIGURA 5-42

Los circuitos en Multisim están disponibles en el CD que acompaña al libro. Se ha colocado un icono de Multisim junto a esos circuitos seleccionados.

- **Archivos Multisim en el CD**. El CD del libro contiene más de 100 archivos de circuitos Multisim previamente dibujados para que los use el estudiante. Los circuitos que se incluyen en el CD están marcados en el libro con un icono para localizarlos con facilidad. Los circuitos están disponibles en versiones 2001, 8 y 9.
- **Respuestas a los problemas con número impar.** Están contenidas en el apéndice D.

MULTISIM



En el circuito de la figura 7-45 use Multisim para determinar V_{ab}, I e I_L cuando R_L = 100 Ω, 500 Ω y 1 000 Ω.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 8

FIGURA 7-45

Respuestas
R_L = 100 Ω: I = 169 mA, V_{ab} = 6.93 V, I_L = 53.3 mA
R_L = 500 Ω: I = 143 mA, V_{ab} = 7.71 V, I_L = 14.5 mA
R_L = 1000 Ω: I = 138 mA, V_{ab} = 7.85 V, I_L = 7.62 mA

Use PSpice para analizar el circuito de la figura 7-45. La salida debe mostrar la corriente de la fuente I, la corriente de la carga I_L y el voltaje V_{ab} conforme el resistor R_L varía en incrementos de 100 Ω desde 100 Ω hasta 1 000 Ω.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 9

Los Problemas prácticos promueven las habilidades para la resolución de problemas y para entender las pruebas.

PUESTA EN PRÁCTICA

Con frecuencia los fabricantes proporcionan esquemas que muestran los voltajes de cd que se debe esperar medir si el circuito funciona en forma correcta. En la siguiente figura se muestra parte de un esquema de un circuito amplificador.

Aun cuando un esquema puede incluir componentes con los cuales el lector no está familiarizado, los voltajes de cd proporcionados en el esquema permiten determinar los voltajes y corrientes en varias partes del circuito. Si el circuito tiene una falla, los voltajes y corrientes medidos serán diferentes a los teóricos, permitiendo que el técnico con experiencia localice la falla.

Examine el circuito. Use la información de voltaje en el esquema para determinar los valores teóricos de las corrientes I_1, I_2, I_3, I_4 e I_5. Determine la magnitud y polaridad correctas del voltaje en el dispositivo marcado como C_2. (Es un capacitor, el cual se examinará con detalle en el capítulo 10.)

Las secciones de Puesta en práctica se encuentran al final de cada capítulo y describen un problema de naturaleza práctica.

Lo nuevo en esta edición

Se han añadido muchos nuevos artículos al CD, se ha incluido nuevo material de soporte para el texto y algunos de los ya existentes han sido reestructurados. Además, en respuesta a las sugerencias de revisores y lectores, se han reescrito algunos materiales de ediciones anteriores. A continuación se describe un breve resumen de los cambios.

- El apéndice B, renombrado *Matemáticas en análisis de circuitos: un curso breve*, ha sido ampliado y reenfocado para abordar técnicas matemáticas y con calculadora en el análisis de circuitos. Se han añadido las soluciones de ecuaciones simultáneas hechas con calculadora para complementar el método con determinantes.
- *Electrónica en el futuro*, una herramienta de análisis de circuitos interactiva, se ha añadido en el CD. Útil para profesores y estudiantes, abarca una gama de presentaciones multimedia y simulaciones interactivas que incluyen temas como: ley de Ohm, circuitos en serie y en paralelo, teoremas de redes, magnetismo, medición y solución de problemas. Los profesores pueden utilizarlo para ilustrar los conceptos y los estudiantes como ayuda para el aprendizaje de la teoría y la solución de problemas a través de ejemplos interactivos.
- En el CD se han creado varios minitutelares que llevan el título: *Para una investigación adicional.* Éstos proporcionan información avanzada que complementa lo que se discutió en el texto. Entre ellos se incluyen *Estudios avanzados de transitorios; Cifras significativas y exactidud numérica; Importancia de la selectividad en las transmisiones de radio; Gráficas de Bode: más ejemplos; Series de Fourier; El uso de multímetros analógicos y más.* En total, se proporcionan 11 nuevos textos tutelares en el CD.
- Se ha incluido como texto tutelar en el CD una amplia introducción al uso de la representación de matrices en el análisis de circuitos.

- Se han creado y colocado en el CD del instructor *Cuestionarios intermedios* profundos, orientados hacia el análisis, listos para ser impresos y aplicados como exámenes en el salón de clases.
- Los archivos de audio se han trasladado del sitio de Internet al CD del libro. Ahora pueden cargarse a un mp3 o reproducirse en una computadora personal o laptop con mp3.
- El uso de calculadoras en el análisis de circuitos se ha integrado en todo el texto. Se describe e ilustra como ejemplo el uso de la TI-86.
- Hay más de 100 circuitos en Multisim que se pueden usar para mostrar técnicas de simulación.

Resumen de las herramientas de estudio en el CD

El material del CD contiene numerosas herramientas de estudio que se pueden usar en capítulos seleccionados. (Aunque ya han sido descritas antes a lo largo del prefacio, para su comodidad las hemos conjuntado y puesto en referencia por capítulo para facilitar una consulta accesible.) Observe lo siguiente:

1. Aunque no se muestra en esta tabla, casi todos los capítulos siguientes al 4 también tienen archivos Multisim en el CD. (Pulse el botón 2 para tener acceso a ellos.)
2. A menos que se indique lo contrario, todos los títulos en la última columna son archivos de audio.

Capítulo	Electrónica en el futuro	Para investigación adicional	Archivos de audio y videos
1		Cifras significativas y exactitud numérica	Introducción a la teoría de circuito
2		Utilización de multímetros analógicos	Carga
3			Resistencia
4	Módulo 1: Ley de Ohm, amperes, volts, ohms y potencia		Polaridad de voltaje y convenciones de la dirección de corriente
5	Módulo 2: Circuitos en serie y en paralelo		Ley de voltajes de Kirchhoff
6	Módulo 2: Circuitos en serie y en paralelo		Ley de corrientes de Kirchhoff
7	Módulo 3: Circuitos serie-paralelo		Análisis de circuitos en serie-paralelo
8		Representación de matrices en el análisis de circuitos (botón 6)	Conversiones de fuentes
9	Módulo 4: Teoremas de redes		Teorema de Thévenin
10			Voltaje y corriente en el capacitor
11			Transitorios en circuitos eléctricos y electrónicos
12	Módulo 5: Magnetismo y electromagnetismo		Circuitos magnéticos
13	Módulo 5: Magnetismo y electromagnetismo		Ley de Faraday
14		Estudios avanzados en transitorios	Transitorios: una mirada panorámica
15	Módulo 5: Magnetismo y electromagnetismo		Introducción a los fasores
16			El concepto de impedancia
17		Wattímetro de electrodinamómetro	Potencia en circuitos de CA
22		Gráfica de Bode: más ejemplos	
23		Fundamento de las aplicaciones [aterrizaje de aparatos domésticos]	Circuitos débilmente acoplados
24			Relaciones básicas de tres fases
25		Serie de Fourier	
Apéndice A			Texto tutelar para principiantes en Pspice (video)
Apéndice B		Resolución de ecuaciones simultáneas con coeficientes complejos	

Material de apoyo para el profesor

Este libro cuenta con una serie de recursos para el profesor, los cuales están disponibles en inglés y sólo se proporcionan a los docentes que lo adopten como texto en sus cursos.

Para direcciones de correo electrónico:

- Cengage Learning México y Centroamérica — clientes.mexicoca@cengage.com
- Cengage Learning Caribe — clientes.caribe@cengage.com
- Cengage Learning Cono Sur — clientes.conosur@cengage.com
- Paraninfo — clientes.paraninfo@cengage.com
- Colombia — clientes.pactoandino@cengage.com

Además encontrará más apoyos en el sitio web de este libro:

http://latinoamerica.cengage.com/robbins

Las direcciones de los sitios web referidas a lo largo del texto no son administradas por Cengage Learning Latinoamérica, por lo que ésta no es responsable de los cambios para mantenerse al tanto de cualquier actualización.

Versiones de PSpice y de Multisim usadas en este libro

Las versiones de PSpice y de Multisim usadas a lo largo de este texto son las versiones actuales en el momento en el que el libro fue escrito (vea el apéndice A). También se demuestran en el apéndice A los detalles operacionales para estos productos, así como los detalles sobre transferencias directas, Website, aprovechamiento de clases particulares, etcétera.

Al estudiante

Aprender la teoría de los circuitos debe ser desafiante, interesante y (con optimismo) divertido. Sin embargo, también es un trabajo duro, ya que el conocimiento y las habilidades que se pretenden encontrar sólo podrán adquirirse a través de la práctica. Les ofrecemos algunas directrices.

1. Conforme avance en el material, trate de adquirir una noción de dónde proviene la teoría; por ejemplo, las leyes básicas experimentales en las cuales se basa. Esto le ayudará a entender mejor las ideas principales sobre las cuales está construida la teoría.
2. Aprenda la terminología y las definiciones. Con frecuencia se introducen nuevos conceptos importantes. Aprenda qué significan y dónde se usan.
3. Estudie cada sección con detenimiento y asegúrese de que ha entendido las ideas básicas y de qué manera se conectan unas con otras. Trabaje a su ritmo a lo largo de los ejemplos con su calculadora. Intente resolver los problemas de práctica y luego los problemas al final de cada capítulo. No entenderá todos los conceptos de inmediato, la mayoría requerirán varias lecturas antes de que consiga tener un entendimiento adecuado.
4. Cuando esté listo, ponga a prueba sus conocimientos con los Problemas intermedios de verificación de aprendizaje que se incluyen en cada capítulo.
5. Cuando domine el material, siga adelante con el siguiente bloque. Para aquellos conceptos con los que tiene dificultad, consulte a su profesor o alguna otra fuente con conocimiento de la materia.

Calculadoras para el análisis de circuitos y electrónica

Necesitará una buena calculadora científica con la cual llegará a dominar de manera más fácil los aspectos numéricos de la solución de problemas, de este modo tendrá más tiempo para concentrarse en la teoría. Lo anterior es especialmente cierto para ca, donde predomina el trabajo con números complejos. En el mercado hay algunas calculadoras poderosas que manejan la aritmética con números complejos casi tan fácil como la de números reales (también hay algunas calculadoras menos caras que hacen un buen trabajo). Se debe adquirir una calculadora apropiada (después de consultar a un profesor) y aprender a usarla con soltura.

Agradecimientos

Muchas personas han contribuido al desarrollo de este texto. Comenzaremos por agradecer a nuestros discípulos por darnos una retroalimentación perspicaz (a veces no tanto). A los revisores y revisores técnicos: ningún texto podrá ser exitoso sin su dedicación y compromiso. Agradecemos a los siguientes:

Revisores

Sami Antoun, Universidad de DeVry, Columbus, Ohio
G. Thomas Bellarmine, Universidad de Florida A & M
Harold Broberg, Universidad Purdue
William Conrad, IUPUI-Universidad de Indiana, Universidad Purdue
Franklin David Cooper, Tarrant County College, Fort Worth, Texas
David Delker, Universidad del Estado de Kansas
Timothy Haynes, Haywood Community College
Bruce Johnson, Universidad de Nevada
Jim Pannell, Universidad de DeVry, Irving, Texas
Alan Price, Universidad de DeVry, Pomona, California
Philip Regalbuto, Trident Technical College
Carlo Sapijaszko, Universidad de DeVry, Orlando, Florida
Jeffrey Schwartz, Universidad de DeVry, Long Island, Nueva York
John Sebeson, Universidad de DeVry, Addison, Illinois
Parker Sproul, Universidad de DeVry, Phoenix, Arizona
Lloyd E. Stallkamp, Universidad del Estado de Montana
Roman Stemprok, Universidad de Texas
Richard Sturtevant, Springfield Tech Community College

Revisores técnicos

Chia-chi Tsui, Universidad de DeVry, Long Island City, Nueva York
Rudy Hofer, Conestoga College, Kitchener, Ontario, Canadá
Marie Sichler, Red River College, Winnipeg, Manitoba, Canadá

Revisores para la cuarta edición

David Cooper, Tarrant County College, Fort Worth, Texas
Lance Crimm, Southern Polytechnic State University, Marietta, Georgia
Fred Dreyfuss, Universidad Pace, White Plains, Nueva York
Bruce Johnson, Universidad de Nevada, Reno, Nevada

William Routt, Wake Tech Community College, Raleigh, Carolina del Norte

Dr. Hesham Shaalan, Universidad de Texas A & M, Corpus Christi, Texas

Richard Sturtevant, Springfield Tech Community College, Springfield, Massachusetts

Las siguientes compañías y personas proporcionaron fotografías, diagramas e información útil:

Allen-Bradley
AT & T
AVX Corporation
B + K Precision
Bourns Inc.
Butterworth & Co. Ltd.
Cadence Design Systems Inc.
Condor DC Power Supplies Inc.
Illinois Capacitor Inc.
Electronics Workbench
JBL Professional
Fluke Corporation
Shell Solar Industries
Tektronix
Transformers Manufacturers Inc.
Vansco Electronics

Expresamos nuestro profundo agradecimiento al equipo de Thomson Delmar Learning, ahora CENGAGE Learning, por su incansable esfuerzo para la realización de este libro: a Steve Helba, Editor Senior de Adquisiciones, por ayudar a definir el proyecto y allanar el camino; Michelle Ruelos Cannistraci, Gerente Senior de Producto, por dirigir, animar, aconsejar y, en general, por conjuntar el proyecto; Francis Hogan, Coordinador de Arte y Diseño, por asegurarse de que el arte se hiciera en forma correcta, Benjamin Gleeksman, Coordinador de Producción, y Larry Main, Gerente Senior de Producción, por ayudar a que el proyecto avanzara sin rebasar los acostumbrados plazos cortos; Dennis Williams, gerente de Mercadotecnia, por su ayuda para llevar el libro a los lectores potenciales; Dawn Daugherty, Asistente Editorial, por dar respuesta y asistencia oportuna, y Allyson Powell, editora independiente de desarrollo, por conjuntar los proyectos de recursos electrónicos y por su hábil guía para llevarlos a la etapa de producción. También queremos agradecer a Panchi Das, Gerente de Proyecto en Interactive Composition Corporation y a sus colegas (en particular a Michelle Gaudreau, correctora de estilo) por guiar el libro a través de la edición y corrección, el formateo de las páginas y todas las tareas referentes a la producción de esta edición del libro. A todas estas personas y a sus equipos, un agradecimiento especial.

Por último, queremos agradecer a nuestras esposas y familias por su apoyo y perseverancia durante la preparación de esta edición.

Allan H. Robbins
Wilhelm C. Miller
Junio de 2006

Acerca de los autores

Allan H. Robbins se graduó como licenciado en Ingeniería Electrónica e hizo su especialidad en Teoría de Circuitos para obtener el grado de Maestría. Después de obtener experiencia en la industria, se unió al Red River College donde ha prestado sus servicios como Director del Departamento de Tecnología Eléctrica y Computación. A la fecha en que se redactó este escrito, el autor tiene más de 35 años de experiencia en la enseñanza y como jefe de Departamento. Además de su carrera académica, Allan ha sido consultor y socio en negocios pequeños en el campo de la electrónica y las microcomputadoras. Empezó a escribir como colaborador de Osborne-McGraw-Hill en las primeras etapas del recién emergido campo de las microcomputadoras, además de los títulos Delmar, también es coautor de otro libro de texto. Ha prestado sus servicios como Presidente de Sección del IEEE y como miembro del consejo de la Electronics Industry Association (Asociación de la Industria Electrónica) de Manitoba.

Wilhelm (Will) C. Miller obtuvo un Diploma en Tecnología de la Ingeniería Electrónica en el Red River Community College (ahora Red River College) y después se graduó en la Universidad de Winnipeg en Física y Matemáticas. Trabajó en el campo de las comunicaciones durante diez años, incluido un año de comisión en la Saudi PTT en Jeddah, Arabia Saudita. Will fue instructor en tecnología de la ingeniería electrónica y en computación por 20 años, ha impartido cátedra en el Red River College y en el College of The Bahamas (Nassau, Bahamas). En la actualidad es presidente de los programas EET en el Red River College. Además de proporcionar consultoría académica (recientemente en Doha, Qatar), Will es un miembro activo del consejo de directores de la Canadian Technology Accreditation Board (CTAB). El CTAB es un comité de prestigio del Consejo Canadiense de Técnicos y Tecnólogos y es responsable de asegurarse de que los programas técnicos y tecnológicos en Canadá satisfagan los estándares canadienses de tecnología. Además es Presidente del Panel de Examinadores del CTTAM (Certified Technicians and Technologists Association de Manitoba).

Conceptos fundamentales de cd

I

La teoría de circuitos proporciona las herramientas y conceptos que se requieren para entender y analizar los circuitos eléctricos y electrónicos. Las bases de esta teoría fueron establecidas a lo largo de varios cientos de años atrás por varios investigadores pioneros. En 1780, el italiano Alessandro Volta desarrolló una celda eléctrica (batería) que proporcionó la primera fuente de lo que hoy se conoce como voltaje de cd. Al mismo tiempo se desarrolló el concepto de corriente (aun cuando no se sabría nada sobre la estructura atómica de la materia sino hasta mucho tiempo después). En 1826 el alemán Georg Simon Ohm conjuntó ambas ideas y determinó de manera experimental la relación entre voltaje y corriente en un circuito resistivo. Ese resultado, conocido como la Ley de Ohm, estableció el escenario para el desarrollo de la teoría de circuitos moderna.

En la Parte I se examinarán las bases de esta teoría. Se consideran conceptos como voltaje, corriente, potencia, energía y la relación entre ellos. Las ideas que se desarrollan en este capítulo se usarán a lo largo de todo el libro y en la práctica. Constituyen las ideas fundamentales sobre las que está construida la teoría de circuitos eléctricos y electrónicos. ■

1 Introducción
2 Voltaje y corriente
3 Resistencia
4 Ley de Ohm, potencia y energía

■ TÉRMINOS CLAVE

Base
Caballo de potencia
Diagrama de bloques
Diagrama esquemático
Diagrama pictográfico
Exponente
Factor de conversión
Joule
Lenguaje de programación
Newton
Notación científica
Notación de ingeniería
Notación de potencias de diez
Paquetes de aplicación
Prefijos
Resistencia
Sistema SI
SPICE
Teoría de circuitos
Watt

■ PLAN GENERAL

Introducción
El sistema SI de unidades
Conversión de unidades
Notación de potencias de diez
Prefijos, notación de ingeniería y resultados numéricos
Diagramas de circuitos
Análisis de circuitos mediante computadoras y calculadoras

■ OBJETIVOS

Después de estudiar este capítulo, será capaz de

- describir el sistema SI de medidas,
- hacer conversiones entre varios tipos de unidades,
- usar la notación de potencias de diez para simplificar el manejo de números grandes y pequeños,
- expresar las unidades eléctricas usando la notación de prefijos estándares tales como μA, kV, mW, etc.,
- usar un número apreciable de cifras significativas en los cálculos,
- describir qué son los diagramas de bloques y por qué se usan,
- convertir un circuito pictográfico sencillo en una representación esquemática,
- describir en general cuál es el papel de las computadoras y las calculadoras en el análisis de los circuitos eléctricos y electrónicos.

Introducción

1

RESUMEN DEL CAPÍTULO

Un circuito eléctrico es un sistema interconectado de componentes como resistores, capacitores, inductores, fuentes de voltaje, etc. El comportamiento eléctrico de estos componentes se describe por medio de algunas leyes básicas experimentales. Dichas leyes y los principios, conceptos, relaciones matemáticas y métodos de análisis que se han desarrollado a partir de ellos, son conocidos como la **teoría del circuito**.

La mayor parte de la teoría del circuito tiene que ver con la resolución de problemas y con el análisis numérico. Cuando se analiza un problema o se diseña un circuito, por ejemplo, se necesita calcular valores para voltaje, corriente y potencia. Además del valor numérico, la respuesta debe incluir la unidad. El sistema de unidades que se utiliza para este propósito es el sistema SI (Sistema Internacional), un sistema unificado de medición métrica que abarca no sólo las unidades de longitud, masa y tiempo, los conocidos MKS (metros, kilogramos y segundos), sino también unidades de cantidades eléctricas y magnéticas.

Sin embargo, es frecuente que las unidades del SI produzcan números muy grandes o muy pequeños para usarse de manera práctica. Para manejar esto se ha desarrollado la notación de ingeniería y un conjunto de prefijos estándar. Su uso en representación y computación se describe e ilustra.

Dado que la teoría del circuito es algo abstracta, los diagramas se usan para ayudar a presentar ideas. Se consideran varios tipos —esquemáticos, pictográficos y de bloque— y se muestra cómo usarlos para representar circuitos y sistemas.

El capítulo concluye con un breve vistazo al uso de las computadoras y calculadoras en el análisis de circuitos. Se describen varios paquetes de software populares, incluidos el Electronics Workbench's Multisim®, Orcad's PSpice® y Mathsoft's Mathcad®. ■

PERSPECTIVA HISTÓRICA

Sugerencias para la resolución de problemas

DURANTE EL ANÁLISIS DE CIRCUITOS eléctricos y electrónicos, usted se encontrará resolviendo bastantes problemas. Un enfoque organizado ayuda. A continuación se enlistan algunas guías útiles.

1. Elabore un bosquejo (es decir, un diagrama de circuito), marque lo que conoce e identifique qué es lo que está tratando de determinar. Ponga atención en los "datos implícitos" como la frase "al inicio el capacitor está descargado". (Como se encontrará más adelante, esto significa que el voltaje inicial en el capacitor es cero.) Asegúrese de convertir todos los datos involucrados en datos explícitos, esto es, $V_o = 0$V.
2. Piense en el problema para identificar los principios que involucra, después observe las relaciones que asocian las cantidades conocidas con las desconocidas.
3. Sustituya la información conocida en las ecuaciones seleccionadas y resuelva para encontrar las variables desconocidas. (Para problemas complejos, la solución puede requerir una serie de pasos que involucren varios conceptos. Si no puede identificar el conjunto completo de pasos antes de iniciar, empiece de cualquier forma. Conforme surja cada pieza de la solución, estará un paso más cerca de la respuesta. Considere que puede tener inicios en falso, sin embargo, incluso las personas con experiencia no suelen hacer las cosas de la manera correcta al primer intento. Observe también que rara vez hay una manera "correcta" de resolver un problema. Por lo que usted puede plantear un método de solución correcto completamente diferente al que los autores proponen.)
4. Verifique la respuesta para ver si es correcta, es decir, ¿está en el "campo de juego apropiado"? ¿Tiene el signo correcto?, ¿las unidades corresponden? ■

1-1 Introducción

La tecnología ha cambiado de manera sorprendente la forma en que hacemos las cosas; ahora se cuenta con computadoras y complicados sistemas electrónicos de entretenimiento en nuestras casas, sistemas de control electrónicos en nuestros vehículos, teléfonos celulares que pueden usarse en cualquier lugar, robots que ensamblan productos en las líneas de producción, etcétera.

Un primer paso para entender estas tecnologías es la teoría de circuitos eléctricos, la cual proporciona el conocimiento de los principios básicos que se requieren para entender el comportamiento de los dispositivos, circuitos y sistemas eléctricos y electrónicos. En este libro desarrollamos y exploramos las ideas básicas, vea la Nota 1.

NOTAS . . .

1. El disco compacto que viene con el libro contiene una selección de archivos de audio que amplían varios temas a través de todo el texto. Para escucharlos en la computadora, inserte el disco, presione el Botón 3 y seleccione el archivo de interés. (Los archivos de audio están organizados por capítulo y pueden escucharse en cualquier reproductor mp3. Cuando vea este ícono, verifique en el disco un archivo de audio.)
2. Conforme avance en los ejemplos de este capítulo verá componentes, dispositivos y cantidades eléctricas que aún no se han discutido. Más adelante aprenderá acerca de ellos, por el momento, concéntrese en las ideas generales.

Ejemplos de tecnología que trabaja

Antes de empezar, veamos algunos ejemplo de la tecnología que trabaja (vea la Nota 2).

Primero considere la figura 1-1, que muestra un sistema de teatro en casa. Este sistema depende de circuitos eléctricos y electrónicos, circuitos magnéticos y tecnología láser para operar. Por ejemplo, los resistores, capacitores y circuitos integrados se usan para controlar los voltajes y las corrientes que operan sus motores y para amplificar sus señales de audio y video, mientras que los circuitos del láser se usan para leer los datos del disco. El sistema de bocinas depende de circuitos magnéticos para operar, mientras que otros circuitos magnéticos (los transformadores de potencia) reducen el voltaje de ca del contacto de la pared de 120 V a los niveles más bajos que se requieren para alimentar el sistema.

La figura 1-2 muestra otro ejemplo. Aquí, la foto de una imagen generada en computadora del patrón de flujo magnético de un motor eléctrico ilustra el uso de las computadoras en la investigación y el diseño. Programadas para aplicar los fundamentos de los circuitos magnéticos básicos a formas complejas, los paquetes de software ayudan a hacerlo posible para desarrollar motores más eficientes y con mejor desempeño, unidades de disco de computadora, sistemas de bocinas de audio y otros dispositivos similares.



FIGURA 1-1 Un sistema de teatro en casa. (*Foto cortesía de Robert A. Fowkes.*)

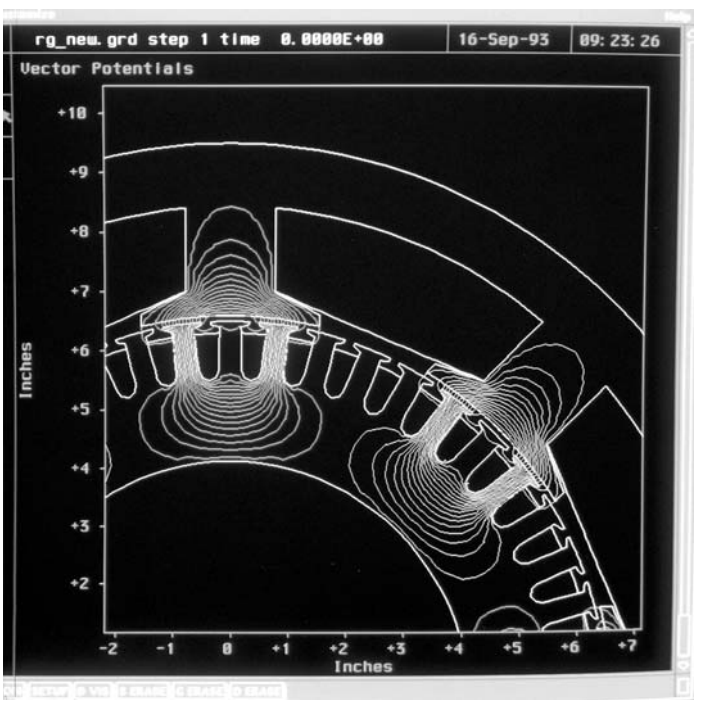


FIGURA 1-2 Patrón de flujo magnético generado por computadora para un motor de cd de armadura excitada. *(Cortesía del GE Research and Development Center.)*

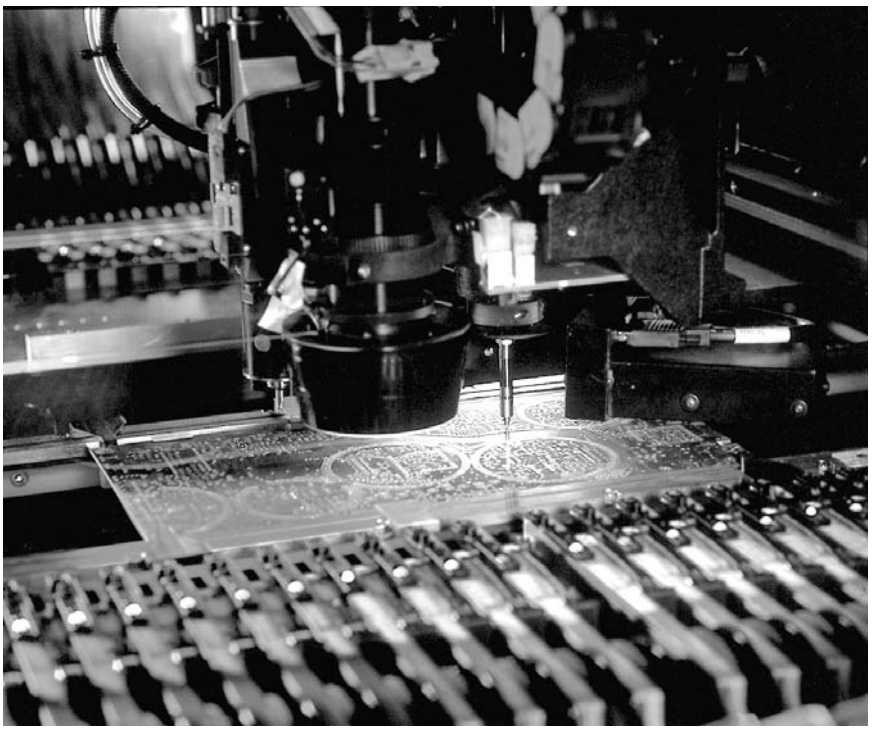


FIGURA 1-3 Centrado con láser y verificación óptica en un proceso de manufactura. *(Cortesía de Vansco Electronics Ltd.)*



FIGURA 1-4 Algunos componentes electrónicos comunes. Los dispositivos pequeños en la parte inferior son partes para montaje superficial que la máquina que se muestra en la figura 1-3 instala en las tarjetas de circuito impreso.

La figura 1-3 muestra otra aplicación, una fábrica donde los componentes de montaje superficial (SMT, por sus siglas en inglés) se colocan en tarjetas de circuito impreso a altas velocidades usando centrado láser y verificación óptica. Los componentes en la parte inferior de la figura 1-4 muestran cuán pequeños son estos componentes. El control por computadora proporciona la alta precisión que se requiere para colocar partes tan pequeñas como estas.

1-2 El sistema SI de unidades

La solución de problemas técnicos requiere el uso de unidades. Actualmente se usan dos sistemas principales, el inglés (el que se acostumbra en E. U.) y el métrico. Para propósitos científicos y técnicos, el sistema inglés ha sido casi total-

mente reemplazado. En su lugar se usa el **sistema SI**. La tabla 1-1 muestra algunas cantidades con unidades expresadas en ambos sistemas.

El sistema SI combina las unidades métricas MKS y las unidades eléctricas en un sistema unificado: vea la tabla 1-2 y la tabla 1-3. No se preocupe por las unidades eléctricas, las definiremos después, al inicio del capítulo 2. Note que algunos símbolos y abreviaturas usan letras mayúsculas mientras que otras usan letras minúsculas.

Algunas unidades que no son del SI aún se usan, por ejemplo, la potencia de los motores eléctricos se especifica por lo común en caballos de potencia, y los alambres con frecuencia se especifican en tamaños AWG (las siglas en inglés de Calibre de Alambre Estadounidense). En ocasiones, se necesitará convertir unidades del sistema inglés al sistema SI. La tabla 1-4 puede utilizarse para este propósito.

TABLA 1-1 Cantidades comunes

1 metro = 100 centímetros
= 39.37 pulgadas
1 milímetro = 39.37 milésimas de pulgada
1 pulgada = 2.54 centímetros
1 pie = 0.3048 metros
1 yarda = 0.9144 metros
1 milla = 1.609 kilómetros
1 kilogramo = 1000 gramos = 2.2 libras
1 galón (E. U.) = 3.785 litros

Definición de unidades

Cuando el sistema métrico nació en 1792, el metro se definió como una diezmillonésima parte de la distancia desde el polo norte hasta el ecuador y el segundo como $\frac{1}{60} \times \frac{1}{60} \times \frac{1}{24}$ del día medio solar. Después fueron adoptadas definiciones más exac-

TABLA 1-2 Algunas unidades básicas del SI

Cantidad	Símbolo	Unidad	Abreviatura
Longitud	*l*	metro	m
Masa	*m*	kilogramo	kg
Tiempo	*t*	segundo	s
Corriente eléctrica	*I*, *i*	amper	A
Temperatura	*T*	kelvin	K

TABLA 1-3 Algunas unidades derivadas del SI*

Cantidad	Símbolo	Unidad	Abreviatura
Fuerza	*F*	newton	N
Energía	*W*	joule	J
Potencia	*P*, *p*	watt	W
Voltaje	*V*, *v*, *E*, *e*	volt	V
Carga	*Q*, *q*	coulomb	C
Resistencia	*R*	ohm	Ω
Capacitancia	*C*	farad	F
Inductancia	*L*	henry	H
Frecuencia	*f*	hertz	Hz
Flujo magnético	Φ	weber	Wb
Densidad de flujo magnético	*B*	tesla	T

*Las cantidades eléctricas y electrónicas se explicarán conforme se avance en el libro. Al igual que en la tabla 1-2, la distinción entre las letras mayúsculas y minúsculas es importante.

TABLA 1-4 Conversiones

	Cuando se conoce	Multiplique por	Para encontrar
Longitud	pulgadas (in)	0.0254	metros (m)
	pies (ft)	0.3048	metros (m)
	millas (mi)	1.609	kilómetros (km)
Fuerza	libras (lb)	4.448	newtons (N)
Potencia	caballos de potencia (hp)	746	watts (W)
Energía	kilowatts-hora (kWh)	3.6×10^6	joule† (J)
	pie-libra (ft-lb)	1.356	joule† (J)

† 1 joule = 1 newton-metro.

tas basadas en leyes físicas de la naturaleza. El metro se define ahora como la distancia que viaja la luz en el vacío en 1/299 792 458 de segundo, mientras que el segundo se define en términos del periodo de un reloj atómico de cesio. La definición del kilogramo es la masa de cierto cilindro de platino-iridio (el prototipo internacional) que se conserva en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas en Francia.

Tamaño relativo de las unidades*

Para lograr una apreciación de las unidades del SI y su tamaño relativo, remítase a las tablas 1-1 y 1-4. Observe que 1 metro es igual a 39.37 pulgadas; por lo que 1 pulgada es igual a 1/39.37 = 0.0254 metros o 2.54 centímetros. Una fuerza de una libra es igual a 4.448 newtons; entonces 1 **newton** es igual a 1/4.448 = 0.225 libras de fuerza, que es la cantidad de fuerza requerida para levantar un peso de ¼ de libra. Un **joule** es el trabajo que se realiza en moverse una distancia de un metro en contra de una fuerza de un newton. Esto es aproximadamente igual al trabajo que se requiere para subir un peso de un cuarto de libra una distancia de un metro. Para subir el peso un metro en un segundo se requiere aproximadamente un **watt** de potencia.

El watt también es la unidad del SI para la potencia eléctrica. Por ejemplo, una lámpara eléctrica común disipa potencia a una tasa de 60 watts y un tostador a una tasa de aproximadamente 1000 watts.

El enlace entre las unidades eléctricas y mecánicas se establece con facilidad. Considere un generador eléctrico, la entrada de potencia mecánica produce una salida de potencia eléctrica. Si el generador fuera 100% eficiente, entonces un watt de entrada de potencia mecánica produciría un watt de salida de potencia eléctrica. Esto claramente vincula los sistemas de unidades eléctricas y mecánicas.

Sin embargo, con toda precisión, ¿qué tan grande es un watt? Mientras que los ejemplos anteriores sugieren que el watt es bastante pequeño, en términos de la tasa a la cual un humano puede desarrollar trabajo es en realidad bastante grande. Por ejemplo, una persona puede hacer un trabajo manual a una tasa de aproximadamente 60 watts en promedio en un día de 8 horas. ¡Precisamente lo suficiente para alimentar una lámpara eléctrica de 60 watts de manera continua a lo largo de ese periodo! Un caballo puede hacerlo considerablemente mejor. James Watt determinó, con base en experimentos, que un caballo de tiro fuerte podría promediar 746 watts. A partir de esto, definió el **caballo de potencia** (hp) = 746 watts, que es la cifra que usamos hasta el día de hoy.

1-3 Conversión de unidades

Algunas veces las cantidades expresadas en una unidad deben convertirse en otras; por ejemplo, suponga que quiere determinar cuantos kilómetros hay en 10 millas. Ya que 1 milla es igual a 1.609 kilómetros (tabla 1-1), si utiliza las abreviaturas de la tabla 1-4 puede escribir 1 mi = 1.609 km. Al multiplicar ambos lados por 10 se obtiene que 10 mi = 16.09 km.

Este procedimiento es adecuado para conversiones sencillas. Sin embargo, para conversiones complejas puede ser difícil mantener la pista de todas las unidades. El procedimiento que se describe a continuación es de gran ayuda. Requiere escribir las unidades en la secuencia de la conversión, cancelando donde se requiera y conservando el resto de las unidades para asegurarse de que el resultado final tenga las unidades correctas.

Para captar la idea, suponga que se desea convertir 12 centímetros en pulgadas. A partir de la tabla 1-1, 2.54 cm = 1 in, por lo que se puede expresar

$$\frac{2.54\ \text{cm}}{1\ \text{in}} = 1 \quad \text{o} \quad \frac{1\ \text{in}}{2.54\ \text{cm}} = 1 \tag{1-1}$$

*Citado de Edward C. Jordan y Keith Balmain, *Electromagnetic Waves and Radiating Systems*, 2a. edición, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, Nueva Jersey, 1968.

Las cantidades en la ecuación 1-1 se llaman **factores de conversión**. Como se ve, tienen un valor de 1 y entonces se les puede multiplicar por cualquier expresión sin que cambie el valor de ésta. Por ejemplo, para completar la conversión de 12 cm a pulgadas, se selecciona la segunda relación (de manera que las unidades se cancelen) y entonces se multiplica, esto es

$$12 \text{ cm} = 12 \cancel{\text{cm}} \times \frac{1 \text{ in}}{2.54 \cancel{\text{cm}}} = 4.72 \text{ in}$$

Cuando se tiene una cadena de conversiones, se seleccionan los factores de manera que se cancelen todas las unidades no deseadas. Esto proporciona una verificación automática en el resultado final, como se ilustra en la parte b del ejemplo 1-1.

EJEMPLO 1-1

Dada una velocidad de 60 millas por hora (mph),

a. convertirla en kilómetros por hora,

b. convertirla en metros por segundo.

Solución

a. Recuerde que 1 mi = 1.609 km. Entonces,

$$1 = \frac{1.609 \text{ km}}{1 \text{ mi}}$$

Ahora, se multiplican ambos lados por 60 mi/h y se cancelan las unidades:

$$60 \text{ mi/h} = \frac{60 \cancel{\text{mi}}}{\text{h}} \times \frac{1.609 \text{ km}}{1 \cancel{\text{mi}}} = 96.54 \text{ km/h}$$

b. Dado que 1 mi = 1.609 km, 1 km = 1000 m, 1 h = 60 min y 1 min = 60 s, se seleccionan los factores de conversión como sigue:

$$1 = \frac{1.609 \text{ km}}{1 \text{ mi}}, \quad 1 = \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}}, \quad 1 = \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}}, \quad \text{y} \quad 1 = \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}$$

Entonces,

$$\frac{60 \text{ mi}}{\text{h}} = \frac{60 \cancel{\text{mi}}}{\cancel{\text{h}}} \times \frac{1.609 \cancel{\text{km}}}{1 \cancel{\text{mi}}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \cancel{\text{km}}} \times \frac{1 \cancel{\text{h}}}{60 \cancel{\text{min}}} \times \frac{1 \cancel{\text{min}}}{60 \text{ s}} = 26.8 \text{ m/s}$$

También se puede resolver este problema manejando el numerador y el denominador por separado. Por ejemplo, se puede convertir millas en metros y horas en segundos, entonces se divide (vea el ejemplo 1-2). En el análisis final ambos métodos son equivalentes.

EJEMPLO 1-2

Realice el ejemplo 1-1b manejando el numerador y el denominador por separado.

Solución

$$60 \text{ mi} = 60 \cancel{\text{mi}} \times \frac{1.609 \cancel{\text{km}}}{1 \cancel{\text{mi}}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \cancel{\text{km}}} = 96\,540 \text{ m}$$

$$1 \text{ h} = 1 \cancel{\text{h}} \times \frac{60 \cancel{\text{min}}}{1 \cancel{\text{h}}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \cancel{\text{min}}} = 3600 \text{ s}$$

Entonces, la velocidad = 96 540 m/3600 s = 26.8 m/s como antes.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 1

1. Área $= \pi r^2$. Dado $r = 8$ pulgadas, determine el área en metros cuadrados (m^2).
2. Un auto viaja 60 pies en 2 segundos. Determine
   a. su velocidad en metros por segundo,
   b. Su velocidad en kilómetros por hora.

Para la parte b, use el método del ejemplo 1-1 y verifique su resultado mediante el método del ejemplo 1-2.

Respuestas
1. 0.130 m^2; 2. a. 9.14 m/s, b. 32.9 km/h

1-4 Notación de potencias de diez

Los valores eléctricos varían tremendamente en tamaño. Por ejemplo, en los sistemas electrónicos los voltajes pueden variar desde unas cuantas millonésimas de volt hasta varios miles de volts, mientras que en sistemas de potencia son comunes los voltajes de hasta varios cientos de miles. Para manejar este gran intervalo, se usa la **notación de potencias de diez** (tabla 1-5).

Para expresar un número en la notación de potencia de diez, se mueve el punto decimal a donde se quiera, y entonces se multiplica el resultado por la potencia de diez requerida para restaurar el número a su valor original. Entonces, $247\,000 = 2.47 \times 10^5$. (El número 10 se llama la **base** y su potencia se llama el **exponente**.) Una manera fácil de determinar el exponente es contar el número de lugares (derecha o izquierda) que se mueve el punto decimal. Esto es

$$247\,000 = 2\,4\,7\,0\,0\,0 = 2.47 \times 10^5$$
$$5\ 4\ 3\ 2\ 1$$

De manera similar, el número 0.00369 se puede expresar como 3.69×10^{-3} como se ilustra abajo.

$$0.003\,69 = 0.0\,0\,3\,6\,9 = 3.69 \times 10^{-3}$$
$$1\ 2\ 3$$

Multiplicación y división usando potencias de diez

Para multiplicar números en la notación de potencias de diez, se multiplican los números de la base y se suman los exponentes. Esto es,

$$(1.2 \times 10^3)(1.5 \times 10^4) = (1.2)(1.5) \times 10^{(3+4)} = 1.8 \times 10^7$$

Para la división, se restan los exponentes del denominador de los del numerador. Entonces

$$\frac{4.5 \times 10^2}{3 \times 10^{-2}} = \frac{4.5}{3} \times 10^{2-(-2)} = 1.5 \times 10^4$$

TABLA 1-5 Multiplicadores comunes de potencias de diez

$1\,000\,000 = 10^6$	$0.000001 = 10^{-6}$
$100\,000 = 10^5$	$0.00001 = 10^{-5}$
$10\,000 = 10^4$	$0.0001 = 10^{-4}$
$1\,000 = 10^3$	$0.001 = 10^{-3}$
$100 = 10^2$	$0.01 = 10^{-2}$
$10 = 10^1$	$0.1 = 10^{-1}$
$1 = 10^0$	$1 = 10^0$

EJEMPLO 1-3

Convierta los siguientes números a la notación de potencias de diez, después realice la operación que se indica:

a. 276×0.009,

b. 98 200/20.

Solución

a. $276 \times 0.009 = (2.76 \times 10^2)(9 \times 10^{-3}) = 24.8 \times 10^{-1} = 2.48$

b. $\dfrac{98\ 200}{20} = \dfrac{9.82 \times 10^4}{2 \times 10^1} = 4.91 \times 10^3$

Adición y sustracción con potencias de diez

Para sumar y restar, primero ajuste todos los números a la misma potencia de diez. No importa el exponente que seleccione, en tanto todos sean iguales.

EJEMPLO 1-4

Sumar 3.25×10^2 y 5×10^3

a. usando la representación de 10^2

b. usando la representación de 10^3.

Solución

a. $5 \times 10^3 = 50 \times 10^2$. Entonces, $3.25 \times 10^2 + 50 \times 10^2 = 53.25 \times 10^2$

b. $3.25 \times 10^2 = 0.325 \times 10^3$. Entonces, $0.325 \times 10^3 + 5 \times 10^3 = 5.325 \times 10^3$, el cual es el mismo de 53.25×10^2 que se encontró en la parte a.

Potencias

Elevar un número a una potencia es una forma de multiplicar (o dividir si el exponente es negativo). Por ejemplo,

$$(2 \times 10^3)^2 = (2 \times 10^3)(2 \times 10^3) = 4 \times 10^6$$

En general, $(N \times 10^n)^m = N^m \times 10^{nm}$. En esta notación, $(2 \times 10^3)^2 = 2^2 \times 10^{3 \times 2} = 4 \times 10^6$ al igual que antes.

Las potencias de fracciones de enteros representan raíces. Por lo que, $4^{1/2} = \sqrt{4} = 2$ y $27^{1/3} = \sqrt[3]{27} = 3$.

NOTAS . . .

Use el sentido común cuando maneje números. Por ejemplo, con las calculadoras con frecuencia es más fácil trabajar directamente con números en su forma original que convertirlos a la notación de potencias de diez. (Por poner un caso, es más fácil multiplicar 276×0.009 directamente que convertir a notación de potencias de diez como se hizo en el ejemplo 1-3a. Si se requiere el resultado final como una potencia de diez, se puede convertir como último paso.

EJEMPLO 1-5

Expanda los siguientes números:

a. $(250)^3$ b. $(0.0056)^2$ c. $(141)^{-2}$ d. $(60)^{1/3}$

Solución

a. $(250)^3 = (2.5 \times 10^2)^3 = (2.5)^3 \times 10^{2 \times 3} = 15.625 \times 10^6$

b. $(0.0056)^2 = (5.6 \times 10^{-3})^2 = (5.6)^2 \times 10^{-6} = 31.36 \times 10^{-6}$

c. $(141)^{-2} = (1.41 \times 10^2)^{-2} = (1.41)^{-2} \times (10^2)^{-2} = 0.503 \times 10^{-4}$

d. $(60)^{1/3} = \sqrt[3]{60} = 3.915$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 2

Determine lo siguiente:

a. $(6.9 \times 10^5)(0.392 \times 10^{-2})$
b. $(23.9 \times 10^{11})/(8.15 \times 10^5)$
c. $14.6 \times 10^2 + 11.2 \times 10^1$ (Exprese en notación 10^2 y 10^1.)
d. $(29.6)^3$
e. $(0.385)^{-2}$

Respuestas
a. 2.70×10^3; b. 2.93×10^6; c. $15.72 \times 10^2 = 157.2 \times 10^1$; d. 25.9×10^3; e. 6.75

1-5 Prefijos, notación de ingeniería y resultados numéricos

TABLA 1-6 Prefijos de ingeniería

Potencia de 10	Prefijo	Símbolo
10^{12}	tera	T
10^9	giga	G
10^6	mega	M
10^3	kilo	k
10^{-3}	mili	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p

En el trabajo científico es común encontrar números muy grandes y muy pequeños expresados en notación de potencias de 10. Sin embargo, en ingeniería, ciertos elementos de estilo y práctica estándar han hecho surgir lo que se conoce como **notación de ingeniería**, en la cual es más común usar prefijos en lugar de potencias de 10. Los prefijos más comunes (junto con sus símbolos) se enlistan en la tabla 1-6. (Nota: La notación va en potencias de 10 de tres en tres.) Como ejemplo, mientras que una corriente de 0.0045 A (amperes) puede expresarse como 4.5×10^{-3} A, se prefiere expresar como 4.5 mA o como 4.5 miliamperes. Note también que con frecuencia hay opciones que son igualmente aceptables. Por ejemplo, un intervalo de tiempo de 15×10^{-5} s, puede expresarse como 150 μs, 150 microsegundos, 0.15 ms, 0.15 milisegundos. Observe también que no es incorrecto expresar el número como 15×10^{-5}; simplemente no es común en la práctica de la ingeniería. De aquí en adelante se usará la notación de ingeniería casi exclusivamente.

EJEMPLO 1-6

Exprese lo siguiente en notación de ingeniería:

a. 10×10^4 volts b. 0.1×10^{-3} watts c. 250×10^{-7} segundos

Solución

a. $10 \times 10^4\ \text{V} = 100 \times 10^3\ \text{V} = 100$ kilovolts $= 100$ kV
b. $0.1 \times 10^{-3}\ \text{W} = 0.1$ milliwatts $= 0.1$ mW
c. $250 \times 10^{-7}\ \text{s} = 25 \times 10^{-6}\ \text{s} = 25$ microsegundos $= 25\ \mu\text{s}$

EJEMPLO 1-7

Convierta 0.1 MV a kilovolts (kV)

Solución

$$0.1\ \text{MV} = 0.1 \times 10^6\ \text{V} = (0.1 \times 10^3) \times 10^3\ \text{V} = 100\ \text{kV}$$

Recuerde que un prefijo representa una potencia de diez y entonces se aplican las reglas para potencias de diez. Por ejemplo, cuando se suman o restan cantidades, se ajustan a la base común, como se ilustra en el ejemplo 1-8.

EJEMPLO 1-8

Calcule la suma de 1 ampere (amp) y 100 miliamperes.

Solución Ajuste a una base común, ya sea amper (A) o miliamperes (mA). Entonces,

$$1\text{ A} + 100\text{ mA} = 1\text{ A} + 100 \times 10^{-3}\text{ A} = 1\text{ A} + 0.1\text{ A} = 1.1\text{ A}$$

De manera alternativa, 1 A + 100 mA = 1000 mA + 100 mA = 1100 mA.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 3

1. Convierta 1800 kV a megavolts (MV)
2. En el capítulo 4 se muestra que el voltaje es el producto de la corriente por la resistencia: que es $V = I \times R$, donde V está en volts, I en amperes y R en ohms. Dada $I = 25$ mA y $R = 4\,\text{k}\Omega$, conviértalos a la notación de potencias de diez y determine V.
3. Si $I_1 = 520\ \mu\text{A}$, $I_2 = 0.157$ mA, e $I_3 = 2.75 \times 10^{-4}$ A, ¿cuánto es $I_1 + I_2 + I_3$ en mA? ¿Y en microamperes?

Respuestas
1. 1.8 MV; 2. 100 V; 3. 0.952 mA, 952 μA

Resultados numéricos

Mientras que las computadoras y las calculadoras suelen desplegar muchos dígitos, la pregunta es: ¿cuántos se deben mantener en una respuesta? Es tentador escribirlos todos, aunque una inspección más cercana muestra que esto puede no ser adecuado. Para ver por qué, tenga en cuenta que mucha de la ingeniería se basa en la medición. En la práctica, por ejemplo, el voltaje se mide con un voltímetro y la corriente con un amperímetro. Estos valores son aproximados porque es imposible medir cualquier cosa de manera exacta debido a que los valores que se miden tienen un elemento de incertidumbre; vea las Notas. Para ilustrarlo, suponga que se quiere conocer el área de un jardín y se mide la longitud y ancho como $L = 5.76$ m y $W = 3.72$ m. Se considera una incertidumbre de 1 en el último dígito de cada valor, es decir, $L = 5.76 \pm 0.01$ y $W = 3.72 \pm 0.01$, lo que significa que L puede ser tan pequeña como 5.75 y tan grande como 5.77, mientras que W varía entre 3.71 y 3.73. El área puede ser tan pequeña como 5.75 m × 3.71 m = 21.3 m^2 o tan grande como 5.77 m × 3.73 m = 21.5 m^2. Observe que aún no estamos seguros de cuál es el primer dígito que está después del punto decimal en este resultado. Ahora se puede ver por qué no tiene sentido escribir todos los dígitos que muestra la calculadora, ya que se podría obtener 5.76 m × 3.72 m = 21.4272 m^2 en una pantalla de seis dígitos, y está claro que no tiene sentido expresar que se conoce los cuatro dígitos después del punto decimal, cuando de hecho no se conoce cuál es el primero de ellos.

Así que, ¿qué hacemos? Una solución práctica es llevar todos los dígitos durante la solución del problema (es probable que su calculadora haga esto de cualquier manera) y entonces redondear la respuesta a un número adecuado de dígitos. Como una guía útil, se debe redondear el resultado final hasta tres dígitos a menos que tenga sentido hacer otra cosa. Para el ejemplo anterior, esto conduciría a una respuesta de 21.4 m^2 que, como se puede ver, es el promedio de los valores alto y bajo calculados.

NOTAS . . .

1. Los números pueden ser exactos o aproximados. Los exactos se obtienen por lo común mediante un proceso de conteo o por definición, por ejemplo, una hora se define como 60 minutos. Aquí, 60 es exacto (es decir, no es 59.99 o 60.01). Los cálculos basados sólo en números exactos no contienen incertidumbre. Sin embargo, los cálculos que involucran tanto números exactos como aproximados llevan la incertidumbre de los números aproximados.
2. En este libro, **a menos que se diga otra cosa, todos los números en los ejemplos y problemas son exactos.** Por lo que no habrá incertidumbre en las respuestas calculadas.
3. En este libro podemos mostrar más de tres dígitos en las respuestas debido a que el proceso de solución es por lo general de importancia y la eliminación de dígitos puede ocultarlo.
4. El tema de las cifras significativas, exactitud numérica y trabajo con números aproximados solo se ha empezado a ver aquí. Para información adicional, vea el CD incluido en el libro, oprima el Botón 4 *Para Investigación adicional*, y seleccione *Cifras significativas y exactitud numérica* para tener acceso a estos temas.

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 1

(Las respuestas están al final del capítulo)

1. ¿Todos los factores de conversión tienen un valor de…?
2. Convierta 14 yardas a centímetros
3. ¿Qué unidades se obtiene al reducir lo siguiente?

$$\frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{\text{m}}{\text{km}} \times \frac{\text{h}}{\text{min}} \times \frac{\text{min}}{\text{s}}$$

4. Exprese las siguientes cantidades en notación de ingeniería:
   a. 4270 ms b. 0.001 53 V c. 12.3×10^{-4} s
5. Exprese el resultado de cada uno de los siguientes cálculos como un número por 10 a la potencia indicada:
   a. 150×120 como un valor por 10^4; como un valor por 10^3.
   b. $300 \times 6/0.005$ como un valor por 10^4; como un valor por 10^5; como un valor por 10^6.
   c. $430 + 15$ como un valor por 10^2; como un valor por 10^1.
   d. $(3 \times 10^{-2})^3$ como un valor por 10^{-6}, como un valor por 10^{-5}.
6. Exprese cada una de las siguientes cantidades como se indica.
   a. 752 μA en mA.
   b. 0.98 mV en μV.
   c. 270 μs + 0.13 ms en μs y en ms.

1-6 Diagramas de circuitos

Los circuitos eléctricos y electrónicos se construyen con componentes como baterías, interruptores, resistores, capacitores, transistores, interconexión de alambres, etc. Para representar estos circuitos en papel, se usan los diagramas. En este libro usamos tres tipos: diagramas de bloques, diagramas de esquemas y diagramas pictográficos.

Diagramas de bloques

Los **diagramas de bloques** describen un circuito o sistema en forma simplificada. El problema en conjunto se separa en bloques, cada uno representa una parte del sistema o circuito. Los bloques se etiquetan para indicar lo que hacen o lo que contienen y se interconectan para mostrar su relación uno con otro. El flujo de señal es por lo general de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo. La figura 1-5, por ejemplo, representa un amplificador de audio. Aunque aún no se ha representado alguno de los circuitos, se debe ser capaz de seguir la idea general de una manera fácil, esto es, el sonido se capta mediante el micrófono, se convierte a una señal eléctrica, se amplifica por un par de amplificadores y sale a la bocina en donde se convierte de nuevo en sonido. Una fuente de alimentación da energía al sistema. La ventaja de un diagrama de bloques es que

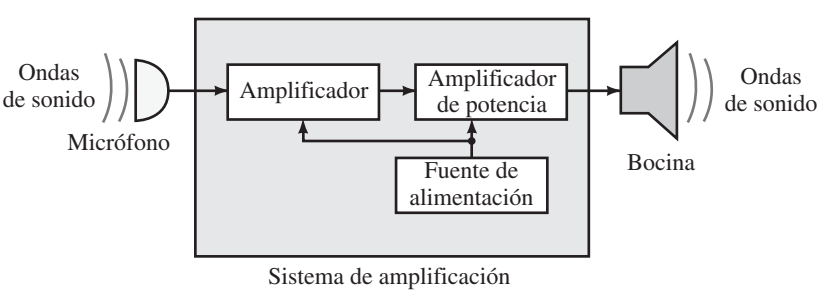


FIGURA 1-5 Un ejemplo de diagrama de bloques. Es una representación simplificada de un sistema de amplificación de audio.

da el panorama completo y ayuda a entender la naturaleza general de un problema. Sin embargo, no proporciona detalles.

Diagramas pictográficos

Los **pictográficos** son uno de los tipos de diagramas que proporcionan detalles, ya que ayudan a visualizar los circuitos y su operación al mostrar los componentes como son en realidad. Por ejemplo, el circuito de la figura 1-6 se compone de una batería, un interruptor y una lámpara eléctrica, todos interconectados con alambres. La operación es fácil de visualizar, esto es, cuando el interruptor se cierra, la batería provoca una corriente en el circuito, la cual enciende la lámpara. La batería se conoce como la fuente y la lámpara como la carga.

Diagramas esquemáticos

Mientras que los diagramas pictográficos ayudan a visualizar los circuitos, son algo difícil de dibujar. Los **diagramas esquemáticos** evitan esto al usar símbolos estándar simplificados para representar los componentes; vea la tabla 1-7. (El significado de estos símbolos se aclarará conforme se avance a través del libro.) Por ejemplo, en la figura 1-7(a) se han usado algunos de éstos símbolos para crear un esquema del circuito de la figura 1-6. Cada componente ha sido reemplazado por su correspondiente símbolo de circuito.

Cuando se seleccionan los símbolos, se escogen los que son apropiados para la ocasión. Considere la lámpara de la figura 1-7(a). Como se mostrará después, la lámpara posee una propiedad llamada resistencia. Cuando se desea enfatizar esta propiedad, se usa el símbolo de resistencia en lugar del de la lámpara, como en la figura 1-7(b).

Cuando se dibujan los diagramas esquemáticos, por lo general se representan con líneas horizontales y verticales unidas en ángulos rectos, como en la figura 1-7. Esta es una práctica estándar. (En este punto es conveniente echar un vistazo a algunos capítulos posteriores, como el 7, y estudiar algunos ejemplos adicionales.)

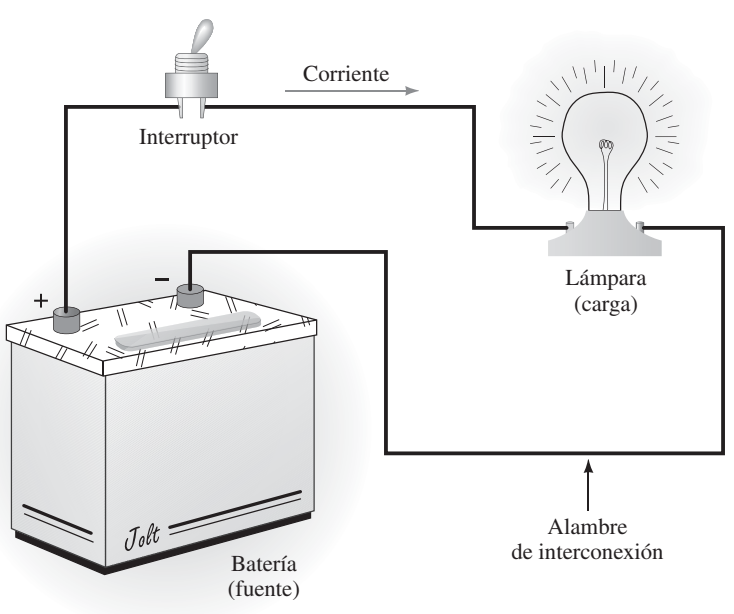
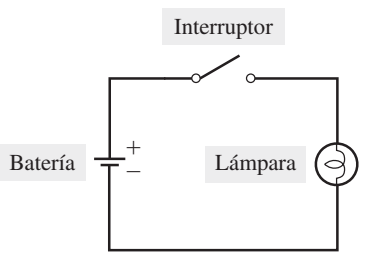
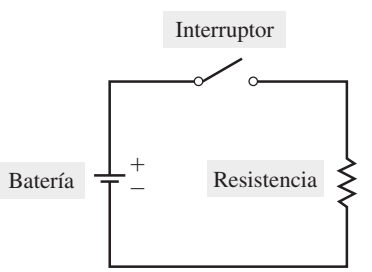


FIGURA 1-6 Un diagrama pictográfico. La batería se conoce como una fuente mientras que la lámpara se conoce como una carga. (El + y − en la batería se hará referencia en el capítulo 2.)



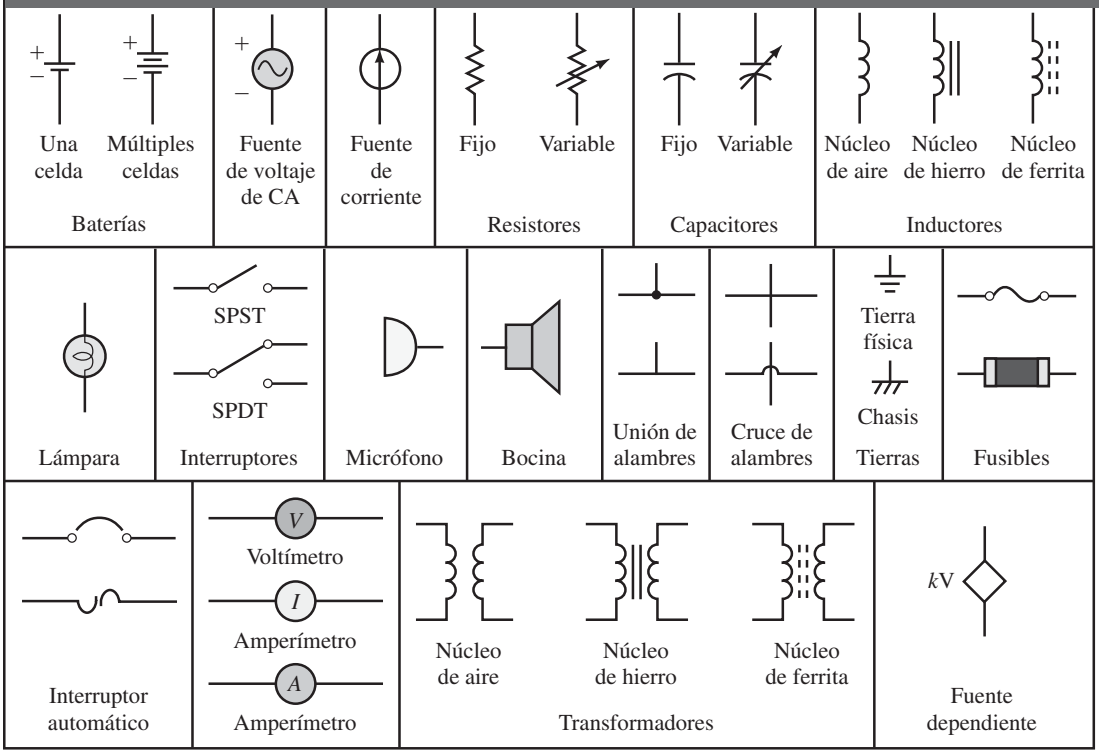
a) Esquema que usa el símbolo de la lámpara



b) Esquema que usa el símbolo de la resistencia

FIGURA 1-7 Representación esquemática de la figura 1-6. La lámpara tiene una propiedad de circuito llamada resistencia (que se hará referencia en el capítulo 3).

TABLA 1-7 Símbolos de circuito esquemáticos



1-7 Análisis de circuitos mediante computadoras y calculadoras

Las computadoras y calculadoras son ampliamente usadas para el análisis y diseño de circuitos. El software que se suele emplear para este propósito incluye el de simulación (tal como Multisim y PSpice) y el de análisis numérico como Mathcad y Matlab; vea las Notas. Iniciaremos con el software de simulación.

Software de simulación de circuitos

El software de simulación resuelve problemas al emular el comportamiento de los circuitos eléctricos y electrónicos en vez de resolver conjuntos de ecuaciones. Para analizar un circuito, se "construye" en la pantalla mediante la selección de componentes (resistores, capacitores, transistores, etc.) de una biblioteca de partes, los cuales se colocan e interconectan para formarlo. Se puede cambiar el valor de los componentes, las conexiones y las opciones de análisis de forma instantánea con un clic del ratón. Las figuras 1-8 y 1-9 muestran dos ejemplos. Estos productos de software permiten configurar y probar los circuitos en la pantalla de la computadora sin necesidad de construir un prototipo físico.

La mayoría de los paquetes de simulación usan una máquina de software llamada **SPICE**, el acrónimo en inglés de *Programa de Simulación con Énfasis en Circuitos Integrados*. Dos de los productos más populares son PSpice y Multisim, las herramientas de simulación que se usan en este libro. Cada una tiene sus ventajas, Multisim modela acercándose más a una mesa de trabajo real (completa con medidores reales) que PSpice, pero esta última tiene otras ventajas que verá a través de este libro.

Paquetes de software de matemáticas

Otra útil categoría de software incluye paquetes de matemáticas, como Mathcad y Matlab. Estos programas (que usan técnicas de análisis numérico para re-

NOTAS . . .

1. El software para uso técnico se clasifica en dos categorías, de aplicación (tal como Multisim y PSpice) y los lenguajes de programación (como Java y C++). El software de aplicación está diseñado para resolver problemas sin que se requiera programación por parte del usuario, mientras que los lenguajes de programación requieren que el usuario escriba el código para el problema por resolver. En este libro no se consideran los lenguajes de programación.
2. Las herramientas de software siempre deben usarse con prudencia. Por ejemplo, antes de usar Multisim o PSpice, asegúrese de entender los conceptos básicos del tema que esté estudiando, ya que el uso incorrecto de software puede dar como resultado respuestas que

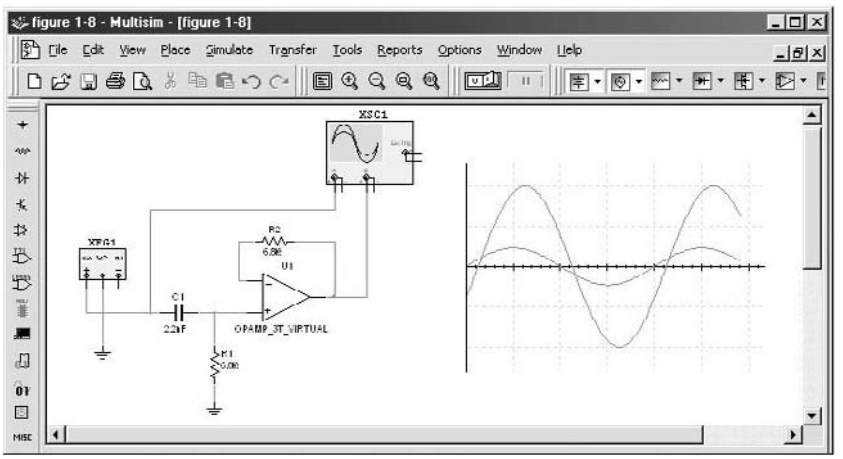


FIGURA 1-8 Pantalla de computadora que muestra el análisis de circuitos mediante Multisim.

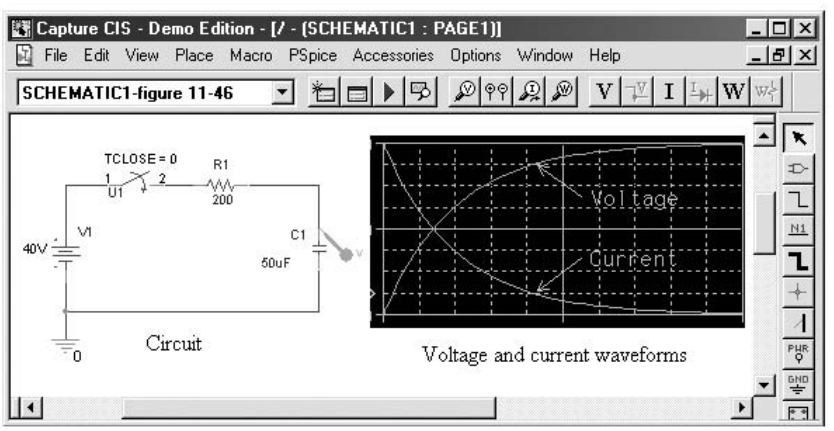


FIGURA 1-9 Pantalla de computadora que muestra el análisis de circuitos con PSpice de Orcad.

solver ecuaciones, gráficas de datos, etc.) no requieren de programación, simplemente se introducen los datos y se deja que la computadora haga el trabajo. Por lo general usan notación matemática estándar (o muy cercana a ella) y son de gran ayuda para resolver ecuaciones simultáneas, como las que se encuentran en el análisis de mallas y nodos, en los capítulos 8 y 19.

Calculadoras para el análisis de circuitos

Aunque los programas de software anteriores son útiles, una calculadora será su primera herramienta para aprender análisis de circuitos. Se necesitará una que sea capaz de trabajar con números complejos en forma rectangular y polar. Estas calculadoras ahorran tiempo y esfuerzo y reducen de manera dramática los errores. La figura 1-10 muestra la TI-86, una calculadora muy poderosa que produce gráficas. (Sin embargo, verifique con su instructor o consulte su lista de libros antes de comprar una calculadora.) En todo el texto se integran sugerencias de gran valor sobre cómo usar las calculadoras en el análisis de circuitos y se resumen en el apéndice B.

no tienen sentido y es necesario que usted sea capaz de reconocer este hecho. Por esta razón debe resolver primero muchos problemas en forma manual con la calculadora para desarrollar tanto la comprensión de la teoría como la "sensación" de lo que es correcto.

3. El software de computadora se pone al día con frecuencia y las versiones que se utilizan en este libro son las más actuales hasta el momento de escribir el libro (Multisim 9 y Orcad 10.5).
4. Multisim® es una marca registrada de Electronics Workbench, una Compañía de National Instruments, OrCAD®, OrCAD Capture® y PSpice® son marcas registradas de Cadence Design Systems Inc. y Mathcad® es un producto de Mathsoft Engineering and Education Inc.



FIGURA 1-10 Hay diversas calculadoras con capacidad para el análisis de circuitos. Esta foto muestra la TI-86.

PROBLEMAS

NOTAS . . .

1. Los factores de conversión pueden encontrarse en la parte interna de la cubierta frontal o en las tablas del capítulo 1.
2. Los problemas difíciles tienen el número de pregunta impreso en negritas.
3. Las respuestas a los problemas impares están en el apéndice D.

1-3 Conversión de unidades

1. Realice las siguientes conversiones:
   a. 27 minutos a segundos
   b. 0.8 horas a segundos
   c. 2 h 3 min 47 s a s
   d. 35 caballos de potencia a watts
   e. 1827 W a hp
   f. 23 revoluciones a grados
2. Realice las siguientes conversiones:
   a. 27 pies a metros
   b. 2.3 yd a cm
   c. 36°F a °C
   d. 18 galones (E. U.) a litros
   e. 100 pies cuadrados a m^2
   f. 124 pulgadas cuadradas a m^2
   g. 47 libras fuerza a newtons
3. Establezca los factores de conversión, calcule lo siguiente y exprese la respuesta en las unidades que se indican.
   a. El área de una placa de 1.2 m por 70 cm en m^2.
   b. El área de un triángulo con 25 cm de base, altura 0.5 m en m^2.
   c. El volumen de una caja de 10 cm por 25 cm por 80 cm en m^3.
   d, El volumen de una esfera de 10 pulgadas de radio en m^3.
4. Un ventilador eléctrico gira a 300 revoluciones por minuto. ¿A cuánto equivale en grados por segundo?
5. Si la máquina robot de montaje superficial de la figura 1-3 coloca 15 partes cada 12 s, ¿cuál es su tasa de colocación por hora?
6. Si su impresora láser puede imprimir 8 páginas por minuto, ¿cuántas páginas puede imprimir en una décima de hora?
7. Un auto tiene un rendimiento de 27 millas por galón (E. U.). ¿Cuál es el rendimiento en kilómetros por litro?
8. El radio ecuatorial de la Tierra es de 3963 millas. ¿Cuál es la circunferencia de la Tierra en kilómetros en el ecuador?
9. Una rueda gira 18° en 0.02 s. ¿A cuántas revoluciones por minuto equivale esta cantidad?
10. La altura de los caballos se mide en ocasiones en "palmos" donde 1 palmo = 4 pulgadas. ¿Cuántos metros de altura mide un caballo de 16 palmos?, ¿y en centímetros?
11. Se define la ecuación $s = vt$, donde s es la distancia recorrida, v es la velocidad y t es el tiempo. Si usted viaja a $v = 60$ mph por 500 segundos, obtiene y sustituye sin pensar $s = (60)(500) = 30\,000$ millas. ¿Cuál es el error en este cálculo? ¿Cuál es la respuesta correcta?
12. Una pizza redonda tiene una circunferencia de 47 pulgadas. ¿Cuánto tiempo tardará en cortarla diagonalmente con un cortador de pizza que viaja a 0.12 m/s?
13. A Joe S. se le pidió convertir 2000 yd/h en metros por segundo. Aquí esta el trabajo de Joe: velocidad $2000 \times 0.9144 \times 60/60 = 1828.8$ m/s. Determine los factores de conversión, escriba las unidades en la conversión y determine la respuesta correcta.
14. La distancia media de la Tierra a la Luna es 238 857 millas, Las señales de radio viajan a 299 792 458 m/s. ¿Cuánto tiempo tardan las señales de radio en llegar a la Luna?
15. Si camina a una velocidad de 3 km/h por 8 minutos, 5 km/h por 1.25 h y luego continúa caminando a una velocidad de 4 km/h por 12 minutos, ¿qué distancia habrá caminado en total?
16. Suponga que camina a una velocidad de 2 mph por 12 minutos, 4 mph por 0.75 h, luego termina de caminar a 5 mph por 15 minutos, ¿qué distancia habrá caminado en total?
17. Usted camina por 15 minutos a una velocidad de 2 km/h, luego 18 minutos a 5 km/h, y el resto del tiempo su velocidad es de 2.5 km/h. Si la distancia total que recorrió es de 2.85 km, ¿cuántos minutos caminó a 2.5 km/h?

18. Usted camina por 16 minutos a una velocidad de 1.5 mph, acelera a 3.5 mph por un corto tiempo y disminuye a 3 mph para los últimos 12 minutos. Si la distancia total recorrida es de 1.7 millas, ¿cuánto tiempo caminó a 3.5 mph?
19. Su jefe de planta le pide investigar dos máquinas. El costo de electricidad para la operación de la máquina #1 es 43 centavos/minuto, mientras que para la máquina #2 es de $200.00 por turno de 8 horas. El precio de compra, la capacidad de producción, los costos de mantenimiento y la confiabilidad a largo plazo de ambas máquinas son idénticos. Con base en esta información, ¿que máquina debería comprar y por qué?
20. Dado que 1 hp = 550 ft-lb/s, 1 ft = 0.3048 m, 1 lb = 4.448 N, 1 J = 1 N-m y 1 W = 1 J/s, demuestre que 1 hp = 746 W.

1-4 Notación de potencias de diez

21. Exprese cada unas de las siguientes cantidades en notación de potencias de diez con un dígito diferente de cero a la izquierda del punto decimal:
    a. 8675
    b. 0.008 72
    c. 12.4×10^{2}
    d. 37.2×10^{-2}
    e. $0.003\,48 \times 10^{5}$
    f. $0.000\,215 \times 10^{-3}$
    g. 14.7×10^{0}
22. Exprese las respuestas de cada unas de las siguientes cantidades en notación de potencias de diez con un dígito diferente de cero a la izquierda del punto decimal:
    a. (17.6)(100)
    b. $(1400)(27 \times 10^{-3})$
    c. $(0.15 \times 10^{6})(14 \times 10^{-4})$
    d. $1 \times 10^{-7} \times 10^{-4} \times 10.65$
    e. (12.5)(1000)(0.01)
    f. $(18.4 \times 10^{0})(100)(1.5 \times 10^{-5})(0.001)$
23. Repita las instrucciones de la pregunta 22 para las siguientes cantidades.
    a. $\dfrac{125}{1000}$
    b. $\dfrac{8 \times 10^{4}}{(0.001)}$
    c. $\dfrac{3 \times 10^{4}}{(1.5 \times 10^{6})}$
    d. $\dfrac{(16 \times 10^{-7})(21.8 \times 10^{6})}{(14.2)(12 \times 10^{-5})}$
24. Determine el resultado de las siguientes operaciones
    a. $123.7 + 0.05 + 1259 \times 10^{-3}$
    b. $72.3 \times 10^{-2} + 1 \times 10^{-3}$
    c. $86.95 \times 10^{2} - 383$
    d. $452 \times 10^{-2} + (697)(0.01)$
25. Convierta las siguientes cantidades a notación de potencias de 10, y sin usar la calculadora determine las respuestas.
    a. $(4 \times 10^{3})(0.05)^{2}$
    b. $(4 \times 10^{3})(-0.05)^{2}$
    c. $\dfrac{(3 \times 2 \times 10)^{2}}{(2 \times 5 \times 10^{-1})}$
    d. $\dfrac{(30 + 20)^{-2}(2.5 \times 10^{6})(6000)}{(1 \times 10^{3})(2 \times 10^{-1})^{2}}$
    e. $\dfrac{(-0.027)^{1/3}(-0.2)^{2}}{(23 + 1)^{0} \times 10^{-3}}$
26. Para cada una de las siguientes cantidades convierta los números a notación de potencias de diez, después realice los cálculos que se indican. Redondee su respuesta a cuatro dígitos:
    a. $(452)(6.73 \times 10^{4})$
    b. (0.009 85)(4700)
    c. (0.0892)/(0.000 067 3)
    d. $12.40 - 236 \times 10^{-2}$
    e. $(1.27)^{3} + 47.9/(0.8)^{2}$
    f. $(-643 \times 10^{-3})^{3}$
    g. $[(0.0025)^{1/2}][1.6 \times 10^{4}]$
    h. $[(-0.027)^{1/3}]/[1.5 \times 10^{-4}]$
    i. $\dfrac{(3.5 \times 10^{4})^{-2} \times (0.0045)^{2} \times (729)^{1/3}}{[(0.008\,72) \times (47)^{3}] - 356}$

27. Realice lo siguiente,
    a. convierta los números a notación de potencias de diez, después realice los cálculos que se indican,
    b. realice la operación directamente en la calculadora sin conversión. ¿Cuál es su conclusión?

$$\text{i. } 842 \times 0.0014 \qquad \text{ii. } \frac{0.0352}{0.007\,91}$$

28. Exprese cada una de las siguientes cantidades en notación convencional:
    a. 34.9×10^{4}
    b. 15.1×10^{0}
    c. 234.6×10^{-4}
    d. 6.97×10^{-2}
    e. $45\,786.97 \times 10^{-1}$
    f. 6.97×10^{-5}
29. Un coulomb (capítulo 2) es la cantidad de carga representada por 6 240 000 000 000 000 000 electrones. Exprese esta cantidad en notación de potencias de diez.
30. La masa de un electrón es 0.000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 899 9 kg. Exprese esta cifra como una potencia de 10 con un dígito diferente de cero a la izquierda del punto decimal.
31. Si 6.24×10^{18} electrones pasan a través de un alambre en 1 s, ¿cuántos pasan a través de él durante un intervalo de 2 hr, 47 min y 10 s?
32. Calcula la distancia en metros que viaja la luz en el vacío en 1.2×10^{-8} segundos.
33. ¿Cuánto tiempo tarda la luz en viajar 3.47×10^{5} km en el vacío?
34. ¿Qué tan lejos viaja la luz en km en un año luz?
35. Al investigar un sitio para un proyecto hidroeléctrico se determina que el flujo de agua es de 3.73×10^{4} m^3/s. ¿A cuánto equivale esta cantidad en litros/hora?
36. La fuerza gravitacional entre dos cuerpos es $F = 6.6726 \times 10^{-11} \dfrac{m_1 m_2}{r^2}$ N, donde las masas m_1 y m_2 están en kilogramos y la distancia r entre los centros gravitacionales está en metros. Si el cuerpo 1 es una esfera con radio de 5000 millas y densidad de 25 kg/m^3, y el cuerpo 2 es una esfera de diámetro de 20 000 km y densidad de 12 kg/m^3. ¿Cuál es la fuerza gravitacional entre ellos?

1-5 Prefijos, notación de ingeniería y resultados numéricos

37. ¿Cuál es el prefijo apropiado y su abreviatura para cada uno de los siguientes multiplicadores?
    a. 1000
    b. 1 000 000
    c. 10^{9}
    d. 0.000 001
    e. 10^{-3}
    f. 10^{-12}
38. Exprese lo siguiente en términos de sus abreviaturas, es decir, microwatts como μW. Ponga atención en las mayúsculas (esto es, V no v, para volts)
    a. miliamperes
    b. kilovolts
    c. megawatts
    d. microsegundos
    e. micrómetros
    f. milisegundos
    g. nanoamperes
39. Exprese lo siguiente en la notación de ingeniería más práctica (esto es, 1270 μs = 1.27 ms).
    a. 0.0015 s
    b. 0.000 027 s
    c. 0.000 35 ms

40. Convierta lo siguiente:
    a. 156 mV en volts
    b. 0.15 mV a microvolts
    c. 47 kW a watts
    d. 0.057 MW a kilowatts
    e. 3.5×10^4 volts a kilovolts
    f. 0.000 035 7 amperes a microamperes
41. Determine los valores que se deben insertar en el espacio en blanco.
    a. 150 kV = ___ $\times 10^3$ V = ___ $\times 10^6$ V
    b. 330 μW = ___ $\times 10^{-3}$ W = ___ $\times 10^{-5}$ W
42. Realice las operaciones y exprese las respuestas en las unidades que se indican.
    a. 700 μA − 0.4 mA = ___ μA = ___ mA
    b. 600 MW + 300 $\times 10^4$ W = ___ MW
43. Realice las operaciones y exprese las respuestas en las unidades que se indican.
    a. 330 V + 0.15 kV + 0.2 $\times 10^3$ V = ___ V
    b. 60 W + 100 W + 2700 mW = ___ W
44. El voltaje de una línea de transmisión de alto voltaje es de 1.15×10^5 V. ¿Cuál es el voltaje en kV?
45. Se compra un radiador eléctrico de 1500 W para calentar una habitación. ¿Cuántos kW es esta cantidad?
46. Considere la figura 1-11. Como aprenderá en el capítulo 6, $I_4 = I_1 + I_2 + I_3$. Si $I_1 = 1.25$ mA, $I_2 = 350$ μA e $I_3 = 250 \times 10^{-5}$ A, ¿cuánto vale I_4?

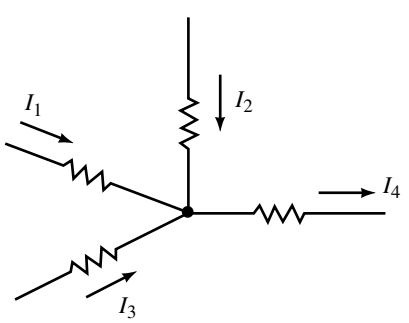


FIGURA 1-11

47. Para la figura 1-12, $I_1 + I_2 - I_3 + I_4 = 0$. Si $I_1 = 12$ A, $I_2 = 0.150$ kA e $I_4 = 250 \times 10^{-1}$ A, ¿cuánto vale I_3?

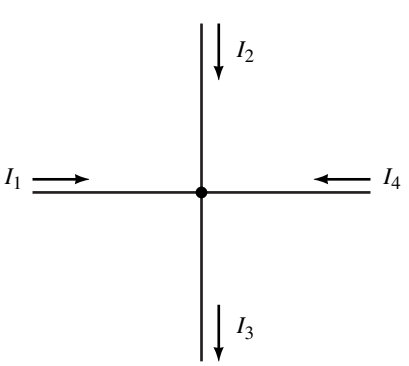
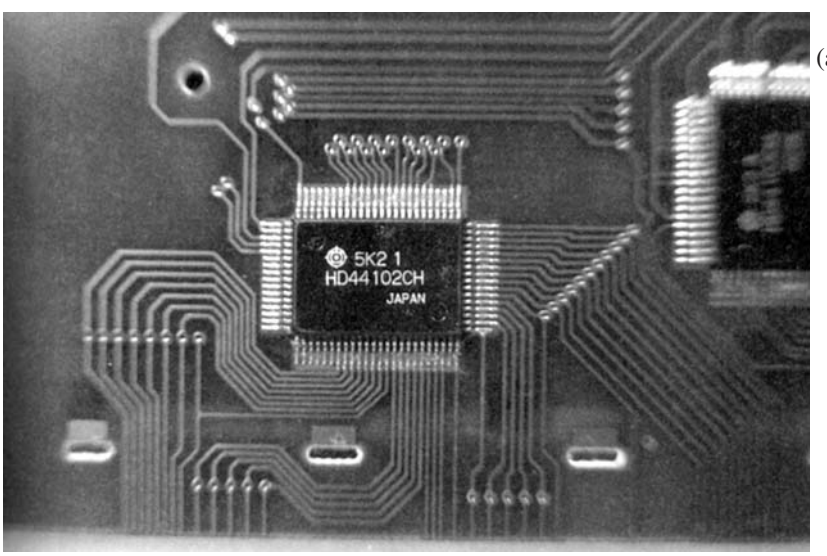


FIGURA 1-12

48. En cierto circuito electrónico, $V_1 = V_2 - V_3 - V_4$. Si $V_1 = 120$ mV, $V_2 = 5000\ \mu$V y $V_3 = 20 \times 10^{-4}$ V, ¿cuánto vale V_4?
49. Al reparar un radio antiguo se encuentra un capacitor defectuoso designado por 39 mmfd. Después de investigar se encuentra que "mmfd" es una unidad obsoleta que significa "micromicrofarads". Se requiere un capacitor de reemplazo de valor equivalente. Consulte la tabla 1-6, ¿cuál será el valor equivalente a 39 "micromicrofarads"?
50. a. Si 0.045 coulomb de carga (pregunta 29) pasan a través de un alambre en 15 ms, ¿a cuántos electrones equivale esto?
    b. Con una rapidez de 9.36×10^{-19} electrones por segundo, ¿cuántos coulombs pasan por un punto de un alambre en 20 μs?
51. Una señal de radio viaja a 299 792.458 km/s y una señal telefónica a 150 m/μs. Si ambas se originan en el mismo punto, ¿cuál llega primero a un destino alejado 5000 km? ¿Cuánto tiempo pasa entre la llegada de una y otra?
52. En el capítulo 4 aprenderá que la potencia de cd está dada por el producto del voltaje y la corriente, esto es, $P = V \times I$ watts.
    a. Si $V = 50$ V e $I = 24$ mA (ambos valores exactos), ¿cuánto vale P en watts?
    b. Si el voltaje se mide con un voltímetro como $V = 50.0 \pm 0.1$ volts y la corriente se mide con un amperímetro como $I = 24.0 \pm 0.1$ mA, ¿qué concluye acerca de P con base en los valores medidos?
53. En el capítulo 4 aprenderá que la resistencia está dada por la razón entre el voltaje y la corriente, es decir, $R = V \div I$ ohms.
    a. Si $V = 50$ V e $I = 24$ mA (ambos valores exactos), ¿cuánto vale R?
    b. Si el voltaje se mide como $V = 50.0 \pm 0.1$ volts y la corriente como $I = 24.0 \pm 0.1$ mA, ¿qué concluye acerca de R con base en los valores medidos?
54. El componente soldado en el circuito impreso de la Figura 1-13(a) es un dispositivo electrónico conocido como circuito integrado. Como está indicado en (b), el espaciamiento de centro a centro entre sus terminales es de 0.8 ± 0.1 mm. Los diámetros de las terminales pueden variar de 0.25 mm a 0.45 mm. Considere estas incertidumbres y calcule la distancia mínima y máxima entre las terminales debida a las tolerancias de fabricación.



(a)

(b)

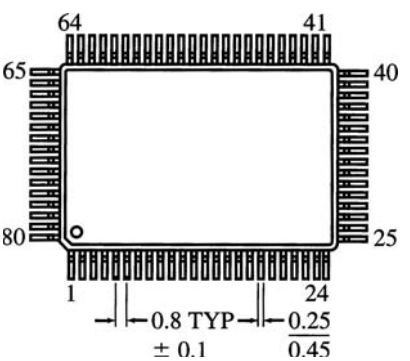


FIGURA 1-13



55. Abra el minitexto tutelar Cifras significativas y exactitud numérica incluido en el CD de este libro y realice los problemas de ejercicio.

1-6 Diagramas de circuitos

56. Considere el diagrama pictográfico de la figura 1-14. Use los símbolos apropiados de la tabla 1-7 para dibujar un diagrama esquemático. Sugerencia: en los siguientes capítulos hay muchos circuitos esquemáticos que contienen resistores, inductores y capacitores. Utilícelos como ayuda.

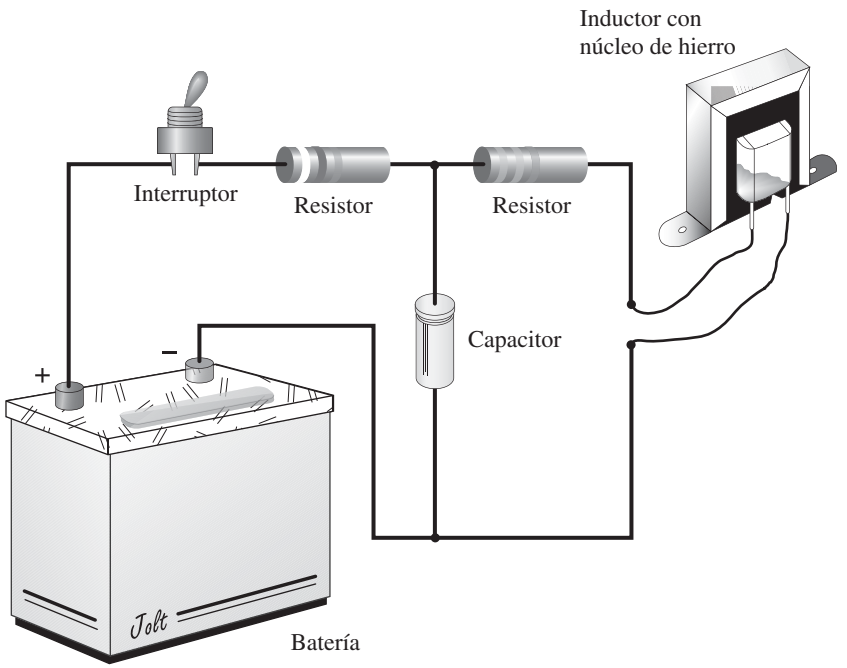


FIGURA 1-14

57. Elabore el diagrama esquemático para una simple linterna.

1-7 Análisis de circuitos mediante computadora

58. Muchas revistas de electrónica y computación contienen anuncios de herramientas de software para computadora como el Pspice, Mathcad, Matlab y muchos otros. Consulte algunas de éstas revistas en la biblioteca de su escuela. Al estudiar estos anuncios se logra obtener un conocimiento valioso acerca de lo que los paquetes de software modernos son capaces de hacer.

✓ RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 1

1. Uno
2. 1280 cm
3. m/s
4. a. 4.27 s
   b. 1.53 mV
   c. 1.23 ms
5. a. $1.8 \times 10^4 = 18 \times 10^3$
   b. $36 \times 10^4 = 3.6 \times 10^5 = 0.36 \times 10^6$
   c. $4.45 \times 10^2 = 44.5 \times 10^1$
   d. $27 \times 10^{-6} = 2.7 \times 10^{-5}$
6. a. 0.752 mA
   b. 980 μV
   c. 400 μs = 0.4 ms

■ TÉRMINOS CLAVE

Aislante
Ampere
Ampere-hora
Átomo
Batería
Capacidad
Capas
Carga eléctrica
Celda
Conductor
Corriente
Coulomb
Débilmente ligados
Diferencia de potencial
Electrón
Electrones libres
Estrechamente ligados
Fusible
Interruptor
Interruptor automático
Ion
Ley de Coulomb
Neutrón
Polaridad
Protón
Semiconductor
Valencia
Voltaje

■ PLAN GENERAL

Revisión de la teoría atómica
La unidad de carga eléctrica: el coulomb
Voltaje
Corriente
Fuentes de voltaje de cd prácticas
Medición de voltaje y corriente
Interruptores, fusibles e interruptores automáticos

■ OBJETIVOS

Después de estudiar este capítulo será capaz de

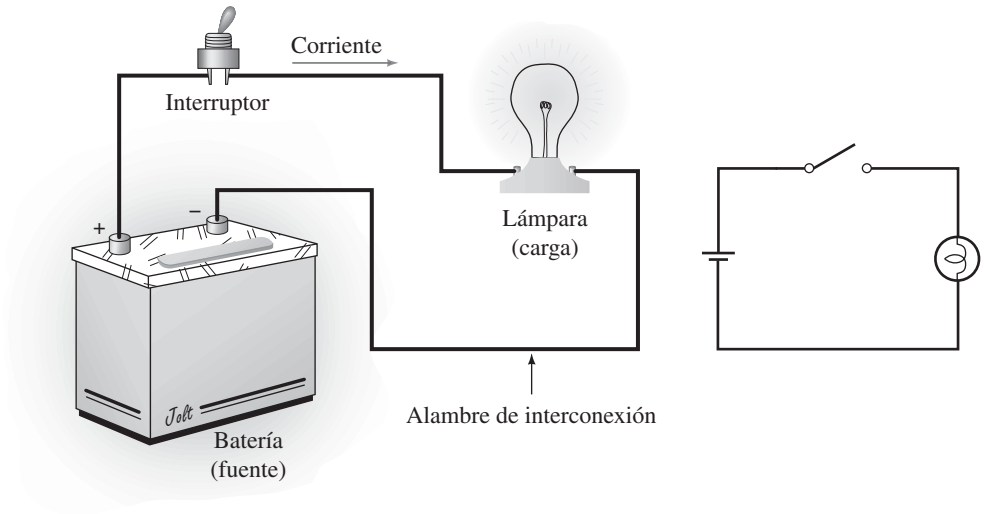
- describir la composición de un átomo,
- explicar las relaciones entre capas de valencia, electrones libres y conducción,
- describir la fuerza fundamental (coulomb) dentro de un átomo y la energía que se requiere para crear electrones libres,
- describir los iones y cómo se crean,
- describir las características de los conductores, aislantes y semiconductores,
- describir el coulomb como una medida de la carga,
- definir voltaje,
- describir cómo una batería "crea" voltaje,
- explicar la corriente como un movimiento de la carga y cómo el voltaje causa la corriente en un conductor,
- describir los tipos de baterías y sus características,
- describir cómo medir el voltaje y la corriente.

Voltaje y corriente

2

RESUMEN DEL CAPÍTULO

En la figura 2-1 se muestra un circuito eléctrico básico compuesto por una fuente de energía eléctrica, un interruptor, una carga y cables de interconexión. Cuando se cierra el interruptor, la corriente en el circuito causa que la luz se encienda. Este circuito es representativo de muchos circuitos comunes que se encuentran en la práctica, incluidos los de las linternas y el sistema de faros de un automóvil. Éstos se utilizarán para ayudar en el desarrollo de la comprensión del voltaje y la corriente.



(a) Representación pictográfica (b) Representación esquemática

FIGURA 2-1 Circuito eléctrico básico.

La teoría atómica elemental demuestra que la corriente en la figura 2-1 es, de hecho, un flujo de cargas. La causa de su movimiento es el "voltaje" de la fuente. Mientras que en la figura 2-1 esa fuente es una batería, en la práctica puede ser cualquier otra, entre las que se incluyen generadores, un suministro eléctrico, celdas solares, etcétera.

En este capítulo se explicarán las ideas básicas sobre el voltaje y la corriente, comenzando con una discusión sobre la teoría atómica que conducirá a los electrones libres y la idea de corriente como un movimiento de la carga. A continuación se desarrollan las definiciones fundamentales de voltaje y corriente. Siguiendo lo anterior se mostrarán diversas fuentes de voltaje comunes. El capítulo concluye con una discusión sobre voltímetros y amperímetros, así como con la medición de voltaje y corriente en la práctica. ■

PERSPECTIVA HISTÓRICA

Las ecuaciones de la teoría de circuitos

EN ESTE CAPÍTULO encontrará la primera de las ecuaciones y las fórmulas que se usarán para describir las relaciones de la teoría de circuitos. Es más fácil recordar las fórmulas si se comprenden con claridad los principios y conceptos en los cuales se basan. Como recordará de los cursos de física de la preparatoria, las fórmulas pueden surgir en una de tres formas: a través de experimentos, por definición o por manipulación matemática.

Fórmulas experimentales

La teoría de circuitos descansa sobre unos pocos resultados experimentales básicos. Éstos no pueden probarse de ninguna otra forma; son válidos sólo porque los experimentos han demostrado que son verdaderos. Los resultados fundamentales son llamados "leyes". Cuatro ejemplos son la ley de Ohm, la ley de corrientes de Kirchhoff, la ley de voltajes de Kirchhoff y la ley de Faraday. (Las cuales encontrará en varios capítulos del libro.) Cuando se ve una fórmula referida como una ley o un resultado experimental, hay que recordar que se basa en un experimento y no se puede obtener de ninguna otra manera.

Fórmulas definidas

Algunas fórmulas son creadas por definición, es decir, las componemos. Por ejemplo, hay 60 segundos en un minuto porque definimos el segundo como 1/60 de un minuto. A partir de esto se obtiene la fórmula $t_{\text{seg}} = 60 \times t_{\text{min}}$.

Fórmulas derivadas

Este tipo de fórmula o ecuación se crea matemáticamente al combinar o manipular otras fórmulas. En contraste con los otros dos tipos de fórmulas, la única manera en la que se puede obtener una relación derivada es mediante matemáticas.

Es importante tener conciencia de dónde provienen las fórmulas de la teoría de circuitos, pues no sólo le ayudará a entender y recordar las fórmulas, sino también a entender los cimientos de la teoría: la base experimental en la cual se soporta, las definiciones importantes que se han hecho y los métodos mediante los cuales estas ideas fundamentales se han conjuntado. Lo anterior puede ayudarle enormemente a entender y recordar los conceptos. ■

2-1 Revisión de la teoría atómica

La estructura básica de un átomo se muestra de manera simbólica en la figura 2-2. Consiste en un núcleo de protones y neutrones rodeados por un grupo de electrones que orbitan. Como se vio en física, los electrones están cargados negativamente (−), mientras que los protones están cargados positivamente (+). Cada átomo (en su estado normal) tiene un número igual de electrones y protones, y ya que sus cargas son iguales y opuestas, se cancelan, dejando al átomo eléctricamente neutro, es decir, con carga neta cero. Sin embargo, el núcleo tiene una carga positiva neta, ya que consiste en protones cargados positivamente y neutrones sin carga.

La estructura básica de la figura 2-2 se aplica a todos los elementos, pero cada uno tiene su propia y única combinación de electrones, protones y neutrones. Por ejemplo, el átomo de hidrógeno, el más simple de todos, tiene 1 protón y 1 electrón, mientras que el átomo de cobre tiene 29 electrones, 29 protones y 35 neutrones. El silicio, importante debido a su uso en transistores y otros dispositivos electrónicos, tiene 14 electrones, 14 protones y 14 neutrones.

En el modelo de la figura 2-2, se puede considerar que los electrones que tienen aproximadamente el mismo radio orbital forman capas. Esto da la imagen simplificada de la figura 2-3, en la que se han agrupado órbitas espaciadas cercanamente en capas designadas como *K*, *L*, *M*, *N*, etc. Dentro de cada capa sólo pueden existir cierto número de electrones y ningún electrón puede existir en el espacio entre las capas. El número máximo de electrones que cualquier capa puede admitir es $2n^2$ donde n es el número de capa. Entonces, puede haber hasta 2 electrones en la capa *K*, hasta 8 en la capa *L*, hasta 18 en la capa *M*, y

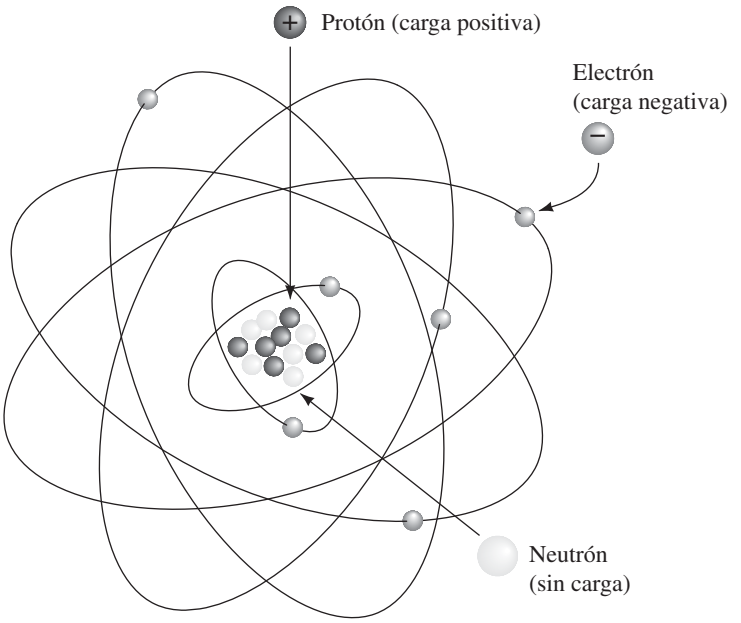


FIGURA 2-2 El modelo atómico de Bohr. Los electrones viajan alrededor del núcleo a velocidades increíbles, haciendo miles de millones de viajes en una fracción de segundo. La fuerza de atracción entre los electrones y los protones en el núcleo los mantiene en órbita.

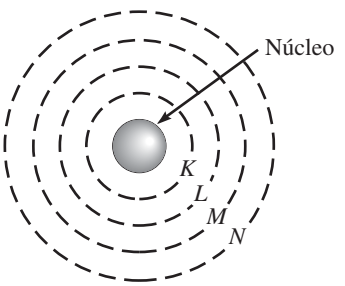


FIGURA 2-3 Representación simplificada del átomo. Los electrones viajan en órbitas aproximadamente esféricas llamadas "capas".

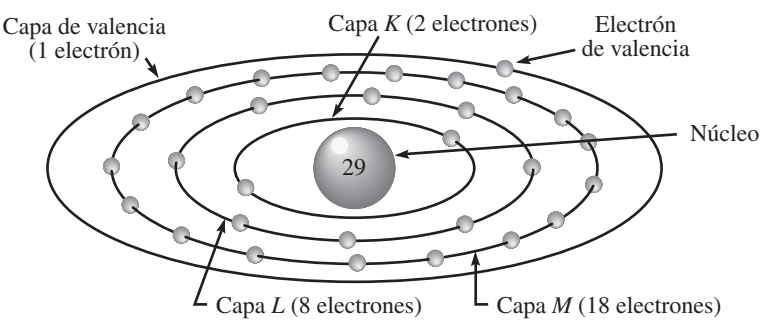


FIGURA 2-4 El átomo de cobre. Como el electrón de valencia es atraído sólo débilmente hacia el núcleo, se dice que está "débilmente ligado".

hasta 32 en la capa *N*. El número en cualquier capa depende del elemento. Por ejemplo, el átomo de cobre, que tiene 29 electrones, tiene sólo tres de sus capas internas completamente llenas, en tanto su capa externa (capa *N*) tiene sólo 1 electrón), véase la figura 2-4. Esta capa más externa se llama **capa de valencia** y el electrón en ella se llama **electrón de valencia**.

Ningún elemento puede tener más de 8 electrones de valencia; cuando una capa de valencia tiene 8 electrones, está llena. Como veremos, el número de electrones de valencia que tiene un elemento afecta directamente sus propiedades eléctricas.

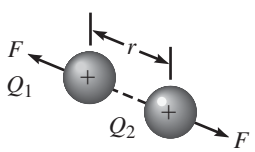
Carga eléctrica

En los párrafos anteriores mencionamos la palabra "carga". Sin embargo, necesitamos ver su significado con más detalle. Primero, debemos tomar en cuenta que la carga eléctrica es una propiedad intrínseca de la materia que se manifiesta por sí misma en la forma de fuerzas, los electrones repelen otros electrones pero atraen a los protones, mientras que los protones se repelen entre sí aunque atraen electrones. Fue a través del estudio de estas fuerzas que los científicos determinaron que la carga en el electrón es negativa mientras que en el protón en positiva.

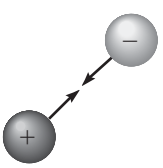
Sin embargo, la forma en la cual usamos el término "carga" se extiende más allá de esto. Para ilustrarlo, considere de nuevo el átomo básico de la figura 2-2, el cual tiene igual número de electrones y de protones, y ya que sus cargas son iguales y opuestas, se cancelan, dejando al átomo descargado. Por lo que, si el átomo adquiere electrones adicionales (en cuyo caso tendría más electrones que protones), se dice que está cargado negativamente; a la inversa, si pierde electrones y se queda con menos electrones que protones, se dice que está cargado positivamente. El término "carga" en este sentido denota un desequilibrio entre el número de electrones y protones presentes en el átomo.

Ahora nos moveremos al nivel macroscópico, en donde las sustancias en estado normal también suelen estar sin carga, esto es, tienen igual número de electrones y de protones. Sin embargo, este balance se perturba con facilidad, ya que los electrones pueden ser arrancados de los átomos a los que pertenecen por acciones simples, como caminar por una alfombra, deslizarse por una silla o centrifugar ropa en una secadora. (Recuerde la "adherencia por estática".) Considere dos ejemplos adicionales de la física, suponga que se frota una barra de hule denso con un pedazo de piel con pelaje. Esta acción causa una transferencia de electrones del pelaje a la barra de hule, la cual adquiere un exceso de electrones y entonces se carga negativamente. De manera similar, cuando una barra de vidrio se frota con seda, los electrones se transfieren de la barra de vidrio a la seda, dejando la barra con una deficiencia, y en consecuencia, con una carga positiva. Aquí, de nuevo, la carga se refiere a que no hay un balance entre electrones y protones.

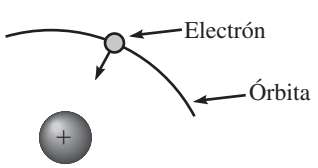
Como ilustran los ejemplos anteriores, la "carga" puede referirse a la de un electrón individual o a la que está asociada con un conjunto de electrones. En cualquier caso, se denota mediante la letra Q y su unidad de medida en el sistema SI es el coulomb. (La definición del coulomb se considera en la sección 2-2.) En general, la carga Q asociada con un grupo de electrones es igual al producto del número de electrones por la carga de cada electrón individual. Ya que la carga se manifiesta por sí misma en la forma de fuerzas, se define en términos de estas últimas, tema que se presenta a continuación.



(a) Cargas iguales se repelen



(b) cargas desiguales se atraen



(c) La fuerza de atracción mantiene a los electrones en órbita

FIGURA 2-5 Fuerzas de la ley de Coulomb.

Ley de Coulomb

La fuerza entre cargas fue estudiada por el científico francés Charles Coulomb (1736-1806), quien determinó en forma experimental que las fuerzas entre dos cargas Q_1 y Q_2 (figura 2-5) es directamente proporcional al producto de sus cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas. En forma matemática, la ley de Coulomb establece

$$F = k\frac{Q_1 Q_2}{r^2} \text{ [newtons, N]} \qquad \textbf{(2-1)}$$

donde Q_1 y Q_2 son las cargas en coulombs (que se definirán en la sección 2-2), r es el espaciamiento de centro a centro entre ellas en metros, y $k = 9 \times 10^9$. La ley de Coulomb se aplica a sumas de cargas como en la figura 2-5 (a) y (b), y a electrones individuales dentro del átomo como en (c).

Como lo indica la ley de Coulomb, la fuerza disminuye inversamente con el cuadrado de la distancia, por esa razón, si se duplica la distancia entre dos cargas, la fuerza disminuye a $(1/2)^2 = 1/4$ (es decir, un cuarto) de su valor original. Debido a esta relación, los electrones ubicados en órbitas más externas tienen menos fuerza de atracción hacia el núcleo que los que están en órbitas más internas; esto es, están menos **estrechamente ligados** al núcleo que los que se hallan más cerca. Los electrones de valencia están aún menos estrechamente ligados y si adquirieran suficiente energía, escaparían de los átomos a los que pertenecen.

Electrones libres

La cantidad de energía que se requiere para escapar depende del número de electrones en la capa de valencia. Si un átomo tiene unos cuantos electrones de va-

lencia, habrá una atracción relativamente débil entre ellos y el núcleo, y sólo se necesita una pequeña cantidad de energía adicional. Por ejemplo, para un metal como el cobre, los electrones de valencia pueden ganar suficiente energía del calor (energía térmica), aun a temperatura ambiente, para escapar de sus átomos de origen y deambular de átomo en átomo por todo el material como se ilustra en la figura 2-6. (Tenga en cuenta que estos electrones no dejan la sustancia, simplemente deambulan entre una y otra capa de valencia de los átomos. El material por tanto permanece eléctricamente neutro.) Tales electrones se llaman **electrones libres**. En el cobre hay una cantidad del orden de 10^{23} electrones libres por centímetro cúbico a la temperatura ambiente. Como veremos, es la presencia de este gran número de electrones libres lo que hace que el cobre sea un buen conductor de la corriente eléctrica. Por otro lado, si la capa de valencia está totalmente llena (o casi llena), los electrones de valencia están mucho más estrechamente ligados y los materiales tienen pocos (si los hay) electrones libres.

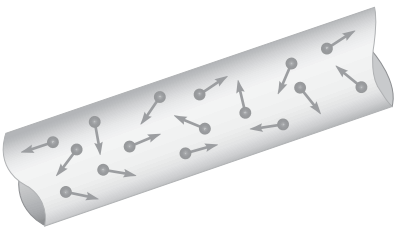


FIGURA 2-6 Movimiento aleatorio de los electrones libres en un conductor.

Iones

Como se anotó antes, cuando un átomo neutro gana o pierde electrones, adquiere una carga eléctrica neta; el átomo cargado se conoce como un **ion**. Si el átomo pierde un electrón, se llama **ion positivo**, y si gana un electrón se llama **ion negativo**.

Conductores, aislantes y semiconductores

La estructura atómica de la materia afecta la facilidad con que las cargas, es decir, los electrones, se mueven a través de una sustancia y por tanto cómo se usa eléctricamente; en este aspecto los materiales se clasifican como conductores, aislantes o semiconductores.

Conductores

Los materiales a través de los cuales las cargas se mueven con facilidad se les llama conductores. El ejemplo más familiar son los metales. Los metales que son buenos conductores tienen un gran número de electrones libres que son capaces de moverse con soltura. En particular, la plata, el cobre, el oro y el aluminio son excelentes conductores. Aparte de éstos, el cobre es el que más se usa; no sólo es un excelente conductor, también es barato y se transforma con facilidad en alambre, haciéndolo accesible para una gran diversidad de usos, desde el cableado eléctrico doméstico hasta equipo eléctrico sofisticado. El aluminio, aunque sólo tiene un 60% de la capacidad de conducción del cobre, también se usa, sobre todo en aplicaciones en las que el peso ligero es importante, como en líneas de transmisión de potencia elevadas. La plata y el oro son demasiado costosos para su uso general; sin embargo, el oro, debido a que se oxida menos que otros materiales, se emplea en dispositivos especializados, por ejemplo, en conectores eléctricos críticos en equipo electrónico ya que hace una conexión más confiable que otros materiales.

Aislantes

Los materiales que no conducen (como vidrio, porcelana, plástico, hule y otros) son llamados **aislantes**. El recubrimiento de los cables de las lámparas eléctricas, por ejemplo, es un aislante, se usa para evitar que los alambres se toquen y para protegernos de choques eléctricos.

Los aislantes no conducen porque sus capas de valencias están llenas, o casi, y por lo tanto sus electrones se encuentran estrechamente ligados; sin embargo, cuando se aplica un voltaje suficientemente elevado, la fuerza es tan grande que los electrones son literalmente arrancados de sus átomos, causando que el aislante se rompa y que haya conducción. En el aire se puede ver esto como un arco o un chispazo. En los sólidos es usual que el aislante resulte quemado.

Semiconductores

El silicio y el germanio (además de otros pocos materiales) tienen capas de valencia medio llenas y por lo tanto no son ni buenos conductores ni buenos aislantes. Se les conoce como **semiconductores** y tienen propiedades eléctricas únicas que los hacen importantes para la industria electrónica. El material más importante es el silicio, que se utiliza para fabricar transistores, diodos, circuitos integrados y otros dispositivos electrónicos. Los semiconductores han hecho posible las computadoras personales, los sistemas de DVD, los teléfonos celulares, las calculadoras y otros muchos aparatos electrónicos.

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 1

(Las respuestas están al final del capítulo)

1. Describa la estructura básica del átomo en términos de sus partículas constitutivas: electrones, protones y neutrones. ¿Por qué el núcleo esta cargado positivamente?, ¿por qué el átomo, como un todo, es eléctricamente neutro?
2. ¿Qué son las capas de valencia?, ¿qué contiene la capa de valencia?
3. Describa la ley de Coulomb y úsela para explicar por qué los electrones que están alejados del núcleo no están estrechamente ligados.
4. ¿Qué son los electrones libres? Describa cómo se crean usando el cobre como ejemplo. Explique de qué manera interviene la energía térmica en este proceso.
5. Brevemente distinga entre un átomo normal (es decir, descargado), un ion positivo y un ion negativo.

2-2 La unidad de carga eléctrica: el coulomb

Como se hizo notar en la sección anterior, la unidad de carga eléctrica en el sistema SI es el coulomb (C). El **coulomb** se define como la carga transportada por 6.24×10^{18} electrones. Por lo tanto, si a un cuerpo eléctricamente neutro (es decir, descargado) se le retiran 6.24×10^{18} electrones, quedará cargado con una carga positiva neta de 1 coulomb, es decir, $Q = 1$ C. A la inversa, si a un cuerpo descargado se le agregan 6.24×10^{18} electrones tendrá una carga negativa neta de 1 coulomb, es decir, $Q = -1$ C. Sin embargo, por lo general, es de mayor interés la carga que se mueve a través de un alambre. En este sentido, si 6.24×10^{18} electrones pasan por un alambre, se dice que la carga que pasó a través del alambre es 1 C.

Ahora se puede determinar la carga de un electrón. Es $Q_e = 1/(6.24 \times 10^{18}) = 1.602 \times 10^{-19}$ C.

EJEMPLO 2-1

A un cuerpo inicialmente neutro se le eliminan 1.7 μC de carga negativa. Después se le agregan 18.7×10^{11} electrones. ¿Cuál será la carga final del cuerpo?

Solución Dado que al inicio el cuerpo es neutro $Q_{\text{inicial}} = 0$ C. Cuando se retiran los electrones con 1.7 μC de carga, el cuerpo queda con 1.7 μC de carga positiva. Ahora se le agregan 18.7×10^{11} electrones. Esto equivale a:

$$18.7 \times 10^{11} \text{ electrones} \times \frac{1 \text{ coulomb}}{6.24 \times 10^{18} \text{ electrones}} = 0.3 \ \mu\text{C}$$

de carga negativa. La carga final del cuerpo es por consiguiente $Q_f = 1.7\ \mu\text{C} - 0.3\ \mu\text{C} = +1.4\ \mu\text{C}$.

Para tener una idea de qué tan grande es un coulomb, se puede hacer uso de la ley de Coulomb. Si fuese posible colocar dos cargas de 1 coulomb separadas 1 metro de distancia, la fuerza entre ellas sería

$F = (9 \times 10^9) \dfrac{(1 \text{ C})(1 \text{ C})}{(1 \text{ m})^2} = 9 \times 10^9$ N, es decir, ¡aproximadamente 1 millón de toneladas!

PROBLEMAS PRÁCTICOS 1

1. Dos cargas positivas $Q_1 = 2\ \mu C$ y $Q_2 = 12\ \mu C$ tienen una separación, centro a centro, de 10 mm. Calcule la fuerza entre ellas. ¿Es atractiva o repulsiva?
2. Dos cargas iguales están separadas 1 cm. Si la fuerza de repulsión entre ellas es de 9.7×10^{-2} N, ¿cuál es su carga? ¿Cómo podrían ser las cargas, ambas positivas, ambas negativas, o 1 positiva y 1 negativa?
3. Después de que 10.61×10^{13} electrones son agregados a una placa de metal, queda con una carga de 3 μC. ¿Cuál es su carga inicial en coulombs?

Respuestas
1. 2 160 N, repulsiva; 2. 32.8 nC, ambas (+) o ambas (−); 3. 14 μC (+)

2-3 Voltaje

Cuando las cargas son separadas de un cuerpo y transferidas a otro, resulta una *diferencia de potencial* o *voltaje* entre ellas. Un ejemplo familiar es el voltaje que se desarrolla cuando se camina por una alfombra, el cual puede llegar a exceder los 10 000 volts. (Pronto se definirá el volt con todo rigor.) Este voltaje se debe por completo a la separación de las cargas positivas y negativas, es decir, las cargas que han sido separadas.

La figura 2-7 ilustra otro ejemplo. Durante las tormentas eléctricas, los electrones en las nubes son separados de sus átomos de origen por la fuerza de la turbulencia y llevadas a la parte inferior de la nube, dejando una deficiencia de electrones (carga positiva) en la parte superior y un exceso (carga negativa) en la parte inferior. Entonces, la fuerza de repulsión expulsa los electrones por la parte baja de la nube, dejando a la tierra cargada positivamente. Cientos de millones de volts se crean de esta manera. (Esto es lo que causa que el aire se colapse y ocurra la descarga de un rayo.)

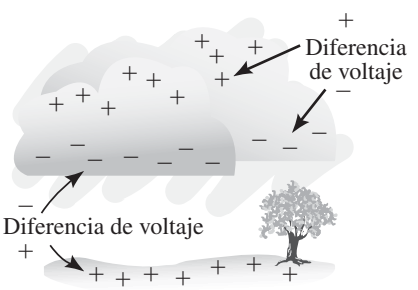
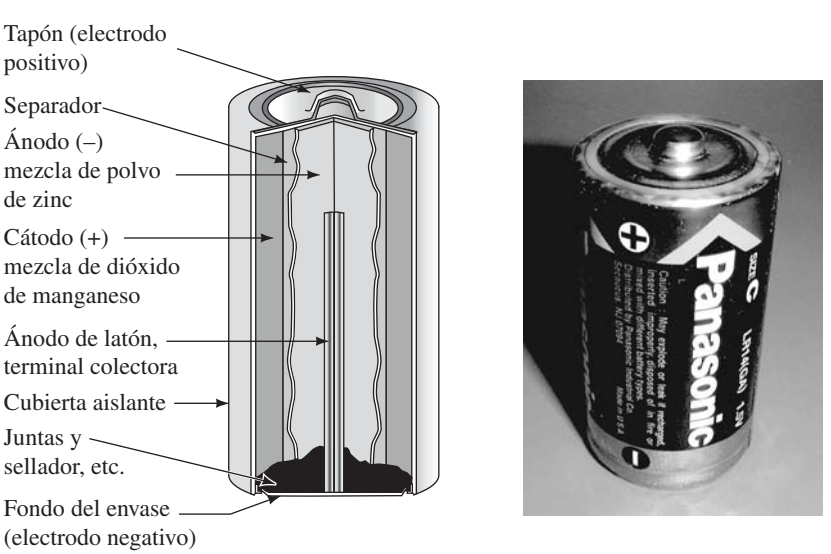


FIGURA 2-7 Los voltajes creados por la separación de cargas en una nube cargada eléctricamente. La fuerza de repulsión impulsa a los electrones a alejarse por debajo de la nube, creando así un voltaje entre la nube y la tierra. Si el voltaje se vuelve lo bastante grande el aire se colapsa y ocurre la descarga de un rayo.

Fuentes de voltaje prácticas

Como se mostró en los ejemplos anteriores, el voltaje se crea sólo por la separación de cargas positivas y negativas, sin embargo, las descargas estáticas y los relámpagos no son fuentes prácticas de electricidad, enseguida veremos algunas que sí lo son. Un ejemplo común es la batería, en la cual las cargas están separadas por la acción química. Una batería alcalina común de linterna, como la de la figura 2-8, ilustra el concepto.



(a) Construcción básica (b) Una pila común tamaño D.

FIGURA 2-8 Pila alcalina. El voltaje se crea por la separación de las cargas debida a la acción química. El voltaje nominal de la celda es 1.5 V.

NOTAS . . .

La fuente de la figura 2-8 es más adecuadamente llamada celda que batería, ya que "batería" se refiere a un grupo de celdas. Sin embargo, a través del uso común, tales celdas son llamadas baterías. En lo que sigue las llamaremos también baterías.

El material alcalino (una mezcla de dióxido de manganeso, grafito y un electrolito) y una mezcla de gel de polvo de zinc, separada por una barrera de papel empapado en electrolito, se colocan en un envase de acero, este último está conectado al tapón superior para formar el cátodo o terminal positiva; mientras que la mezcla de zinc, por medio de la terminal de latón, está conectada a la parte baja para formar el ánodo o terminal negativa. (El fondo está aislado del resto del envase.) Las reacciones químicas dan como resultado un exceso de electrones en la mezcla de zinc y una deficiencia en la mezcla de dióxido de manganeso. Esta separación de cargas crea un voltaje de aproximadamente 1.5 V, con el tapón superior positivo + y el fondo del envase −. La batería es útil como fuente ya que su acción química crea un suministro continuo de energía que es capaz de realizar trabajo útil, tal como encender una lámpara o hacer funcionar un motor.

Energía potencial

El concepto de voltaje está ligado al concepto de energía potencial. Por lo tanto, brevemente se verá el concepto de energía.

En mecánica, la energía potencial es la energía que un cuerpo posee debido a su posición. Por ejemplo, una bolsa de arena enganchada a una cuerda que pasa por una polea tiene el potencial de realizar trabajo cuando se le deja caer. La cantidad de trabajo que se invirtió en darle esta energía potencial es igual al producto de la fuerza por la distancia que la bolsa fue levantada (esto es, el trabajo es igual a la fuerza por la distancia). En el sistema SI la fuerza se mide en newtons y la distancia en metros, por lo tanto la unidad de trabajo es el newton-metro (el cual se llama **joule**, véase la tabla 1-4, capítulo 1).

De manera similar, se requiere trabajo para alejar cargas positivas y negativas; esto les proporciona energía potencial. Para entender por qué, considere de nuevo la nube de la figura 2-7, redibujada en la figura 2-9. Suponga que la nube está inicialmente descargada y que la carga de Q electrones se mueve desde la parte alta hasta el fondo de la nube. La carga positiva que se deja arriba ejerce una fuerza sobre los electrones y trata de jalarlos de nuevo mientras se alejan. Debido a que los electrones están siendo movidos en contra de esta fuerza, se requiere hacer trabajo (fuerza por distancia). Dado que las cargas separadas experimentan una fuerza que intenta regresarlas a la parte alta de la nube, tienen el potencial de realizar trabajo si son liberadas, esto es, poseen energía potencial. De manera similar, en la batería de la figura 2-8, las cargas que han sido separadas por la acción química, también poseen energía potencial.

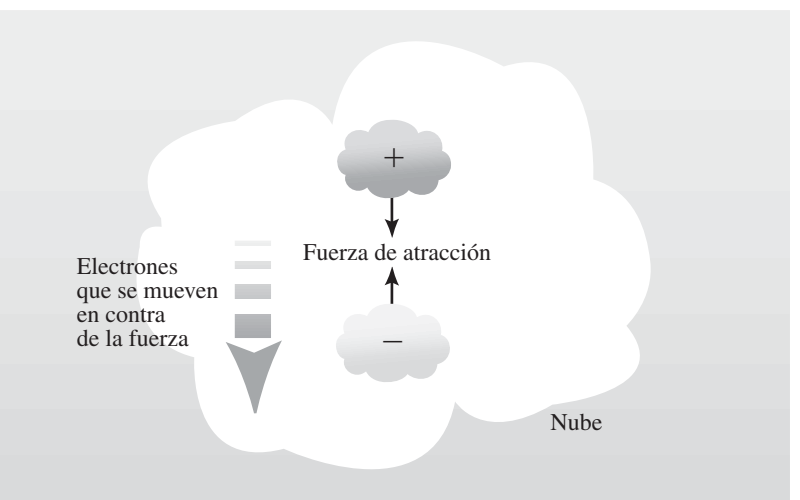


FIGURA 2-9 Para alejar las cargas se requiere trabajo (fuerza × distancia)

Definición de voltaje: el volt

En términos eléctricos, una diferencia de energía potencial eléctrica se define como **voltaje**. En general, la cantidad de energía necesaria para separar cargas depende del voltaje desarrollado y de la cantidad de carga desplazada. Por definición, *el voltaje entre dos puntos es de un volt si requiere un joule de energía para mover un coulomb de carga de un punto a otro*. En forma de ecuación,

$$V = \frac{W}{Q} \quad \text{[volts, V]} \tag{2-2}$$

en donde W es la energía en joules, Q es la carga en coulombs y V es el voltaje resultante en volts (véase las Notas).

Tenga en cuenta que el voltaje se ha definido entre puntos. Por ejemplo, en el caso de la batería el voltaje aparece entre sus terminales; por lo tanto, el voltaje no existe en un punto; siempre se determina con respecto a algún otro punto. (Por esta razón al voltaje se le llama también **diferencia de potencial**. Con frecuencia se usarán estos términos de manera indistinta.) Observe también que este argumento se aplica independientemente de la manera en la que se separan las cargas, ya sea por medios químicos, como en una batería; mecánicos, como en un generador; fotoeléctricos, como en una celda solar, etcétera.

Otros arreglos de la ecuación 2-2 también son útiles:

$$W = QV \quad \text{[joules, J]} \tag{2-3}$$

$$Q = \frac{W}{V} \quad \text{[coulombs, C]} \tag{2-4}$$

NOTAS . . .

La presente exposición puede parecer un poco abstracta y un tanto distante de nuestra experiencia ordinaria que sugiere que el voltaje es la "fuerza o empuje" que mueve la corriente eléctrica a través de un circuito. En tanto que ambos puntos de vista son correctos (se verá el último con gran detalle al inicio del capítulo 4), para poder establecer una teoría analítica coherente, es necesaria una definición rigurosa. La ecuación 2-2 proporciona esa definición, aunque es un poco abstracta proporciona el fundamento sobre el cual descansan muchas de las relaciones importantes en los circuitos que encontrará un poco más adelante.

EJEMPLO 2-2

Si se necesitan 35 J de energía para mover una carga de 5 C de un punto a otro, ¿cuál es el voltaje entre los dos puntos?

Solución

$$V = \frac{W}{Q} = \frac{35\ \text{J}}{5\ \text{C}} = 7\ \text{J/C} = 7\ \text{V}$$

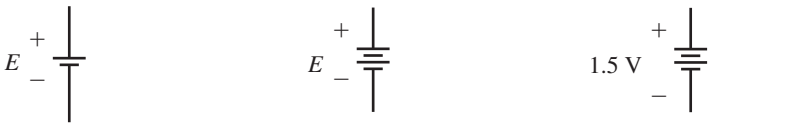
PROBLEMAS PRÁCTICOS 2

1. El voltaje entre dos puntos es 19 V. ¿Cuánta energía se necesita para mover 67×10^{18} electrones de un punto al otro?
2. La diferencia de potencial entre dos puntos es 140 mV. Si son necesarios 280 μJ de trabajo para mover una carga Q de un punto al otro, ¿cuál es el valor de Q?

Respuestas
1. 204 J; 2. 2 mC

Símbolo para fuentes de voltaje de cd

Considérese de nuevo la figura 2-1. La batería es la fuente de energía eléctrica que mueve cargas por el circuito. Este movimiento de cargas, como pronto se verá, se llama corriente eléctrica. Debido a que una de las terminales de la batería es siempre positiva y la otra siempre negativa, la corriente se mueve siempre en la misma dirección. Esta corriente unidireccional se llama **cd** o **corriente directa**, y la batería se llama **fuente de cd**. Los símbolos para la fuente de cd se muestran en la figura 2-10, la barra larga corresponde a la terminal positiva. En baterías reales, la terminal positiva por lo general está marcada con POS (+) y la terminal negativa con NEG (−).



(a) Símbolo para una celda (b) Símbolo para una batería (c) Una batería de 1.5 volts

FIGURA 2-10 Símbolo de batería. La barra larga corresponde a la terminal positiva y la corta a la negativa. Por lo tanto no es necesario incluir los signos + y − en el diagrama. Por simplicidad se usará el símbolo que se muestra en (a) en todo el libro.

2-4 Corriente

Ya se vio que hay un gran número de electrones libres en metales como el cobre. Dichos electrones se mueven en forma aleatoria a través del material (figura 2-6), pero su movimiento neto en cualquier dirección dada es cero.

Suponga ahora que una batería se conecta como en la figura 2-11. Como los electrones son atraídos por el polo positivo de la batería y repelidos por el polo negativo, se mueven por el circuito pasando a través del alambre, la lámpara y la batería. Este movimiento de carga se llama **corriente eléctrica**. A medida que una mayor cantidad de electrones pasan por segundo a través del circuito, mayor es la corriente, por lo tanto la corriente es la *rapidez de flujo* (o *velocidad de movimiento*) de la carga.

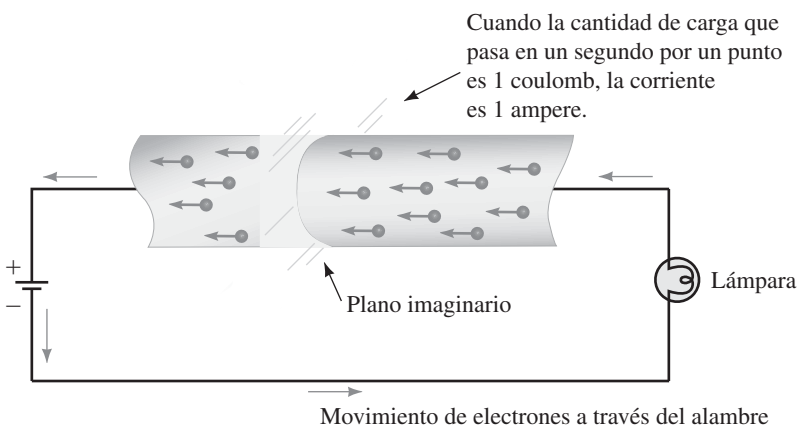


FIGURA 2-11 Flujo de electrones en un conductor. Los electrones (−) son atraídos al polo positivo (+) de la batería. Al moverse por el circuito son reabastecidos en el polo negativo de la batería. Este flujo de carga se llama corriente eléctrica.

El ampere

Dado que la carga se mide en coulombs, su rapidez de flujo es coulomb por segundo. En el sistema SI un coulomb por segundo se define como 1 **ampere** (por lo general abreviado con A). A partir de esto, se ve que *1 ampere es la corriente en un circuito cuando 1 coulomb de carga pasa por un punto dado en 1 segundo* (figura 2-11). El símbolo para corriente es *I*, que matemáticamente se expresa,

$$I = \frac{Q}{t} \quad \text{[amperes, A]} \tag{2-5}$$

donde Q es la carga (en coulombs) y t es el intervalo de tiempo (en segundos) a lo largo del cual se mide. *Es importante notar que en la ecuación 2-5 t no representa un punto discreto en el tiempo, sino que es un intervalo de tiempo durante el cual ocurre la transferencia de carga.* Otras formas de la ecuación 2-5 son

$$Q = It \text{ [coulombs, C]} \tag{2-6}$$

y

$$t = \frac{Q}{I} \quad \text{[segundos, s]} \tag{2-7}$$

EJEMPLO 2-3

Si 840 coulombs de carga pasan a través del plano imaginario de la figura 2-11 durante un intervalo de tiempo de 2 minutos, ¿cuál es el valor de la corriente?

Solución Se convierte t en segundos. Entonces,

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{840 \text{ C}}{(2 \times 60) \text{ s}} = 7 \text{ C/s} = 7 \text{ A}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 3

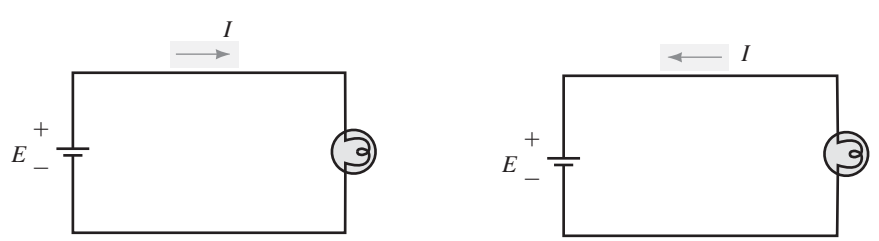
1. Entre $t = 1$ ms y $t = 14$ ms, pasa una carga de 8 μC a través de un alambre. ¿Cuál es el valor de la corriente?
2. Después de que el interruptor de la figura 2-1 se cierra, la corriente $I = 4$ A. ¿Cuánta carga pasa a través de la lámpara en el tiempo transcurrido desde que el interruptor se cerró hasta que se volvió a abrir 3 minutos después?

Respuestas
1. 0.615 mA; 2. 720 C

Aunque la ecuación 2-5 es la definición teórica de corriente, en realidad nunca se le usa para medir la corriente. En la práctica se usa un instrumento llamado amperímetro (sección 2-6). Sin embargo, es una ecuación muy importante que se usará pronto para desarrollar otras relaciones.

Dirección de la corriente

En los primeros días de la electricidad se creía que la corriente era un movimiento de carga positiva y que éstas cargas se movían por el circuito desde la terminal positiva hacia la negativa de la batería, como se muestra en la figura 2-12(a). Con base en esto, fueron desarrolladas todas las leyes, fórmulas y símbolos de la teoría de circuitos. (A partir de ahora se hará referencia a esta dirección como **dirección convencional de la corriente**.) Después del descubrimiento de la naturaleza atómica de la materia, se supo que lo que en realidad se mueve en los conductores metálicos son electrones y que lo hacen a través del circuito como en la figura 2-12(b). Esta dirección se conoce como **dirección del flujo de electrones**; por lo tanto, se tienen dos posibles representaciones para la dirección de la corriente y se debe seleccionar una. *En este libro se usará la dirección convencional (véase las Notas).*



(a) Dirección convencional de la corriente (b) Dirección del flujo de electrones

FIGURA 2-12 Corriente convencional frente a flujo de electrones. En este libro se usa la dirección convencional de la corriente.

NOTAS . . .

Alrededor de cualquiera de las direcciones de la figura 2-12 puede construirse una teoría perfectamente coherente y muchos libros de texto de análisis de circuitos y de electrónica han sido escritos con cada punto de vista. Sin embargo, existen razones de peso para escoger la dirección convencional. Entre éstas están 1) los símbolos electrónicos estándar que se usan en los diagramas de circuitos y que se encuentran en los libros de datos de los fabricantes están basados en ella, 2) el software de computadora como PSpice y Multisim la utilizan, y 3) todos los programas de ingeniería y virtualmente todos los de nivel técnico de ingeniería eléctrica lo enseñan así.

Corriente alterna (ca)

Hasta aquí se ha considerado solo la cd. Antes de avanzar mencionaremos brevemente la ca o **corriente alterna**, que es la corriente que cambia de dirección de manera cíclica, esto es, las cargas fluyen de manera alternada en una dirección y después en la otra dentro del circuito. La fuente de ca más común es el sistema comercial de potencia que suministra energía a los hogares. Se menciona aquí porque se verá en breve en la sección 2-5 y se estudia con detalle en el capítulo 15.

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 2

(Las respuestas están al final del capítulo)

1. El cuerpo *A* tiene una carga negativa de 0.2 μC y el cuerpo *B* tiene una carga positiva de 0.37 μC. Si 87×10^{12} electrones se transfieren de *A* hacia *B*, ¿cuáles serán las cargas en coulombs en *A* y en *B* después de la transferencia?
2. Describa brevemente el mecanismo de la creación de voltaje usando la celda alcalina de la figura 2-8 para ilustrar.
3. Cuanto el interruptor en la figura 2-1 está abierto, la corriente es cero, sin embargo, los electrones libres en el alambre de cobre se están moviendo. Describa su movimiento. ¿Por qué dicho movimiento no constituye una corriente eléctrica?
4. Si 12.48×10^{20} electrones pasan por cierto punto de un circuito en 2.5 s, ¿cuál es la corriente en amperes?
5. Para la figura 2-1, suponga una batería de 12 V. El interruptor se cierra durante un corto intervalo y después de abre. Si $I = 6$ A y la batería gasta 230 040 J moviendo la carga a través del circuito, ¿durante cuánto tiempo estuvo cerrado el interruptor?

2-5 Fuentes de voltaje de cd prácticas

Baterías

Las baterías son la fuente de cd más común, están hechas en una gran variedad de formas, tamaños y especificaciones, desde las miniatura tipo botón capaces de suministrar unos pocos microamperes, hasta grandes baterías automotrices con la capacidad de proporcionar cientos de amperes. Los tamaños comunes son AAA, AA, C y D; como se ilustra en varias fotos de este capítulo. Todas usan electrodos conductivos diferentes inmersos en un electrolito. La interacción química entre los electrodos y el electrolito crea el voltaje de la batería.

Baterías primarias y secundarias

Las baterías con el tiempo se "descargan", sin embargo, algunos tipos se pueden recargar. Éstas se llaman baterías **secundarias**; hay de otros tipos, llamadas baterías **primarias**, que no se pueden recargar. Un ejemplo familiar de batería secundaria es la que se usa en el automóvil, ya que puede recargarse al pasar corriente a través de ella en sentido opuesto a su dirección de descarga. Un ejemplo también familiar de celda primaria es la batería de una linterna.

Tipos de baterías y sus aplicaciones

El voltaje de una batería, su tiempo de vida y otras características dependen del material con el cual están hechas.

Alcalina

Este es el tipo de celda primaria de propósito general que más se usa. Las baterías alcalinas se utilizan en linternas, radios portátiles, controles remotos, reproductores de casete, cámaras, juguetes, etc. Vienen en varios tamaños, como las de la figura 2-13. El voltaje nominal de la celda es 1.5 V.

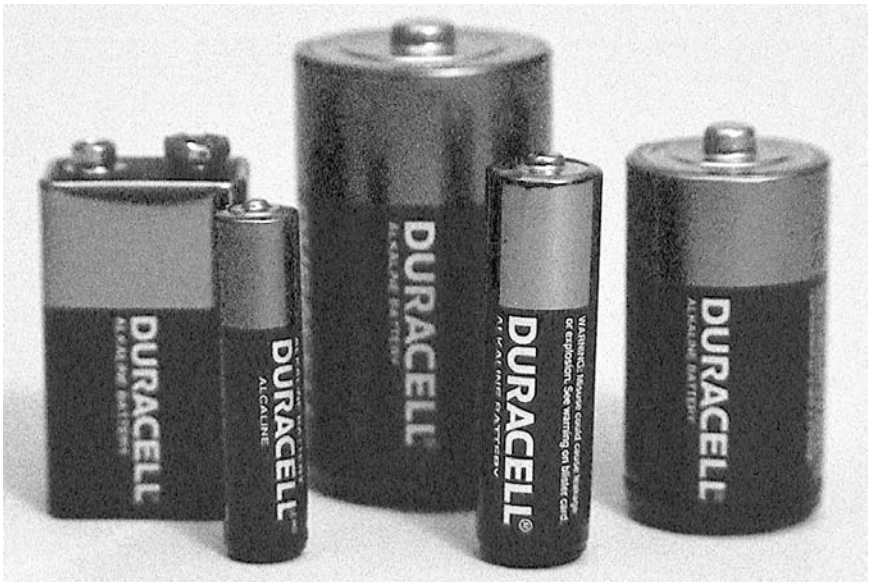


FIGURA 2-13 Baterías alcalinas. De izquierda a derecha, una batería de 9 V rectangular, una celda AAA, una celda D una celda AA y una celda C.

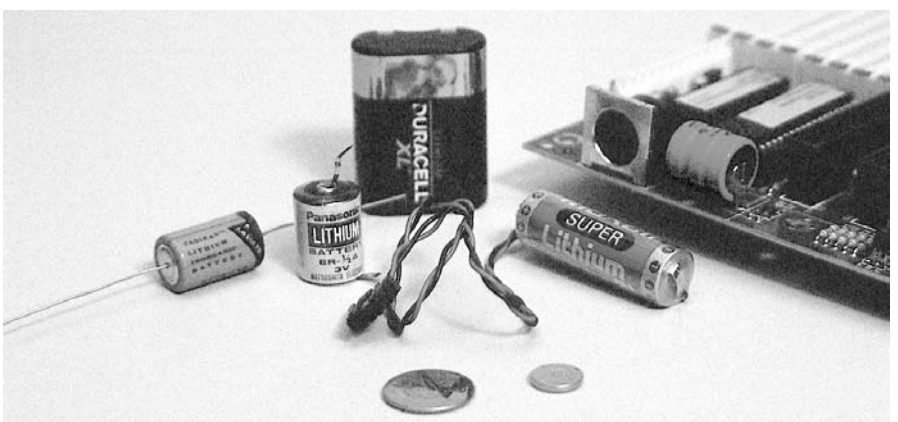


FIGURA 2-14 Diversas baterías de litio. La batería en la tarjeta madre de la computadora es para respaldo de memoria.

Carbón-zinc

También se les llama **celdas secas**, la batería primaria de carbón-zinc fue por muchos años más ampliamente usada, pero ha dejado su lugar a otros tipos, como la batería alcalina. El voltaje nominal de la celda es 1.5 volts.

Litio

Las baterías de litio (figura 2-14) se caracterizan por su tamaño pequeño y larga vida (pueden almacenarse de 10 a 20 años). Las aplicaciones incluyen relojes, marcapasos, cámaras y baterías de respaldo para memorias de computadoras. Están disponibles varios tipos de celdas de litio con voltajes de 2 V a 3.5 V y especificaciones de corriente que van desde microamperes hasta algunos amperes.

Níquel-cadmio

Comúnmente se les llama "Ni-Cads", son las baterías recargables más populares. Tienen larga vida de servicio, operan en amplios intervalos de temperatura

y son fabricadas en muchos estilos y tamaños, incluyendo las C, D, AAA y AA. Los recargadores de bajo costo las hacen económicamente convenientes para usarlas en equipo de entretenimiento doméstico.

Plomo-ácido

Esta es la batería automotriz común, su voltaje de celda básico es de aproximadamente 2 volts, pero por lo común se conectan internamente seis celdas para proporcionar 12 volts en las terminales. Las baterías de plomo-ácido son capaces de suministrar grandes corrientes (superiores a 100 A) por cortos periodos según se requiera; por ejemplo, para arrancar un automóvil.

Capacidad de la batería

Las baterías se agotan con el uso, sin embargo, a partir de su **capacidad** se puede hacer una estimación de su vida útil, esto es, su especificación **ampere-hora**, que es igual al producto de su consumo de corriente por el tiempo que se espera proporcione la corriente especificada antes de que se agote. Por ejemplo, una batería especificada en 200 Ah, puede en teoría suministrar 20 A por 10 h, o 5 A por 40 h, etc. La relación entre la capacidad, el tiempo de vida y el consumo de corriente es

$$\text{vida} = \frac{\text{capacidad}}{\text{consumo de corriente}} \qquad \textbf{(2-8)}$$

La capacidad de las baterías no es un valor fijo, como se sugirió antes, sino que se ve afectada por la tasa de descarga, las horas de operación, la temperatura y otros factores. Por tanto, en el mejor de los casos es una estimación de la vida esperada en ciertas condiciones. La tabla 2-1 ilustra las capacidades de servicio aproximado para varios tamaños de baterías de carbón-zinc a tres valores de consumo de corriente a 20° C. En las condiciones que se enlistan, la celda AA tiene una capacidad de (3 mA)(450h) = 1 350 mAh con un consumo de 3 mA, pero su capacidad disminuye a (30 mA)(32 h) = 960 mAh con un consumo de 30 mA. La figura 2-15 muestra una variación típica de la capacidad de una batería de Ni-Cad con cambios de temperatura.

TABLA 2-1 Capacidad de consumo de corriente de ciertas celdas de carbón-zinc

Celda	Consumo inicial (mA)	Tiempo de servicio (h)
AA	3.0	450
	15.0	80
	30.0	32
C	5.0	520
	25.0	115
	50.0	53
D	10.0	525
	50.0	125
	100.0	57

Cortesía de T. R. Crompton, *Battery Reference Book*, Butterworths & Co. (Editores) Ltd.

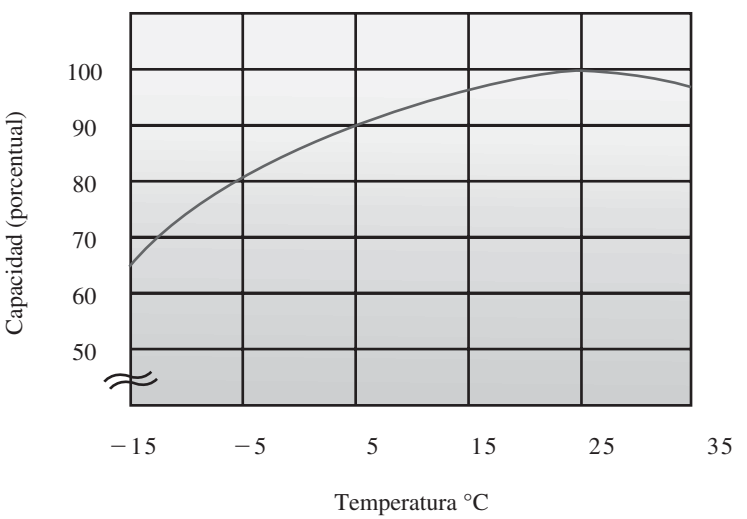


FIGURA 2-15 Variación típica de la capacidad frente a la temperatura para una batería de Ni-Cad.

Otras características

Debido a que las baterías no son perfectas, su voltaje nominal disminuye conforme se incrementa la cantidad de corriente extraída de ella. (Este tema se aborda en el capítulo 5.) Además, el voltaje de la batería se ve afectado por la temperatura y otros factores que alteran su actividad química; sin embargo, estos factores no se consideran en este libro.

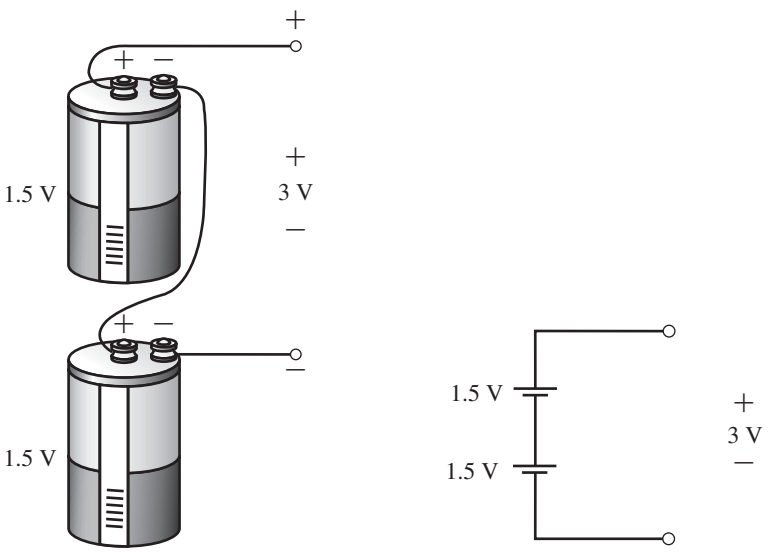
EJEMPLO 2-4

Suponga que la batería de la figura 2-15 tiene una capacidad de 240 Ah a 25°C. ¿Cuál es su capacidad a −15 °C?

Solución A partir de la gráfica la capacidad a –15 °C baja a 65% de su valor a 25°C; por lo tanto, la capacidad = 0.65 × 240 = 156 Ah.

Celdas en serie y en paralelo

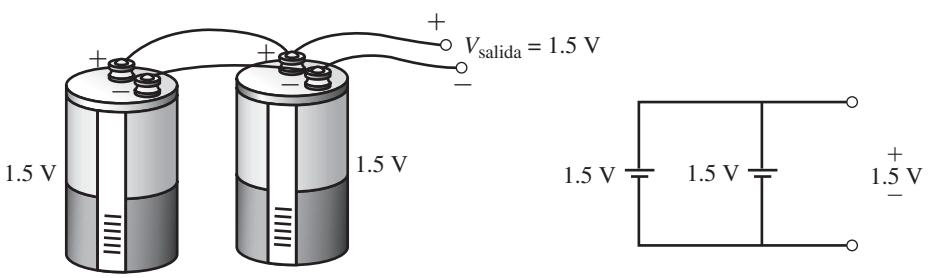
Las celdas pueden conectarse como en las figuras 2-16 y 2-17 para incrementar sus capacidades de voltaje y corriente. Esto se discute en capítulos posteriores.



(a) El voltaje total es la suma de los voltajes de las celdas

(b) Representación esquemática

FIGURA 2-16 Las celdas conectadas en serie incrementan el voltaje disponible.



(a) El voltaje en las terminales no cambia

(b) Representación esquemática

FIGURA 2-17 Las celdas conectadas en paralelo incrementan la corriente disponible. (Ambas deben tener el mismo voltaje.) No se debe hacer esto por periodos largos.

Fuentes de potencia electrónicas

Los sistemas electrónicos como las TV, videograbadoras, computadoras, etc., requieren cd para su operación y excepto por las unidades portátiles, que usan baterías, los dispositivos obtienen su alimentación a partir del suministro eléctrico de ca comercial por medio de fuentes de potencia (figura 2-18), las cuales convierten la entrada de ca en los voltajes de cd que requiere el equipo. Las fuentes de potencia también se usan en los laboratorios de electrónica y por lo

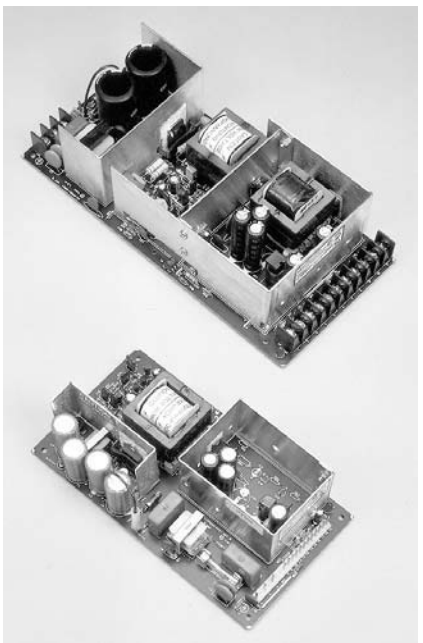


FIGURA 2-18 Fuentes de potencia fijas. (*Cortesía de Condor PC Power Supplies Inc.*)



FIGURA 2-19 Fuente de potencia variable de laboratorio.

común son variables para proporcionar el intervalo de voltajes que se requieren para el desarrollo de prototipos y circuitos de prueba. La figura 2-19 muestra una fuente de cd variable.

Celdas solares

La celda solar convierte la energía de la luz en energía eléctrica usando medios fotovoltaicos. La celda básica consiste de dos capas de material semiconductor. Cuando la luz incide en la celda, muchos electrones obtienen bastante energía para cruzar de una capa a otra y crear un voltaje de cd.

La energía solar tiene muchas aplicaciones prácticas, por ejemplo, la figura 2-20, muestra un arreglo de paneles solares que suministran potencia a una red de ca comercial. En áreas remotas, los paneles solares se usan para alimentar los sistemas de comunicaciones y las bombas de irrigación. En el espacio se usan para suministrar potencia a los satélites. En la vida cotidiana se usan para suministrar energía a las calculadoras de mano.

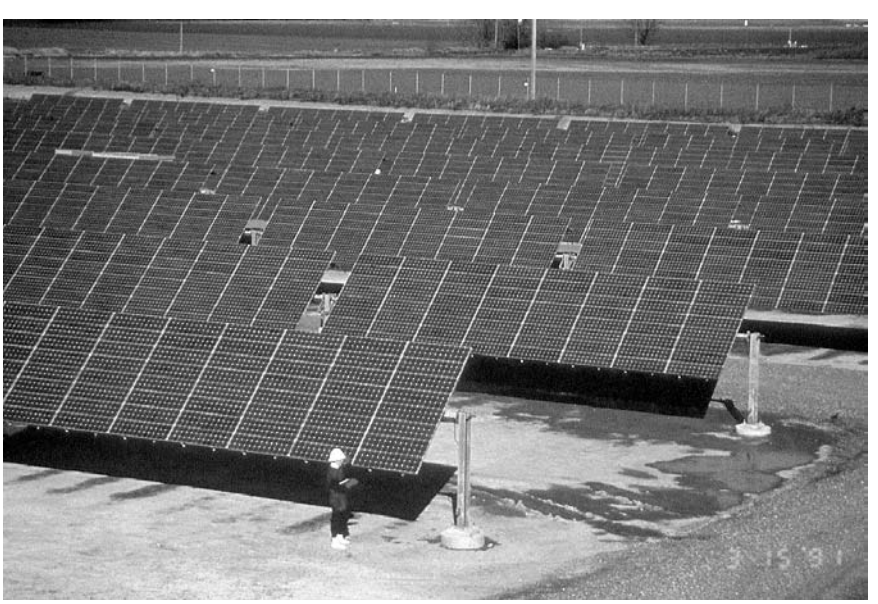


FIGURA 2-20 Paneles solares de la compañía Davis California Pacific Gas & Electric PVUSA (siglas en inglés de Celdas Fotovoltaicas para Aplicaciones a Gran Escala). Los paneles solares producen cd, la cual se convierte a ca antes de ser alimentada al sistema de ca. Esta planta produce 174 kilowatts. (*Cortesía de Shell Solar Industries, Camarillo, California.*)

Adaptadores de ca

Muchos dispositivos electrónicos, incluidas computadoras portátiles, máquinas contestadoras, módems, etc., utilizan adaptadores de ca para proporcionar cd



FIGURA 2-21 Los adaptadores de ca se usan como fuente de cd en muchos dispositivos electrónicos.

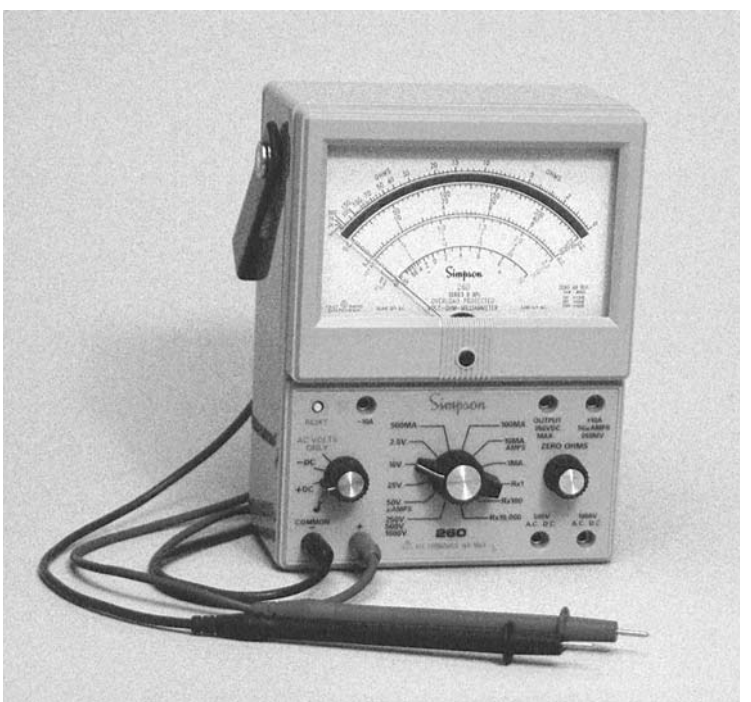
que alimente sus circuitos. El adaptador se conecta a cualquier contacto estándar de 120 V ac y convierte la ca en cd, la cual se usa para suministrar potencia a diversos dispositivos (tal como el teclado de la figura 2-21).

2-6 Medición de voltaje y corriente

El voltaje y la corriente se miden en la práctica usando instrumentos llamados **voltímetros** y **amperímetros**. Aunque están disponibles como instrumentos individuales, es común encontrarlos combinados en un solo instrumento de múltiples propósitos llamado multímetro. Están disponibles tanto en la versión digital como en la analógica (véase la figura 2-22). Observe que a los multímetros digitales por lo común se les llama MMD (DMM, por sus siglas en inglés), mientras que a los medidores analógicos se les llama VOM (por Volts/Ohms/



(a) Multímetro digital de mano (MMD). (*Reproducido con permiso de Fluke Corporation.*)



(b) Multímetro analógico (VOM)

FIGURA 2-22 Los multímetros son instrumentos de prueba para múltiples propósitos que combinan voltímetro, amperímetro y óhmetro en una sola unidad. Algunos instrumentos usan las marcas de las terminales + y −, otros usan VΩ y COM, etc. Las terminales de prueba con código de colores rojo y negro son el estándar de la industria.

NOTAS . . .

Los MMD como herramientas de aprendizaje

El voltaje y la corriente, como se discutió antes en este capítulo, son conceptos abstractos que involucran energía, carga y movimiento de carga. Los voltímetros y amperímetros se introducen en este punto para ayudar a presentar las ideas en términos físicamente más significativos. En particular, nos concentraremos en los MMD, ya que la experiencia ha mostrado que son herramientas de aprendizaje poderosas. Por ejemplo, cuando se abordan temas difíciles relativos a las convenciones de polaridad de voltaje, de dirección de corriente, etc. (como en los siguientes capítulos), el uso del MMD muestra lecturas completas que incluyen signos para la polaridad del voltaje y la dirección de la corriente, lo cual proporciona claridad y ayuda a entender de una mejor manera que con el simple dibujo de flechas y la colocación de números en los diagramas. Se encontrará que en los primeros capítulos de este libro se usan con mucha frecuencia para este propósito.

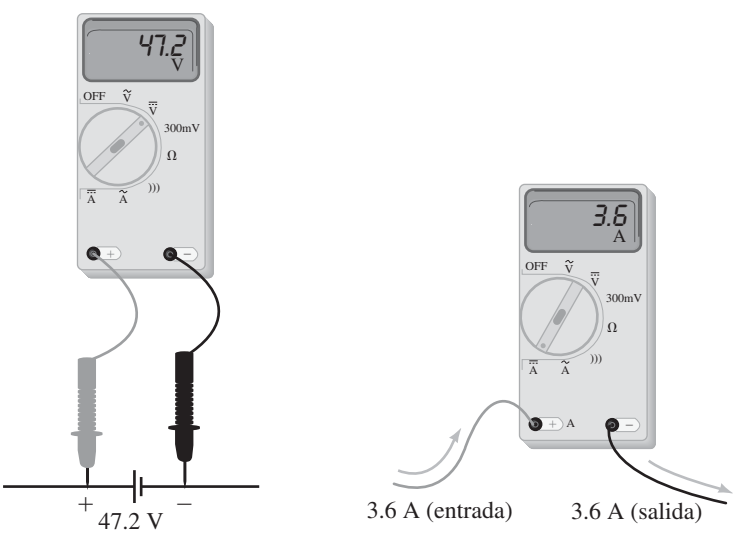
Miliamperes). En este libro se consideran principalmente las unidades digitales. Sin embargo, en el CD del libro se incluye un minitexto tutelar que describe los instrumentos analógicos.

Designaciones de terminales

Por lo común, los multímetros tienen un conjunto de terminales marcadas VΩ, A y COM, como se observa en la figura 2-22. La terminal VΩ es la que se usa para medir voltaje y resistencia, mientras que la terminal A se usa para la medición de corriente; COM es la terminal común para todas las mediciones. (Algunos multímetros combinan las terminales VΩ y A en una marcada como VΩA.) En algunos instrumentos la terminal VΩ está marcada como + y la terminal COM como − (figura 2-23).

Selección de función

Por lo general los MMD incluyen un selector de función (o de manera alternativa un conjunto de botones) que permiten seleccionar la cantidad que se va a medir, es decir, voltaje de cd, voltaje de ca, resistencia, corriente de cd y corriente de ca, y se debe seleccionar la función deseada antes de que se realice una medición, figura 2-23. Observe los símbolos en el selector, el símbolo $\overline{\overline{\text{V}}}$ denota el voltaje de cd, $\tilde{\text{A}}$ denota el voltaje de ca, Ω denota resistencia, etc. Cuando se fija en volts de cd, el aparato mide y exhibe el voltaje entre sus terminales VΩ (o +) y COM (o −), como se indica en la figura 2-23(a); cuando se fija en corriente de cd mide la corriente que entra en su terminal A (o +) y sale por su terminal COM (o −). Asegúrese de anotar el signo de la cantidad medida. (Por lo general, los MMD tienen una característica de **autopolaridad** que determina de forma automática el signo para usted.) Por lo tanto, si el medidor se conecta con su punta + conectada a la terminal + de la fuente, la pantalla mostrará 47.2 V como se indica; en cambio, si las terminales se invierten, la pantalla mostrará −47.2 V. De manera similar, si las terminales están invertidas para la medición de corriente (de manera que la corriente entre por la terminal COM), la pantalla mostrará −3.6 A. Asegúrese de observar la convención de color estándar para los cables de conexión (Notas prácticas).



(a) Fije el selector en $\overline{\overline{\text{V}}}$ para medir voltaje de cd

(b) Fije el selector en $\overline{\overline{\text{A}}}$ para medir corriente de cd

FIGURA 2-23 Medición de voltaje y corriente con un multímetro. Asegúrese de colocar el selector en la función correcta antes de dar energía al circuito y conectar la punta roja (en color gris en la figura) a la terminal VΩ (+) y la punta negra a la terminal COM (−).

Cómo medir voltaje

Ya que el voltaje es la diferencia de potencial entre dos puntos, se mide el voltaje al colocar las puntas del voltímetro *a través* del componente cuyo voltaje desea medir, como se ve en la figura 2-23(a). La figura 2-24 muestra otro ejemplo. Para medir el voltaje a través del foco, coloque una terminal en cada lado de éste como se muestra; si el medidor no tiene autoescala y no se tiene idea de la magnitud del voltaje, fije el medidor en la escala más alta, y después vaya bajándola para evitar dañar el instrumento.

NOTAS . . .

La mayoría de los MMD tienen circuitos internos que en forma automática seleccionan el intervalo correcto para la medición de voltaje. Tales instrumentos se llaman dispositivos de "autoescala".

Las puntas de prueba con código de color (rojo y negro) son un estándar industrial. La práctica común recomienda conectar la punta roja a la terminal VΩ (o +) del medidor y la punta negra en la terminal COM (o −). (Esto es un tema de seguridad, si sigue este consejo sabrá, tan sólo con mirar, cuál punta de prueba va conectada a cuál terminal del medidor.) Siguiendo este procedimiento, si el voltímetro indica un valor positivo, el punto que toca la terminal roja es positivo con respecto al punto donde está conectada la terminal negra; de manera inversa, si el medidor indica un valor negativo, el punto que toca la terminal roja es negativo con respecto al punto donde está conectada la terminal negra. Para las mediciones de corriente, si el medidor indica un valor positivo, significa que la dirección de la corriente va hacia la terminal roja, es decir, (+) o VΩA y sale de la terminal negra, es decir, (−) o COM; de manera inversa, si la lectura es negativa, esto significa que la dirección de la corriente va hacia la terminal COM del medidor y sale por la terminal (+) o VΩA.

NOTAS PRÁCTICAS . . .

Cómo medir corriente

Como se indica en la figura 2-23(b), la corriente que se desea medir debe pasar *a través* del medidor. Considere la figura 2-25(a). Para medir esta corriente, se abre el circuito como en (b) y se inserta el amperímetro. El signo de la lectura será positivo si la corriente entra por la terminal A o (+) y negativo si entra por la terminal COM (o −) como se describió en las Notas prácticas.

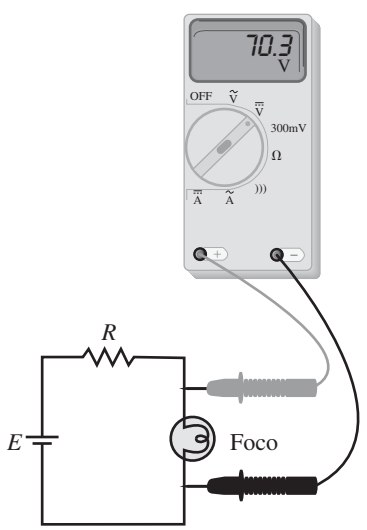
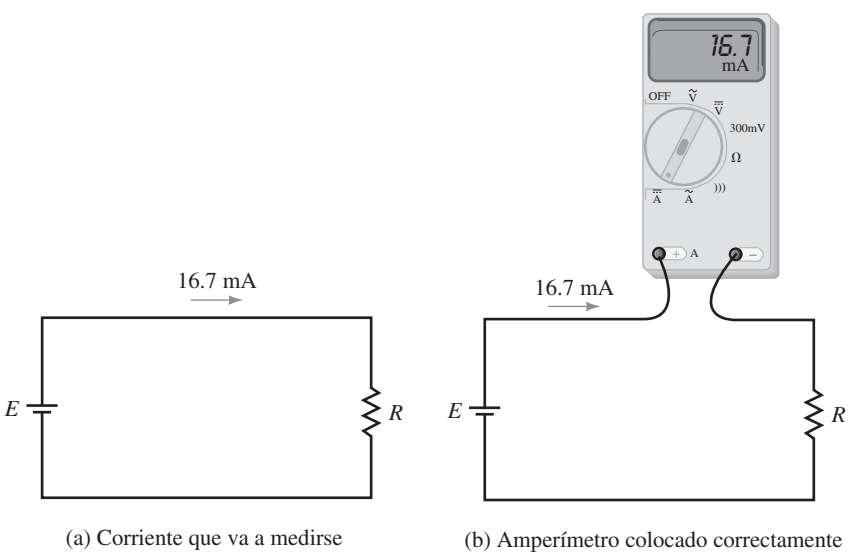


FIGURA 2-24 Para medir voltaje, se colocan las puntas del voltímetro a través del componente cuyo voltaje se desea determinar. Si la lectura del voltímetro es positiva, el punto que toca la terminal roja (en gris en la figura) es positivo con respecto al punto donde la terminal negra está conectada.



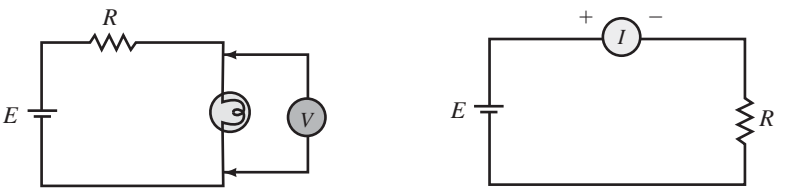
(a) Corriente que va a medirse

(b) Amperímetro colocado correctamente

FIGURA 2-25 Para medir corriente se inserta el amperímetro en el circuito de manera que la corriente que se desea medir pase a través del instrumento. La lectura es positiva en este caso debido a que la corriente entra por la terminal +(A).

Símbolos de medidores

Hasta aquí se han mostrado medidores en imagen. Sin embargo, por lo general, se representan en forma esquemática. El símbolo para un voltímetro es un círculo con la letra *V*, mientras que el símbolo para el amperímetro es un círculo con la letra *I*. Los circuitos de las figuras 2-24 y 2-25 se han vuelto a dibujar (figura 2-26) para indicarlos.



(a) Voltímetro (b) Amperímetro

FIGURA 2-26 Símbolos esquemáticos para el voltímetro y el amperímetro.

NOTAS PRÁCTICAS . . .

1. Algunas veces se escuchan frases tales como ". . . el voltaje a través de un resistor" o ". . . la corriente entre el resistor". Estas expresiones son incorrectas. El voltaje no pasa a través de algo, el voltaje es una diferencia de potencial y aparece de un lado a otro de las cosas. Esta es la razón por la que se conecta un voltímetro de un *lado a otro* de los componentes para medir su voltaje. De manera similar, la corriente no aparece de un lado a otro de algo, la corriente es un flujo de cargas que pasa *a través* de los elementos del circuito. Esta es la razón por la que el amperímetro se conecta en la trayectoria de la corriente, para medir la corriente en él. Entonces, la afirmación correcta es ". . . el voltaje en el resistor. . . " y ". . . la corriente a través del resistor. . . "
2. No conecte el amperímetro directamente a una fuente de voltaje. Los amperímetros tienen resistencia casi cero y es probable que se dañen.

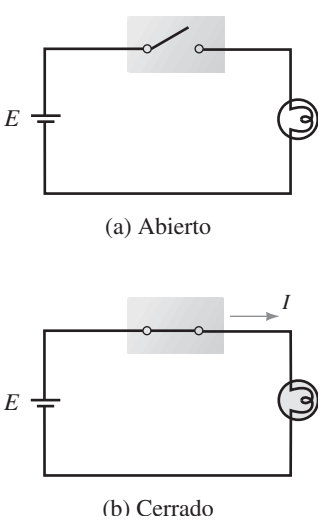
2-7 Interruptores, fusibles e interruptores automáticos

Interruptores

El interruptor más sencillo es el de un solo polo y un solo tiro (SPST, por sus siglas en inglés) como se muestra en la figura 2-27. Con el interruptor abierto, la trayectoria de la corriente se abre y el foco está apagado; cuando se cierra la lámpara se enciende. Este tipo de interruptor se usa, por ejemplo, para los interruptores domésticos.

La figura 2-28(a) muestra un interruptor de un solo polo y doble tiro (SPDT, por sus siglas en inglés). Dos de estos interruptores pueden usarse como en (b) para controlar de dos formas el encendido de la lámpara. Este tipo de arreglo se usa en ocasiones para las luces en las escaleras, esto es, se puede encender o apagar la luz desde la parte baja o alta de las escaleras.

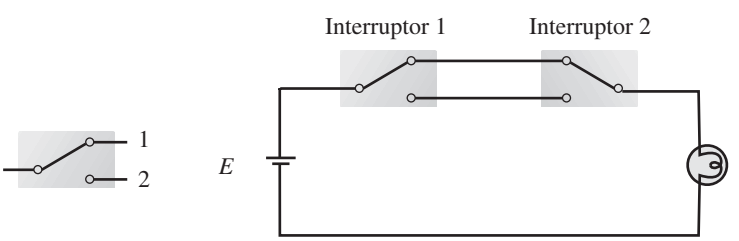
En la práctica existen muchas otras configuraciones de interruptores, sin embargo, dejaremos el tema en este punto.



(a) Abierto

(b) Cerrado

FIGURA 2-27 Interruptor de un solo polo y un solo tiro.



(a) Interruptor SPDT (b) Interruptor de dos vías para el control de una luz

FIGURA 2-28 Interruptor de un solo polo y doble tiro (SPDT).

Fusibles e interruptores automáticos

Los fusibles e interruptores automáticos están conectados en el circuito entre la fuente y la carga, como se ilustra en la figura 2-29, para proteger al equipo o al cableado en contra de corrientes excesivas. Por ejemplo, en los hogares, si se conectan demasiados aparatos a un contacto, el fusible o el interruptor automático en el tablero eléctrico "se funde". Esto abre el circuito como protección en contra de una sobrecarga y un posible incendio. Los fusibles y los interruptores automáticos también se instalan en otros equipos, como los automóviles, para protegerlos en contra de fallas internas. La figura 2-30 muestra varios fusibles e interruptores automáticos.

Los fusibles usan un elemento metálico que se derrite cuando la corriente excede cierto valor preestablecido, por lo tanto si un fusible está especificado en 3 A se "fundirá" si más de 3 amperes pasan a través de él. Los fusibles se fabrican en dos tipos, de fusión rápida y de fusión lenta; los primeros se funden en una fracción de segundo. Por otro lado, los segundos reaccionan en forma más retardada y no se funden con sobrecargas pequeñas y momentáneas.

Los interruptores automáticos trabajan con un principio diferente. Cuando la corriente excede su valor especificado, el campo magnético que produce el exceso de corriente, activa un mecanismo que abre un interruptor. Después de que la falla o condición de sobrecarga ha sido eliminada, el interruptor automático puede ser reestablecido y usado de nuevo. Ya que son dispositivos mecánicos, su operación es más lenta que la de los fusibles, por lo que no se desactivan con sobrecargas momentáneas, como las que se producen cuando se arranca un motor.

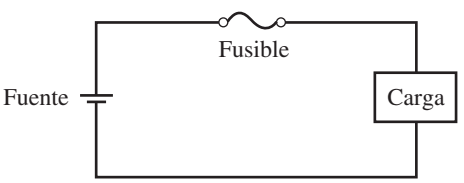
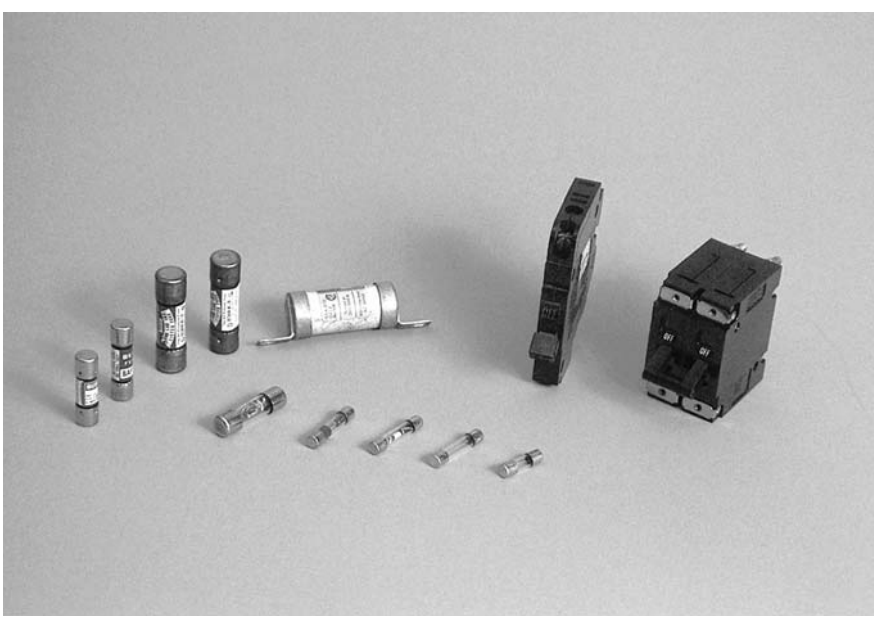
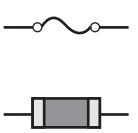


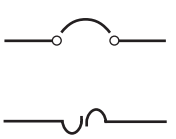
FIGURA 2-29 Uso de un fusible para proteger un circuito.



(a) Varios fusibles e interruptor automático.



(b) Símbolos de fusibles



(c) Símbolos de interruptores automáticos

FIGURA 2-30 Fusibles e interruptores automáticos.

PUESTA EN PRÁCTICA

Su empresa está considerando comprar un sistema limpiador electrostático de aire para una de sus instalaciones y su supervisor le ha pedido que le prepare una corta presentación para el Consejo de Directores. Los miembros del Consejo entienden la teoría eléctrica básica pero no están familiarizados con las especificaciones de los limpiadores electrostáticos de aire. Consulte en la biblioteca (los libros de física son una buena referencia) o en Internet e investigue y prepare una corta descripción del limpiador electrostático de aire. Incluya un diagrama y explique su funcionamiento.

PROBLEMAS

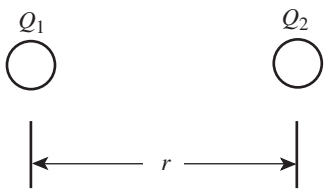


FIGURA 2-31

2-1 Revisión de la teoría atómica

1. ¿Cuántos electrones libres a temperatura ambiente hay en los siguientes elementos?
   a. 1 metro cúbico de cobre
   b. Un alambre de cobre de 5 metros de longitud cuyo diámetro es 0.163 cm
2. Dos cargas están separadas por cierta distancia, como en la figura 2-31, ¿cómo se ve afectada la fuerza entre ellas si
   a. se duplica la magnitud de ambas cargas?
   b. se triplica la distancia entre ellas?
3. Dos cargas están separadas por cierta distancia. Si la magnitud de una carga se duplica y la otra se triplica y la distancia entre ellas se reduce a la mitad, ¿cómo se ve afectada la fuerza?
4. Cierto material tiene 4 electrones en su capa de valencia y un segundo material tiene 1. ¿Cuál es mejor conductor?
5. a. ¿Qué hace que un material sea buen conductor? (En su respuesta considere las capas de valencia y los electrones libres.)
   b. Además de ser un buen conductor, mencione otras dos razones por las que el cobre es ampliamente usado.
   c. ¿Qué hace que un material sea buen aislante?
   d. Normalmente el aire es un aislante; sin embargo, durante las descargas de rayos hay conducción. Discuta brevemente el mecanismo de flujo de carga en esta descarga.
6. a. Aunque el oro es muy caro, en ocasiones se usa en electrónica como recubrimiento en contactos. ¿Por qué?
   b. ¿Por qué algunas veces se usa el aluminio cuando su conductividad es sólo 60% de la del cobre?

NOTAS . . .

En estas preguntas, todos los espaciamientos son de centro a centro.

2-2 La unidad de carga eléctrica: el coulomb

7. Calcule la fuerza eléctrica entre las siguientes cargas y establezca cuándo es de atracción y cuándo de repulsión.
   a. Una carga de $+1\ \mu C$ y una carga de $+7\ \mu C$, separadas 10 mm
   b. $Q_1 = 8\ \mu C$ y $Q_2 = -4\ \mu C$, separados 12 cm
   c. Dos electrones separados 12×10^{-8} m
   d. Un electrón y un protón separados 5.3×10^{-11} m
   e. Un electrón y un neutrón separados 5.7×10^{-11} m
8. ¿Qué significado tiene decir que un cuerpo está “cargado”?
9. La fuerza entre dos cargas, una positiva y una negativa, separadas 2 cm es de 180 N. Si $Q_1 = 4\ \mu C$, ¿cuánto vale Q_2?,¿la fuerza es de atracción o de repulsión?
10. Si se pudiera colocar una carga de 1 C en cada uno de dos cuerpos que están separados 25 cm de centro a centro, ¿cuál sería la fuerza entre ellas en newtons?, ¿y en toneladas?
11. La fuerza de repulsión entre dos cargas separadas 50 cm es de 0.02 N. Si $Q_2 = 5Q_1$, determine las cargas y su posible signo.
12. ¿Cuántos electrones representa una carga de $1.63\ \mu C$?
13. Determina la carga en 19×10^{13} electrones.
14. Una placa de metal eléctricamente neutra adquiere una carga negativa de 47 μC. ¿Cuántos electrones se le agregaron?
15. A una placa de metal se le han adicionado 14.6×10^{13} electrones y posteriormente se le agrega una carga de $1.3\ \mu C$. Si la carga final en la placa es de 5.6 μC, ¿cuál fue la carga inicial?

2-3 Voltaje

16. Al deslizar una silla y tocar algún objeto puede provocar un choque eléctrico. Explique por qué.
17. Si se requieren 360 joules de energía para transferir 15 C de carga a través de la lámpara de la figura 2-1, ¿cuál es el voltaje de la batería?
18. Si se requiere de 600 J de energía para mover 9.36×10^{19} electrones de un punto a otro, ¿cuál es la diferencia de potencial entre los dos puntos?
19. Si se requiere de 1.2 kJ de energía para mover 500 mC de un punto a otro, ¿cuál es el voltaje entre los dos puntos?
20. ¿Cuánta energía se requiere para mover 20 mC de carga a través de la lámpara de la figura 2-23?
21. ¿Cuánta energía adquiere una carga de 0.5 μC conforme se mueve a través de una diferencia de potencial de 8.5 kV?
22. Si el voltaje entre dos puntos es de 100 V, ¿cuánta energía se requiere para mover un electrón entre los dos puntos?
23. Dado un voltaje de 12 V para la batería de la figura 2-1, ¿cuánta carga se mueve a través de la lámpara si se requieren 57 J de energía para moverla?

2-4 Corriente

24. Para el circuito de la figura 2-1, si 27 C pasan a través de la lámpara en 9 segundos, ¿cuál es la corriente en amperes?
25. Si 250 μC pasan a través del amperímetro de la figura 2-32 en 5 ms, ¿cuál será la lectura del medidor?
26. Si la corriente $I = 4$ A en la figura 2-1, ¿cuántos coulombs pasan a través de la lámpara en 7 ms?
27. ¿Cuánta carga pasa a través del circuito de la figura 2-25 en 20 ms?
28. ¿Cuánto tiempo le toma a una carga de 100 μC pasar por un punto si la corriente es de 25 mA?
29. Si 93.6×10^{12} electrones pasan a través de una lámpara en 5 ms, ¿cuál es la corriente?
30. La carga que pasa a través de un alambre está dada por $q = 10t + 4$, donde q está en coulombs y t en segundos,
    a. ¿Cuánta carga ha pasado en $t = 5$ s?
    b. ¿Cuánta carga ha pasado en $t = 8$ s?
    c. ¿Cuál es la corriente en amperes?
31. La carga que pasa a través de un alambre es $q = (80t + 20)$ C. ¿Cuál es la corriente? Sugerencia: seleccione dos valores arbitrarios de tiempo y proceda como en la pregunta 30.
32. ¿Cuánto tiempo le toma a 312×10^{19} electrones pasar a través del circuito de la figura 2-32 si la lectura del amperímetro es de 8 A?
33. Si se requieren 1 353.6 J para mover 47×10^{19} electrones a través de la lámpara de la figura 2-32 en 1.3 min, ¿cuánto valen E e I?

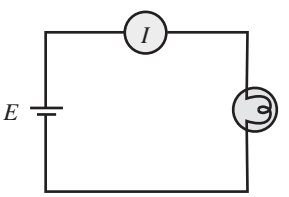


FIGURA 2-32

2-5 Fuentes de voltaje de cd prácticas

34. ¿Qué se entiende por cd?, ¿y por ca?
35. Considere tres baterías conectadas como en la figura 2-33.
    a. Si $E_1 = 1.47$ V, $E_2 = 1.61$ V y $E_3 = 1.58$ V, ¿cuánto vale E_T?
    b. Si se invierte la conexión a la fuente 3, ¿cuánto vale E_T?
36. ¿Cómo se carga una batería secundaria? Haga un bosquejo. ¿Se puede cargar una batería primaria?
37. Una batería especificada en 1 400 mAh suministra 28 mA a una carga. ¿Cuánto tiempo se espera que dure?

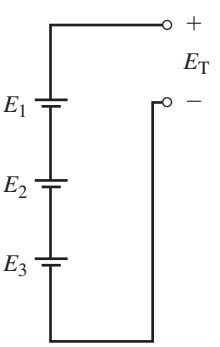


FIGURA 2-33

38. ¿Cuál es la vida de servicio aproximada de la celda D de la tabla 2-1 con un consumo de corriente de 10 mA, de 50 mA y de 100 mA? ¿Qué concluye de estos resultados?
39. La batería de la figura 2-15 está especificada en 81 Ah a 5°C. ¿Cuál es el tiempo de vida esperado (en horas) con un consumo de corriente de 5 A a −15°C?
40. Se espera que la batería de la figura 2-15 dure 17 h con un consumo de corriente de 1.5 A a 25°C. ¿Cuánto tiempo espera que dure a 5°C con un consumo de corriente de 0.8 A?
41. En el trabajo de ingeniería en ocasiones se tienen que hacer estimaciones basadas en la información que se tiene disponible. En este tenor, suponga que tiene un dispositivo operado con batería que usa la celda C de la tabla 2-1. Si el dispositivo requiere 10 mA, ¿cuál es el tiempo estimado (en horas) que será capaz de usar?

2-6 Medición de voltaje y corriente

42. El voltímetro digital de la figura 2-34 tiene la característica de autopolaridad. Para cada caso, determine su lectura.

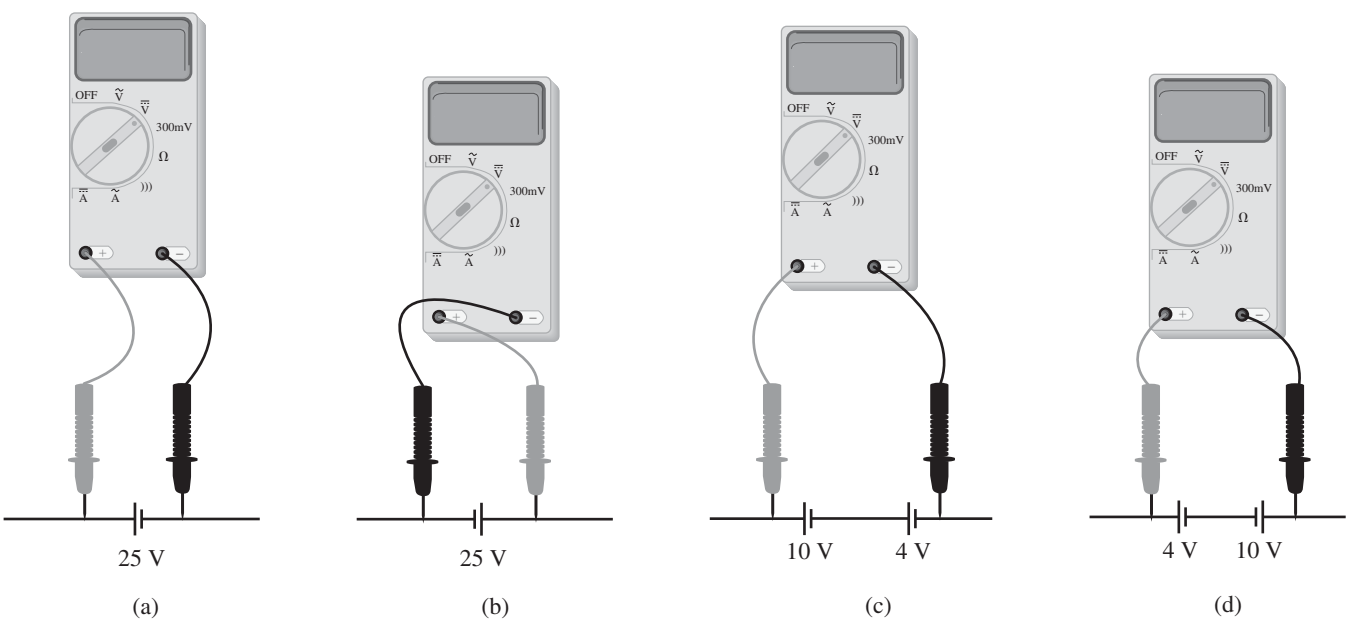


FIGURA 2-34

43. La corriente en el circuito de la figura 2-35 es 9.17 mA. ¿Cuál amperímetro indica correctamente la corriente? (a) El medidor 1, (b) el medidor 2, (c) ambos.
44. ¿Cuál es el error en la afirmación de que el voltaje a través de la lámpara de la figura 2-24 es 70.3 V?
45. ¿Cuál es el error con el esquema de medición que se muestra en la figura 2-36? Corríjalo.

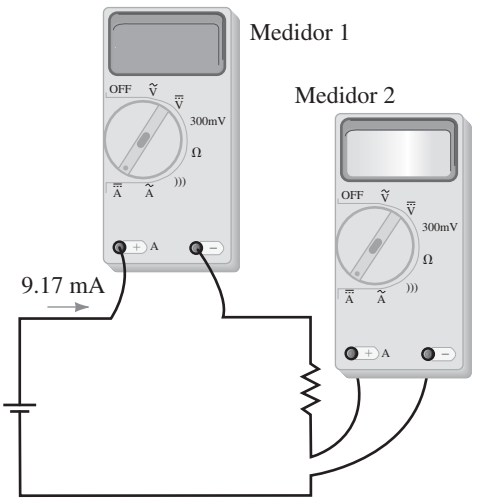


FIGURA 2-35

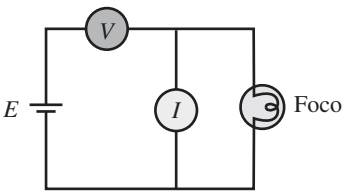


FIGURA 2-36 ¿Cuál es el error aquí?

2-7 Interruptores, fusibles e interruptores automáticos

46. Se desea controlar la luz de una lámpara mediante dos interruptores, como se indica en la tabla 2-2. Dibuje el circuito requerido.
47. Los fusibles tienen una especificación de corriente de manera que se puede seleccionar el tamaño adecuado para proteger un circuito contra un exceso de corriente. También tienen una especificación de voltaje. ¿Por qué? Sugerencia: lea la sección de aislantes, sección 2-1.

TABLA 2-2

Interruptor 1	Interruptor 2	Foco
Abierto	Abierto	Apagado
Abierto	Cerrado	Encendido
Cerrado	Abierto	Encendido
Cerrado	Cerrado	Encendido

✓ RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 1

1. Un átomo consiste en un núcleo de protones y neutrones con electrones que orbitan a su alrededor. El núcleo es positivo porque los protones son positivos, pero el átomo es neutro debido a que contiene el mismo número de electrones y protones y su carga se cancela.
2. La capa de valencia es la más externa y contiene los electrones de valencia del átomo. El número de electrones en esta capa determina las propiedades del material con respecto a si es un conductor, aislante o semiconductor.
3. La fuerza entre las partículas cargadas es proporcional al producto de sus cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa. Ya que la fuerza disminuye con el cuadrado de la distancia, los electrones alejados del núcleo experimentan poca fuerza de atracción.
4. Si un electrón débilmente enlazado adquiere suficiente energía, puede separarse de su átomo de origen y deambular libremente por todo el material. Estos electrones se llaman electrones libres. Para materiales como el cobre, el calor (la energía térmica) puede darle a un electrón suficiente energía para sacarlo de su átomo de origen.
5. Un átomo normal es neutro porque tiene el mismo número de electrones y protones y sus cargas se cancelan. Un átomo que ha perdido un electrón se llama ion positivo, mientras que un átomo que ha ganado un electrón se llama ion negativo.

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 2

1. $Q_A = 13.7\ \mu C$ (pos.), $Q_B = 13.6\ \mu C$ (neg.)
2. La acción química crea un exceso de electrones en la mezcla de zinc y una deficiencia en la mezcla de dióxido de manganeso. Esta separación de cargas da como resultado un voltaje de 1.5 V. La mezcla de zinc está conectada al tapón de la parte superior del envase de acero, haciéndolo el electrodo positivo, y la mezcla de dióxido de manganeso está conectada a la parte inferior del envase por medio de la terminal de latón, haciéndolo el electrodo negativo.
3. El movimiento es aleatorio, ya que el movimiento neto en todas las direcciones es cero, la corriente es cero.
4. 80 A
5. 3 195 s

■ TÉRMINOS CLAVE

Calibre de alambre
Circuito abierto
Códigos de colores
Coeficiente de temperatura
Conductancia
Cortocircuito
Diodo
Fotocelda
Óhmetro
Resistencia
Resistividad
Superconductancia
Termistor
Varistor

■ PLAN GENERAL

Resistencia de conductores
Tabla de alambres eléctricos
Resistencia de alambres: milésima circular
Efectos de la temperatura
Tipos de resistores
Código de colores de resistores
Medición de resistencia: el óhmetro
Termistores
Celdas fotoconductoras
Resistencia no lineal
Conductancia
Superconductores

■ OBJETIVOS

Después de estudiar este capítulo será capaz de:

- calcular la resistencia de una sección de un conductor, dada su área de sección transversal y la longitud,
- conversión de áreas medidas en milésimas cuadradas, metros cuadrados y milésimas circulares,
- usar tablas de datos de cables para obtener las dimensiones de la sección transversal de varios calibres de alambre y para predecir la corriente permisible de un calibre de alambre específico,
- utilizar el coeficiente de temperatura de un material para calcular el cambio en la resistencia conforme varía la temperatura de la muestra,
- usar el código de colores de los resistores para determinar la resistencia y tolerancia de un resistor de composición de valor fijo,
- demostrar el procedimiento para usar un óhmetro con el fin de determinar la continuidad de un circuito y medir la resistencia tanto de un componente aislado como del que está localizado en un circuito,
- lograr entender el funcionamiento de varios dispositivos óhmicos como los termistores y las fotoceldas,
- lograr entender la resistencia de dispositivos no lineales como varistores y diodos,
- calcular la conductancia de cualquier componente resistivo.

Resistencia

3

En capítulos previos ya se han explicado los conceptos de voltaje y corriente, y se ha encontrado que esta última involucra el movimiento de carga. En un conductor, los portadores de la carga son los electrones libres que se mueven debido al voltaje de una fuente aplicada de manera externa. Conforme estos electrones se mueven a través del material, colisionan constantemente con los átomos y con otros electrones dentro del conductor. En un proceso similar a la fricción, los electrones en movimiento ceden parte de su energía en forma de calor. Estas colisiones representan una oposición al movimiento de la carga llamada **resistencia**. Cuanto más grande sea la oposición (es decir, entre mayor sea la resistencia) más pequeña será la corriente para un determinado voltaje aplicado.

Los componentes de circuito (llamados **resistores**) están específicamente diseñados para poseer resistencia y se usan en casi todos los circuitos eléctricos y electrónicos. Aunque el resistor es el componente más simple en cualquier circuito, su efecto es muy importante en la determinación de la operación de un circuito.

La resistencia se representa con el símbolo *R* (figura 3-1) y se mide en unidades llamadas ohms (por Georg Simon Ohm). El símbolo de ohms es la letra griega mayúscula omega (Ω).

En este capítulo se examina la resistencia en sus diferentes formas. Comienza con los conductores metálicos para estudiar los factores que afectan la resistencia en los conductores. A continuación se presentan los resistores comerciales, incluidos los de tipo fijo y variable. Luego se analizan los dispositivos de resistencia no lineal más importantes y se concluye con una visión general de la superconductividad, su impacto potencial y su uso. ■

RESUMEN DEL CAPÍTULO

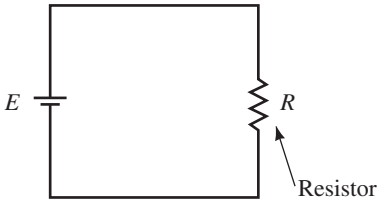


FIGURA 3-1 Circuito resistivo básico.

PERSPECTIVA HISTÓRICA



Georg Simon Ohm y la resistencia

UNA DE LAS PRINCIPALES RELACIONES de la teoría de circuitos es la que existe entre el voltaje, la corriente y la resistencia. Dicha relación y las propiedades de la resistencia fueron investigadas por el físico alemán Georg Simon Ohm (1787-1854), para lo cual usó un circuito similar al de la figura 3-1. Trabajó con la batería de Volta recientemente desarrollada en aquella época y cables de diferentes materiales, longitudes y grosores. Ohm encontró que la corriente dependía tanto del voltaje como de la resistencia. Para una resistencia fija, encontró que al duplicar el voltaje la corriente se duplicaba, triplicando el voltaje, la corriente se triplicaba, y así sucesivamente. También, para un voltaje fijo, encontró que la oposición a la corriente era directamente proporcional a la longitud del alambre e inversamente proporcional al área de sección transversal. Con base en lo anterior, fue capaz de definir la resistencia de un alambre y demostrar que la corriente era inversamente proporcional a la resistencia; es decir, cuando duplicó la resistencia, encontró que la corriente disminuía a la mitad de su valor anterior.

Estos dos resultados son conocidos como la ley de Ohm (la cual se estudiará con mayor detalle en el capítulo 4). Los resultados de Ohm son de tal importancia que representan el inicio real de lo que hoy llamamos análisis de circuitos eléctricos. ■

3-1 Resistencia de conductores

Como se mencionó en el capítulo anterior, los conductores son materiales que permiten el flujo de carga; sin embargo, no todos tienen el mismo comportamiento. Es por ello que se encontrará que la resistencia de un material depende de varios factores:

- Tipo de material
- Longitud del conductor
- Área de la sección transversal
- Temperatura

Si una cierta longitud de alambre está sometida a una corriente, los electrones en movimiento colisionarán unos con otros dentro del material. Las diferencias en el nivel atómico de varios materiales causan variaciones en la manera en que las colisiones afectan la resistencia. Por ejemplo, la plata tiene más electrones libres que el cobre, por lo que la resistencia de un alambre de este metal será menor que la de un alambre de cobre que tenga las mismas dimensiones. Por tanto, podemos concluir lo siguiente: *la resistencia de un conductor depende del tipo de material*.

Si duplicamos la longitud del alambre podemos esperar que el número de colisiones a lo largo de la longitud del alambre sea el doble, causando por tanto que la resistencia también sea el doble. Esto en efecto puede resumirse como sigue: *la resistencia de un conductor metálico es directamente proporcional a su longitud.*

Una propiedad un poco menos intuitiva de un conductor es el efecto del área de la sección transversal sobre la resistencia. Conforme se incrementa el área de la sección transversal, los electrones son capaces de moverse con más libertad a través del conductor, del mismo modo que el agua fluye con más soltura a través de un tubo de diámetro grande que de uno de diámetro pequeño. Si el área de la sección transversal se duplica, los electrones estarán involucrados en la mitad de las colisiones a lo largo de la longitud del alambre. Resumimos este efecto como sigue: *la resistencia de un conductor metálico es inversamente proporcional a su área de sección transversal*.

Los factores que gobiernan la resistencia de un conductor a una temperatura dada se resumen matemáticamente como:

$$R = \frac{\rho \ell}{A} \quad [\text{ohms}, \Omega] \tag{3-1}$$

donde

ρ = resistividad, en ohm-metros (Ω-m)
ℓ = longitud, en metros (m)
A = área de la sección transversal, en metros cuadrados (m^2).

En la ecuación previa la letra griega minúscula rho (ρ) es la constante de proporcionalidad y se llama **resistividad,** es una propiedad física de cada material y se mide en ohm-metro (Ω-m) en el sistema SI. La tabla 3-1 enlista la resistividad de varios materiales a la temperatura de 20°C. El efecto sobre la resistencia debido a cambios de temperatura se examinará en la sección 3-4.

Ya que la mayoría de los conductores son circulares, como se muestra en la figura 3-2, se puede determinar el área de la sección transversal a partir del radio o diámetro como sigue:

$$A = \pi r^2 = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\pi d^2}{4} \qquad \textbf{(3-2)}$$

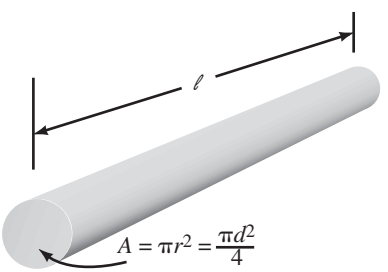


FIGURA 3-2 Conductor con una sección transversal circular.

TABLA 3-1 Resistividad de materiales, ρ

Material	Resistividad, ρ, a 20° C (Ω-m)
Plata	1.645×10^{-8}
Cobre	1.723×10^{-8}
Oro	2.443×10^{-8}
Aluminio	2.825×10^{-8}
Tungsteno	5.485×10^{-8}
Hierro	12.30×10^{-8}
Plomo	22×10^{-8}
Mercurio	95.8×10^{-8}
Nicromo	99.72×10^{-8}
Carbón	$3\,500 \times 10^{-8}$
Germanio	20–2 300*
Silicio	≅500*
Madera	10^8–10^{14}
Vidrio	10^{10}–10^{14}
Mica	10^{11}–10^{15}
Plástico duro	10^{13}–10^{16}
Ámbar	5×10^{14}
Azufre	1×10^{15}
Teflón	1×10^{16}

*Las resistividades de estos materiales varían dependiendo de las impurezas que contengan.

EJEMPLO 3-1

La mayoría de los hogares usan alambre de cobre sólido que tiene un diámetro de 1.63 mm para la distribución del suministro eléctrico. Determine la resistencia de 75 metros de alambre de cobre sólido que tiene el diámetro indicado.

Solución Primero se calcula el área de la sección transversal del alambre con la ecuación 3-2

$$\begin{aligned} A &= \frac{\pi d^2}{4} \\ &= \frac{\pi(1.63 \times 10^{-3}\ \text{m})^2}{4} \\ &= 2.09 \times 10^{-6}\ \text{m}^2 \end{aligned}$$

Ahora, se usa la tabla 3-1 y la resistencia del alambre se encuentra como sigue

$$\begin{aligned} R &= \frac{\rho\ell}{A} \\ &= \frac{(1.723 \times 10^{-8}\ \Omega\text{-m})(75\ \text{m})}{2.09 \times 10^{-6}\ \text{m}^2} \\ &= 0.619\ \Omega \end{aligned}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 1

Determine la resistencia de un alambre de tungsteno de 100 m que tiene una sección transversal circular con un diámetro de 0.1 mm (T = 20°C).

Respuesta
698 Ω

EJEMPLO 3-2

Las barras colectoras son conductores sólidos desnudos, por lo general rectangulares, que se utilizan para conducir grandes corrientes dentro de edificios como estaciones generadoras de potencia, centrales telefónicas y grandes fábricas. Considere una barra colectora de aluminio como la que se muestra en la figura 3-3, determine la resistencia entre sus extremos a una temperatura de 20°C.

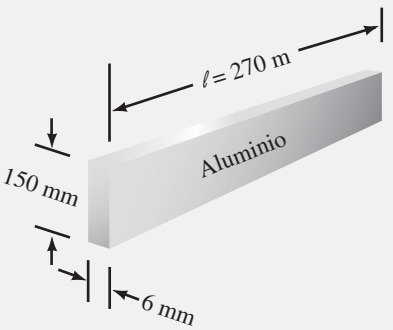


FIGURA 3-3 Conductor con una sección transversal rectangular.

Solución El área de la sección transversal es

$$\begin{aligned} A &= (150 \text{ mm})(6 \text{ mm}) \\ &= (0.15 \text{ m})(0.006 \text{ m}) \\ &= 0.0009 \text{ m}^2 \\ &= 9.00 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \end{aligned}$$

La resistencia entre los extremos de la barra colectora se determina como sigue

$$\begin{aligned} R &= \frac{\rho \ell}{A} \\ &= \frac{(2.825 \times 10^{-8} \ \Omega\text{-m})(270 \text{ m})}{9.00 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \\ &= 8.48 \times 10^{-3} \ \Omega = 8.48 \text{ m}\Omega \end{aligned}$$

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 1

(Las respuestas están al final del capítulo)

1. Dos longitudes de alambre tienen dimensiones idénticas, si uno de ellos está hecho de cobre y el otro de hierro, ¿cuál tendrá mayor resistencia?, ¿de qué magnitud será la resistencia?
2. Dos piezas de alambre de cobre tienen la misma área de sección transversal, determine la resistencia de una de ellas que tiene el doble de longitud que la otra.
3. Dos piezas de alambre de cobre tienen la misma longitud, determine la resistencia relativa de aquella que tiene el doble de diámetro que la otra.

3-2 Tabla de alambres eléctricos

Aunque el SI es el sistema de medición estándar para las cantidades eléctricas y físicas, el sistema inglés aún se usa ampliamente en Estados Unidos y en menor grado en el resto del mundo de habla inglesa. Un área que ha sido lenta para convertir sus unidades al sistema SI es la designación de cables y alambres en la cual el sistema de Calibre de Alambre Estadounidense (AWG, por sus siglas en inglés) que se usa para designar el diámetro de los alambres. En este sistema a cada diámetro de alambre se le asigna un número de calibre. Como se muestra en la figura 3-4, entre más alto sea el número AWG, más pequeño será el diámetro del cable o alambre, por ejemplo, el alambre de calibre AWG 22 tiene un diámetro más pequeño que el alambre de calibre AWG 14. Ya que la resistencia es inversamente proporcional al cuadrado del diámetro, una determi-

nada longitud de alambre calibre 22 tendrá más resistencia que un alambre de igual longitud calibre 14 y debido a la diferencia en resistencia, podemos de manera intuitiva deducir que los cables de diámetro más grande serán capaces de conducir más corriente que los de diámetro más pequeño. La tabla 3-2 proporciona una lista de datos para alambre desnudo de cobre estándar.

Aun cuando la tabla 3-2 proporciona los datos para conductores sólidos hasta AWG 4/0, en la mayoría de las aplicaciones no se usan tamaños de conductor sólido más allá de AWG 10. Los conductores sólidos son difíciles de doblar y se dañan con mayor facilidad por flexión mecánica. Por esta razón, los cables de diámetro grande casi siempre están formados por hilos torcidos en lugar de uno sólido. Los alambres y cables en hilos usan desde siete hilos como se muestra en la figura 3-5, hasta más de 100 hilos.

Como se puede esperar, el alambre de hilos usa la misma notación AWG que la del alambre sólido. En consecuencia, el alambre de hilos AWG 10 tendrá la misma área de sección transversal que el alambre sólido AWG 10. Sin embargo, debido al espaciamiento adicional entre los conductores, el alambre de hilos tendrá un diámetro total más grande que el alambre sólido; también, ya que el hilo individual se enrolla como una hélice, la longitud total del hilo será ligeramente más larga que la del cable.

Las tablas de alambres, similares a la tabla 3-2 están disponibles para cables de hilo de cobre y para cables fabricados con otros materiales (especialmente aluminio).

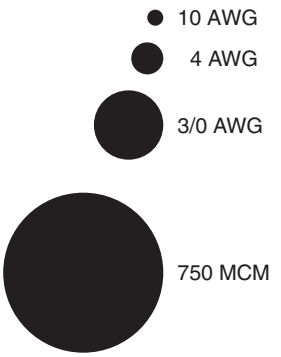


FIGURA 3-4 Secciones transversales de conductores comunes (tamaño real).

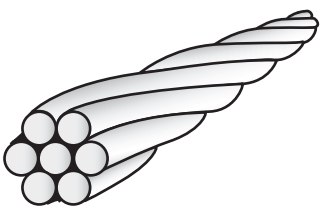


FIGURA 3-5 Alambre de hilos (7 hilos).

EJEMPLO 3-3

Calcule la resistencia de un alambre de cobre sólido AWG 16 de 200 pies de largo a 20 °C.

Solución A partir de la tabla 3-2, se ve que el alambre AWG 16 tiene una resistencia de 4.02 Ω por cada 1000 pies. Ya que se tiene una longitud de 200 pies, la resistencia se determina como sigue

$$R = \frac{4.02\ \Omega}{1000\ \text{pies}}\ (200\ \text{pies}) = 0.804\ \Omega$$

Al examinar la tabla 3-2 se observan varios puntos importantes:

- Si se incrementa el tamaño del alambre en tres calibres, el área de la sección transversal aproximadamente se duplicará. Como la resistencia es inversamente proporcional al área de sección transversal, una determinada longitud de cable de diámetro más grande tendrá una resistencia que es aproximadamente la mitad de la resistencia de una longitud similar de cable de diámetro más pequeño.
- Si hay una diferencia de tamaño de tres calibres, entones, el cable de diámetro más grande será capaz de conducir aproximadamente el doble de corriente que el cable de menor diámetro. La cantidad de corriente que un conductor puede conducir con seguridad es directamente proporcional al área de sección transversal.
- Si el tamaño del alambre se incrementa en 10 calibres, el área de sección transversal se incrementará por un factor de cerca de 10; y debido a la relación inversa entre la resistencia y el área de sección transversal, el cable de mayor diámetro tendrá aproximadamente un décimo de la resistencia de una longitud similar de cable de diámetro más pequeño.
- Para una diferencia de 10 calibres entre dos cables, el diámetro más grande tendrá 10 veces el área de sección transversal del cable de diámetro más pequeño y por tanto será capaz de conducir aproximadamente 10 veces más corriente.

TABLA 3-2 Alambre de cobre sólido estándar a 20° C

Tamaño (AWG)	Diámetro (pulgadas)	Diámetro (mm)	Área (MC)	Área (mm^2)	Resistencia (Ω/1 000 pies)	Capacidad de corriente (A)
56	0.0005	0.012	0.240	0.000122	43 200	
54	0.0006	0.016	0.384	0.000195	27 000	
52	0.0008	0.020	0.608	0.000308	17 000	
50	0.0010	0.025	0.980	0.000497	10 600	
48	0.0013	0.032	1.54	0.000779	6 750	
46	0.0016	0.040	2.46	0.00125	4 210	
45	0.0019	0.047	3.10	0.00157	3 350	
44	0.0020	0.051	4.00	0.00243	2 590	
43	0.0022	0.056	4.84	0.00245	2 140	
42	0.0025	0.064	6.25	0.00317	1 660	
41	0.0028	0.071	7.84	0.00397	1 320	
40	0.0031	0.079	9.61	0.00487	1 080	
39	0.0035	0.089	12.2	0.00621	847	
38	0.0040	0.102	16.0	0.00811	648	
37	0.0045	0.114	20.2	0.0103	521	
36	0.0050	0.127	25.0	0.0127	415	
35	0.0056	0.142	31.4	0.0159	331	
34	0.0063	0.160	39.7	0.0201	261	
33	0.0071	0.180	50.4	0.0255	206	
32	0.0080	0.203	64.0	0.0324	162	
31	0.0089	0.226	79.2	0.0401	131	
30	0.0100	0.254	100	0.0507	104	
29	0.0113	0.287	128	0.0647	81.2	
28	0.0126	0.320	159	0.0804	65.3	
27	0.0142	0.361	202	0.102	51.4	
26	0.0159	0.404	253	0.128	41.0	0.75*
25	0.0179	0.455	320	0.162	32.4	
24	0.0201	0.511	404	0.205	25.7	1.3*
23	0.0226	0.574	511	0.259	20.3	
22	0.0253	0.643	640	0.324	16.2	2.0*
21	0.0285	0.724	812	0.412	12.8	
20	0.0320	0.813	1 020	0.519	10.1	3.0*
19	0.0359	0.912	1 290	0.653	8.05	
18	0.0403	1.02	1 620	0.823	6.39	5.0†
17	0.0453	1.15	2 050	1.04	5.05	
16	0.0508	1.29	2 580	1.31	4.02	10.0†
15	0.0571	1.45	3 260	1.65	3.18	
14	0.0641	1.63	4 110	2.08	2.52	15.0†
13	0.0720	1.83	5 180	2.63	2.00	
12	0.0808	2.05	6 530	3.31	1.59	20.0†
11	0.0907	2.30	8 230	4.17	1.26	
10	0.1019	2.588	10 380	5.261	0.998 8	30.0†
9	0.1144	2.906	13 090	6.632	0.792 5	
8	0.1285	3.264	16 510	8.367	0.628 1	
7	0.1443	3.665	20 820	10.55	0.498 1	
6	0.1620	4.115	26 240	13.30	0.395 2	
5	0.1819	4.620	33 090	16.77	0.313 4	
4	0.2043	5.189	41 740	21.15	0.248 5	
3	0.2294	5.827	52 620	26.67	0.197 1	
2	0.2576	6.543	66 360	33.62	0.156 3	
1	0.2893	7.348	83 690	42.41	0.123 9	
1/0	0.3249	8.252	105 600	53.49	0.098 25	
2/0	0.3648	9.266	133 100	67.43	0.077 93	
3/0	0.4096	10.40	167 800	85.01	0.061 82	
4/0	0.4600	11.68	211 600	107.2	0.049 01	

*Esta corriente es adecuada para conductores sencillos y alambrado de superficie o flojo.

†Esta corriente puede estar contenida hasta en tres alambres en un cable forrado. Para cuatro a seis alambres, la corriente en cada alambre debe reducirse a 80% del valor indicado. Para siete a nueve alambres, la corriente en cada alambre debe reducirse a 70% del valor indicado.

EJEMPLO 3-4

Si el alambre de cobre sólido AWG 14 es capaz de conducir 15 A de corriente, determine la capacidad de corriente esperada del alambre de cobre AWG 24 y AWG 8 a 20°C.

Solución Ya que el AWG 24 es 10 veces menor que el AWG 14, el cable de diámetro menor será capaz de conducir cerca de una décima de la capacidad del cable de diámetro más grande.

El AWG 24 será capaz de conducir aproximadamente 1.5 A de corriente.

El AWG 8 es seis calibres más grande que el AWG 14 y ya que la capacidad de corriente se duplica por cada incremento de tres calibres, el AWG 11 es capaz de conducir 30 A y el AWG 8 será capaz de conducir 60 A.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 2

1. A partir de la tabla 3-2 encuentre los diámetros en milímetros y las áreas de las secciones transversales en milímetros cuadrados de los alambres sólidos AWG 19 y AWG 30.
2. Use las áreas de las secciones transversales para el AWG 19 y el AWG 30, estime en forma aproximada las áreas que deben tener el AWG 16 y el AWG 40.
3. Compare las áreas reales de las secciones transversales que se enlistan en la tabla 3-2 con las áreas determinadas en los problemas 1 y 2 anteriores. (Encontrará una ligera variación entre los valores calculados y las áreas reales. Esto se debe a que los diámetros reales de los alambres ha sido ajustados para que proporcionen los tamaños óptimos para su fabricación.)

Respuestas

1. $d_{AWG19} = 0.912$ mm $\quad A_{AWG19} = 0.653$ mm^2
   $d_{AWG30} = 0.254$ mm $\quad A_{AWG30} = 0.0507$ mm^2
2. $A_{AWG16} \cong 1.31$ mm^2 $\quad A_{AWG40} \cong 0.0051$ mm^2
3. $A_{AWG16} = 1.31$ mm^2 $\quad A_{AWG40} = 0.00487$ mm^2

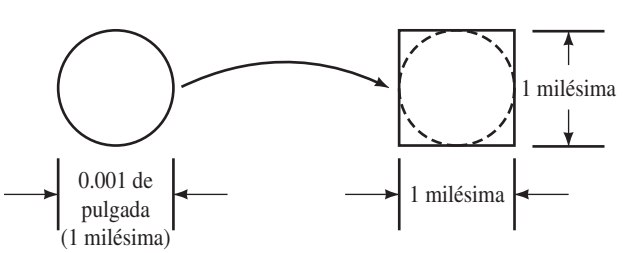
PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 2

(Las respuestas están al final del capítulo)

1. El alambre de calibre AWG 12 es capaz de conducir con seguridad 20 amperes de corriente. ¿Cuánta corriente será capaz de manejar el cable de calibre AWG 2?
2. El código eléctrico permite en realidad hasta 120 A para el cable anterior. ¿Cómo es el valor real comparado con el valor teórico? ¿Por qué piensa que hay una diferencia?

3-3 Resistencia de alambres: milésima circular

El sistema de Calibre de Alambre Estadounidense (AWG) para especificar diámetros de alambres se desarrolló usando una unidad llamada **milésima circular** (MC), la cual se define como el área contenida dentro de un círculo que tiene un diámetro de 1 milésima (1 mil = 0.001 pulgada). Una **milésima cuadrada** se define como el área contenida en un cuadrado cuyos lados miden 1 milésima. De acuerdo con la figura 3-6, es evidente que el área de una milésima circular es menor que el área de una milésima cuadrada.



(a) Milésima circular (b) Milésima cuadrada

FIGURA 3-6

Debido a que no todos los conductores tienen una sección transversal circular es necesario, en ocasiones, convertir las áreas expresadas en milésimas cuadradas en milésimas circulares. Ahora se determinará la relación entre ambas.

Suponga que un alambre tiene la sección transversal circular que se muestra en la figura 3-6(a). Al aplicar la ecuación 3-2, el área, en milésimas cuadradas, de la sección transversal circular se determina como sigue:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\pi d^2}{4} \\ &= \frac{\pi\,(1 \text{ milésima})^2}{4} \\ &= \frac{\pi}{4} \text{ milésima cuadrada} \end{aligned}$$

A partir de la deducción anterior se aplican las siguientes relaciones:

$$1 \text{ MC} = \frac{\pi}{4} \text{ milésima cuadrada} \qquad \textbf{(3-3)}$$

$$1 \text{ milésima cuadrada} = \frac{4}{\pi} \text{ MC} \qquad \textbf{(3-4)}$$

La mayor ventaja de usar la milésima circular para expresar áreas de alambres es la simplicidad con la cual se realizan los cálculos. A diferencia de los cálculos de área anteriores, los cuales involucran el uso de π, los cálculos de área se reducen a simplemente encontrar el cuadrado del diámetro.

Si se proporciona una sección transversal circular con un diámetro d (en milésimas), el área de esta sección transversal se determina como

$$A = \frac{\pi d^2}{4} \quad \text{[milésimas cuadradas]}$$

Con la ecuación 3-4, se convierte el área de milésimas cuadradas en milésimas circulares. En consecuencia, si el diámetro de un conductor circular está dado en milésimas, se determina el área en milésimas circulares como

$$A_{MC} = d_{mil}^2 \text{ [milésimas circulares, MC]} \qquad \textbf{(3-5)}$$

EJEMPLO 3-5

Determine el área de sección transversal en milésimas circulares de un alambre que tiene los siguientes diámetros:

a. 0.0159 pulgadas (alambre AWG 26)

b. 0.500 pulgadas

Solución

a. $d = 0.0159$ pulgadas
$= (0.0159 \text{ pulgadas})(1000 \text{ milésimas/pulgada})$
$= 15.9$ milésimas

Ahora, se usa la ecuación 3-5 para obtener

$$A_{MC} = (15.9)^2 = 253 \text{ MC}$$

A partir de la tabla 3-2 se observa que el resultado previo es precisamente el área para el alambre AWG 26.

b. $d = 0.500$ pulgadas
$= (0.500 \text{ pulgadas})(1000 \text{ milésimas/pulgada})$
$= 500$ milésimas

$$A_{MC} = (500)^2 = 250\,000 \text{ MC}$$

En el ejemplo 3-5(b) se observa que el área de sección transversal de un cable puede ser un número grande cuando se expresa en milésimas circulares. Con el fin de simplificar las unidades para el área, se usa con frecuencia el número romano M para representar 1000. Si un alambre tiene un área de sección transversal de 250 000 MC, se escribe con mayor facilidad como 250 MMC.

Es claro que esta es una desviación del sistema SI, donde M se usa para representar un millón. Ya que no hay una manera simple de superar este conflicto, el estudiante que trabaje con áreas de cables expresadas en MMC necesitará recordar que M representa mil y no un millón.

EJEMPLO 3-6

a. Determine el área de sección transversal en milésimas cuadradas y milésimas circulares de una barra colectora de cobre cuyas dimensiones de la sección transversal son: 0.250 pulgadas × 6.00 pulgadas.

b. Si esta barra se reemplazara con cables AWG 2/0, ¿cuántos cables se requerirán?

Solución

a. $A_{\text{milésimas cuadradas}} = (250 \text{ milésimas})(6\,000 \text{ milésimas})$
$= 1\,500\,000$ milésimas cuadradas

El área en milésimas circulares se encuentra al aplicar la ecuación 3-4

$$A_{MC} = (250 \text{ milésimas})(6\,000 \text{ milésimas})$$
$$= (1\,500\,000 \text{ milésimas cuadradas})\left(\frac{4}{\pi} \text{ MC/milésimas cuadradas}\right)$$
$$= 1\,910\,000 \text{ MC}$$
$$= 1\,910 \text{ MMC}$$

b. De acuerdo con la tabla 3-2 se observa que el cable AWG 2/0 tiene un área de sección transversal de 133.1 MMC (133 100 MC), de manera que la barra colectora equivale al siguiente número de cables:

$$n = \frac{1\,910 \text{ MMC}}{133.1 \text{ MMC}} = 14.4$$

Este ejemplo ilustra que se necesitaría instalar 15 cables para sustituir una sola barra colectora de 6.0 pulgadas por 0.25 pulgadas. Debido al costo y a lo inconveniente de usar esta cantidad de cables, se ve la economía de usar una barra sólida. La principal desventaja de usar la barra es que no está cubierta con un aislante, de manera que no ofrece la misma protección que el cable. Sin embargo, ya que la barra por lo general se usa en instalaciones donde únicamente se les permite el acceso a técnicos con experiencia, esta desventaja es menor.

TABLA 3-3 Resistividad de conductores, ρ

Material	Resistividad, ρ, a 20° C (MC-Ω/pie)
Plata	9.90
Cobre	10.36
Oro	14.7
Aluminio	17.0
Tungsteno	33.0
Hierro	74.0
Plomo	132.
Mercurio	576.
Nicromo	600.

Como se vio en la sección 3-2, la resistencia de un conductor se determinó como

$$R = \frac{\rho \ell}{A}$$

Aunque en la ecuación original se usaron unidades SI, la ecuación también se aplica si las unidades se expresan en cualquier otro sistema conveniente. Si la longitud del cable se expresa por lo general en pies y el área en milésimas circulares, entonces la resistividad debe expresarse en las unidades adecuadas. La tabla 3-3 proporciona las resistividades de algunos conductores representados en milésimas circulares–ohms por pie.

El ejemplo siguiente ilustra cómo se puede utilizar la tabla 3-3 para determinar la resistencia de una sección de alambre dada.

EJEMPLO 3-7

Determine la resistencia de un alambre de cobre AWG 16 a 20°C si tiene un diámetro de 0.0508 pulgadas y una longitud de 400 pies.

Solución El diámetro en milésimas se determina como

$$d = 0.0508 \text{ pulgadas} = 50.8 \text{ milésimas}$$

Por tanto el área de sección transversal (en milésimas circulares) del AWG es

$$A_{\text{MC}} = 50.8^2 = 2\,580 \text{ MC}$$

Ahora, al aplicar la ecuación 3-1 y usando las unidades adecuadas se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} R &= \frac{\rho \ell}{A_{\text{MC}}} \\ &= \frac{\left(10.36 \dfrac{\text{MC-}\Omega}{\text{pie}}\right)(400 \text{ pies})}{2\,580 \text{ MC}} \\ &= 1.61\ \Omega \end{aligned}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 3

1. Determine la resistencia de 1 milla (5 280 pies) de alambre AWG 19 de cobre a 20°C, si el área de la sección transversal es 1 290 MC.
2. Compare el resultado anterior con el valor que se obtendría al usar la resistencia (en ohms por 1 000 pies) que se da en la tabla 3-2.
3. Un conductor de aluminio que tiene un área de sección transversal de 1 843 MMC se usa para transmitir potencia de una estación de generación de cd de alto voltaje (AVCD) a un gran centro urbano. Si la ciudad está a 900 km de la estación de generación, determine la resistencia del conductor a una temperatura de 20°C. (Use 1 pie = 0.3048 m.)

Respuestas
1. 42.4 Ω; 2. 42.5 Ω; 3. 27.2 Ω

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 3

(Las respuestas están al final del capítulo)

Un conductor tiene un área de sección transversal de 50 milésimas cuadradas. Determine el área de sección transversal en milésimas circulares, metros cuadrados y milímetros cuadrados.

3-4 Efectos de la temperatura

En la sección 3-1 se indicó que la resistencia no es constante a todas las temperaturas; conforme se incrementa más electrones se escaparán de sus órbitas causando colisiones adicionales dentro del conductor. Para la mayoría de los materiales conductores, el incremento en el número de colisiones se traduce en un incremento relativamente lineal en la resistencia, como se muestra en la figura 3-7.

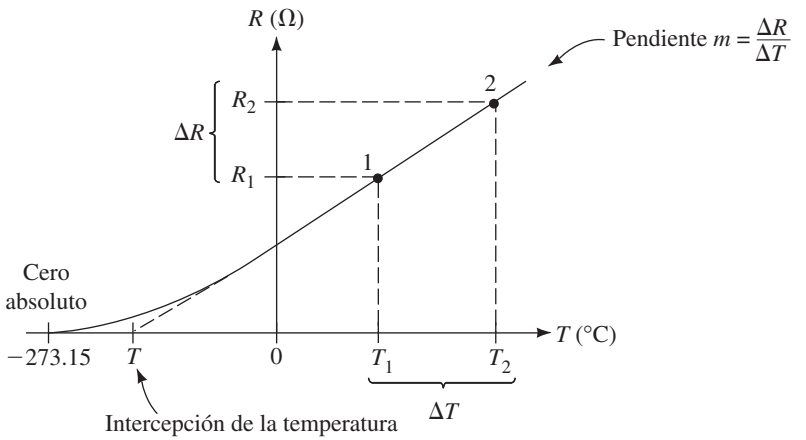


FIGURA 3-7 Efectos de la temperatura en la resistencia de un conductor.

La tasa a la cual la resistencia de un material cambia con una variación de la temperatura depende del **coeficiente de temperatura** del material, al cual se le ha asignado la letra griega alfa (α). Algunos materiales experimentan muy ligeros cambios en la resistencia, mientras que otros muestran cambios impresionantes.

Cualquier material para el cual la resistencia aumenta conforme se incrementa la temperatura se dice que tiene un **coeficiente de temperatura positivo**.

Para los materiales semiconductores como el carbón, el germanio y el silicio, el incremento en la temperatura permite a los electrones escapar de sus órbitas comúnmente estables y volverse libres para moverse dentro del material. Aunque las colisiones adicionales ocurren dentro del semiconductor, su efecto es mínimo cuando se compara con la contribución de los electrones adicionales al flujo total de carga. Conforme la temperatura se incrementa, el número de electrones de carga aumenta, lo que resulta en más corriente. Por lo tanto, un incremento en la temperatura resulta en una disminución de la resistencia y, en consecuencia, estos materiales tienen **coeficientes de temperatura negativos**.

La tabla 3-4 da los coeficientes de temperatura, α por grado Celsius, para varios materiales a 20°C y a 0°C.

Si se considera que la figura 3-7 ilustra de qué manera la resistencia del cobre cambia con la temperatura, observamos un incremento casi lineal en la resistencia conforme la temperatura se incrementa. Además, se observa que conforme la temperatura disminuye al **cero absoluto** ($T = -273.15$°C), la resistencia se aproxima a cero.

En la figura 3-7, el punto en el cual la parte lineal de la línea se extrapola para cruzar la abscisa (eje de temperatura) se conoce como la **intercepción de la temperatura** o la **temperatura absoluta inferida** T del material.

Al examinar la porción de línea recta de la gráfica, se observa que se tienen dos triángulos similares, uno con el vértice en el punto 1 y el otro con el vértice en el punto 2. La siguiente relación se aplica a estos triángulos similares.

$$\frac{R_2}{T_2 - T} = \frac{R_1}{T_1 - T}$$

TABLA 3-4 Intercepción de la temperatura y coeficientes para materiales comunes

	T (°C)	α $(°C)^{-1}$ a 20°C	α $(°C)^{-1}$ a 0°C
Plata	−243	0.003 8	0.004 12
Cobre	−234.5	0.003 93	0.004 27
Aluminio	−236	0.003 91	0.004 24
Tungsteno	−202	0.004 50	0.004 95
Hierro	−162	0.005 5	0.006 18
Plomo	−224	0.004 26	0.004 66
Nicromo	−2 270	0.000 44	0.000 44
Latón	−480	0.002 00	0.002 08
Platino	−310	0.003 03	0.003 23
Carbón		−0.000 5	
Germanio		−0.048	
Silicio		−0.075	

Esta expresión se puede reescribir para despejar la resistencia, R_2 a cualquier temperatura T_2 como sigue:

$$R_2 = \frac{T_2 - T}{T_1 - T} R_1 \tag{3-6}$$

Un método alternativo para determinar la resistencia, R_2 de un conductor a una temperatura, T_2 es a través del uso del coeficiente de temperatura α del material. Al examinar la tabla 3-4 se observa que el coeficiente de temperatura no es constante para todas las temperaturas, sino que depende de la temperatura del material. El coeficiente de temperatura para cualquier material se define como

$$\alpha = \frac{m}{R_1} \tag{3-7}$$

El valor de α por lo común se encuentra en los manuales de química. En la expresión anterior α se mide en $(°C)^{-1}$, R_1 es la resistencia en ohms a una temperatura T_1, y m es la pendiente de la porción lineal de la curva ($m = \Delta R/\Delta T$). Se deja al estudiante como un problema al final del capítulo usar las ecuaciones 3-6 y 3-7 para determinar la siguiente expresión de la figura 3-6.

$$R_2 = R_1[1 + \alpha_1(T_2 - T_1)] \tag{3-8}$$

EJEMPLO 3-8

Un alambre de aluminio tiene una resistencia de 20 Ω a temperatura ambiente (20°C). Calcule su resistencia a temperaturas de −40°C, 100°C y 200°C.

Solución En la tabla 3-4 se observa que el aluminio tiene una intercepción de la temperatura de −236°C.

A $T = -40°C$:
La resistencia a −40°C se determina con la ecuación 3-6.

$$R_{-40°C} = \left[\frac{-40°C - (-236°C)}{20°C - (-236°C)}\right] 20\ \Omega = \left(\frac{196°C}{256°C}\right) 20\ \Omega = 15.3\ \Omega$$

A $T = 100°C$:

$$R_{100°C} = \left[\frac{100°C - (-236°C)}{20°C - (-236°C)}\right] 20\ \Omega = \left(\frac{336°C}{256°C}\right) 20\ \Omega = 26.3\ \Omega$$

A $T = 200°C$:

$$R_{200°\,C} = \left[\frac{200°C - (-236°C)}{20°C - (-236°C)}\right] \quad 20\ \Omega = \left(\frac{436°C}{256°C}\right) \quad 20\ \Omega = 34.1\ \Omega$$

El fenómeno anterior indica que la resistencia de los conductores cambia en forma dramática con las variaciones de temperatura. Por esta razón, los fabricantes suelen especificar el intervalo de temperaturas dentro del cual un conductor puede operar con seguridad.

EJEMPLO 3-9

El alambre de tungsteno se usa como filamento en focos de luz incandescente. La corriente en el alambre causa que el alambre alcance temperaturas extremadamente altas. Determine la temperatura del filamento de un foco de 100 W si la resistencia que se mide a temperatura ambiente es de 11.7 Ω y cuando la luz está encendida se determina una resistencia de 144 Ω.

Solución Al volver a escribir la ecuación 3-6 somos capaces de despejar la temperatura T_2 como sigue

$$\begin{aligned} T_2 &= (T_1 - T)\frac{R_2}{R_1} + T \\ &= [20°C - (-202°C)]\frac{144\ \Omega}{11.7\ \Omega} + (-202°C) \\ &= 2530°C \end{aligned}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 4

Una línea de transmisión AVCD (alto voltaje de cd) debe ser capaz de operar en un amplio intervalo de temperatura. Calcule la resistencia de 900 km de un conductor de aluminio de 1 843 MMC a las temperaturas de −40°C y +40°C.

Respuestas
20.8 Ω, 29.3 Ω

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 4

Explique cuál es el significado de los términos *coeficiente de temperatura positivo* y *coeficiente de temperatura negativo*. ¿A qué categoría pertenece el aluminio?

(Las respuestas están al final del capítulo)

3-5 Tipos de resistores

Prácticamente todos los circuitos eléctricos y electrónicos involucran el control de voltajes y/o corrientes. La mejor manera de proporcionar el control es mediante la inserción de valores apropiados de resistencia en el circuito. Aunque se usan varios tipos y tamaños de resistores en usos eléctricos y electrónicos, todos los resistores se incluyen en dos categorías principales: resistores fijos y resistores variables.

Resistores fijos

Como el nombre lo indica, los resistores fijos son aquellos que tienen valores de resistencia que son constantes. Hay numerosos tipos de resistores fijos, varían en tamaño, desde casi microscópicos (como en los circuitos integrados) hasta los de alta potencia que son capaces de disipar muchos watts de potencia. La figura 3-8 ilustra la estructura básica de un resistor de **carbón compuesto moldeado**.

Como se muestra en la figura 3-8, el resistor de carbón compuesto moldeado consiste de un núcleo de carbón mezclado con un relleno aislante. La proporción de carbón y relleno determina el valor de resistencia del componente: entre más alta es la proporción de carbón, más baja es la resistencia. Las terminales de metal se insertan en el núcleo de carbón y el resistor completo se encapsula con una cubierta aislante. Los resistores de carbón compuesto están disponibles en resistencias desde menos de 1 Ω hasta 100 MΩ y por lo común tienen especificaciones de potencia que varían desde $\frac{1}{8}$ W hasta 2 W. La figura 3-9 muestra varios tamaños de resistores, los más grandes son capaces de disipar más potencia que los más pequeños.

Aunque los resistores de núcleo de carbón tienen la ventaja de ser baratos y fáciles de producir, suelen tener amplias tolerancias y son susceptibles a sufrir grandes cambios en la resistencia debidos a variaciones de temperatura. Como se muestra en la figura 3-10, la resistencia de un resistor de composición de carbón puede variar hasta 5% cuando la temperatura cambia en 100°C.

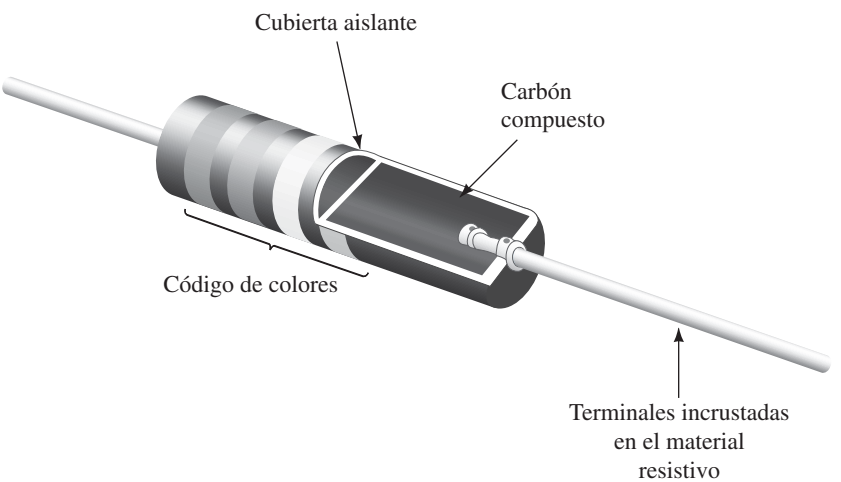


FIGURA 3-8 Estructura de un resistor de carbón compuesto moldeado.

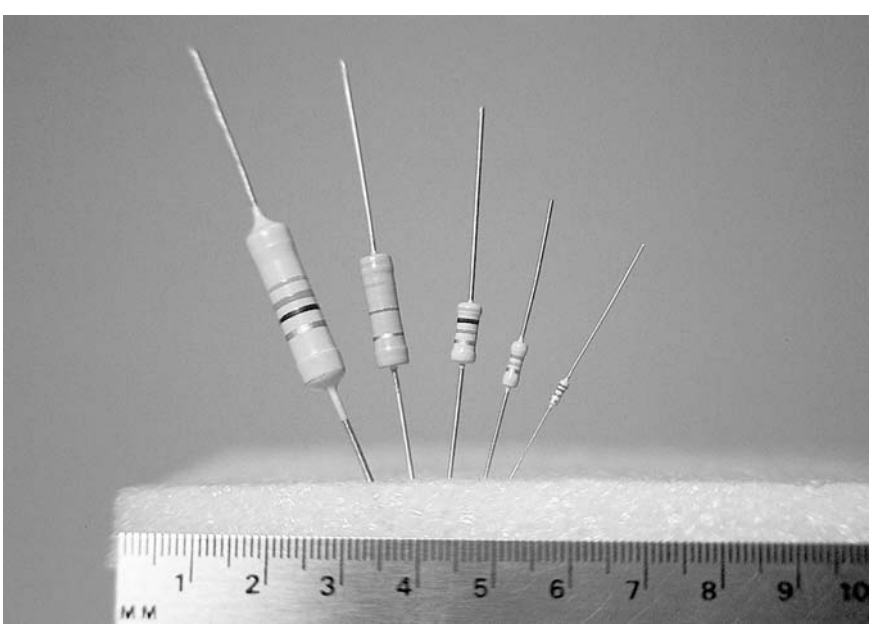


FIGURA 3-9 Tamaño real de resistores de carbón (2W, 1W, ½W, ¼W, ⅛W).

Otros tipos de resistores fijos incluyen los de **película de carbón**, **película de metal**, **óxido de metal**, **devanado de alambre** y **empaques de circuito integrado**.

Si se requieren resistores fijos en aplicaciones donde la precisión es un factor importante, entonces se emplean los resistores de película. Éstos consisten de una película, ya sea de carbón, metal u óxido metálico, depositada en un cilindro de cerámica. La resistencia deseada se obtiene al quitar parte del material resistivo, lo que resulta en un patrón helicoidal alrededor del núcleo de cerámica. Si las variaciones de resistencia debidas a la temperatura no son de mayor importancia, entonces se usan los resistores de carbón de bajo costo. Sin embargo, si se requiere poca tolerancia en un intervalo amplio de temperatura, entonces los resistores se hacen de películas que consisten de aleaciones como níquel cromo, constantan o manganin, los cuales tiene coeficientes de temperatura muy pequeños.

En ocasiones, un circuito requiere que un resistor sea capaz de disipar gran cantidad de calor. En tales casos se usan resistores de devanado de alambre, los cuales están construidos de una aleación de metal devanada alrededor de un núcleo de porcelana, que se cubre con una capa delgada de porcelana para sellarlo en su lugar. La porcelana es capaz de disipar rápidamente el calor que genera la corriente que pasa a través del alambre. La figura 3-11 muestra unos cuantos resistores de potencia de los muchos disponibles.

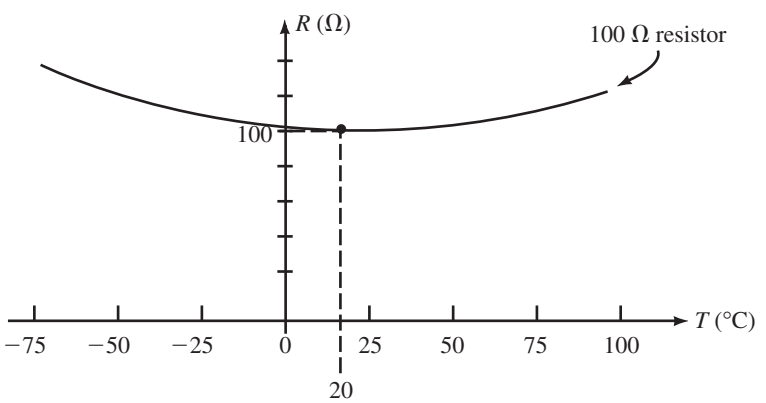


FIGURA 3-10 Variación en la resistencia de un resistor fijo de carbón compuesto.

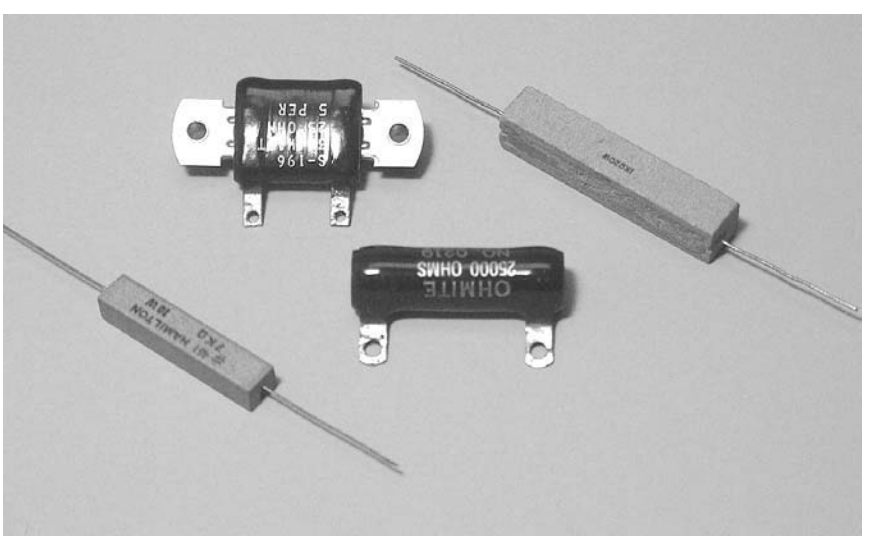
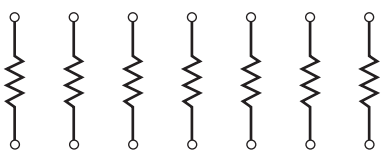


FIGURA 3-11 Resistores de potencia.

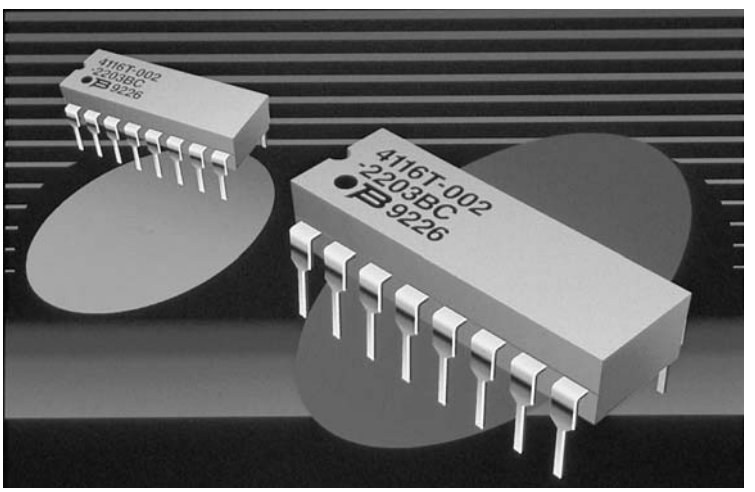
En circuitos en los que la disipación de calor no es una consideración de diseño importante, las resistencias fijas se construyen en empaques miniatura (llamados circuitos integrados o CI) capaces de contener muchos resistores individuales. La ventaja obvia de estos empaques es la capacidad para ahorrar espacio en una tarjeta de circuito. La figura 3-12 ilustra un resistor típico en empaque de CI.

Resistores variables

Los resistores variables proporcionan las funciones indispensables que usamos en una u otra forma casi a diario. Estos componentes se usan para ajustar el volumen de los radios, fijan el nivel de luz en las casas y ajustan el calentamiento de las estufas y hornos. La figura 3-13 muestra las vistas interna y externa de resistores variables típicos.



(a) Arreglo interno de resistores

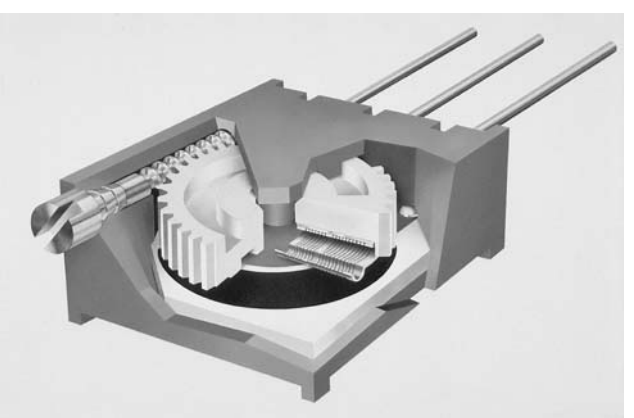


(b) Red de resistores integrados *(Cortesía de Bourns, Inc.)*

FIGURE 3-12



(a) Vista externa de resistores variables



(b) Vista interna del resistor variable

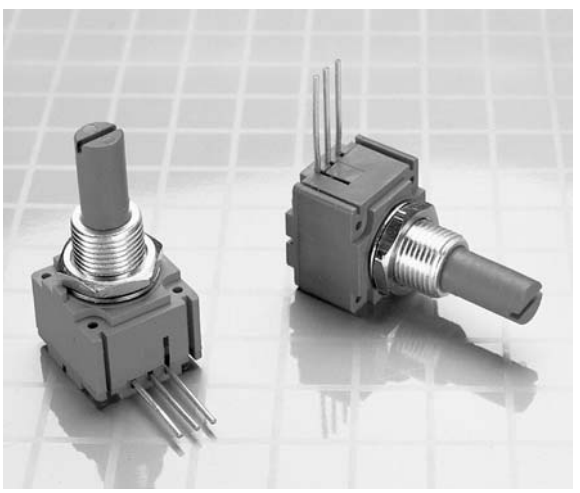
FIGURA 3-13 Resistores variables. *(Cortesía de Bourns, Inc.)*

En la figura 3-14 se observa que los resistores variables tienen tres terminales, dos de las cuales están fijas a los extremos del material resistivo. La terminal central está conectada a un contacto deslizante que se mueve sobre el material resistivo cuando el eje gira por medio de una perilla o un desarmador. La resistencia entre las dos terminales en los extremos permanece constante, mientras que la resistencia entre la terminal central y cualquiera de las dos terminales cambiará de acuerdo con la posición del contacto deslizante.

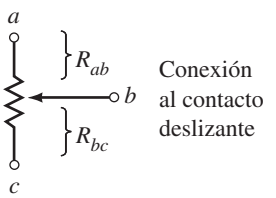
Si se examina el esquema de un resistor variable como el de la figura 3-14(b), se observa que se debe aplicar la siguiente relación:

$$R_{ac} = R_{ab} + R_{bc} \tag{3-9}$$

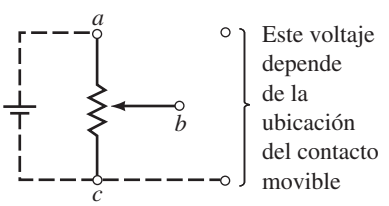
Los resistores variables se usan para dos funciones principales. Los **potenciómetros** que se muestran en la figura 3-14(c) se usan para ajustar la cantidad de potencial (voltaje) que se proporciona a un circuito. Los **reóstatos**, cuyas conexiones y esquema se muestran en la figura 3-15, se usan para ajustar la cantidad de corriente dentro de un circuito. Las aplicaciones de los potenciómetros y reóstatos se estudiarán en los próximos capítulos.



(a) Resistores variables *(Cortesía de Bourns, Inc.)*

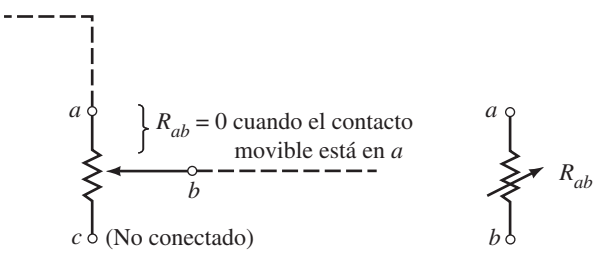


(b) Terminales de un resistor variable



(c) Resistor variable usado como potenciómetro

FIGURA 3-14



(a) Conexiones de un reóstato (b) Símbolo de un reóstato

FIGURA 3-15

3-6 Código de colores de resistores

Los resistores grandes como los de alambre devanado o los de potencia encapsulados en cerámica tienen sus valores y tolerancias impresas en los empaques. Los resistores más pequeños, ya se los que se fabrican con carbón compuesto moldeado o de película de metal, pueden ser demasiado pequeños para tener sus valores impresos en el componente. En lugar de esto, los resistores más pe-

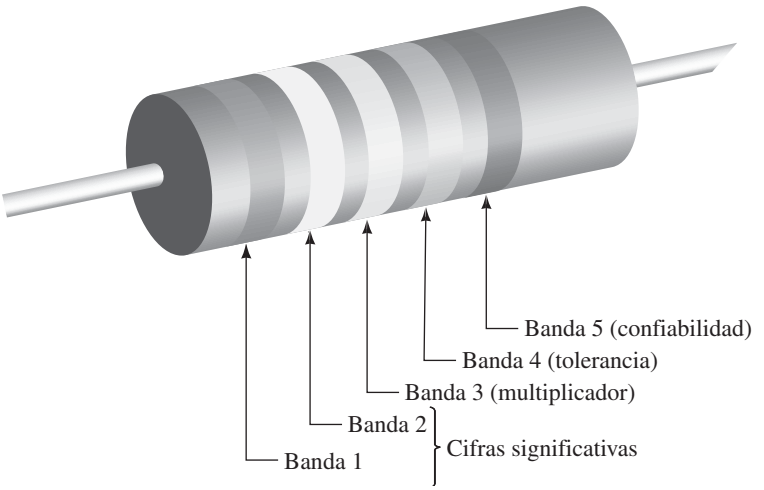


FIGURA 3-16 Código de colores del resistor.

queños por lo general están cubiertos por una capa de material epóxico o aislante similar sobre la cual están impresas en forma radial varias bandas de colores, como se muestra en la figura 3-16.

Las bandas de colores proporcionan un código fácilmente reconocible para determinar el valor de la resistencia, la tolerancia (en porcentaje), y en ocasiones la confiabilidad esperada del resistor. Las bandas de colores siempre se leen de izquierda a derecha; la izquierda se define como el lado del resistor con la banda más cercana al extremo.

Las primeras dos bandas representan el primero y segundo dígitos del valor de la resistencia, la tercera se llama banda multiplicadora y representa el número de ceros que siguen a los dos primeros dígitos; por lo general se da como una potencia de diez. La cuarta banda indica la tolerancia del resistor y la quinta banda (si está presente) es una indicación de la confiabilidad esperada del componente, que es una indicación estadística del posible número de componentes que no tendrán el valor de resistencia que se indica después de 1000 horas de uso. Por ejemplo, si un resistor particular tiene una confiabilidad de 1%, se espera que después de 1000 horas de uso, no más de 1 resistor de cada 100 esté fuera del intervalo especificado de resistencia de acuerdo con lo que se indica en las primeras cuatro bandas del código de colores. La tabla 3-5 muestra los colores de varias bandas y los correspondientes valores.

TABLA 3-5 Código de colores del resistor

Color	Banda 1 cifra significativa	Banda 2 cifra significativa	Banda 3 multiplicador	Banda 4 tolerancia	Banda 5 confiabilidad
Negro		0	$10^0 = 1$		
Café	1	1	$10^1 = 10$		1%
Rojo	2	2	$10^2 = 100$		0.1%
Naranja	3	3	$10^3 = 1\,000$		0.01%
Amarillo	4	4	$10^4 = 10\,000$		0.001%
Verde	5	5	$10^5 = 100\,000$		
Azul	6	6	$10^6 = 1\,000\,000$		
Violeta	7	7	$10^7 = 10\,000\,000$		
Gris	8	8			
Blanco	9	9			
Oro			0.1	5%	
Plata			0.01	10%	
Sin color				20%	

EJEMPLO 3-10

Determine la resistencia de un resistor de película de carbón que tiene el código de colores que se muestra en la figura 3-17.

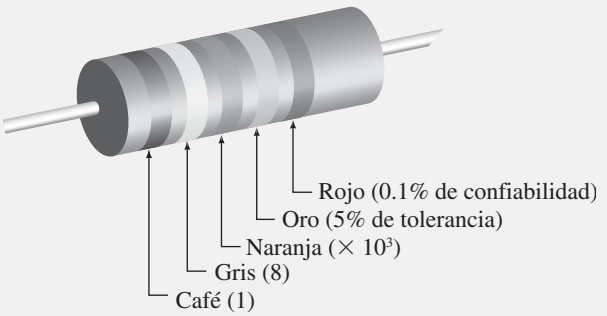


FIGURA 3-17

Solución A partir de la tabla 3-5, se observa que el resistor tendrá un valor determinado como

$$R = 18 \times 10^3\ \Omega \pm 5\%$$
$$= 18\ \text{k}\Omega \pm 0.9\ \text{k}\Omega \text{ con una confiabilidad de } 0.1\%$$

Esta especificación indica que la resistencia cae entre 17.1 kΩ y 18.9 kΩ. Después de 1000 horas se esperaría que no más de 1 resistor de cada 1000 esté fuera del intervalo especificado.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 5

Un fabricante produce resistores de carbón compuesto de 100 MΩ, con una tolerancia de ±5%. ¿Cuál será el código de colores del resistor? (de izquierda a derecha).

Respuesta
Café, Negro, Violeta, Oro

3-7 Medición de resistencia: el óhmetro

El óhmetro es un instrumento que, por lo general, es parte de un multímetro, el cual incluye también un voltímetro y un amperímetro, y se usa para medir la resistencia de un componente. Aunque tiene limitaciones, el óhmetro se usa casi a diario en tiendas y laboratorios de servicio para medir la resistencia de los componentes y también para determinar si un circuito está defectuoso. Además, también se usa para determinar la condición de dispositivos semiconductores como los diodos y los transistores. La figura 3-18 muestra un óhmetro digital típico.

Para medir la resistencia de un componente o circuito aislado, el óhmetro se coloca a través del componente que se va a probar, como se indica en la figura 3-19. La resistencia se lee simplemente en la pantalla del medidor.

Cuando se usa un óhmetro para medir la resistencia de un componente que está incluido en un circuito en operación, se deben observar los siguientes pasos:

1. Como se muestra en la figura 3-20(a), se quitan todas las fuentes de alimentación del circuito o componente por probar. Si no se sigue este paso, la lectura del óhmetro será, en el mejor de los casos, inútil y puede dañarse severamente.
2. Si se desea medir la resistencia de un componente en particular, es necesario aislarlo del resto del circuito. Esto se hace desconectando al menos una terminal del componente, como se muestra en la figura 3-20(b). Si no se sigue este paso, con toda seguridad la lectura indicada por el óhmetro no será la resistencia del dispositivo deseado, sino la de la combinación.



FIGURA 3-18 Óhmetro digital *(reproducido con el permiso de la Corporación Fluke).*

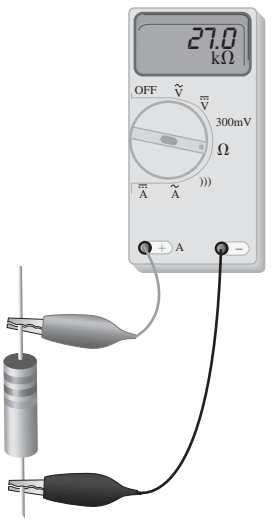
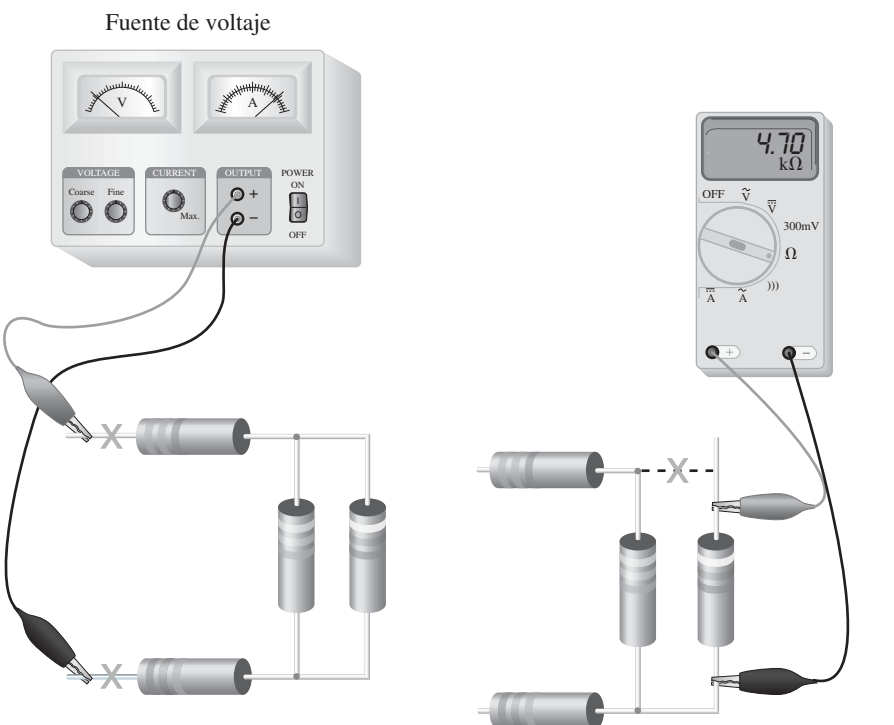


FIGURA 3-19 Se usa un óhmetro para medir la resistencia de un componente aislado.



(a) Desconecte el circuito de la fuente de voltaje/corriente

(b) Aísle y mida la resistencia del componente

FIGURA 3-20 Se usa el óhmetro para medir la resistencia en un circuito.

3. Como se muestra en la figura 3-20(b), se conectan las dos puntas del óhmetro a través del componente que se va a medir. Se pueden intercambiar las puntas negra y roja del óhmetro cuando se mide la resistencia. Sin embargo, cuando se mide la de otros componentes, la resistencia medida depende de la dirección de la corriente sensora. Tales dispositivos se analizan brevemente en una sección posterior de este capítulo.
4. Asegúrese de que el óhmetro esté en la escala correcta para proporcionar la lectura más exacta. Por ejemplo, aunque un multímetro digital (MMD) puede medir una lectura de un resistor de 1.2 kΩ en la escala de 2 MΩ, el mismo óhmetro proporcionará dígitos significativos adicionales (y por tanto mayor precisión) cuando se cambia a la escala de 2 kΩ. Para los medidores analógicos, se obtiene la mejor exactitud cuando la aguja está aproximadamente en el centro de la escala.
5. Cuando termine apague el óhmetro. Debido a que se usa una batería interna para proporcionar una pequeña corriente sensora es posible que la batería se desgaste si las puntas de prueba se conectan accidentalmente por un amplio periodo.

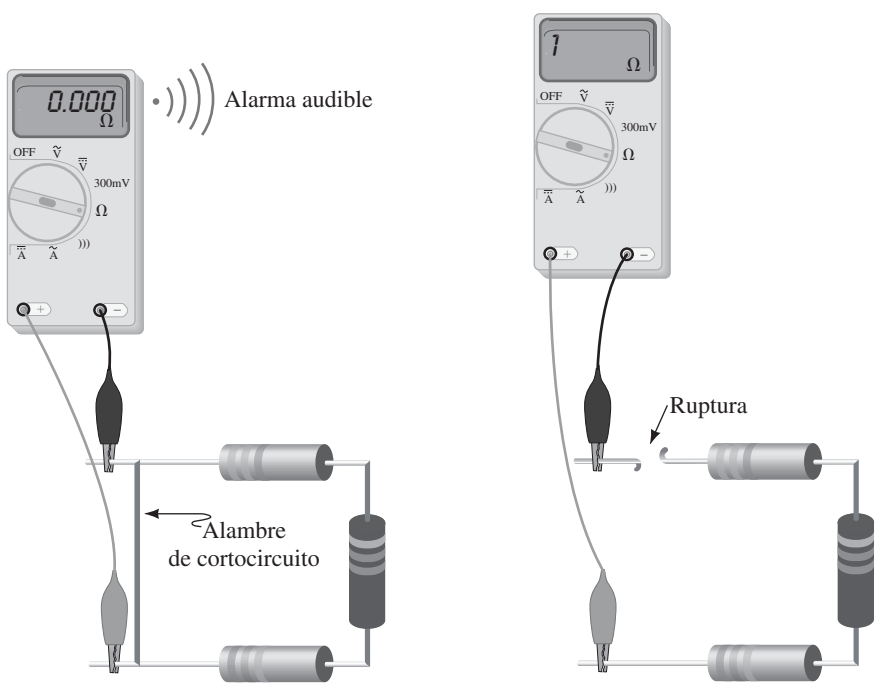
Además de la medición de resistencia, el óhmetro también se usa para indicar la continuidad de un circuito. Muchos óhmetros digitales modernos tienen un tono audible para indicar si un circuito está abierto de un punto a otro. Como se indica en la figura 3-21(a), el tono audible de un óhmetro digital permite al usuario determinar la continuidad sin dejar de ver el circuito que se está probando.

Los óhmetros son instrumentos particularmente útiles para determinar si un circuito dado tiene un cortocircuito o circuito abierto.

Un **cortocircuito** ocurre cuando un conductor de baja resistencia, como un pedazo de alambre o cualquier otro conductor, está conectado entre dos puntos en un circuito. Debido a la muy baja resistencia del cortocircuito, la corriente se desviará del resto del circuito y se irá a través del corto. Un óhmetro indicará una resistencia muy baja (en teoría cero) cuando se le usa para medir a través de un cortocircuito.

NOTA PRÁCTICA . . .

Cuando un óhmetro digital mide un circuito abierto, la pantalla del medidor, por lo general, mostrará el dígito 1 en el lado izquierdo sin dígitos enseguida. Esta lectura no debe confundirse con una lectura de 1 Ω, 1 kΩ o 1 MΩ, la cual aparecería en el lado derecho de la pantalla.



(a) Cortocircuito (b) Circuito abierto

FIGURA 3-21

Un **circuito abierto** ocurre cuando un conductor está roto entre los puntos sometidos a prueba. Un óhmetro indicará resistencia infinita cuando se usa para medir la resistencia de un circuito que tiene un circuito abierto.

La figura 3-21 ilustra los circuitos que tienen un cortocircuito y un circuito abierto.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 6

Un óhmetro se usa para medir entre las terminales de un interruptor.

a. ¿Qué indicará el óhmetro cuando el interruptor esté cerrado?
b. ¿Qué indicará el óhmetro cuando el interruptor esté abierto?

Respuestas
a. 0 Ω (cortocircuito)
b. ∞ (circuito abierto)

3-8 Termistores

En la sección 3-4 vimos cómo la resistencia varía con los cambios de temperatura. Mientras que este efecto por lo general es indeseable en los resistores, hay muchas aplicaciones que usan componentes electrónicos que tienen características que varían de acuerdo con los cambios de temperatura. Un dispositivo o componente que causa un cambio eléctrico debido a un cambio físico se conoce como un **transductor.**

Un **termistor** es un transductor de dos terminales en el cual la resistencia cambia de manera significativa con los cambios de temperatura (por lo que un termistor es un "resistor térmico"). La resistencia de los termistores puede variar por cambios de temperatura externos o por cambios en la temperatura del componente causados por la corriente que fluye a través de él. Aplicando este principio, los termistores se usan en circuitos para controlar la corriente y para medir o controlar la temperatura. Las aplicaciones comunes incluyen termómetros electrónicos y circuitos de control de termostatos para hornos. La figura 3-22 muestra un termistor típico y su símbolo eléctrico.



(a) Fotografía



(b) Símbolo

FIGURA 3-22 Termistores.

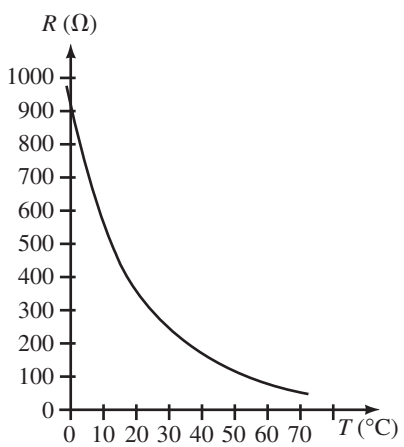


FIGURA 3-23 Resistencia del termistor como una función de la temperatura.

Los termistores se fabrican con óxidos de varios materiales como cobalto, manganeso, níquel y estroncio. Conforme se incrementa la temperatura del termistor, los electrones más externos (de valencia) en los átomos del material se vuelven más activos y se alejan del átomo. Estos electrones adicionales están ahora libres para moverse dentro del circuito causando una reducción en la resistencia del componente (coeficiente de temperatura negativo). La figura 3-23 muestra cómo la resistencia de un termistor varía con los efectos de la temperatura.

Refiérase a la figura 3-23, determine la resistencia aproximada de un termistor a cada una de las siguientes temperaturas:

a. 10 °C
b. 30 °C
c. 50 °C

Respuestas
a. 550 Ω; b. 250 Ω; c. 120 Ω

PROBLEMAS PRÁCTICOS 7

3-9 Celdas fotoconductoras

Las **celdas fotoconductoras** o **fotoceldas** son transductores de dos terminales que tienen una resistencia determinada por la cantidad de luz que incide en ellas. La mayoría de las fotoceldas están hechas de sulfuro de cadmio (CdS) o seleniuro de cadmio (CdSe) y son sensibles a la luz con longitud de onda entre 4 000 Å (luz azul) y 10 000 Å (infrarroja). El ángstrom (Å) es una unidad que se suele usar para medir la longitud de onda de la luz y tiene una dimensión de $1 \text{ Å} = 1 \times 10^{-10}$ m. La luz, que es una forma de energía, golpea el material de la fotocelda y causa la liberación de los electrones de valencia, reduciendo así la resistencia del componente. La figura 3-24 muestra la estructura, el símbolo y la característica de resistencia de una fotocelda común.

También se usan para medir la intensidad de la luz y/o para controlar la iluminación. Se usan como parte de los sistemas de seguridad.

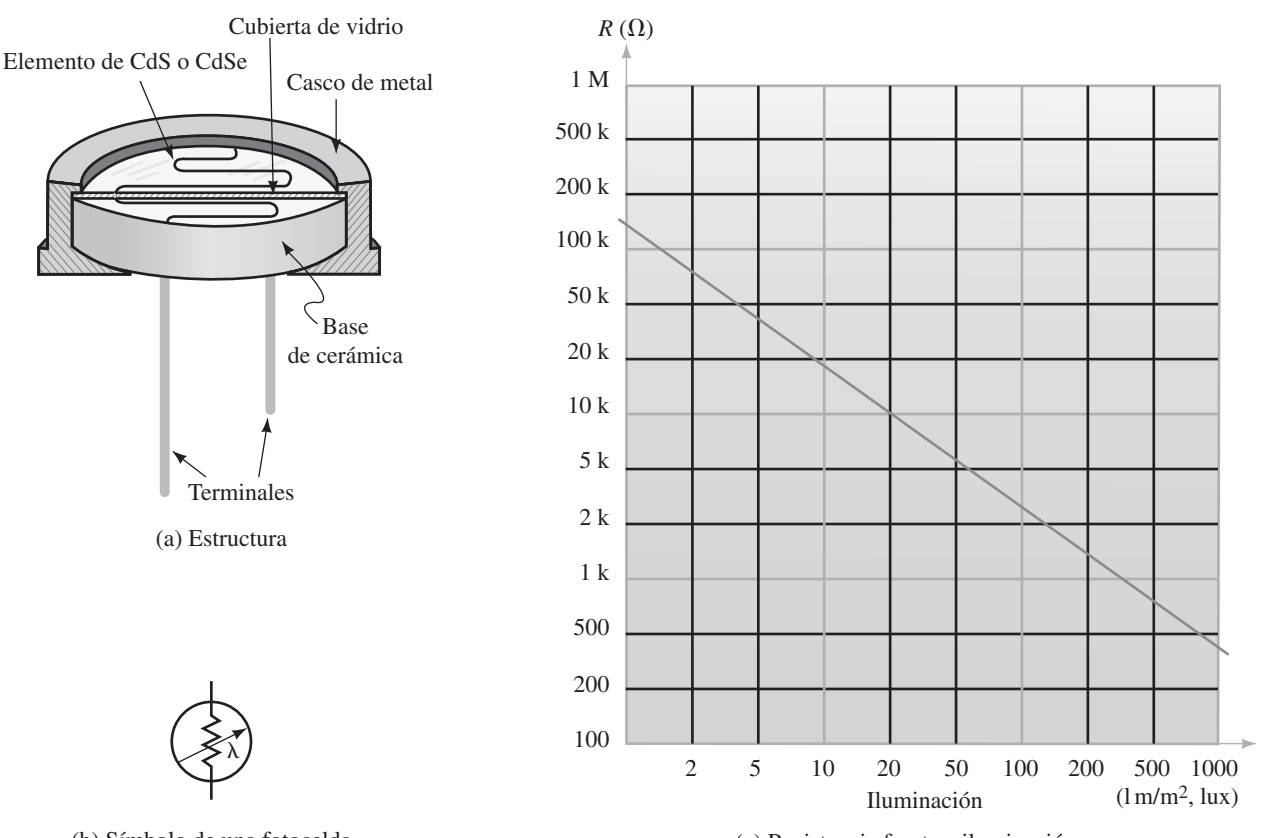


FIGURA 3-24 Fotocelda.

3-10 Resistencia no lineal

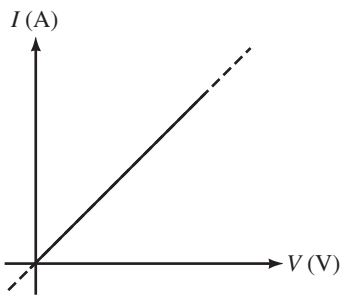


FIGURA 3-25 Relación lineal corriente-voltaje.

Hasta este punto los componentes que se han examinado han tenido valores de resistencia que son en esencia constantes para una determinada temperatura (o en el caso de una fotocelda, para una determinada cantidad de luz). Si examináramos la relación de corriente frente a voltaje para estos componentes, encontraríamos que la relación es lineal, como se muestra en la figura 3-25.

Si un dispositivo tiene una relación corriente-voltaje lineal (línea recta) entonces se le conoce como un **dispositivo óhmico**. (La relación lineal de corriente-voltaje se estudiará con gran detalle en el siguiente capítulo.) En electrónica con frecuencia se usan componentes que no tienen una relación lineal de corriente-voltaje; a estos dispositivos se les conoce como **no óhmicos**. Por otro lado, algunos componentes, como el termistor, tienen una región óhmica y una no óhmica. Cuando pasan grandes corrientes a través del termistor, el componente se calienta y el incremento en la temperatura tiene como resultado una disminución en la resistencia. En consecuencia, para corrientes grandes el termistor es un dispositivo no óhmico.

Ahora se examinarán brevemente dos dispositivos no óhmicos comunes.

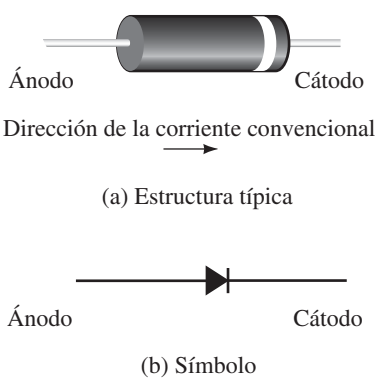


FIGURA 3-26 Diodo.

Diodos

El diodo es un dispositivo semiconductor que permite que la carga fluya en una sola dirección. La figura 3-26 ilustra la apariencia y el símbolo de un diodo típico.

La corriente convencional a través del diodo fluye en dirección del ánodo al cátodo (el extremo con la línea que rodea su circunferencia). Cuando la corriente pasa en esta dirección, se dice que el diodo está **polarizado en directa** y opera en su **región directa**. Ya que un diodo tiene muy baja resistencia en su región de directa, con frecuencia se le aproxima como un cortocircuito.

Si el circuito está conectado de manera tal que la dirección de la corriente es de cátodo a ánodo (contrario a la dirección de la flecha en la figura 3-26), el diodo está **polarizado en inversa** y opera en su **región inversa**. Debido a la alta resistencia de un diodo polarizado en inversa, con frecuencia se le aproxima como un circuito abierto.

Aunque este texto no intenta proporcionar un estudio profundo de la teoría del diodo, la figura 3-27 muestra la operación básica del diodo cuando está polarizado en directa y en inversa.

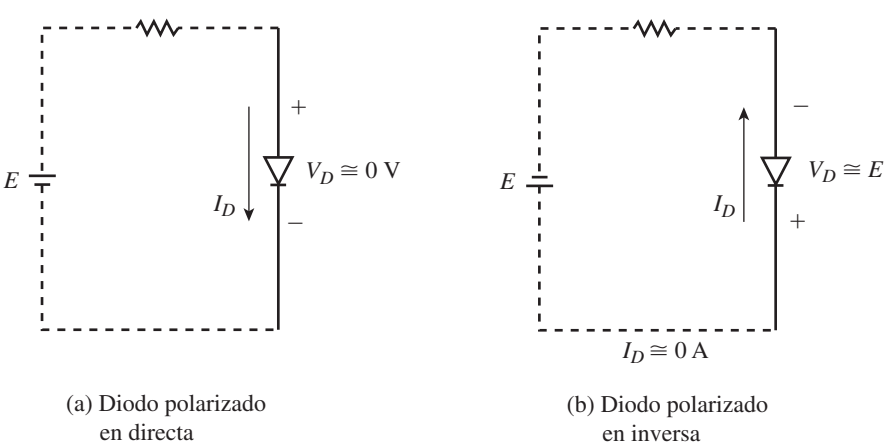
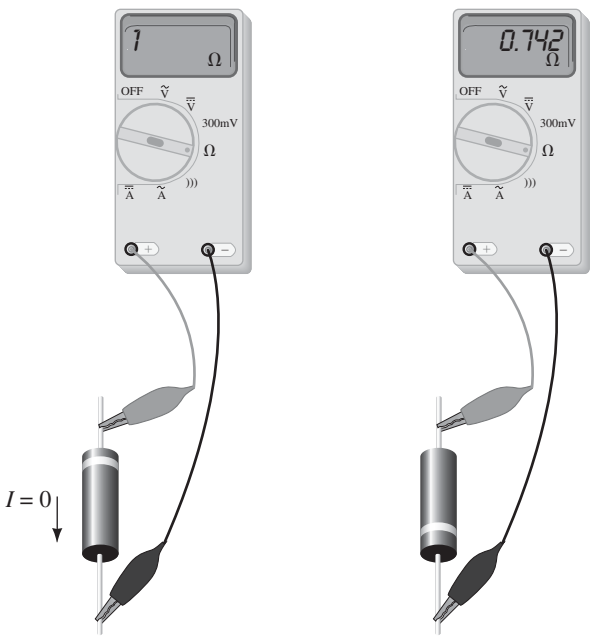


FIGURA 3-27 Relación corriente-voltaje para un diodo de silicio.

NOTAS PRÁCTICAS . . .

Ya que un óhmetro usa una fuente de voltaje interna para generar una pequeña corriente sensora, el instrumento puede usarse con facilidad para determinar las terminales (y por tanto la dirección del flujo convencional) de un diodo. (Véase la figura 3-28.)



(a) Diodo que opera en su región inversa

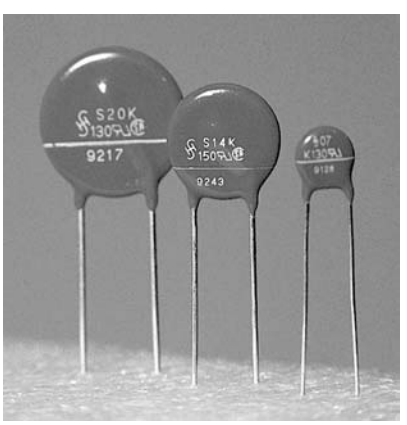
(b) Diodo que opera en su región directa

FIGURA 3-28 Determinación de las terminales del diodo con un óhmetro.

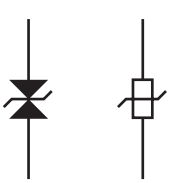
Si se mide la resistencia de un diodo en ambas direcciones, se encontrará que la resistencia será baja cuando la terminal positiva del óhmetro esté conectada al ánodo del diodo. Cuando la terminal positiva está conectada al cátodo, prácticamente no circula corriente en el diodo, de manera que la indicación en el óhmetro será resistencia infinita, que se muestra con el número 1 a la izquierda.

Varistores

Los varistores, como se muestran en la figura 3-29, son dispositivos semiconductores que tienen muy altas resistencias cuando el voltaje a lo largo del varistor está por debajo del valor de ruptura.



(a) Fotografía



(b) Símbolos del varistor

FIGURA 3-29 Varistores.

Sin embargo, cuando el voltaje a lo largo de un varistor (de cualquier polaridad) excede el valor especificado, la resistencia del dispositivo repentinamente se vuelve muy pequeña permitiendo que la carga fluya. La figura 3-30 muestra la relación corriente-voltaje para los varistores.

Los varistores se usan en circuitos sensibles, como los de las computadoras, para asegurar que si el voltaje repentinamente excede un valor predeterminado, el varistor se vuelva un cortocircuito a una señal indeseada, protegiendo por tanto el resto del circuito de voltajes excesivos.

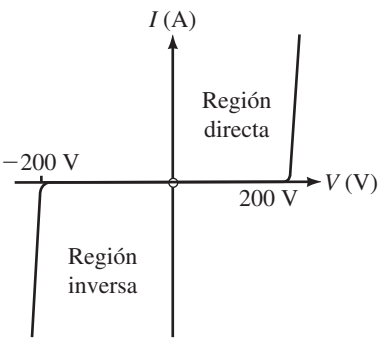


FIGURA 3-30 Relación corriente-voltaje de un varistor de 200 V (pico).

3-11 Conductancia

La **conductancia**, G, se define como la medida de la habilidad de un material para permitir el flujo de carga y se le ha asignado en el SI la unidad siemens (S). Una gran conductancia indica que el material es capaz de conducir bien la corriente, mientras que un valor bajo de conductancia indica que el material no fácilmente permite el flujo de carga. Matemáticamente, la conductancia se define como el recíproco de la resistencia. Entonces

$$G = \frac{1}{R} \quad \text{[siemens, S]} \tag{3-10}$$

Donde R es la resistencia en ohms (Ω).

EJEMPLO 3-11

Determine la conductancia de los siguientes resistores:

a. 5 Ω
b. 100 kΩ
c. 50 mΩ

Solución

a. $G = \dfrac{1}{5\ \Omega} = 0.2\ \text{S} = 200\ \text{mS}$

b. $G = \dfrac{1}{100\ \text{k}\Omega} = 0.01\ \text{mS} = 10\ \mu\text{S}$

c. $G = \dfrac{1}{50\ \text{m}\Omega} = 20\ \text{S}$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 8

1. Un determinado cable tiene una conductancia de 5.0 mS. Determine el valor de la resistencia en ohms.
2. ¿Si la conductancia se duplica, que pasa con la resistencia?

Respuestas
1. 200 Ω; 2. Se reduce a la mitad

Aunque la unidad SI de la conductancia (siemens) es casi universalmente aceptada, libros más viejos y hojas de datos presentan la conductancia con la unidad dada en mho (ohm leído al revés) y el símbolo es una omega invertida ℧ En este caso, se cumple la siguiente relación:

$$1\ \mho = 1\ \text{S} \tag{3-11}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 9

Una hoja de especificaciones para un transmisor de radar indica que uno de los componentes tiene una conductancia de 5 μμ℧.

a. Exprese la conductancia con el prefijo y la unidad correctos del SI.
b. Determine la resistencia del componente en ohms.

Respuestas
a. 5 pS; b. $2 \times 10^{11}\ \Omega$

3-12 Superconductores

Como se ha visto, todas las líneas de potencia y redes de distribución tienen resistencia interna, la cual resulta en pérdidas de energía debido al calentamiento conforme la carga fluye a través del conductor. Si hubiera alguna manera de eliminar la resistencia de los conductores, la electricidad podría transmitirse más lejos y de manera más económica. La idea de que la energía pueda transmitirse sin pérdidas por una línea de transmisión "superconductora" era formalmente un objetivo distante. Sin embargo, los recientes descubrimientos de superconductividad a bajas temperaturas promete la habilidad casi mágica de transmitir y almacenar energía sin pérdida.

En 1911 el físico alemán Heike Kamerlingh Onnes descubrió el fenómeno de la superconductividad. Los estudios del mercurio, estaño y plomo verificaron que la resistencia de estos materiales disminuye a no más de una diez mil millonésima parte de la resistencia a la temperatura ambiente cuando están sometidos a temperaturas de 4.6 K, 3-7 K y 6 K respectivamente. Recuerde que la relación entre los grados kelvin y Celsius es la siguiente:

$$T_{\text{K}} = T_{(^\circ\text{C})} + 273.15^\circ \tag{3-12}$$

La temperatura a la cual un material se vuelve superconductor se conoce como **temperatura crítica**, T_C, del material. La figura 3-31 muestra cómo la resistencia de una muestra de mercurio cambia con la temperatura, observe que la resistencia disminuye de manera repentina a cero a una temperatura de 4.6 K.

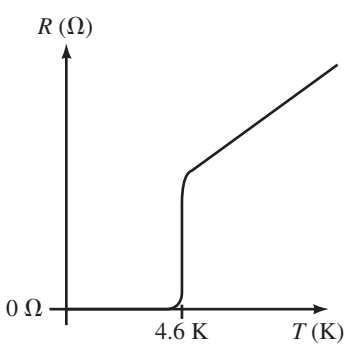


FIGURA 3-31 Temperatura crítica del mercurio.

Los experimentos con corrientes en lazos superenfriados de alambre superconductor han determinado que la corriente inducida permanecerá sin disminuir por muchos años dentro del conductor en tanto la temperatura se mantenga por debajo de su temperatura crítica.

Una propiedad peculiar que tiene algo de mágica de los superconductores ocurre cuando se coloca un magneto permanente por encima del superconductor. El magneto flota por encima de la superficie del conductor desafiando la ley de la gravedad, como se muestra en la figura 3-32.

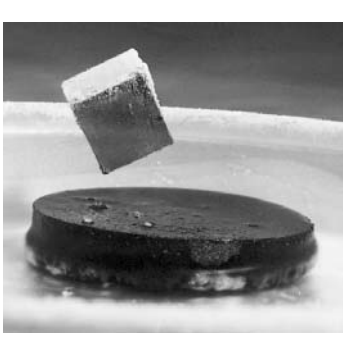


FIGURA 3-32 El efecto Meissner: un cubo magnético permanece inmóvil por encima de un disco superconductor de cerámica. El disco se mantiene por debajo de su temperatura crítica en un baño de nitrógeno líquido. *(Cortesía de los Laboratorios Bell AT&T/Archivos de AT&T.)*

Este principio, conocido como *efecto Meissner* (en honor de Walter Meissner), se expresa simplemente como sigue: cuando un superconductor se enfría por debajo de su temperatura crítica, los campos magnéticos pueden rodearlo pero no entran en él.

El principio de superconductividad se explica con el comportamiento de los electrones dentro del superconductor. A diferencia de los conductores, los cuales tienen electrones que se mueven en forma aleatoria a través del conduc-

PUESTA EN PRÁCTICA

Suponga que es un especialista en búsqueda de fallas que trabaja para una pequeña compañía telefónica. Un día, una subdivisión completa se queda sin servicio telefónico. Alguien sospecha que un cable fue cortado por alguno de los operadores que estaban trabajando en un proyecto para tender una tubería de agua cerca de la subdivisión. Sin embargo, nadie tiene la certeza de dónde ocurrió el corte. Usted recuerda que la resistencia de una longitud de alambre se determina por varios factores, incluyendo la longitud. Esto le da una idea para determinar la distancia entre la oficina central telefónica y la localización del corte.

Primero va a los registros de cableado telefónico, los cuales muestran que la subdivisión está conectada con cable de cobre calibre 26; entonces, ya que el teléfono de cada cliente esta conectado a la oficina central con un par de alambres, mide la resistencia de varios lazos desde la oficina central. Como era de esperarse, algunas de las mediciones indican circuitos abiertos. Sin embargo, varios pares de cable fueron puestos en corto por el operador de la retroexcavadora y cada uno de ellos indica una resistencia total de 338 Ω. ¿Qué tan lejos de la oficina central ocurrió el corte?

tor y colisionan con otros electrones [figura 3-33(a)], en los superconductores forman pares que se mueven a través del material de una manera similar a una banda musical que marcha en un desfile. El movimiento ordenado de los electrones en un superconductor, que se muestra en la figura 3-33(b), resulta en un conductor ideal porque los electrones ya no colisionan.

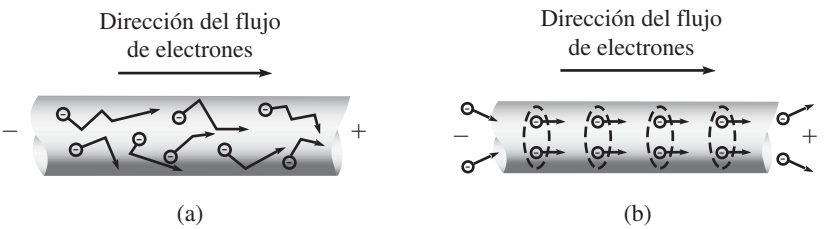


FIGURA 3-33 (a) En los conductores los electrones están libres para moverse en cualquier dirección a través del conductor. La energía se pierde debido a las colisiones con los átomos y otros electrones, dando lugar a la resistencia del conductor. (b) En los superconductores, los electrones se alinean en pares y viajan a través del conductor a un paso, evitando las colisiones. Ya que no hay pérdida de energía, el conductor no tiene resistencia.

La economía que implica tener una temperatura crítica alta ha conducido a la búsqueda de superconductores de alta temperatura. En años recientes la investigación en el Laboratorio de Investigación IBM en Zurich, Suiza, y la Universidad de Houston en Texas ha producido materiales superconductores que son capaces de operar a temperaturas tan altas cono 98 K (−175°C). Como esta temperatura aún es muy baja, significa que la superconductividad puede ahora lograrse mediante el uso de nitrógeno líquido, del cual se puede disponer con facilidad, en lugar del mucho más costoso y poco común helio líquido.

La superconductividad se ha encontrado en materiales aparentemente poco adecuados, como cerámicas que contienen bario, lantano, cobre y oxígeno. La investigación está ahora centrada en el desarrollo de nuevos materiales que se vuelvan superconductores a temperaturas aún mayores y que sean capaces de superar las desventajas de los primeros superconductores de cerámica.

La superconductividad a baja temperatura, muy costosa, se usa actualmente en algunos aceleradores de partículas gigantes y, en un grado limitado, en componentes electrónicos (tales como las rapidísimas uniones Josephson y los SQUID —siglas en inglés de dispositivos superconductores de interferencia cuántica—, que se usan para detectar campos magnéticos muy pequeños). Sin embargo, una vez que la investigación produzca superconductores de alta temperatura comercialmente viables, las posibilidades de aplicación serán ilimitadas. La superconductividad a alta temperatura promete lograr mejoras en el transporte, almacenamiento y transmisión de energía, computadoras y tratamientos e investigación médicos.

3-1 Resistencia de conductores

1. Determine la resistencia, a 20ºC, de 100 m de alambre de aluminio sólido que tiene los siguientes radios:
   a. 0.5 mm
   b. 1.0 mm
   c. 0.005 mm
   d. 0.5 cm

2. Determine la resistencia, a 20ºC, de 200 pies de conductores de hierro que tienen las siguientes secciones transversales:
   a. Cuadrada de 0.25 × 0.25 pulgadas
   b. Redonda de 0.125 pulgadas de diámetro
   c. Rectangular de 0.125 × 4.0 pulgadas
3. Una barra colectora de cobre sólido de 250 pies de longitud, que se muestra en la figura 3-34, se usa para conectar una fuente de voltaje a un panel de distribución. Si la barra tiene una resistencia de 0.02 Ω a 20°C, calcule la altura requerida de la barra (en pulgadas).

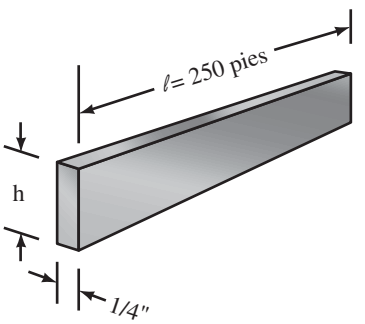


FIGURA 3-34

4. El alambre de nicromo se usa para construir elementos calefactores. Determine la longitud de un alambre de nicromo de 1.0 mm de diámetro que se necesita para producir un elemento calefactor que tenga una resistencia de 2.0 Ω a una temperatura de 20°C.
5. Un alambre de cobre con un diámetro de 0.80 mm tiene una resistencia de 10.3 Ω a 20°C. ¿Cuanto mide el alambre en metros y en pies?
6. Una pieza de alambre de aluminio tiene una resistencia, a 20°C, de 20 Ω. Si este alambre se funde y se usa para producir un segundo alambre que tiene una longitud cuatro veces más grande que la original, ¿cuál será la resistencia del nuevo alambre a 20°C? (Sugerencia: el volumen del alambre no ha cambiado.)
7. Determine la resistividad (en ohm-metros) de un cilindro de grafito con base de carbón que tiene una longitud de 6.00 cm, un diámetro de 0.50 mm y una resistencia medida de 3.0 Ω a 20°C. ¿Cómo se compara este valor con la resistividad que se reporta para el carbón?
8. Un alambre sólido circular de 200 m de longitud y con un diámetro de 0.4 mm tiene una resistencia de 357 Ω a 20°C. ¿De qué material está hecho el alambre?
9. Una sección de 2 500 m de alambre de aleación tiene una resistencia de 32 Ω. Si el alambre tiene un diámetro de 1.5 mm, determine la resistividad del material en ohm-metros. ¿La aleación es mejor conductora que el cobre?
10. Una sección de alambre de hierro con un diámetro de 0.030 pulgadas tiene una resistencia de 2 500 Ω (a una temperatura de 20°C).
    a. Determine el área de la sección transversal en metros cuadrados y en milímetros cuadrados. (Nota: una pulgada = 2.54 cm = 25.4 mm)
    b. Calcule la longitud del alambre en metros.

3-2 Tabla de alambres eléctricos

11. Utilice la tabla 3-2 para determinar la resistencia de 300 pies de conductores de cobre sólido AWG 22 y AWG 19. Compare los diámetros y resistencias de los alambres.

12. Use la tabla 3-2 para encontrar la resistencia de 250 m de conductores de cobre sólido AWG 8 y AWG 2. Compare los diámetros y resistencias de los alambres.
13. Determine la máxima corriente que puede conducir un alambre AWG 19 y uno AWG 30.
14. Si el AWG 8 se especifica para un máximo de 40 A, ¿cuánta corriente podrá conducir con seguridad el AWG 2?
15. Se determina que un carrete de alambre de transformador de cobre AWG 36 tiene una resistencia de 550 Ω a una temperatura de 20°C. ¿Cuánto mide el alambre en metros?
16. ¿Cuánta corriente será capaz de conducir un alambre de cobre AWG 36?

3-3 Resistencia de alambres: milésima circular

17. Determine el área en milésimas circulares de los siguientes conductores (T = 20°C):
    a. Alambre circular con un diámetro de 0.016 pulgadas
    b. Alambre circular con un diámetro de 2.0 mm
    c. Barra colectora rectangular de 0.25 × 6.0 pulgadas
18. Exprese las áreas de las secciones transversales de los conductores del problema 17 en milésimas cuadradas y milímetros cuadrados.
19. Calcule la resistencia, a 20°C, de 400 pies de conductores de cobre que tiene las mismas áreas de sección transversal que las del problema 17.
20. Determine el diámetro en pulgadas y en milímetros de cables circulares que tiene las siguientes áreas se secciones transversales (suponga que los cables son conductores sólidos):
    a. 250 MC
    b. 1000 MC
    c. 250 MMC
    d. 750 MMC
21. Un alambre de cobre sólido de 200 pies tiene una resistencia de 0.500 Ω.
    a. Determine el área de sección transversal del alambre en milésimas cuadradas y milésimas circulares.
    b. Determine el diámetro del alambre en milésimas y en pulgadas.
22. Repita el problema 21 si el alambre está hecho de nicromo.
23. Un carrete de alambre de cobre sólido con un diámetro de 0.040 pulgadas tiene una resistencia de 12.5 Ω (a una temperatura de 20°C).
    a. Determine el área de sección transversal en milésimas cuadradas y milésimas circulares.
    b. Calcule la longitud del alambre en pies.
24. Un alambre de hierro con un diámetro de 30 milésimas fue ocasionalmente usado para la transmisión telegráfica. Un técnico mide una sección de línea telegráfica que tiene una resistencia de 2500 Ω (a una temperatura de 20°C).
    a. Determine el área de sección transversal en milésimas cuadradas y milésimas circulares.
    b. Calcule la longitud del alambre en pies y en metros. (Nota: 1 pie = 0.3048 m.) Compare su repuesta con la obtenida en el problema 10.

3-4 Efectos de la temperatura

25. Un conductor de aluminio tiene una resistencia de 50 Ω a temperatura ambiente. Encuentre la resistencia para el mismo conductor a −30°C, 0°C y a 200°C.
26. Se diseña un alambre para uso doméstico de cobre sólido AWG 14 para operar dentro de un intervalo de temperatura de −40°C a 90°C. Calcule la resistencia de 200 pies de circuito de alambre a ambas temperaturas. Nota: un pie de circuito es la longitud del cable necesario para que la corriente viaje hacia una carga y de regreso.

27. Cierto material tiene una resistencia de 20 Ω a temperatura ambiente (20°C) y 25 Ω a una temperatura de 85°C.
    a. ¿El material tiene un coeficiente de temperatura positivo o negativo? Explique brevemente.
    b. Determine al valor del coeficiente de temperatura, α, a 20°C.
    c. Suponga que la función de resistencia frente a temperatura es lineal y determine la resistencia esperada del material a 0°C (el punto de congelación del agua) y a 100°C (el punto de ebullición del agua).
28. Cierto material tiene una resistencia de 100 Ω a temperatura ambiente (20°C) y de 150 Ω a −25°C.
    a. ¿El material tiene un coeficiente de temperatura positivo o negativo? Explique brevemente.
    b. Determine al valor del coeficiente de temperatura, α, a 20°C.
    c. Suponga que la función de resistencia frente a temperatura es lineal y determine la resistencia esperada del material a 0°C (el punto de congelación del agua) y a −40°C.
29. Un calentador eléctrico está hecho de alambre de nicromo. El alambre tiene una resistencia de 15.2 Ω a una temperatura de 20°C. Determine la resistencia del alambre de nicromo cuando su temperatura aumente a 260°C.
30. Un diodo de silicio tiene una resistencia de 500 Ω a 20°C. Determine la resistencia del diodo si su temperatura se incrementa con un cautín a 30° C. (Suponga que la función de resistencia frente a temperatura es lineal.)
31. Un dispositivo eléctrico tiene una respuesta lineal de temperatura. El dispositivo tiene una resistencia de 120 Ω a una temperatura de −20°C y de 190 Ω a 120°C.
    a. Calcule la resistencia a una temperatura de 0°C.
    b. Calcule la resistencia a una temperatura de 80°C.
    c. Determine la intercepción de temperatura del material.
32. Deduzca la expresión de la ecuación 3-8.

3-5 Tipos de resistores

33. Un resistor variable de 10 kΩ tiene su contacto deslizante (terminal movible *b*) inicialmente en la terminal inferior *c*. Determine la resistencia R_{ab} entre las terminales *a* y *b*, y la resistencia R_{bc} entre las terminales *b* y *c* dadas las siguientes condiciones:
    a. El contacto deslizante esta en c.
    b. El contacto deslizante está a una quinta parte del trayecto de la superficie resistiva.
    c. El contacto deslizante está a cuatro quintas partes del trayecto de la superficie resistiva.
    d. El contacto deslizante está en *a*.
34. Se mide la resistencia entre la terminal *b* del contacto deslizante y la terminal inferior *c* de un resistor variable de 200 kΩ y da 50 kΩ. Determine la resistencia que se medirá entre la terminal superior *a*, y la terminal del contacto deslizante *b*.

3-6 Código de colores de resistores

35. Dados los resistores con los siguientes códigos de colores (de izquierda a derecha) determine la resistencia, la tolerancia y la confiabilidad de cada componente. Exprese la incertidumbre en porcentaje y en ohms.

a.	Café	Verde	Amarillo	Plata	
b.	Rojo	Gris	Oro	Oro	Amarillo
c.	Amarillo	Violeta	Azul	Oro	
d.	Naranja	Blanco	Negro	Oro	Rojo

36. Determine los códigos de colores requeridos si necesitara los siguientes resistores para un proyecto:
    a. 33 kΩ ± 5%, 0.1% de confiabilidad
    b. 820 Ω ± 10%
    c. 15 Ω ± 20%
    d. 2.7 MΩ ± 5%

3-7 Medición de resistencia: el óhmetro

37. Explique cómo se puede usar un óhmetro para determinar si un foco se fundió.
38. Si un óhmetro fuera colocado entre las terminales de un interruptor, ¿qué resistencia esperaría medir cuando los contactos del interruptor estén cerrados y cuando estén abiertos?
39. Explique cómo podría usar un óhmetro para determinar aproximadamente cuánto cable queda en un carrete de alambre de cobre AWG 24.
40. Se usa un óhmetro analógico para medir la resistencia de un componente de dos terminales. El óhmetro indica una resistencia de 1.5 kΩ. Cuando se invierten las terminales el medidor indica que la resistencia del componente es un circuito abierto. ¿El componente está defectuoso? Si no, ¿qué tipo de componente se está probando?

3-8 Termistores

41. Un termistor tiene las características que se muestran en la figura 3-23.
    a. Determine la resistencia del dispositivo a temperatura ambiente, 20°C.
    b. Determine la resistencia del dispositivo a 40°C.
    c. ¿El termistor tiene un coeficiente de temperatura positivo o negativo? Explique.

3-9 Celdas fotoconductoras

42. Para la fotocelda que tiene las características que se muestra en la figura 3-24(c), determine la resistencia
    a. en un sótano con iluminación atenuada de 10 lux
    b. en una casa con una iluminación de 50 lux
    c. en un salón de clases con una iluminación de 500 lux

3-11 Conductancia

43. Calcula la conductancia de las siguientes resistencias:
    a. 0.25 Ω
    b. 500 Ω
    c. 250 kΩ
    d. 12.5 MΩ
44. Determine la resistencia de los componentes que tienen las siguientes conductancias:
    a. 62.5 μS
    b. 2 500 mS
    c. 5.75 mS
    d. 25.0 S
45. Determine la conductancia de 1000 m de alambre de cobre sólido AWG 30 a una temperatura de 20°C.
46. Determine la conductancia de una barra colectora de aluminio que mide 200 pies (a una temperatura de 20°C) la cual tiene una sección transversal que mide 4.0 pulgadas × 0.25 pulgadas. Si la temperatura aumentara, ¿qué pasaría con la conductancia de la barra?

✓ RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 1

1. El alambre de hierro tendrá aproximadamente siete veces más resistencia que el cobre.
2. El alambre más largo tendrá el doble de resistencia que el alambre más corto.
3. El alambre que tiene el diámetro mayor tendrá un cuarto de resistencia que el de diámetro menor.

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 2

1. 200 A
2. El valor real es menor que el valor teórico. Ya que sólo la superficie del cable es capaz de disipar calor, la corriente debe disminuirse para evitar calentamiento.

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 3

$A = 63.7\ MC$
$A = 3.23 \times 10^{-8}\ m^2 = 0.0323\ mm^2$

Problemas intermedios para verificación de aprendizaje 4

El coeficiente de temperatura positivo significa que la resistencia de un material aumenta conforme la temperatura se incrementa. El coeficiente de temperatura negativo significa que la resistencia de un material disminuye conforme la temperatura se incrementa. El aluminio tiene un coeficiente de temperatura positivo.

TÉRMINOS CLAVE

Captura esquemática
Circuito abierto
Convención de la referencia de voltaje
Eficiencia
Energía
Ley de Ohm
Ohm
Óhmico
Potencia
Resistencia de cd
Resistencia dinámica
Resistencia lineal
Resistencia no lineal

PLAN GENERAL

Ley de Ohm
Polaridad del voltaje y dirección de la corriente
Potencia
Convención de la dirección de la potencia
Energía
Eficiencia
Resistencias no lineales y dinámicas
Análisis de circuitos con ayuda de la computadora

OBJETIVOS

Después de estudiar este capítulo será capaz de:

- calcular el voltaje, la corriente y la resistencia en circuitos simples utilizando la ley de Ohm,
- usar la convención de referencia de voltaje para determinar la polaridad,
- describir cómo el voltaje, la corriente y la potencia se relacionan en un circuito resistivo,
- calcular la potencia en circuitos de cd,
- usar la convención de referencia de potencia para describir la dirección de transferencia de potencia,
- calcular la energía usada por cargas eléctricas,
- determinar los costos de energía,
- determinar la eficiencia de máquinas y sistemas,
- utilizar el PSpice y el Multisim para resolver problemas de la ley de Ohm.

Ley de Ohm, potencia y energía

4

RESUMEN DEL CAPÍTULO

En los dos capítulos previos se estudió el voltaje, la corriente y la resistencia por separado. En este capítulo se consideran juntos. A partir de la ley de Ohm se estudiará la relación entre voltaje y corriente en un circuito resistivo, las convenciones de referencia, potencia, energía y eficiencia. También en este capítulo se iniciará el estudio de los métodos de cálculo. Se consideran dos paquetes de aplicación: el Orcad PSpice (de Cadence Design Systems Inc.) y el Multisim (de Electronics Workbench, una compañía de National Instruments Corporation). ■

PERSPECTIVA HISTÓRICA

Georg Simon Ohm



En el capítulo 3 se mostraron brevemente los experimentos de Ohm. Ahora se hablará de su persona.

George Simon Ohm nació en Erlangen, Bavaria, el 16 de marzo de 1787. Su padre, un mecánico experto, determinó que su hijo obtuviera una educación en ciencias. Aunque Ohm se convirtió en profesor en una preparatoria, siempre tuvo aspiraciones de recibir un cargo universitario. La única forma de obtener ese cargo sería producir importantes resultados a través de la investigación científica. Ya que la ciencia de la electricidad estaba en su infancia y debido a que la celda eléctrica había sido recientemente descubierta por el italiano Alessandro Volta, Ohm decidió estudiar el comportamiento de la corriente en circuitos resistivos. Debido a que el equipo era costoso y difícil de obtener, Ohm construyó la mayor parte por sí mismo, gracias a la formación que había recibido de su padre. Con ese equipo, determinó en forma experimental que la cantidad de corriente que se transmite a lo largo de un cable era directamente proporcional a su área de sección transversal e inversamente proporcional a su longitud. A partir de estos resultados, Ohm fue capaz de definir la resistencia y mostrar que había una simple relación entre voltaje, resistencia y corriente. Este resultado, conocido como ley de Ohm, es quizá la relación más importante y fundamental en la teoría de circuitos. Sin embargo, sus resultados, publicados en 1827, fueron encontrados ridículos. Como resultado, no sólo fracasó en obtener un cargo universitario, sino también fue forzado a renunciar a su puesto como profesor en la preparatoria. Mientras Ohm vivía en la pobreza y en la deshonra, su trabajo comenzó a ser conocido y apreciado fuera de Alemania. En 1842, fue nombrado miembro de la Sociedad Real. Finalmente, en 1849 fue nombrado profesor de la Universidad de Munich, donde por fin fue reconocido por sus importantes contribuciones. ■

4-1 Ley de Ohm

NOTAS . . .

La electrónica en el futuro

Para mayor información o para usar su computadora para explorar de manera interactiva la idea que se presenta aquí, busque en el CD incluido en este libro. Oprima el Botón 1, *Electrónica en el futuro* y seleccione el módulo de la *Ley de Ohm*.

Considere el circuito de la figura 4-1. Ohm usó un circuito similar en concepto a éste para determinar de manera experimental que la *corriente en un circuito resistivo es directamente proporcional al voltaje aplicado e inversamente proporcional a su resistencia*. En forma de ecuación, la ley de Ohm establece

$$I = \frac{E}{R} \quad \text{[amps, A]} \tag{4-1}$$

Donde

E es el voltaje en volts,

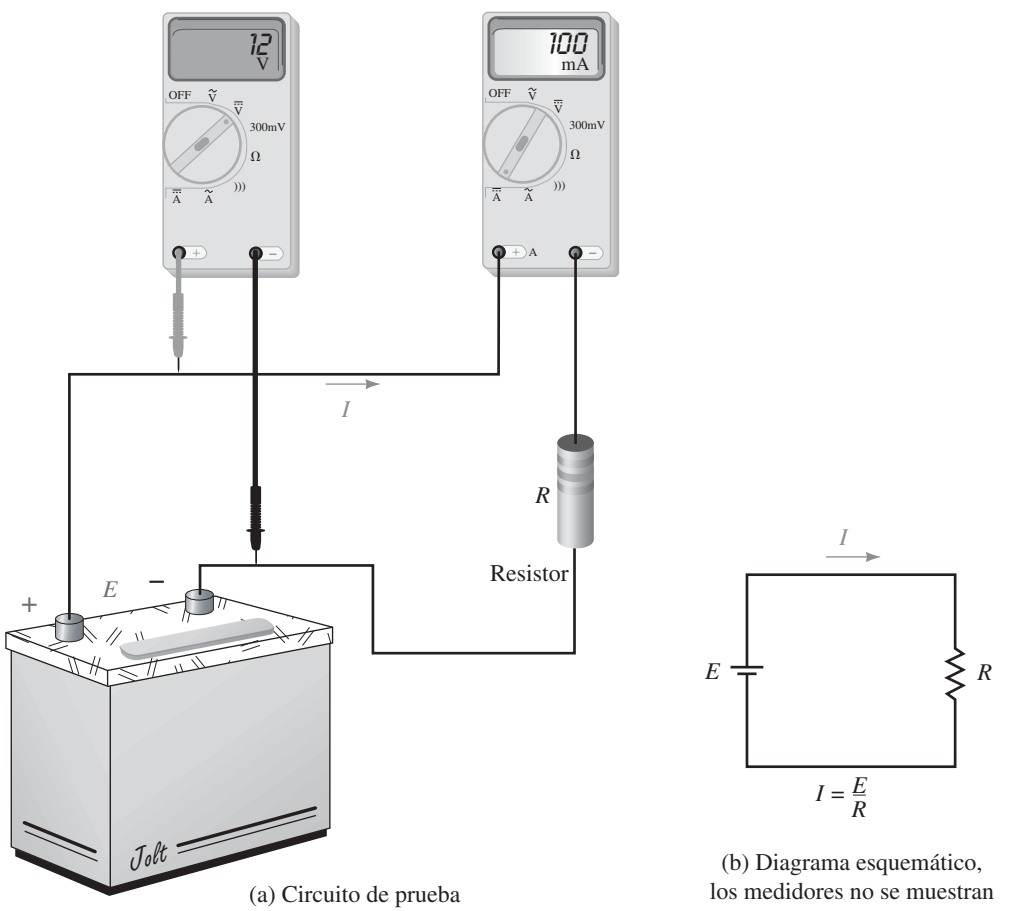
R es la resistencia en ohms,

I es la corriente en amperes.

A partir de esto se puede observar que entre mayor sea el voltaje aplicado, mayor será la corriente; y entre más grande sea la resistencia, menor será la corriente.

La relación proporcional entre el voltaje y la corriente descrita por la ecuación 4-1 puede demostrarse mediante la sustitución directa, como se indica en la figura 4-2. Para una resistencia fija, al duplicar el voltaje como en (b) se duplica la corriente, y al triplicar el voltaje como se muestra en (c), se triplica la corriente, y así sucesivamente.

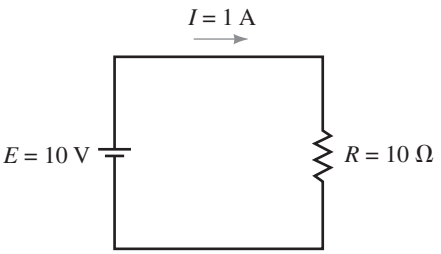
La relación inversa entre la resistencia y la corriente se demuestra en la figura 4-3. Para un voltaje fijo, al duplicar la resistencia como se muestra en (b), se reduce la corriente a la mitad, y al triplicar la resistencia como se muestra en (c), la corriente disminuye a un tercio de su valor original, y así sucesivamente.



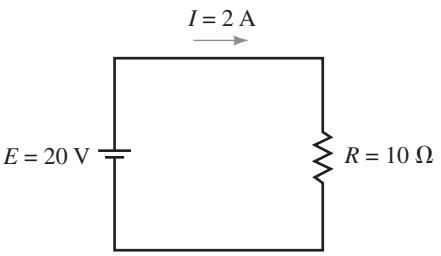
(a) Circuito de prueba

(b) Diagrama esquemático, los medidores no se muestran

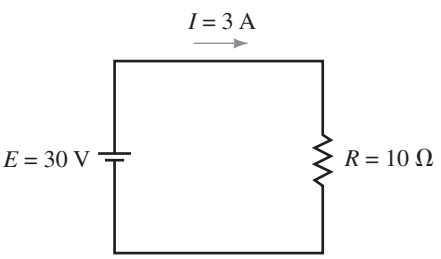
FIGURA 4-1 Circuito para ilustrar la ley de Ohm.



(a) $I = \frac{10\text{ V}}{10\ \Omega} = 1\text{ A}$

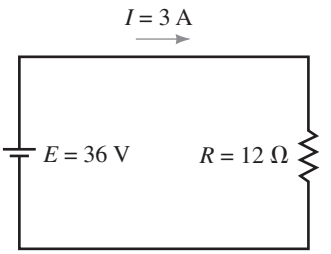


(b) $I = \frac{20\text{ V}}{10\ \Omega} = 2\text{ A}$

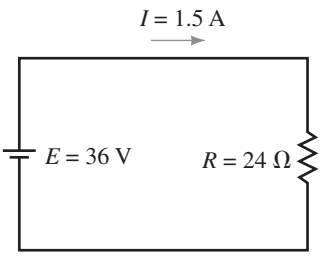


(c) $I = \frac{30\text{ V}}{10\ \Omega} = 3\text{ A}$

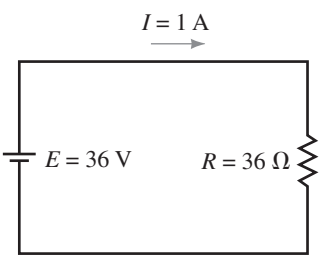
FIGURA 4-2 Para una resistencia fija, la corriente es directamente proporcional al voltaje, al duplicar el voltaje como en (b) se duplica la corriente, y al triplicar el voltaje como en (c), se triplica la corriente, y así sucesivamente.



(a) $I = \frac{36\text{ V}}{12\ \Omega} = 3\text{ A}$



(b) $I = \frac{36\text{ V}}{24\ \Omega} = 1.5\text{ A}$



(c) $I = \frac{36\text{ V}}{36\ \Omega} = 1\text{ A}$

FIGURA 4-3 Para un voltaje fijo, la corriente es inversamente proporcional a la resistencia; por lo que, al duplicar la resistencia como en (b), la corriente se reduce a la mitad, y al triplicar la resistencia como en (c), la corriente disminuye a un tercio del valor original, y así sucesivamente.

Al reordenar la ecuación 4-1, la ley de Ohm también se puede expresar en las siguientes formas:

$$E = IR \text{ [volts, V]} \qquad \textbf{(4-2)}$$

y

$$R = \frac{E}{I} \quad \text{[ohms, } \Omega\text{]} \qquad \textbf{(4-3)}$$

Al usar la ley de Ohm asegúrese de expresar todas las cantidades en las unidades base de volts, ohms y amperes como en los ejemplo 4-1 a 4-3, o utilice las relaciones entre prefijos como en el ejemplo 4-4.

EJEMPLO 4-1

Un resistor de 27 Ω se conecta a una batería de 12 V. ¿Cuánto vale la corriente?

Solución Al sustituir los valores de resistencia y voltaje en la ley de Ohm se obtiene

$$I = \frac{E}{R} = \frac{12\text{ V}}{27\ \Omega} = 0.444\text{ A}$$

EJEMPLO 4-2

La lámpara de la figura 4-4 requiere 25 mA cuando se conecta a una batería de 6 V. ¿Cuál es su resistencia?

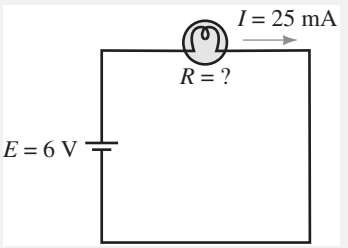


FIGURA 4-4

Solución Usando la ecuación 4-3,

$$R = \frac{E}{I} = \frac{6\text{ V}}{25 \times 10^{-3}\text{ A}} = 240\ \Omega$$

EJEMPLO 4-3

Si 125 μA es la corriente en un resistor con bandas de colores roja, roja, amarilla, ¿cuál es el voltaje en las terminales del resistor?

Solución De acuerdo con el código de colores del capítulo 3, $R = 220\ \text{k}\Omega$. A partir de la ley de Ohm, $E = IR = (125 \times 10^{-6}\text{ A})(220 \times 10^{3}\ \Omega) = 27.5\text{ V}$.

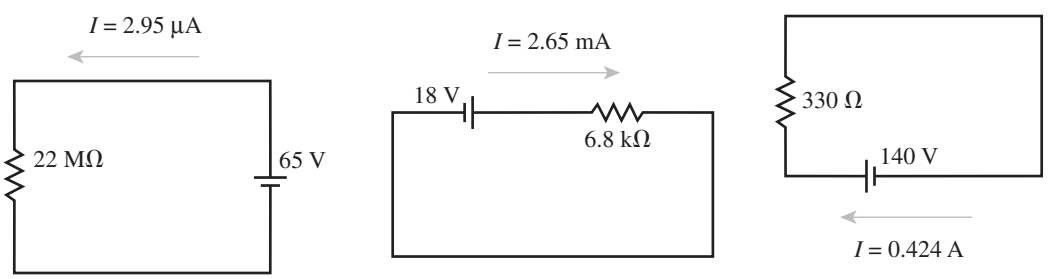
EJEMPLO 4-4

Un resistor con código de colores café, rojo, amarillo está conectado a una fuente de 30 V. ¿Cuánto vale I?

Solución Cuando E está en volts y R está en kΩ, la respuesta se da directamente en mA. A partir del código de colores, $R = 120\ \text{k}\Omega$. Entonces,

$$I = \frac{E}{R} = \frac{30\text{ V}}{120\ \text{k}\Omega} = 0.25\text{ mA}$$

Por tradición los circuitos se dibujan con las fuentes del lado izquierdo y la carga del lado derecho, como se indica en las figuras 4-1 a 4-3. Sin embargo, también encontrará circuitos con otras orientaciones en los cuales se aplican los mismos principios; como se hizo en la figura 4-4, simplemente se dibujó la flecha de la corriente apuntando hacia fuera de la terminal positiva de la fuente y se aplica la ley de Ohm en la forma acostumbrada. Otros ejemplos se muestran en la figura 4-5.



(a) $I = \dfrac{65\text{ V}}{22\ \text{M}\Omega} = 2.95\ \mu\text{A}$ (b) $I = \dfrac{18\text{ V}}{6.8\ \text{k}\Omega} = 2.65\text{ mA}$ (c) $I = \dfrac{140\text{ V}}{330\ \Omega} = 0.424\text{ A}$

FIGURA 4-5

Ley de Ohm en forma gráfica

La relación entre la corriente y el voltaje descrita en la ecuación 4-1 puede mostrarse en forma gráfica como se observa en la figura 4-6. Las gráficas, que son líneas rectas, muestran con claridad que la relación entre el voltaje y la corriente es lineal, es decir, que la corriente es directamente proporcional al voltaje.



PROBLEMAS PRÁCTICOS 1

1. a. Para el circuito de la figura 4-2(a), demuestre que cuando el voltaje se reduce a la mitad se obtiene la mitad de la corriente.
   b. Para el circuito de la figura 4-3(a), muestre que al reducir a la mitad la resistencia se obtiene el doble de la corriente.
   c. ¿Los resultados son consistentes con el planteamiento verbal de la ley de Ohm?
2. Para cada inciso, dibuje el circuito con los valores marcados, entonces resuelva para hallar la variable desconocida.
   a. Un resistor de 10 000 miliohm se conecta a una batería de 24 V. ¿Cuál es la corriente en el resistor?
   b. ¿Cuántos volts se requieren para establecer una corriente de 20 μA en un resistor de 100 kΩ?
   c. Si se aplican 125 V a un resistor y resultan 5 mA, ¿cuál es la resistencia?
3. Para cada circuito de la figura 4-7 determine la corriente, incluyendo su dirección (es decir, hacia dónde debe apuntar la flecha de la corriente).
4. Verifique todos los puntos en la figura 4-6 para $R = 10\ \Omega$.

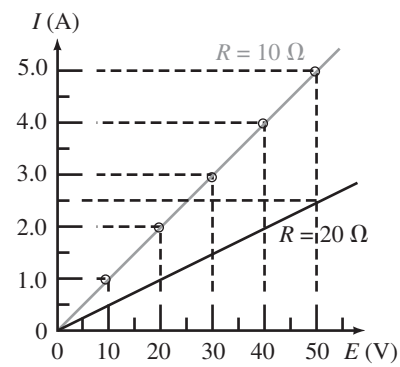


FIGURA 4-6 Representación gráfica de la ley de Ohm. La gráfica gris corresponde a un resistor de 10 Ω, mientras que la negra es para un resistor de 20 Ω.

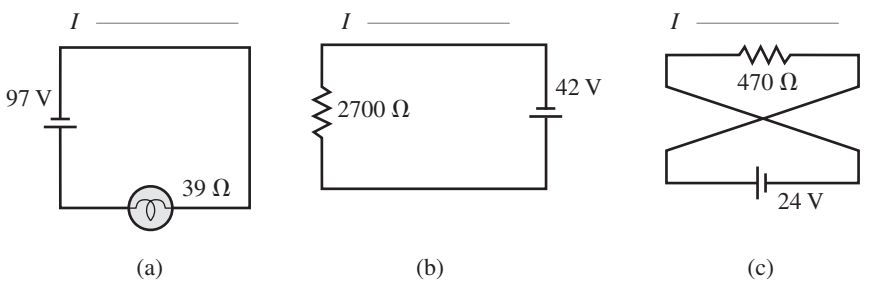


FIGURA 4-7 ¿Cuál es la dirección de la corriente y el valor de *I* en cada caso?

Respuestas

1. a. 5 V/10 Ω = 0.5 A b. 36 V/6 Ω = 6 A c. Si
2. a. 2.4 A b. 2.0 V c. 25 kΩ
3. a. 2.49 A, a la izquierda b. 15.6 mA, a la derecha c. 51.1 mA, a la izquierda

Circuitos abiertos

La corriente sólo puede existir cuando hay una trayectoria de conducción (esto es, una longitud de alambre). Para el circuito de la figura 4-8, *I* es igual a cero, ya que no hay conductor entre los puntos *a* y *b*. Nos referiremos a esto como un *circuito abierto*. Debido a que $I = 0$, al sustituir en la ecuación 4-3 se obtiene

$$R = \frac{E}{I} = \frac{E}{0} \Rightarrow \infty \text{ ohms}$$

Por tanto, un circuito abierto tiene una resistencia infinita.

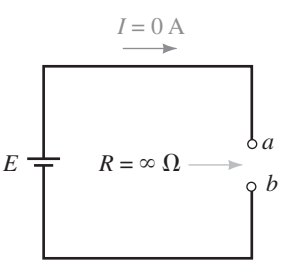


FIGURA 4-8 Un circuito abierto tiene una resistencia infinita.

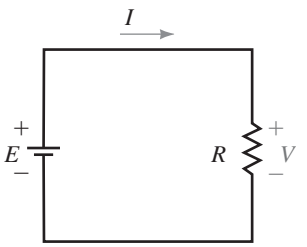


FIGURA 4-9 Símbolos que se usan para representar voltaje. *E* se usa para el voltaje de la fuente, mientras que *V* se usa para el voltaje entre los componentes del circuito, como los resistores.

Símbolos de voltaje

Por lo común se usan dos símbolos para representar el voltaje. Para las fuentes se usa la letra mayúscula *E*; para las cargas (y otros componentes), se usa la letra mayúscula *V*. Esto se ilustra en la figura 4-9.

Si se usa el símbolo *V*, la ley de Ohm se puede volver a escribir en varias formas como

$$I = \frac{V}{R} \quad \text{[amperes]} \tag{4-4}$$

$$V = IR \quad \text{[volts]} \tag{4-5}$$

$$R = \frac{V}{I} \quad \text{[ohms]} \tag{4-6}$$

Estas expresiones se cumplen para cada resistor en un circuito, no importa qué tan complejo sea. Ya que $V = IR$, a estos voltajes con frecuencia se les llama *caídas IR*.

EJEMPLO 4-5

La corriente a través de cada resistor en la figura 4-10 es $I = 0.5$ A (véase la Nota). Calcule V_1 y V_2.

NOTAS . . .

En aras de la brevedad (como en la figura 4-10), algunas veces dibujamos sólo una parte de un circuito con el resto de él insinuado en lugar de mostrarlo de manera explícita.

Por lo tanto, este circuito contiene una fuente y alambres de conexión, aun cuando no se muestren aquí.

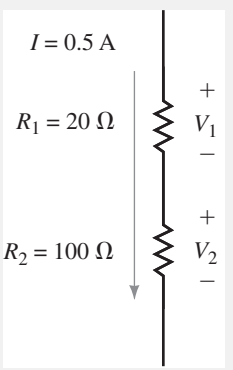


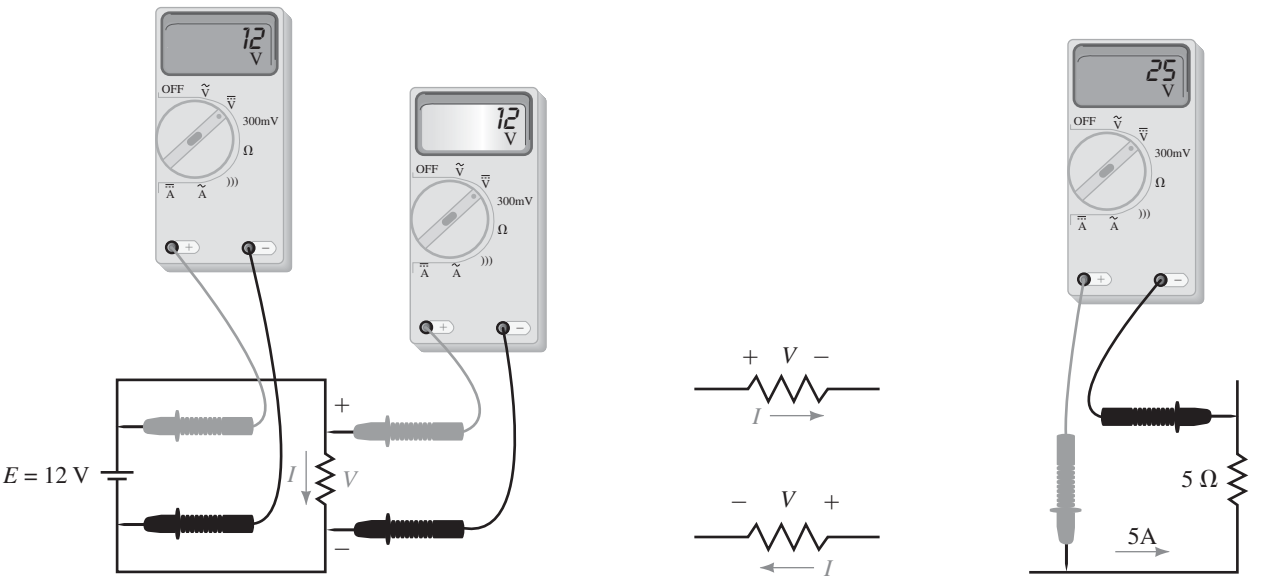
FIGURA 4-10 La ley de Ohm se aplica a cada resistor.

Solución $V_1 = IR_1 = (0.5\text{ A})(20\ \Omega) = 10$ V. Observe que *I* también es la corriente a través de R_2, por lo que, $V_2 = IR_2 = (0.5\text{ A})(100\ \Omega) = 50$ V.

4-2 Polaridad del voltaje y dirección de la corriente

Hasta aquí se ha puesto poca atención a la polaridad del voltaje en los resistores, esto es, ¿en cuál terminal se debe colocar el signo + y en cuál el signo − para el voltaje? Sin embargo, el tema es de extrema importancia. Por fortuna, existe una relación sencilla entre la dirección de la corriente y la polaridad del voltaje. Para tener una idea, considere la figura 4-11(a), aquí la polaridad de *V* es obvia, ya que el resistor está conectado directamente a la fuente. Esto hace que la terminal superior del resistor sea positiva con respecto a la terminal inferior, y $V = E = 12$ V como se indica en los medidores, recuerde, éstos tienen autopolaridad.

Ahora considere la corriente. La dirección de *I* es de arriba hacia abajo a través del resistor, como lo indica la flecha de la dirección de corriente. Al examinar la polaridad de voltaje, se observa que el signo más para *V* está en la cola de esta flecha. Esta observación resulta verdadera en general y proporciona una convención para marcar la polaridad de voltaje en los diagramas de circuitos. *Para el voltaje a través de un resistor, siempre coloque el signo más en la cola de la flecha de referencia de corriente*. Varios ejemplos adicionales se muestran en las figuras 4-11(b) y (c).



(a) Definición de la convención (b) Ejemplos (c) Otro ejemplo

FIGURA 4-11 Convención para la polaridad de voltaje. Coloque el signo + para *V* en la cola de la flecha que indica la dirección de la corriente.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 2

Para cada resistor de la figura 4-12 calcule *V* e indique su polaridad.

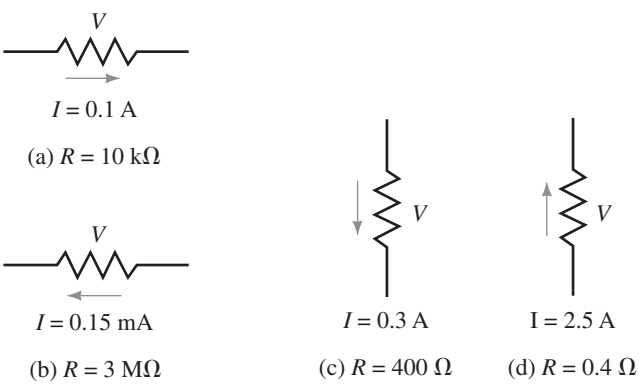


FIGURA 4-12

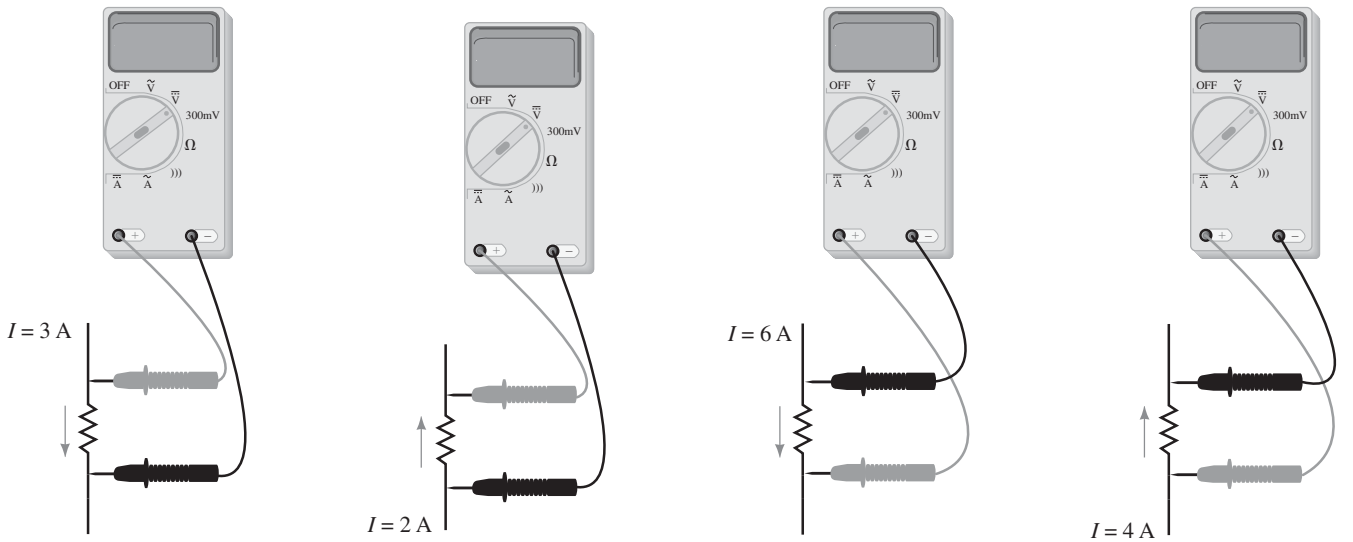
Respuestas

a. 1 000 V, + a la izquierda; b. 450 V, + a la derecha; c. 120 V, + en la parte superior; d. 1 V, + en la parte inferior

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 1

(Las respuestas están al final del capítulo)

1. Un resistor tiene bandas de colores café, negro y rojo y una corriente 25 mA. Determine el voltaje en el resistor.
2. Para un circuito resistivo, ¿qué valor tiene *I* si $E = 500$ V y *R* está a circuito abierto?, ¿cambiará la corriente si se duplica el voltaje?
3. Cierto circuito resistivo tiene voltaje *E* y resistencia *R*. Si $I = 2.5$ A, ¿cuál será la corriente si:
   a. *E* permanece sin cambio pero *R* se duplica?
   b. *E* permanece sin cambio pero *R* se cuadruplica?
   c. *E* permanece sin cambio pero *R* se reduce al 20% de su valor original?
   d. *R* se duplica y *E* se cuadruplica?
4. Los voltímetros de la figura 4-13 tienen autopolaridad. Determine la lectura de cada medidor, su magnitud y signo.



(a) $R = 10\ \Omega$ (b) $R = 36\ \Omega$ (c) $R = 15\ \Omega$ (d) $R = 40\ \Omega$

FIGURA 4-13

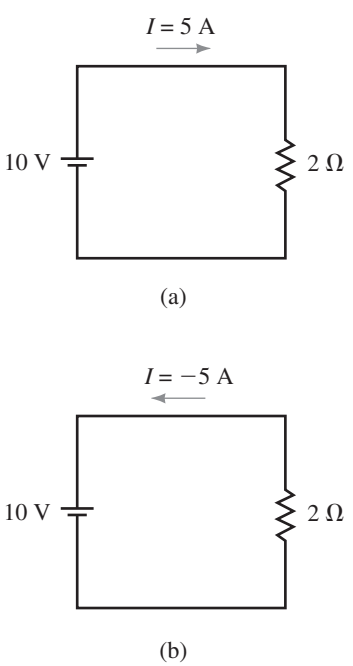


FIGURA 4-14 Dos representaciones de la misma corriente.

MULTISIM

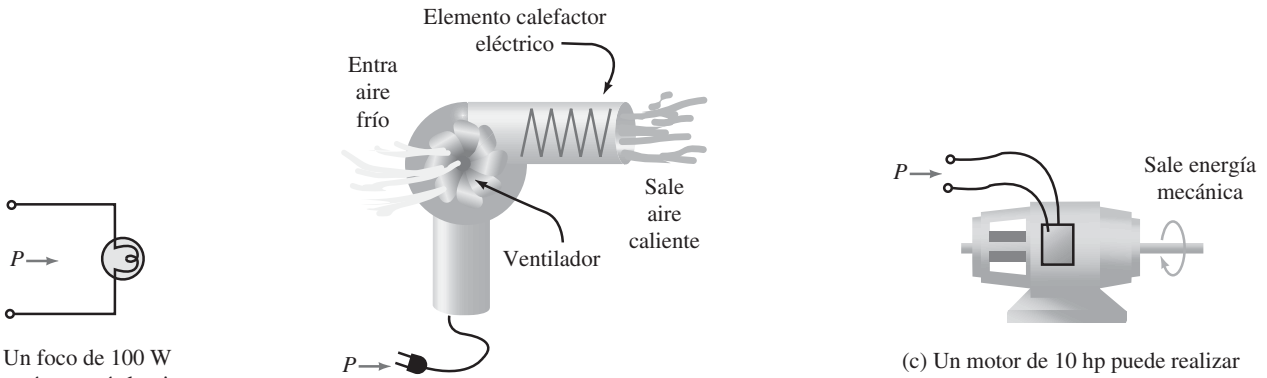
Representación de la corriente (revisión)

Antes de avanzar, comentaremos un aspecto más de la representación de la corriente. Primero, observe que para especificar por completo la corriente se debe incluir tanto su valor como su dirección. (Por esta razón en los diagramas de circuitos se muestran las flechas de referencia de la dirección de corriente.) Por lo general, se muestra la corriente saliendo de la terminal (+) de la fuente, como en la figura 4-14(a). (En este caso, $I = E/R = 5$ A en la dirección mostrada, que es la dirección real de la corriente). Como se puede observar aquí (y en todos los ejemplos anteriores en este capítulo), es fácil determinar la dirección real de la corriente en redes de una sola fuente. Sin embargo, cuando se analizan circuitos complejos (como los que tienen múltiples fuentes y que se estudiarán en los capítulos posteriores), no siempre es fácil decir por adelantado en que dirección fluirán todas las corrientes. Como un resultado, cuando resuelva estos problemas, encontrará que algunas corrientes tendrán valores negativos. ¿Qué significa esto?

Para obtener la respuesta, considere ambas partes de la figura 4-14. En (a) la corriente se muestra en la dirección usual, mientras que en (b) se muestra en la dirección opuesta. Para compensar la dirección invertida, se ha cambiado el signo del valor de *I*. La interpretación de lo anterior es que una corriente positiva en una dirección es igual que una corriente negativa en la dirección opuesta. Por tanto, (a) y (b) son dos representaciones de la misma corriente. Entonces, si durante la solución de un problema se obtiene un valor positivo para la corriente, esto significa que su dirección real es la que indica la flecha de referencia; si obtiene un valor negativo, su dirección es opuesta a la de la flecha de referencia. Se trata de una idea importante que usará muchas veces en los siguientes capítulos. Se ha presentado en este punto para ayudar a explicar el flujo de potencia en el carro eléctrico del ejemplo 4-9 que verá a continuación. Sin embargo, aparte de este ejemplo, se deja esta consideración a un lado y se le usará en capítulos posteriores. Es decir, en lo que resta de este capítulo se continuará usando la representación de la figura 4-14(a).

4-3 Potencia

La potencia es familiar para todos, al menos de una manera general. Se sabe, por ejemplo, que los calentadores eléctricos y los focos están especificados en watts (W) y que los motores se especifican en caballos de potencia (o watts), ambas unidades de potencia, como se estableció en el capítulo 1. También se sabe que entre más alta sea la especificación de watts en un dispositivo, se puede obtener de él más energía por unidad de tiempo. La figura 4-15 ilustra



(a) Un foco de 100 W produce más energía luminosa por segundo que uno de 40 W

(b) Secadora de aire

(c) Un motor de 10 hp puede realizar más trabajo en un determinado tiempo que un motor de ½ hp

FIGURA 4-15 Conversión de energía. La potencia P es una medida de la tasa de conversión de energía.

la idea. En (a), entre mayor es la capacidad de potencia de la lámpara, mayor energía luminosa produce por segundo. En (b), entre mayor es la capacidad de potencia del elemento calefactor, más energía calorífica produce por segundo. En (c), entre mayor es la capacidad de potencia del motor, más trabajo mecánico realiza por segundo.

Como se ve, la potencia está relacionada con la energía, que es la capacidad para realizar trabajo. De manera formal, la **potencia** se define como la tasa o rapidez a la cual se hace trabajo o, de manera equivalente, como la rapidez de transferencia de energía. El símbolo para la potencia es P. Por definición,

$$P = \frac{W}{t} \quad \text{[watts, W]} \tag{4-7}$$

donde W es el trabajo (o energía) en joules y t es el intervalo de tiempo correspondiente de t segundos (véase las Notas).

La unidad SI de la potencia es el watt. A partir de la ecuación 4-7, se observa que P también tiene unidades de joules por segundo. Si se sustituye $W = 1$ J y $t = 1$ s, se obtiene $P = 1$ J/1 s $= 1$ W. A partir de esto, se puede ver que *un watt es un joule por segundo*. En ocasiones se necesitará expresar la potencia en caballos de fuerza. Para hacer la conversión recuerde que 1 hp = 746 watts.

Potencia en sistemas eléctricos y electrónicos

Ya que nuestro interés se centra en la potencia eléctrica, se necesitan expresiones para P en términos de otras cantidades eléctricas. Recuerde que en el capítulo 2 se definió al voltaje como trabajo por unidad de carga y la corriente como la tasa de transferencia de carga, esto es

$$V = \frac{W}{Q} \tag{4-8}$$

y

$$I = \frac{Q}{t} \tag{4-9}$$

A partir de la ecuación 4-8, $W = QV$, si se sustituye en la ecuación 4-7 se obtiene $P = W/t = (QV)/t = V(Q/t)$. Al reemplazar Q/t por I, se obtiene

$$P = VI \quad \text{[watts, W]} \tag{4-10}$$

y para una fuente,

$$P = EI \quad \text{[watts, W]} \tag{4-11}$$

NOTAS . . .

1. Ya que el denominador de la ecuación 4-7 representa un intervalo de tiempo, matemáticamente sería más apropiado usar Δt en lugar de t. De manera similar, ya que el numerador representa una cantidad de trabajo realizado durante este intervalo, sería más apropiado usar ΔW. En esta notación, la potencia se expresaría como

   $$P = \Delta W/\Delta t \tag{4-7a}$$

   Sin embargo, en textos básicos de análisis de circuitos, como éste, es común expresar la potencia como en la ecuación 4-7 y continuaremos haciéndolo así. No obstante, en capítulos posteriores donde se es apropiado hacerlo, se cambiará a la forma representada por la ecuación 4-7a.
2. El símbolo para la energía es W y la abreviatura para watts es W. En tecnología es común asignar múltiples usos a un símbolo. En tales casos se debe observar el contexto en el cual se usa el símbolo para determinar su significado.

Al sustituir $V = IR$ e $I = V/R$ en la ecuación 4-10 se obtienen otras relaciones

$$P = I^2R \text{ [watts, W]} \tag{4-12}$$

y

$$P = \frac{V^2}{R} \text{ [watts, W]} \tag{4-13}$$

EJEMPLO 4-6

Calcule la potencia suministrada al calefactor eléctrico de la figura 4-16. Use las tres fórmulas de potencia eléctrica.

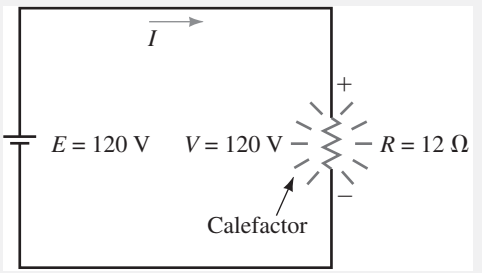


FIGURA 4-16 La potencia en la carga (es decir, el calefactor) se puede calcular con cualquiera de las fórmulas de potencia.

Solución $I = V/R = 120\text{ V}/12\ \Omega = 10\text{ A}$.. Por tanto la potencia puede calcularse como sigue:

a. $P = VI = (120\text{ V})(10\text{ A}) = 1\,200\text{ W}$
b. $P = I^2R = (10\text{ A})^2(12\ \Omega) = 1\,200\text{ W}$
c. $P = V^2/R = (120\text{ V})^2/12\ \Omega = 1\,200\text{ W}$

Observe que, como debe ser, se obtiene la misma respuesta.

EJEMPLO 4-7

Use la ecuación 4-13 para calcular la potencia en cada resistor de la figura 4-17.

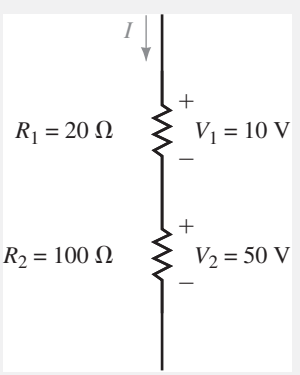


FIGURA 4-17

Solución Se debe usar el voltaje adecuado en la ecuación de potencia. Para el resistor R_1, use V_1; para R_2, use V_2.

a. $P_1 = V_1^2/R_1 = (10\text{ V})^2/20\ \Omega = 5\text{ W}$
b. $P_2 = V_2^2/R_2 = (50\text{ V})^2/100\ \Omega = 25\text{ W}$

EJEMPLO 4-8

Si el motor de cd de la figura 4-15(c) demanda 6 A de una fuente de 120 V,

a. Calcule su entrada de potencia en watts.
b. Si se considera que el motor tiene una eficiencia de 100% (es decir, que toda la potencia eléctrica suministrada al motor se traduce en salida como potencia mecánica), calcule su salida de potencia en caballos de fuerza.

Solución

a. $P_{ent} = VI = (120\text{ V})(6\text{ A}) = 720\text{ W}$
b. $P_{sal} = P_{ent} = 720$ W. Convirtiendo a caballos de fuerza, $P_{sal} = (720\text{ W})/(746\text{ W/hp}) = 0.965$ hp.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 3

a. Demuestre que $I = \sqrt{\frac{P}{R}}$
b. Demuestre que $V = \sqrt{PR}$
c. Un resistor de 100 Ω disipa 169 W. ¿Cuál es su corriente?
d. Un resistor de 3 Ω disipa 243 W. ¿Cuál es el voltaje en el resistor?
e. Para la figura 4-17, $I = 0.5$ A. Use las ecuaciones 4-10 y 4-12 para calcular la potencia en cada resistor. Compare sus respuestas con las del ejemplo 4-7.

Respuestas
c. 1.3 A; d. 27 V; e. $P_1 = 5$ W, $P_2 = 25$ W (la misma)

Especificación de potencia en resistores

Los resistores deben ser capaces de disipar con seguridad el calor sin dañarse; por esta razón se especifican en watts. (Por ejemplo, los resistores de carbón compuesto del tipo que se usa en electrónica se fabrican con especificaciones estándar de ⅛, ¼, ½, 1 y 2 W, como se vio en la figura 3.8.) Para proporcionar un margen de seguridad, se acostumbra seleccionar un resistor que sea capaz de disipar dos o más veces su potencia calculada. Un resistor que se especifica en exceso operará un poco más frío.

NOTAS PRÁCTICAS . . .

Un resistor seleccionado en forma adecuada es capaz de disipar el calor con seguridad sin llegar a calentarse en exceso. Sin embargo, si por causa de un mal diseño o falla de otros componentes su corriente llega a ser excesiva, puede resultar en un sobrecalentamiento y dañarlo, como se muestra en la figura 4-18. Un síntoma de sobrecalentamiento es que la temperatura del resistor se eleva notablemente más que la de otros resistores en el circuito. (Sin embargo, sea cuidadoso, ya que puede quemarse si trata de tocarlo.) Una falla del componente también puede detectarse al olerlo. Los componentes quemados tienen un olor característico que se puede reconocer con rapidez. Si detecta cualquiera de estos síntomas, apague el equipo y busque la fuente del problema. Sin embargo, tenga en cuenta que un componente sobrecalentado es con frecuencia el síntoma de un problema más que la causa del mismo.

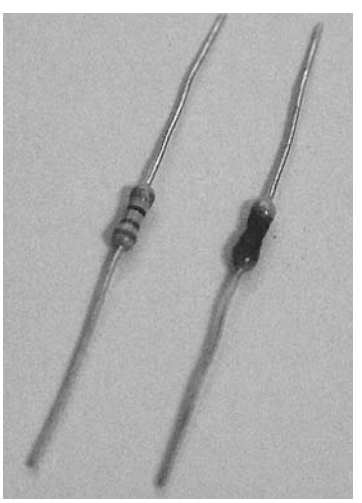


FIGURA 4-18 El resistor a la derecha se ha dañado por sobrecalentamiento.

Medición de potencia

La potencia puede medirse usando un dispositivo llamado watímetro. Sin embargo, ya que los watímetros se usan principalmente para mediciones de potencia de ca, se estudiarán hasta el capítulo 17. Rara vez se necesitará un watímetro para circuitos de cd, ya que la potencia se puede determinar directamente como el producto del voltaje por la corriente y V e I se miden con facilidad.

4-4 Convención de la dirección de la potencia

Para los circuitos con una fuente y una carga, la energía fluye desde la fuente hacia la carga y la dirección de transferencia de potencia es obvia. Sin embargo, para los circuitos con múltiples fuentes y cargas, la dirección del flujo de energía en algunas partes de la red no es del todo evidente. En consecuencia, es necesario establecer una convención de la dirección de transferencia de potencia claramente definida.

Una carga resistiva (figura 4-19) se puede usar para ilustrar esta idea. Como la dirección del flujo de potencia puede ser sólo hacia el resistor y nunca saliendo de él (ya que el resistor no produce energía), se define que la dirección positiva de transferencia de potencia va desde la fuente hacia la carga, como en (a), y se indica por medio de una flecha: $P\rightarrow$. Entonces, se adopta la convención de que, *para las polaridades de voltaje y las direcciones de corriente y de potencia relativas que se muestran en la figura 4-19(a), cuando la transferencia de potencia es en la dirección de la flecha, es positiva, mientras que si está en la dirección opuesta es negativa*.

Para ayudar a interpretar la convención, considere la figura 4-19(b), en la cual se resaltan las terminales de la fuente. Se observa que la *potencia que sale de una fuente es positiva cuando ambas flechas de corriente y potencia apuntan hacia afuera de la fuente, tanto I como P tienen valores positivos y el voltaje de la fuente tiene la polaridad indicada*.

Ahora considere la figura 4-19(c), en la cual se resaltan las terminales de la carga. Observe la polaridad relativa del voltaje de la carga y la dirección de las flechas de la corriente y la potencia. A partir de esto, se observa que la *potencia hacia una carga es positiva cuando las flechas de dirección de la corriente y de la potencia apuntan hacia adentro de la carga, ambas tienen valores positivos y el voltaje de la carga tiene la polaridad que se indica*.

En la figura 4-19(d) se ha generalizado el concepto. La caja puede contener una fuente o una carga. Si P tiene un valor positivo, la transferencia de potencia es hacia adentro de la caja; si P tiene un valor negativo, su dirección es hacia afuera.

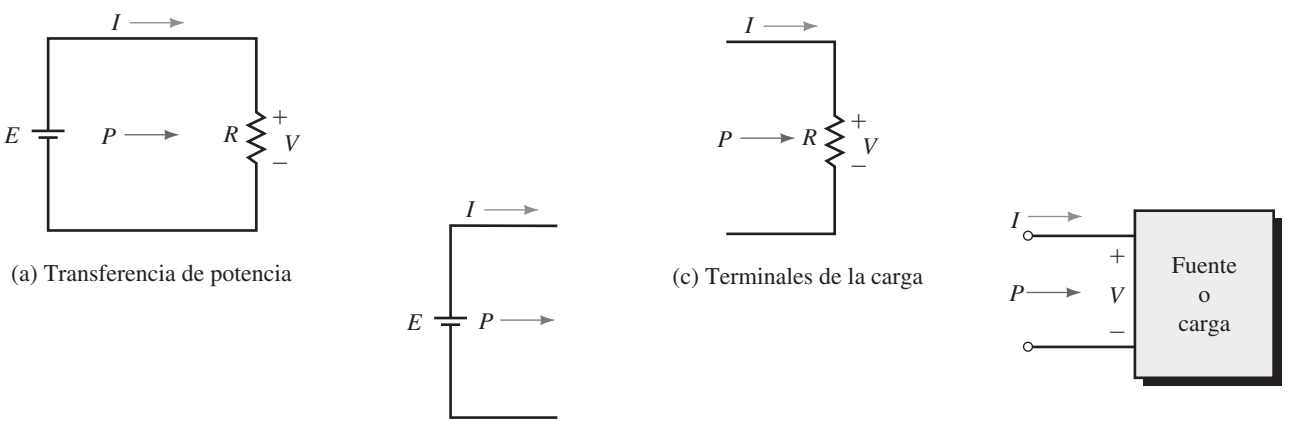


FIGURA 4-19 Convención de referencia para la potencia.

EJEMPLO 4-9

Use la convención de la dirección de potencia para describir la transferencia de potencia para el vehículo eléctrico de la figura 4-20.

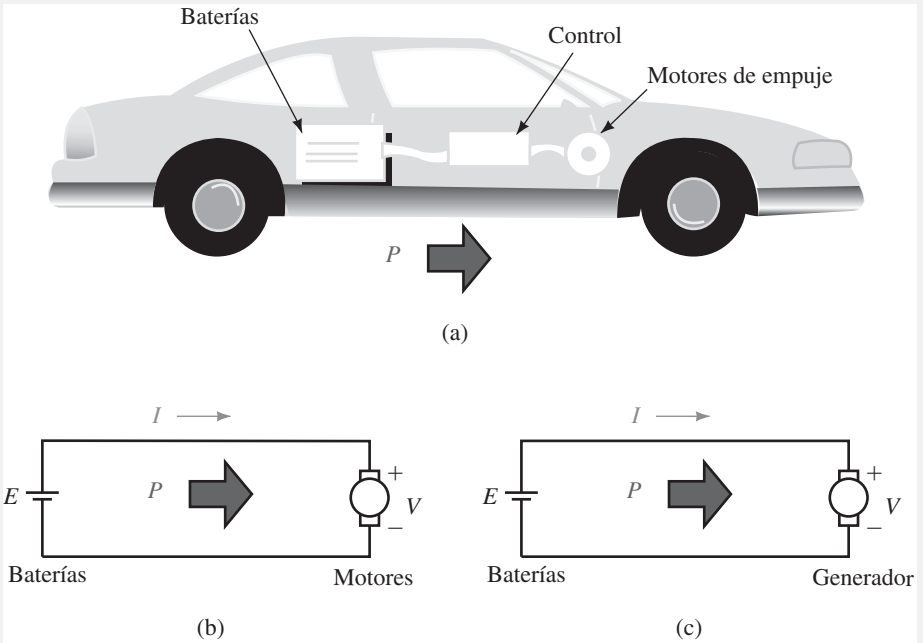


FIGURA 4-20

Solución Durante la operación normal, las baterías suministran potencia a los motores y la corriente y la potencia son positivas, figura 4-20(b). Sin embargo, cuando el vehículo avanza cuesta abajo, sus motores son impulsados por el peso del vehículo y actúan como generadores, como en (c). Ya que los motores actúan ahora como la fuente y las baterías como la carga, la dirección verdadera de la corriente es opuesta a la dirección que indica la flecha de referencia que se muestra y entonces es negativa (recuerde la figura 4-14). Entonces, $P = VI$ es negativa; por tanto, la interpretación es que la transferencia de potencia se da en la dirección opuesta a la flecha de referencia. Por ejemplo, si $V = 48$ volts e $I = -10$ A, entonces $P = VI = (48\text{ V})(-10\text{ A}) = -480$ W. Esto es consistente con lo que está pasando, ya que menos 480 W *hacia* los motores es lo mismo que más 480 W *afuera*. Estos 480 W de potencia fluyen desde los motores a las baterías, ayudando a cargarlas cuando el coche va cuesta abajo.

4-5 Energía

Antes (ecuación 4-7) se definió la potencia como la tasa a la cual se realiza trabajo. Cuando se transpone esta ecuación, se obtiene la fórmula de la **energía**:

$$W = Pt \qquad \textbf{(4-14)}$$

Si t se mide en segundos, W tiene unidades de watt-segundo (es decir, joules, J), en cambio, si t se mide en horas, W tiene unidades de watt-hora (Wh). Observe que en la ecuación 4-14, P debe ser constante a lo largo del intervalo de tiempo que se considera. Si no lo es, aplique la ecuación 4-14 a cada intervalo durante el cual P es constante, como se describirá después en esta sección. (Para el caso más general, se necesita saber de cálculo, lo cual no se considera aquí.)

El ejemplo más familiar del uso de la energía es la que se consume en las casas a cambio de un pago. Esta energía se usa en las lámparas y aparatos domésticos. Por ejemplo, si se enciende un foco de 100 W por 1 hora, la energía consumida es $W = Pt = (100\ \text{W})(1\ \text{h}) = 100\ \text{Wh}$, mientras que si se pone a funcionar un calentador eléctrico de 1500 W por 12 horas, la energía consumida es $W = (1500\ \text{W})(12\ \text{h}) = 18\,000\ \text{Wh}$.

Este ejemplo ilustra que el watt-hora es una unidad demasiado pequeña para propósitos prácticos. Por esta razón, se usa el **kilowatt-hora** (kWh). Por definición

$$\text{energía}_{(\text{kWh})} = \frac{\text{energía}_{(\text{Wh})}}{1000} \tag{4-15}$$

Por tanto, para el ejemplo anterior, $W = 18$ kWh. En la mayor parte de América del Norte, el kilowatt-hora (kWh) es la unidad que se usa en los recibos de luz.

Para múltiples cargas, la energía total es la suma de las energías de las cargas individuales.

EJEMPLO 4-10

Determine la energía total que usada en un foco de 100 W por 12 horas y un calentador de 1.5 kW por 45 minutos.

Solución Se convierten las cantidades a las mismas unidades, esto es, se convierte 1.5 kW en 1500 W y 45 minutos en 0.75 h. Entonces,

$$W = (100\ \text{W})(12\ \text{h}) + (1500\ \text{W})(0.75\ \text{h}) = 2\,325\ \text{Wh} = 2.325\ \text{kWh}$$

De manera alternativa, primero se convierten todas las potencias a kilowatts. Entonces,

$$W = (0.1\ \text{kW})(12\ \text{h}) + (1.5\ \text{kW})(0.75\ \text{h}) = 2.325\ \text{kWh}$$

EJEMPLO 4-11

Suponga que se usan los siguientes aparatos domésticos: un calentador de 1.5 kW por 7½ horas; una parrilla de 3.6 kW por 17 minutos; tres focos de 100 W por 4 horas y una tostadora de 900 W por 6 minutos. Si el costo por kilowatt-hora es de \$0.09, ¿cuánto cuesta el consumo total?

Solución Se convierte el tiempo de minutos en horas. Entonces,

$$W = (1500)(7\tfrac{1}{2}) + (3\,600)\left(\frac{17}{60}\right) + (3)(100)(4) + (900)\left(\frac{6}{60}\right)$$
$$= 13\,560\ \text{Wh} = 13.56\ \text{kWh}$$
$$\text{costo} = (13.56\ \text{kWh})(\$0.09/\text{kWh}) = \$1.22$$

En las áreas del mundo donde el sistema SI se usa de manera cotidiana, el **megajoule** (MJ) se usa algunas veces en lugar del kWh (ya que el kWh no es una unidad SI). La relación es 1 kWh = 3.6 MJ.

Medidor de watts-hora

En al práctica, la energía se mide en los medidores de watts-hora, muchos de los cuales son dispositivos electromecánicos que incorporan un pequeño motor eléctrico cuya velocidad es proporcional a la potencia en la carga. Este motor maneja un conjunto de diales a través de un tren de engranes (figura 4-21).



FIGURA 4-21 Medidor de watts-hora. Este usa un tren de engranes para manejar los diales. Los medidores más modernos tienen pantallas digitales.

Ya que el ángulo a través del cual giran los diales depende de la velocidad de rotación (es decir, la potencia consumida) y del tiempo en el que esta potencia fluye, la posición del dial indica la energía usada.

Sin embargo, observe que los dispositivos electromecánicos son el antecedente de los medidores electrónicos, los cuales realizan esta función de manera electrónica y despliegan el resultado en pantallas digitales.

Ley de la conservación de la energía

Antes de concluir esta sección, se considera la ley de la conservación de la energía. Establece que la energía no se crea ni se destruye, sino se convierte de una forma en otra. Antes ya se vieron ejemplos de esto, como la conversión de energía eléctrica en energía calorífica por un resistor, y la conversión de energía eléctrica en energía mecánica por un motor. De hecho, se pueden producir varios tipos de energía de manera simultánea; por ejemplo, la energía eléctrica es convertida en energía mecánica por un motor, pero también se produce algo de calor. Esto resulta en una baja de eficiencia, un tema que consideraremos enseguida.

4-6 Eficiencia

Una pobre eficiencia da como resultado desperdicio de energía y costos más altos. Por lo general, la potencia es más fácil de medir, por esa razón es la que usualmente se usa. La eficiencia de un dispositivo o sistema (figura 4-22) se define como la razón entre la potencia de salida P_{sal} y la potencia de entrada P_{ent}, se suele expresar en porcentaje y se denota por la letra griega η (eta). Entonces,

$$\eta = \frac{P_{sal}}{P_{ent}} \times 100\% \qquad \textbf{(4-16)}$$

En términos de energía

$$\eta = \frac{W_{sal}}{W_{ent}} \times 100\% \qquad \textbf{(4-17)}$$

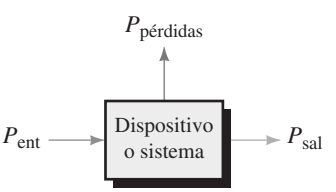


FIGURA 4-22 La potencia de entrada es igual a la potencia de salida más las pérdidas.

Ya que $P_{ent} = P_{sal} + P_{pérdidas}$, la eficiencia también se expresa como

$$\eta = \frac{P_{sal}}{P_{sal} + P_{pérdidas}} \times 100\% = \frac{1}{1 + \dfrac{P_{pérdidas}}{P_{sal}}} \times 100\% \qquad \textbf{(4-18)}$$

La eficiencia de los equipos y máquinas varía mucho. Por ejemplo, los transformadores de potencia grandes tienen eficiencias de 98% o mejores, mientras que muchos amplificadores electrónicos tienen eficiencias menores a 50%. Observe que la eficiencia siempre será menor que 100%.

EJEMPLO 4-12

Un motor de cd de 120 V requiere 12 A y desarrolla una potencia de salida de 1.6 hp.

a. ¿Cuál es su eficiencia?
b. ¿Cuánta potencia se desperdicia?

Solución

a. $P_{ent} = EI = (120\text{ V})(12\text{ A}) = 1\,440\text{ W}$, y $P_{sal} = 1.6\text{ hp} \times 746\text{ W/hp} = 1\,194\text{ W}$. Por tanto,

$$\eta = \frac{P_{sal}}{P_{ent}} = \frac{1\,194\text{ W}}{1\,440\text{ W}} \times 100 = 82.9\%$$

b. $P_{pérdidas} = P_{ent} - P_{sal} = 1\,440 - 1\,194 = 246\text{ W}$

EJEMPLO 4-13

La eficiencia de un amplificador de potencia es la razón entre la potencia enviada a la carga (es decir, las bocinas) y la potencia extraída de la fuente de potencia. Por lo general, esta eficiencia no es muy alta; por ejemplo, suponga un amplificador de potencia que envía 400 W a su sistema de bocinas. Si la potencia perdida es de 509 W, ¿cuál es su eficiencia?

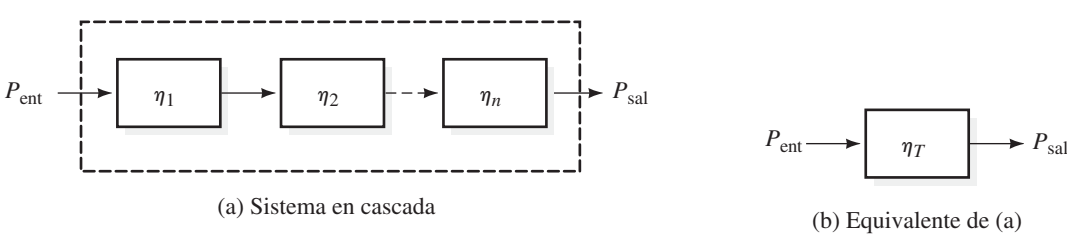
Solución

$$P_{ent} = P_{sal} + P_{pérdidas} = 400\text{ W} + 509\text{ W} = 909\text{ W}$$

$$\eta = \frac{P_{sal}}{P_{ent}} \times 100\% = \frac{400\text{ W}}{909\text{ W}} \times 100\% = 44\%$$

Para los sistemas con subsistemas y componentes en cascada (figura 4-23), la eficiencia total es el producto de las eficiencias de cada parte individual, donde las eficiencias se expresan en forma decimal. Esto es,

$$\eta_T = \eta_1 \times \eta_2 \times \eta_3 \times \cdots \times \eta_n \qquad \textbf{(4-19)}$$



(a) Sistema en cascada

(b) Equivalente de (a)

FIGURA 4-23 Para sistemas en cascada, la eficiencia resultante es el producto de las eficiencias de las etapas individuales.

EJEMPLO 4-14

a. Para cierto sistema, $\eta_1 = 95\%$, $\eta_2 = 85\%$ y $\eta_3 = 75\%$. ¿Cuánto vale η_T?
b. Si $\eta_T = 65\%$, $\eta_2 = 80\%$ y $\eta_3 = 90\%$, ¿cuánto vale η_1?

Solución

a. Se convierten todas las eficiencias a un valor decimal y entonces se multiplican. Por lo que, $\eta_T = \eta_1\eta_2\eta_3 = (0.95)(0.85)(0.75) = 0.61$ o 61%
b. $\eta_1 = \eta_T/(\eta_2\eta_3) = (0.65)/(0.80 \times 0.90) = 0.903$ o 90.3%

EJEMPLO 4-15

Un motor impulsa una bomba a través de una caja de engranes (figura 4-24). La potencia de entrada al motor es de 1 200 W. ¿Cuántos caballos de fuerza se suministran a la bomba?

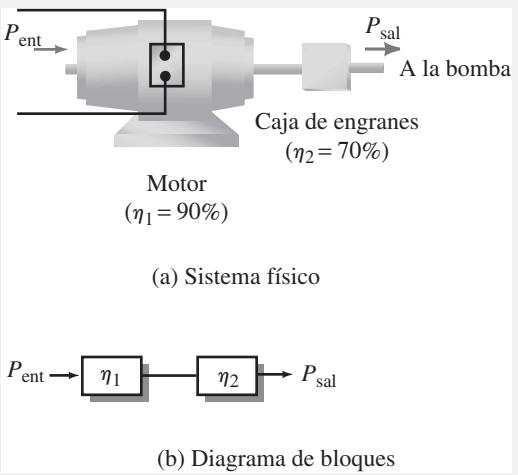


FIGURA 4-24 Motor impulsor de bomba a través de caja de engranes.

Solución La eficiencia de las combinaciones motor-caja de engranes es $\eta_T = \eta_1 \times \eta_2 = (0.90)(0.70) = 0.63$. La salida de la caja de engranes (y por tanto la entrada a la bomba) es $P_{sal} = \eta_T \times P_{ent} = (0.63)(1\ 200\ W) = 756$ W. Convirtiendo a caballos de fuerza, $P_{sal} = (756\ W)/(746\ W/hp) = 1.01$ hp.

EJEMPLO 4-16

El motor de la figura 4-24 se opera de las 9:00 a.m. a las 12:00 del mediodía y a partir de la 1:00 p.m. a las 5:00 p.m. de cada día por 5 días a la semana, suministrando 7 hp a una carga. A \$0.085/kWh el costo de electricidad por semana es de \$22.19. ¿Cuál es la eficiencia de la combinación motor/caja de engranes?

Solución

$$W_{entrada} = \frac{\$22.19/wk}{\$0.085/kWh} = 261.1\ kWh/wk$$

El motor opera 35 h/semana. Por tanto,

$$P_{ent} = \frac{W_{ent}}{t} = \frac{261.1\ kWh/wk}{35\ h/wk} = 7\ 460\ W$$

$$\eta_T = \frac{P_{sal}}{P_{ent}} = \frac{(7\ hp \times 746\ W/hp}{7\ 460} = 0.7$$

Entonces, la eficiencia de la combinación motor/caja de engranes es de 70%.

4-7 Resistencias no lineales y dinámicas

Hasta aquí todos los resistores han tenido valores constantes que no cambian con el voltaje o la corriente. A estos resistores se les llama **lineales** u **óhmicos** ya que su gráfica (*I*-*V*) de corriente-voltaje es una línea recta. Sin embargo, la resistencia de algunos materiales cambia con el voltaje o la corriente, como se vio en el capítulo 3, sección 3.10. A estos materiales se les llama **no lineales** térmicos porque su gráfica *I*-*V* es curva (figura 4-25).

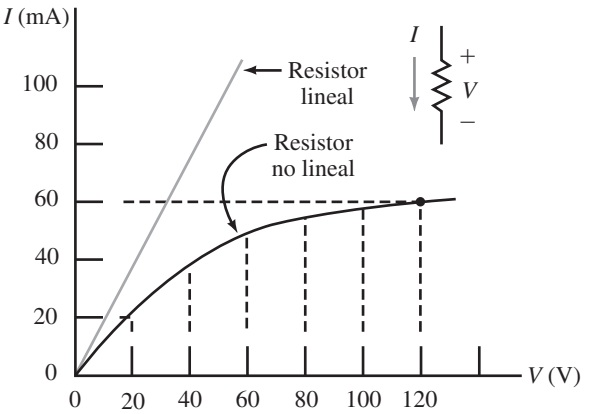


FIGURA 4-25 Características de resistencia lineal y no lineal.

Ya que la resistencia de todos los materiales cambia con la temperatura, todos los resistores son no lineales en algún grado, debido a que todos ellos producen calor que cambia su resistencia. Sin embargo, para la mayoría de los resistores este efecto es pequeño en su intervalo de operación normal, de manera que se les considera lineales. (Los resistores comerciales que se muestran en la figura 3.8 y muchos otros que se encontrarán en este libro lo son.)

Ya que una gráfica *I*-*V* corresponde a la ley de Ohm, la resistencia se calcula a partir de la razón *V*/*I*. Primero, considere la gráfica lineal de la figura 4-25; ya que la pendiente es constante, la resistencia es constante y R se calcula en cualquier punto. Por ejemplo, en $V = 10$ V, $I = 20$ mA y $R = 10$ V/20 mA $= 500\ \Omega$. De manera similar, a $V = 20$ V, $I = 40$ mA y $R = 20$ V/40 mA $= 500\ \Omega$, que es el mismo valor anterior. Esto se cumple en todos los puntos de esta curva lineal. La resistencia resultante se conoce como resistencia de cd, R_{cd}. Entonces $R_{cd} = 500\ \Omega$. Esta es la resistencia que se ha considerado hasta aquí en este capítulo.

Otra forma de calcular la resistencia se ilustra en la figura 4-26. En el punto 1, $V_1 = I_1R$ y en el punto 2, $V_2 = I_2R$. Restando los voltajes y despejando R se obtiene

$$R = \frac{V_2 - V_1}{I_2 - I_1} = \frac{\Delta V}{\Delta I} \quad [\text{ohms}, \Omega] \qquad \textbf{(4-20)}$$

donde $\Delta V/\Delta I$ es el inverso de la pendiente de la línea. (Aquí, Δ es la letra griega delta. Se usa para representar un cambio o incremento en el valor.) Para ilustrarlo, si se selecciona Δ como 20 V, se encontrará que el correspondiente ΔI de la figura 4-26 es 40 mA. Entonces, $R = \Delta V/\Delta I = 20$ V/40 mA $= 500\ \Omega$ como antes. La resistencia que se calcula como se hizo en la figura 4-26 se llama **resistencia de ca** o **dinámica**. Para los resistores lineales $R_{ca} = R_{cd}$.

Ahora considere la gráfica de resistencia no lineal de la figura 4-25. En $V = 20$ V, $I = 20$ mA. Por lo tanto, $R_{dc} = 20$ V/20 mA $= 1.0$ kΩ; en $V = 120$ V, $I = 60$ mA y $R_{dc} = 120$ V/60 mA$= 2.0$ kΩ. Esta resistencia se incrementa con el voltaje aplicado. Sin embargo, para pequeñas variaciones alrededor de un punto fijo en la curva, la resistencia de ca será constante. Este es un concepto importante que se utilizará después en el estudio de la electrónica. Dejaremos el tema por ahora.

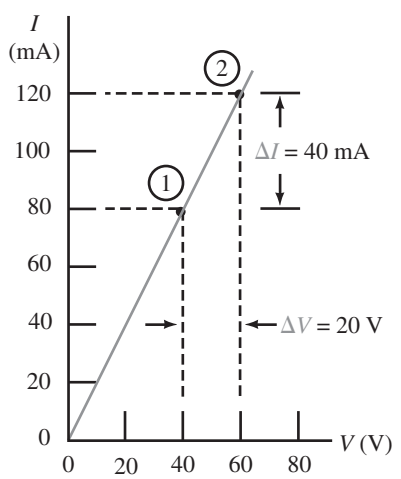


FIGURA 4-26 $R = \Delta V/\Delta I =$ 20 V/40 mA $= 500\ \Omega$.

4-8 Análisis de circuitos con ayuda de la computadora

MULTISIM

PSpice

Se termina la introducción a la ley de Ohm con la solución de varios problemas simples con el uso de Multisim y PSpice. En lo que sigue, se supone que usted tiene instalado el software apropiado en la computadora. Para empezar el análisis, debe primero construir el circuito en la pantalla, un proceso conocido como **captura del esquema**. Se usará el circuito de la figura 4-27 para iniciar. Ya que este es el primer vistazo a la simulación de circuitos, se incluirán todos los detalles. (Aunque los procedimientos pueden parecer complejos, llegan a ser intuitivos con un poco de práctica.) Cuando se considera un problema para el análisis, por lo general hay varias formas de proceder y con la experiencia aprenderá métodos más breves. Mientras tanto, para iniciar, use los métodos que se sugieren aquí.

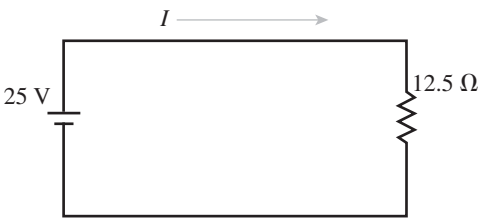


FIGURA 4-27 Circuito sencillo para ilustrar el análisis por computadora.

Multisim

Debe tener el icono de Multisim en su pantalla. Para abrir haga clic en él, aparecerá una pantalla similar a la de la figura 4-28 (excepto que vacía). (Si no tiene el icono, haga clic en el botón de Inicio de Windows, seleccione Programas, Electronic Workbench, Multisim 9, y dé clic en Multisim 9.) Para asegurarse de que tiene las barras de herramientas que se necesitan, haga clic en Ver (View), desplácese hacia abajo a la barra de herramientas (Toolbars), y asegúrese de que tenga seleccionado: Estándar (Estándar), Principal (Main), Básicos (Basic), Componentes de Medición (Measurement Components), Componentes de fuentes de potencia (Power Source Componentes) y Simulación (Simulation) y también se pueden seleccionar otras, aunque las anteriores son las que se necesitarán. Dependiendo de cómo se coloquen las barras de herramientas, su pantalla puede aparecer algo diferente a la que se presenta aquí. Lea las Notas de operación de Multisim y construya el circuito como sigue:

- Localice y haga clic en el símbolo de la fuente de cd en la barra de herramientas. Debe aparecer como un "fantasma" unido al cursor. Posicione el fantasma en el espacio de trabajo como en la figura 4-28 y haga clic en el botón izquierdo para colocarlo. (Si el fantasma permanece después de que ha sido colocada la fuente, haga clic en el botón derecho para cancelar.)
- Repita el procedimiento anterior para seleccionar y colocar el amperímetro.
- Haga clic en el símbolo del resistor y muévalo al espacio de trabajo. Observe que está horizontal. Antes de colocarlo, presione Ctrl/R (véase el punto 7 en las Notas), entonces haga clic para colocar el resistor girado. (Si lo coloca antes de que lo gire, selecciónelo y gírelo como se indica en los puntos 3 y 7 de las Notas.)
- De manera similar, seleccione y coloque el símbolo de tierra y el de voltímetro. Reposicione lo que sea necesario mover, arrastrándolo con el ratón.
- "Conecte" el circuito como sigue: mueva el cursor a la punta del símbolo de la batería y cambiará a una cruz. Haga clic para iniciar la conexión y mueva el ratón. Aparece un alambre unido al cursor. Mueva al punto de destino (en este caso, al punto izquierdo al amperímetro) y haga clic de nuevo. El alambre se une entonces. Repita el procedimiento para colocar un alambre del amperímetro al voltímetro.

NOTAS . . .

Notas de operación de Multisim

1. A menos que se diga otra cosa, use el botón izquierdo para todas las operaciones.
2. Todos los circuitos de Multisim requieren una tierra.
3. Para seleccionar un componente ya colocado en la pantalla, haga clic. Una caja punteada aparecerá indicando la selección.
4. Para concluir la selección de un componente, coloque el cursor fuera de la caja punteada y haga clic en el botón izquierdo.
5. Para reposicionar un componente, selecciónelo y mantenga el botón izquierdo oprimido, arrástrelo a la nueva posición y suéltelo.
6. Para borrar un componente, selecciónelo y presione la tecla borrar.
7. Para girar un componente, selecciónelo; mientras oprime la tecla Ctrl, presione la tecla R. (Esto se denota como Ctrl/R. Con cada Ctrl/R el componente gira 90°.)
8. Para colocar un punto de conector, seleccione Lugar (Place) en la barra de menú, haga clic en Unión (Junction). Posicione el punto en la pantalla y haga clic para colocarlo.
9. Se pueden conectar un máximo de cuatro alambres a cualquier punto (unión).
10. Con frecuencia se usarán designaciones abreviadas para representar las acciones en secuencia. Por ejemplo, si se le indica que haga clic en Ver/Barra-Herramienta (View/Toolbars), esto es una forma corta de decir, "seleccione Ver en la barra de menú, entonces haga clic en la barra de herramientas en la lista que aparece".

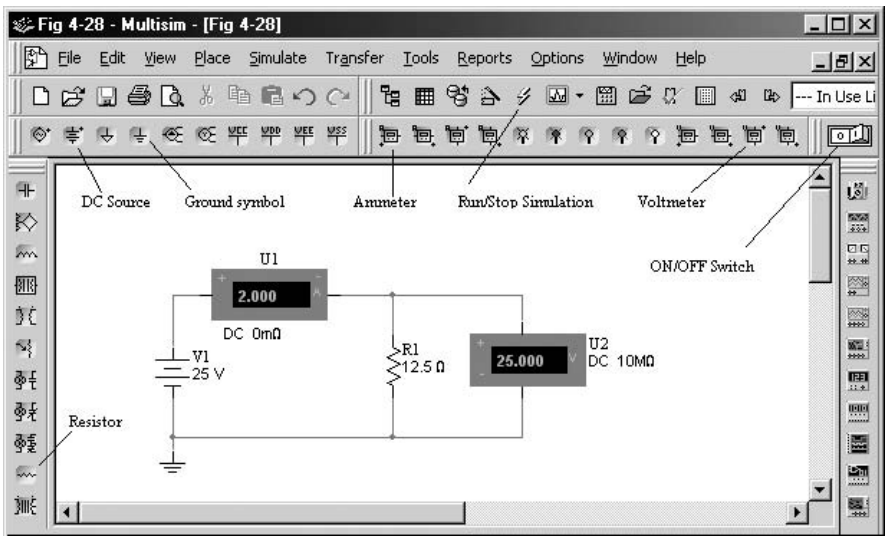


FIGURA 4-28 Simulación con Multisim (de Electronics Workbench) de la figura 4-27.

- Continúe hasta que haya terminado de conectar. Reposicione cualquier alambre que necesite moverse arrastrándolo.
- Haga doble clic en el símbolo de la batería. En la caja de diálogo haga clic en la etiqueta de Valor (Value) (si no ha sido seleccionado), cambie el valor a **25** y haga clic en OK. De manera similar, cambie el valor del resistor a 12.5, seleccione Ohms y haga clic en OK.
- Haga clic en Archivo/Guardar (File/Save As), y guarde el archivo con el nombre de **Figura 4-28** en un directorio de su selección.
- Active el circuito haciendo clic en el icono Simulación Corre/Detiene (Run/Stop Simulation) o en el interruptor Encendido/Apagado (ON/OFF switch).

Después que se ha completado la simulación (por lo general, unos segundos después), los medidores despliegan la corriente del circuito (2 A) y el voltaje del resistor (25 V) como se ilustra en la figura 4-28.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 4

Repita el ejemplo anterior, pero ahora invierta el símbolo de la fuente de voltaje para que el circuito opere con una fuente de −25 V. Observe las lecturas del voltímetro y del amperímetro y compárelas con la solución anterior. Reflexione estos resultados con las convenciones de polaridad de voltaje y dirección de corriente que se discutieron en este capítulo y en el capítulo 2.

NOTAS . . .

Una presentación animada muy buena (Cortesía de EMA Design Automation Inc. Titulada *Orcad Capture and PSpice Beginners Tutorial*) se encuentra en el CD que se incluye en este libro. Le muestra paso a paso en la pantalla cómo crear y ejecutar su primera simulación en PSpice.

PSpice

PSpice proporciona una variedad de opciones de análisis. Para este ejemplo se usará el **análisis de punto de polarización** (bias point analysis). Aunque esta opción tiene capacidades limitadas, es fácil usarla y es una buena selección para los circuitos de cd con fuentes fijas (véase la Nota).

- Haga doble clic en el icono Demo de Capture CIS (o haga clic en el botón de Inicio de Windows, seleccione Programas, Orcad 10.5 Demo, y haga clic en Capture CIS Demo). En la pantalla que se abre, haga clic en el icono Crear documento (Create Document) o Archivo/Nuevo/Proyecto (File/New/Project). Se abre la caja del Nuevo proyecto que se muestra en el apéndice A (figura A-1).
- En la caja Nombre (Name) teclee el nombre que desea utilizar para este archivo, por ejemplo **Figura 4-29**, después seleccione la opción Analógico (Analog) o Mezclado A/D (Mixed A/D).

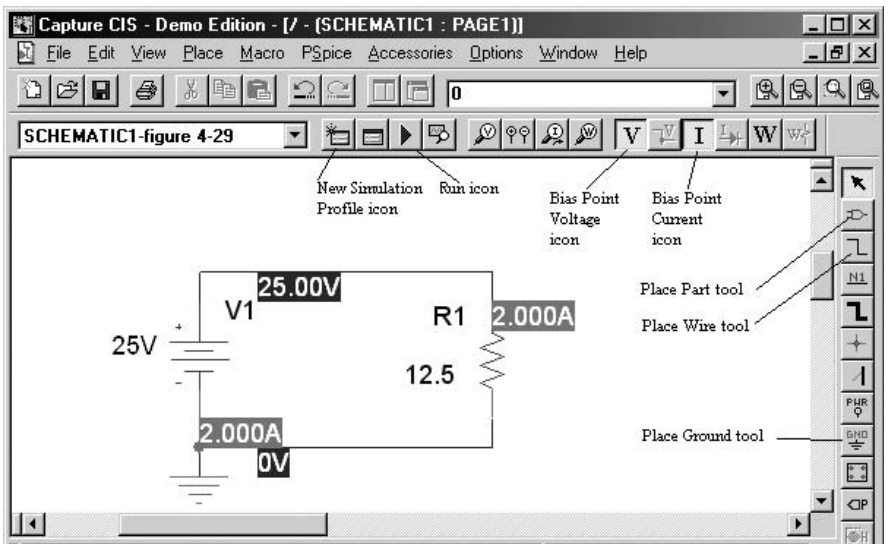


FIGURA 4–29 Simulación con PSpice de la figura 4-27 que usa la técnica del análisis del punto de polarización.

NOTAS . . .

Notas de operación de PSpice

1. A menos que se diga otra cosa, use el botón izquierdo del ratón para todas las operaciones.
2. Para seleccionar un componente particular en el esquema, coloque el cursor en él y haga clic. El componente seleccionado cambia de color.
3. Para concluir la selección del componente, mueva el cursor a un lugar vacío en la pantalla y haga clic.
4. Para borrar un componente del esquema, selecciónelo y presione la tecla Borrar.
5. Para arrastrar un componente, coloque el cursor sobre él, presione y sostenga el botón izquierdo, arrastre el componente a donde desee y entonces suelte.
6. Para cambiar un valor preestablecido, coloque el cursor sobre el valor numérico (no sobre el símbolo del componente) y haga doble clic. Cambie al valor deseado.
7. Para girar el componente, selecciónelo y haga clic en el botón derecho, después gire. De otra manera, mantenga presionada la tecla Ctrl y presione la tecla R. (Esto se denota como Ctrl/R).
8. No debe haber espacios entre el valor y su unidad. Por lo que use 25V y no 25 V, etc.
9. Todos los circuitos en PSpice deben tener tierra.
10. Conforme construya el circuito, con frecuencia debe hacer clic en el icono Guardar documento (Save Document) para guardar su trabajo en caso de se equivoque en algo.
11. Ya que PSpice crea varios archivos intermedios, es una buena idea usar una carpeta por separado para cada problema. Para el ejemplo de la figura 4-29, una trayectoria común sería C:/PSpice/figura4-29, y en la carpeta figura 4-29 se guardaría la figura 4-29. (En ocasiones los colegios y universidades tienen requisitos especiales, de ser así, verifique con su profesor o instructor los detalles.

- En la caja Localización (Location), debe especificar la trayectoria del fólder donde desea guardar el archivo, vea el punto 11 en la Nota de Operación del PSpice. Si no ha creado antes el directorio donde desea guardar el archivo, haga clic en el botón Búsqueda de directorio (Browse) y se abrirá la caja Seleccione directorio (Select Directory). Desplácese a través de los archivos enlistados hasta que encuentre dónde colocar el directorio, haga clic en Cree directorio (Create Dir), teclee el nombre en el nuevo directorio y después haga doble clic en OK. Si el directorio que desea usar ya ha sido creado, haga

clic en botón Búsqueda de Directorio (Browse) localícelo como antes y haga doble clic en él, a continuación haga clic en OK. La trayectoria completa del directorio aparece en la caja de Localización (Location).

- La caja de Diálogo (Dialog) Crea proyecto PSpice (Create PSpice Proyect) se abre. Haga clic en Crea proyecto en blanco (Blank Proyect) y entonces en OK. Aparece una pantalla vacía, haga clic donde sea. Surge la barra de herramientas como en la figura 4-29. (Estudie las anotaciones que se agregaron a la figura 4-29 para familiarizarse con la ventana espacio de trabajo (workspace).
- Haga clic en la herramienta Colocar parte (Place Part) y se abre una caja de diálogo. Observe en la caja Biblioteca y asegúrese de que las siguientes bibliotecas estén presentes: analógico (analog), evaluación (eval), fuentes (source) y especiales (special). Si alguna no está agréguela. Por ejemplo, para agregar 'eval', haga clic en Adicionar biblioteca (Add Library), seleccione 'eval', después haga clic en Abrir (Open).
- Si conoce el nombre del componente que quiere, tecléelo en la ventana Parte (Part). Por ejemplo, para obtener la fuente de cd, escriba **VDC** y dé un clic en OK, o presione la tecla Entrar (Enter). Si no conoce el nombre, desplácese a lo largo de la lista hasta que lo encuentre, haga clic en él y después en OK. Un símbolo de batería aparece como un "fantasma" unido al cursor. Posiciónelo como en la figura 4-29 y presione la tecla Esc para terminar (o haga clic en el botón derecho del ratón y a continuación haga clic con el izquierdo en Modo Terminar).
- Haga clic en la herramienta Colocar parte (Place Part), teclee **R** y haga clic en OK. Observe que el resistor que aparece está horizontal. Gírelo tres veces (véase el punto 7 en las Notas de Operación de PSpice) por las razones descritas en el Apéndice A. Colóquelo como se muestra usando el botón izquierdo y después presione Esc (o haga clic en el botón derecho del ratón y después clic izquierdo en Modo terminar).
- Dé un clic en la herramienta Colocar tierra (Place Ground), seleccione 0/ Fuente (0/SOURCE), dé un clic, coloque el símbolo y presione Esc (o haga clic en el botón derecho del ratón y a continuación clic en el botón izquierdo en Modo terminar).
- Para conectar el circuito, haga clic en la herramienta Colocar alambre (Place Wire), posicione el cursor en la caja pequeña en la parte superior del símbolo de la batería y dé un clic, esto une un alambre. Ahora mueva el cursor a la parte superior del resistor, el alambre seguirá al cursor al mismo tiempo. Haga clic de nuevo y únalo. Conecte el resto del circuito de esta manera y presione Esc para terminar. Para mejorar la vista del circuito, reposicione los alambre o componentes como desee arrastrándolos.
- Ahora es necesario actualizar el valor de los componentes. Para cambiar el valor del resistor, haga doble clic en su valor preestablecido de 1 k (no en el símbolo), teclee **12.5** en la caja Valor (Value) y después en OK. De manera similar, cambie el voltaje de la fuente a 25V (No 25 V, véase el punto 8 en las Notas de Operación de PSpice).
- Haga clic en el icono de Perfil de nueva simulación (New Simulation Profile), (véase la figura 4-29), introduzca un nombre (por ejemplo, **Figura 4-29**) en la caja de Nombre (Name), deje Nada (None) en la caja Heredado (Inherit From) y haga clic en Crear (Create). Se abre una caja de Configuración de simulación (Simulation Settings). De un clic en la carpeta Análisis (Analysis) y selecciones Punto de polarización (Bias Point) y después en OK.
- Haga clic en el icono Guardar documento (Save) y oprima el icono Ejecutar (Run). Después de un corto tiempo, se abre una ventana de salida (Output) inactiva, ciérrela.

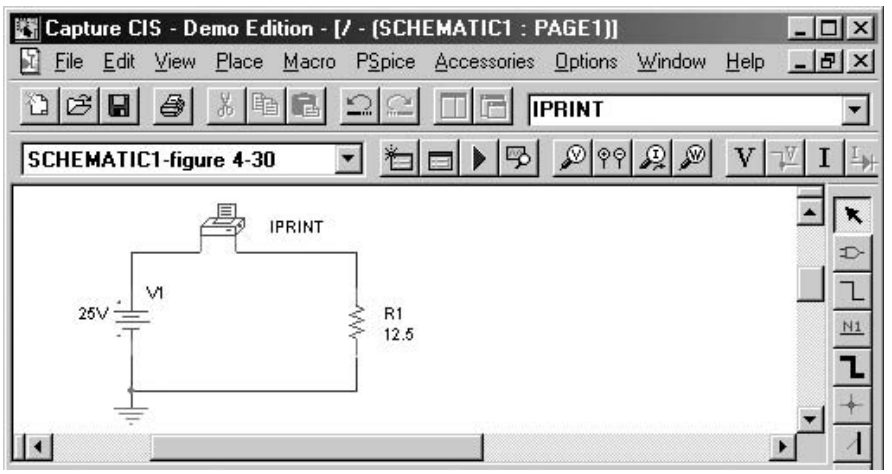


FIGURA 4–30 Simulación con PSpice de la figura 4-27 que incluye un amperímetro para medir la corriente.

- En la barra de menú, haga clic en los iconos de despliegue de voltaje de punto de polarización y de corriente V e I. Los valores calculados aparecerán en la pantalla. Observe que $I = 2$ A como se esperaba. (Para cancelar el despliegue de las respuestas, haga clic de nuevo en los iconos V e I.)
- Para salir de PSpice, haga clic en la × en la caja situada en la esquina superior derecha de la pantalla y haga clic para guardar los cambios.

Un análisis del punto de polarización es útil para problemas simples de cd. Sin embargo, para problemas más complejos puede requerir del uso de medidores. Se ilustrará la técnica para instalar un amperímetro como en la figura 4-30. En PSpice, el amperímetro se designa como IPRINT.

- Haga clic en el icono Cree documento (Create Document) y cree el circuito de la figura 4-30 como se hizo en la figura 4-29, excepto que ahora agregue el amperímetro. Para agregarlo, haga clic en la herramienta Colocar parte (Place Part), teclee **IPRINT** en la caja de Parte (Part), haga clic en OK, después coloque el amperímetro y conéctelo.
- IPRINT es un amperímetro de propósito general y se requiere configurarlo para la operación con cd. Haga doble clic en el símbolo y se abre un editor de Propiedades (Property). Haga clic en la carpeta Parte (Part), en la parte inferior de la pantalla, localice una celda etiquetada CD (DC) teclee **sí** en la celda y dé un clic en Aplicar (Apply), después cierre el editor haciendo clic en la × en la parte superior derecha. (Precaución: asegúrese de hacer clic en × en la ventana del editor de propiedades, no en la × de PSpice, ya que no se desea salir del programa.)
- Para este problema, se necesita usar un Barrido de CD (DC Sweep). Primero, haga clic en el icono de Perfil de nueva Simulación (New Simulation Profile), para el Nombre, (Name) teclee **Figura 4-30** y después haga clic en Crear. Haga clic en la carpeta Análisis y seleccione barrido de CD, entonces, a partir de la lista de Opciones seleccione Barrido principal (Primary Sweep). En la variable de Barrido (Sweep Variable), selecciones Voltaje de la fuente (Voltage Source). En el esquema, verifique el nombre de la fuente de voltaje, es algo como V1. Si es así, ingrese V1 en la caja de Nombre, haga clic en el botón de lista de Valores, teclee **25V** y después haga clic en OK. (Desafortunadamente, aunque se haya establecido en forma correcta el voltaje de la fuente en 25 V, el valor no se actualiza en la pantalla.) Haga clic en el icono de Guardar documento.

NOTAS . . .

Aunque el uso de medidores como éste es algo incómodo comparado con el método del punto de polarización, hay razones convincentes para aprender a usarlos. Por ejemplo, cuando obtenga un análisis de ca en los próximos capítulos, encontrará que no tiene más opción que usar los medidores, ya que el método del punto de polarización no opera en ca.

- Haga clic en el icono de Ejecutar. En la ventana Salida que aparece después de la simulación, haga clic Ver y en Archivo de salida (Output File) en la barra de menú, desplácese cerca de la parte inferior del archivo donde encontrará las respuestas.

```
V_V1    I(V_PRINT1)
2.500E+01    2.000E+00
```

El símbolo V_V1 representa el voltaje de la fuente V_1 y 2.500E+01 representa su valor (en forma exponencial). Por lo tanto, $V_1 = 2.500E + 01 = 2.5 \times 10^1 = 25$ (que es el valor que se ingresó antes). De manera similar, I(V_PRINT1) representa la corriente medida por el componente IPRINT. Por tanto la corriente en el circuito es $I = 2.000E+00 = 2.0 \times 10^0 = 2.0$ (la cual, como se puede ver, es correcta), véase la Nota.

Representación gráfica de la ley de Ohm

PSpice puede usarse para calcular y graficar resultados. Al variar el voltaje de la fuente de la figura 4-27 y graficar *I*, por ejemplo, se puede obtener una gráfica de la ley de Ohm. Se procede como sigue.

- Cree el circuito de la figura 4-27 en la pantalla, pero cambie *R* a 10 ohms. Use **Figura 4-32** como nombre para el archivo.
- Haga clic en el icono de Perfil de nueva simulación, teclee Figura 4-32 como el nombre del archivo, haga clic en Crear, después seleccione Barrido de CD de la carpeta de Análisis y Barrido principal de la lista de Opciones. Para la variable de Barrido, seleccione la Fuente de voltaje y en la caja de Nombre teclee el nombre de la fuente de voltaje. (Es probable que sea V1.) Seleccione Lineal como tipo de barrido, teclee **0V** en la caja de Valor inicial (Start Value), **100V** en la caja de Valor final (End Value), **5V** en la caja de Incremento (Increment) y después en OK. (Esto hará un barrido de voltaje de 0 a 100 V en pasos de 5 V.)
- Haga clic en el icono Marcador de corriente (Current Marker) y posicione el marcador como se muestra en la figura 4-31. Haga clic en el icono Guardar documento y haga clic en el icono Ejecutar. La gráfica de la ley de Ohm de la figura 4-32 aparece en la pantalla. Use el cursor (véase el Apéndice A), para leer los valores de la gráfica y verifique con su calculadora.

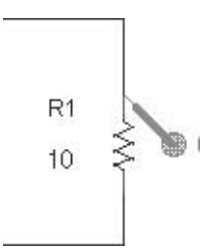


FIGURA 4-31 Uso del marcador de corriente para desplegar esta última. (El marcador estará gris cuando lo coloque, pero tomará el color de la gráfica que se crea cuando se ejecuta la simulación.)

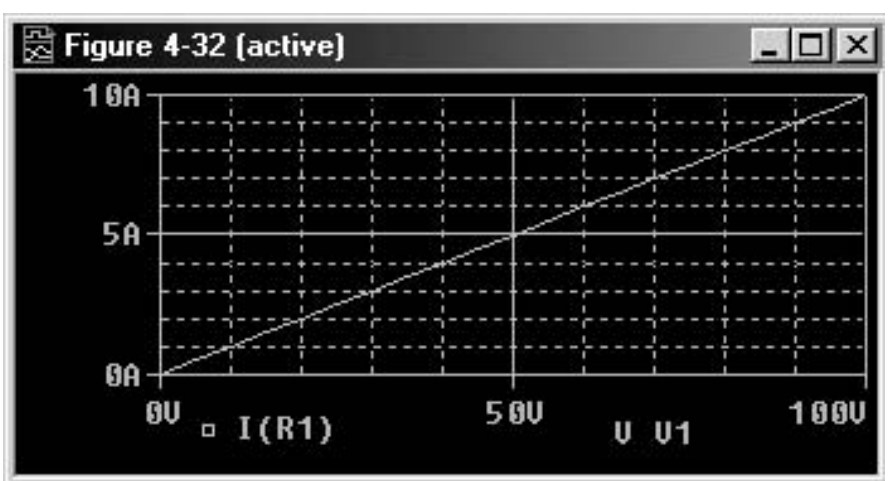


FIGURA 4-32 Gráfica de la ley de Ohm de la figura 4-29 con $R = 10\ \Omega$.

PUESTA EN PRÁCTICA

Usted ha sido designado para realizar una revisión del diseño y el análisis de costos de cierto producto que usa una fuente de potencia de 12V ± 5%. Después de buscar en un catálogo, encuentra una nueva fuente de potencia con una especificación de 12 V ± 2%, la cual debido a su nueva tecnología, cuesta sólo cinco dólares más que la se está usando actualmente. Aunque proporciona un mejor desempeño para el producto, el supervisor no lo aprobará debido al costo extra. Sin embargo, estará de acuerdo si usted puede hacer que el diferencial en costo baje a $3.00 o menos, entonces se podrá usar la nueva fuente. Entonces, observa el diagrama y descubre que se usan varios resistores de 1% de precisión debido a la amplia tolerancia de la vieja fuente. (Como un ejemplo específico, un resistor de 220 kΩ con una tolerancia de ± 1% se usa en lugar de un resistor de tolerancia estándar de 5%, ya que la amplia tolerancia de la fuente de potencia original da como resultado una corriente a través del resistor que está fuera de especificación. Su corriente debe estar entre 50 mA y 60 mA cuando la fuente de 12 V se conecta a través de él. Otros casos similares se presentan en el producto y suman un total de 15). Empieza a preguntarse si pudiera reemplazar los resistores de precisión (cuyo costo es de $0.24 cada uno) con resistores estándar de 5% (que cuestan $0.03 cada uno) y ahorrar bastante dinero para satisfacer al supervisor. Realice un análisis para determinar si su intuición es correcta.

PROBLEMAS

4-1 Ley de Ohm

1. Para el circuito de la figura 4-33, determine la corriente I para cada uno de los siguientes incisos. Exprese la respuesta en la unidad más apropiada: amperes, miliamperes, microamperes, etcétera.
   a. $E = 40$ V, $R = 20\ \Omega$
   b. $E = 35$ mV, $R = 5$ mΩ
   c. $V = 200$ V, $R = 40$ kΩ
   d. $E = 10$ V, $R = 2.5$ MΩ
   e. $E = 7.5$ V, $R = 2.5 \times 10^3\ \Omega$
   f. $V = 12$ kV, $R = 2$ MΩ
2. Determine R para cada uno de los siguientes incisos. Exprese la respuesta en la unidad más apropiada: ohms, kilohms, megaohms, etcétera.
   a. $E = 50$ V, $I = 2.5$ A
   b. $E = 37.5$ V, $I = 1$ mA
   c. $E = 2$ kV, $I = 0.1$ kA
   d. $E = 4$ kV, $I = 8 \times 10^{-4}$ A
3. Para el circuito de la figura 4-33, calcule V para cada uno de los siguientes incisos:
   a. 1 mA, 40 kΩ
   b. 10 μA, 30 kΩ
   c. 10 mA, $4 \times 10^4\ \Omega$
   d. 12 A, $3 \times 10^{-2}\ \Omega$
4. Un calentador de agua de 48 Ω se conecta a una fuente de 120 V. ¿Cuál es la corriente que demanda?
5. Cuando se conecta una lámpara eléctrica a un contacto de pared de 120 V, requiere 1.25 A. ¿Cuál es su resistencia?
6. ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los extremos de un resistor de 20 Ω cuando su corriente es de 3×10^{-3} A?
7. ¿Cuánto voltaje se puede aplicar a un resistor de 560 Ω, si la corriente no debe exceder de 50 mA?
8. Un relevador con una resistencia de la bobina de 240 Ω requiere un mínimo de 50 mA para operar. ¿Cuál es el mínimo voltaje para que funcione?
9. En la figura 4-33, si $E = 30$ V y la conductancia del resistor es de 0.2 S, ¿cuál es el valor de I? Sugerencia: véase la sección 3-11 en el capítulo 3.

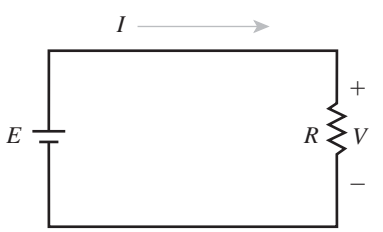


FIGURA 4-33

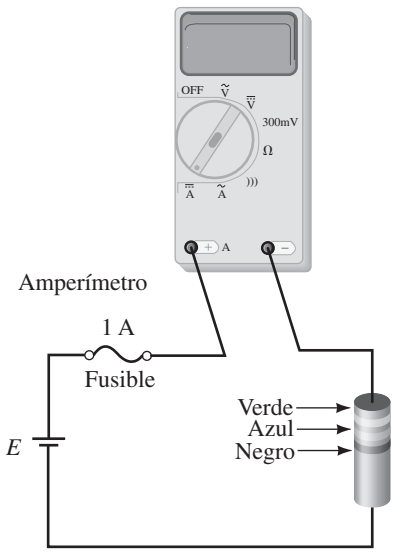


FIGURA 4-34

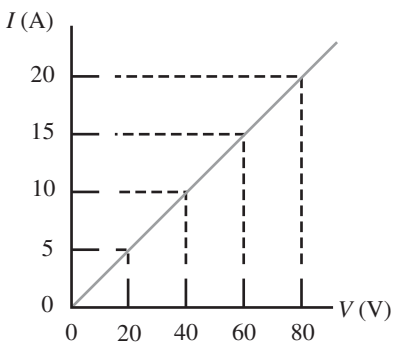


FIGURA 4-35

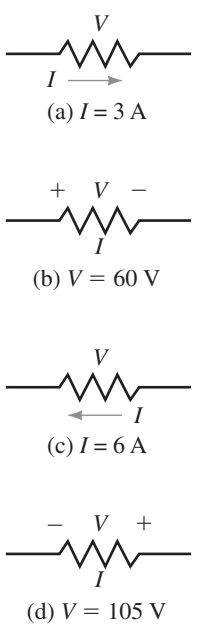


FIGURA 4-36 Todos los resistores son de 15 Ω.

10. Si $I = 36$ mA cuando $E = 12$ V, ¿cuánto vale I si la fuente de 12 V es:
    a. reemplazada por una de 18 V?
    b. reemplazada por una de 4 V?
11. La corriente a través de un resistor es de 15 mA. Si la caída de voltaje en el resistor es de 33 V, ¿cuál es su código de colores?
12. En el circuito de la figura 4-34,
    a. Si $E = 28$ V, ¿qué indica el medidor?
    b. Si $E = 312$ V, ¿qué indica el medidor?
13. En el circuito de la figura 4-34, si el resistor es reemplazado por otro con bandas roja, roja y negra, ¿a qué voltaje cree que se funda el fusible?
14. Una fuente de voltaje de 20 V se aplica a un resistor con bandas café, negra, roja y plata
    a. Calcule la corriente nominal en el circuito.
    b. Calcule las corrientes mínima y máxima con base en la tolerancia del resistor.
15. Un electroimán se devana con alambre de cobre AWG 30. La bobina tiene 800 vueltas y la longitud promedio de cada una es de 3 pulgadas. Cuando se conecta a una fuente de cd de 48 V ¿cuál es la corriente
    a. a 20°C? b. a 40°C?
16. Se construirá un electroimán con alambre de cobre con 0.643 mm de diámetro. Para crear el campo magnético requerido, la corriente en la bobina debe de ser 1.75 A a 20˚C. El electroimán será alimentado por una fuente de 9.6 V. ¿Cuántos metros de alambre se necesitan para hacer la bobina?
17. Un elemento resistivo está hecho de 100 m de alambre de aluminio con un diámetro de 0.5 mm. Si la corriente a 20˚C es de 200 mA ¿cuál es el voltaje aplicado?
18. Haga una gráfica de la ley de Ohm similar a la de la figura 4-7 para un resistor de 2.5 kΩ y uno de 5 kΩ. Calcule y trace los puntos cada 5 V desde que $E = 0$ V hasta 25 V. Lea los valores de la gráfica, para encontrar la corriente cuando $E = 14$ V.
19. La figura 4-35 representa la gráfica *I-V* para el circuito de la figura 4-33. ¿Cuál es el valor de R?
20. En un circuito resistivo, E se cuadruplica y R se reduce a la mitad. Si la nueva corriente es de 24 A, ¿cuál era el valor de la corriente original?
21. En un circuito resistivo, $E = 100$ V. Si R se duplica y E se cambia para que la nueva corriente sea el doble que la corriente original, ¿cuál es el nuevo valor de E?
22. Se necesita medir la resistencia de un elemento calentador eléctrico, pero sólo se tiene una batería de 12 V y un amperímetro. Describa cómo determinaría su resistencia. Incluya un bosquejo.
23. Si 25 m de alambre de nicromo con un diámetro de 0.1 mm se conectan a una batería de 12 V, ¿cuál es la corriente a 20˚C?
24. Si la corriente es de 0.5 A cuando un tramo de alambre de cobre AWG 40 se conecta a 48 V, ¿Cuál es la longitud del alambre en metros? Suponga que la temperatura es de 20˚C.

4-2 Polaridad del voltaje y dirección de la corriente

25. Para cada resistor de la figura 4-36, determine el voltaje V y su polaridad o la corriente I, así como su dirección cuando sea posible.
26. Los amperímetros de la figura 4-37 tienen autopolaridad. Determine sus lecturas, magnitudes y polaridad.

4-3 Potencia

27. Un resistor disipa 723 joules de energía en 3 minutos y 47 segundos. Calcule la tasa a la cual la energía se transfiere a este resistor en joules por segundo. ¿Cuál es la energía disipada en watts?

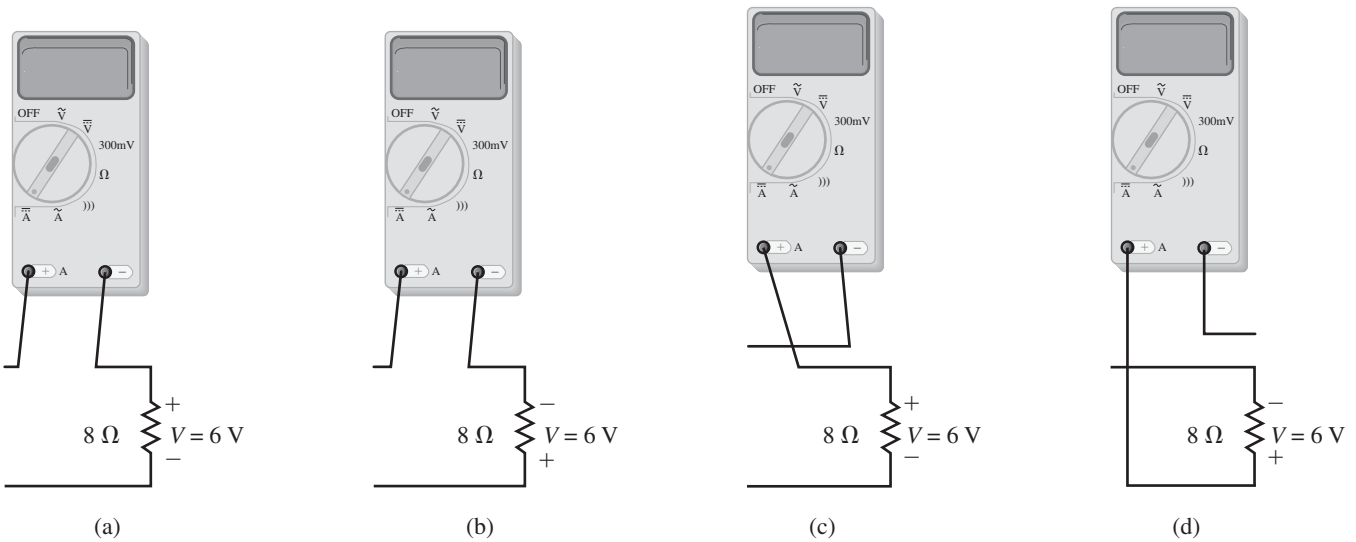
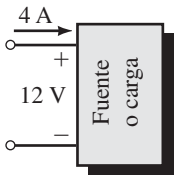
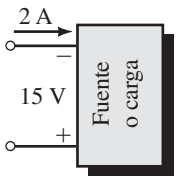


FIGURA 4-37

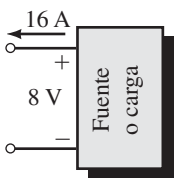
28. ¿Cuánto tarda un cautín de 100 W en disipar 1470 J?
29. Un resistor obtiene 3 A de una batería de 12 V. ¿Cuánta potencia entrega la batería al resistor?
30. Una cafetera de 120 V está especificada en 960 W. Determine su resistencia y especifique la corriente.
31. Un calentador eléctrico de 1.2 kW tiene una resistencia de 6 Ω. ¿Cuánta corriente requiere?
32. Un lámpara de advertencia demanda 125 mA cuando disipa 15 W. ¿Cuál es su resistencia?
33. ¿Cuántos volts se deben aplicar a un resistor de 3 Ω para que resulte una disipación de potencia de 752 W?
34. ¿Qué reducción de *IR* ocurre cuando se disipan 90 W en un resistor de 10 Ω?
35. Un resistor con bandas café, negro y naranja disipa 0.25 W. Calcule su voltaje y su corriente.
36. Un resistor de 2.2 kΩ con una tolerancia de ± 5% se conecta a una fuente de cd de 12 V. ¿Cuál es el posible intervalo de potencia que disipa el resistor?
37. Un transmisor de radio portátil tiene una entrada de potencia de 0.455 kW. ¿Cuánta corriente obtendrá de una batería de 12 V?
38. En un circuito resistivo $E = 12$V.
    a. Si la carga disipa 8 W ¿cuál es la corriente en el circuito?
    b. Si la carga disipa 36 W ¿cuál es la resistencia de la carga?
39. Un motor entrega 3.56 hp a una carga. ¿Cuántos watts son?
40. La carga en un circuito de 120 V consistente en seis lámparas de 100 W, un calentador eléctrico de 1.2 kW y un motor eléctrico de 1 500 W. Si el circuito se funde a 30 A, ¿qué pasa si se conecta un tostador de 900 W? Explique su respuesta.
41. Un resistor de 0.27 kΩ es especificado en 2 W. Calcule el máximo voltaje que se le puede aplicar y la máxima corriente que puede llevar sin exceder su especificación.
42. Determine cuál de los siguientes resistores pudo haber sido dañado por sobrecalentamiento. Explique su respuesta.
    a. 560 Ω, ½ W con 75 V a través de él.
    b. 3 Ω, 20 W con 4 A a través de él.
    c. ¼ W con 0.25 mA y 40 V a través de él.
43. Un resistor de 25 Ω se conecta a un suministro de energía cuyo voltaje es de 100 V ± 5%. ¿Cuál es el posible intervalo de potencia disipada por el resistor?



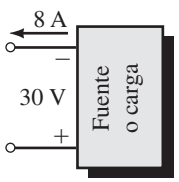
(a)



(b)



(c)



(d)

FIGURA 4-38

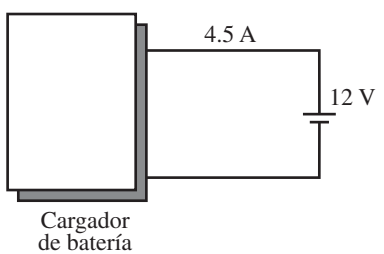


FIGURA 4-39

44. Una carga de resistencia hecha de alambre de cobre se conecta a una fuente de cd de 24 V. La potencia disipada por la carga cuando la temperatura del alambre es de 20°C es de 192 W. ¿Cuál será la potencia disipada cuando la temperatura del alambre disminuya a −10°C? (Suponga que el voltaje permanece constante.)

4-4 Convención de la dirección de la potencia

45. Cada bloque de la figura 4-38 puede ser una fuente o una carga. Determine, para cada uno, su potencia y dirección.
46. La batería de 12 V de la figura 4-39 está siendo "cargada" por un cargador. La corriente es de 4.5 A como se indica.
    a. ¿Cuál es la dirección de la corriente?
    b. ¿Cuál es la dirección del flujo de potencia?
    c. ¿Cuál es la potencia que llega a la batería?

4-5 Energía

47. Una lámpara de seguridad nocturna de 40 W se enciende por 9 horas
    a. Determine la energía usada en joules.
    b. Determine la energía usada en watts-hora.
    c. A \$0.08/kWh, ¿cuánto cuesta encender esta lámpara por 9 horas?
48. Una lámpara indicadora en un panel de control opera de forma continua, requiere 20 mA de un suministro de 120 V. A \$0.09 por kilowatt-hora, ¿cuánto cuesta al año el funcionamiento de esta lámpara?
49. Determine el costo total por usar los siguientes aparatos a \$0.11 por kWh:
    a. Un tostador de 900 W por 5 minutos.
    b. Un calentador de 120 V y 8 A por 1.7 horas.
    c. Un lavaplatos de 1 100 W por 36 minutos.
    d. Un cautín de 120 V y 288 Ω por 24 minutos.
50. Un dispositivo eléctrico con un ciclo de una hora opera a su máxima potencia (400 W) por 15 minutos, a potencia media por 30 minutos, luego se apaga por el resto de la hora. El ciclo se repite de manera continua. A \$0.10/kWh, determine el costo anual para operar este dispositivo.
51. Mientras el dispositivo del problema 50 opera, otras dos cargas también lo hacen:
    a. un calentador de 4 kW, de forma continua,
    b. un calentador de 3.6 kW 12 horas al día.

    Calcule el costo anual de poner a funcionar todas las cargas.
52. A \$0.08 por kilowatt-hora, cuesta \$1.20 operar un calentador por 50 horas con una fuente de 120 V. ¿Cuánta corriente demanda el calentador?
53. Si hay 24 rebanadas en una barra de pan y se tiene un tostador de dos rebanadas de 1 100 W que tarda 1 minuto y 45 segundos en tostarlas, a \$0.13/kWh ¿cuánto costaría tostar toda la barra?

4-6 Eficiencia

54. La potencia de entrada de un motor con un eficiencia de 85% es de 690 W. ¿Cuál es la potencia de salida?
    a. en watts
    b. en hp
55. La potencia de salida de un transformador con $\eta = 97\%$ es de 50 kW. ¿Cuál es la potencia de entrada?
56. Para un dispositivo específico, $\eta = 94\%$. Si las pérdidas son de 18 W, ¿cuánto valen P_{ent} y P_{sal}?
57. La potencia de entrada de un dispositivo es de 1 100 W. Si la potencia que se pierde debido a varias ineficiencias es de 190 W, ¿cuál es la eficiencia del dispositivo?

58. Un calentador de agua de 240 V y 4.5 A produce una energía calorífica a razón de 3.6 MJ por hora. Calcule
    a. la eficiencia del calentador de agua.
    b. el costo anual de operación a \$0.09 kWh, si está encendido 6 horas al día.
59. Un motor de cd de 120 V con una eficiencia de 89% demanda 15 A de una fuente. ¿Cuántos caballos de potencia tiene de salida?
60. Un motor de cd de 120 V desarrolla una salida de 3.8 hp. Si su eficiencia es de 88%, ¿cuánta corriente demanda?
61. El sistema de potencia/control de un coche eléctrico se compone de un paquete de baterías incluido de 48 V, una unidad de control/manejo electrónica y el motor (figura 4-40). Si se requieren 180 A de las baterías ¿cuántos caballos de potencia se suministran a la tracción del vehículo?

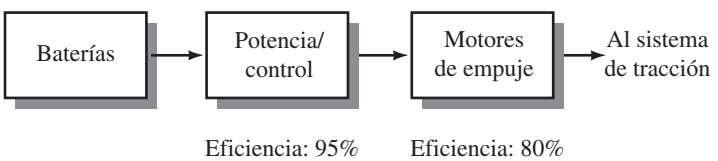


FIGURA 4-40

62. Demuestre que la eficiencia de n dispositivos o sistemas en cascada es el producto de sus eficiencias individuales, es decir, que $\eta_T = \eta_1 \times \eta_2 \times \cdots \times \eta_n$.
63. Un motor de cd de 120 V opera una bomba a través de una caja de engranes (figura 4-24). Si la potencia de entrada a la bomba es de 1100 W, la caja de engranes tiene una eficiencia de 75% y la potencia de entrada al motor es de 1600 W, determine los caballos de potencia de salida del motor.
64. Si el motor del problema 63 se protege con un interruptor automático de 15 A, ¿se abrirá? Calcule la corriente para verificarlo.
65. Si la eficiencia total de una estación radiotransmisora es de 55% y transmite a 35 kW por 24 h/día, calcule el costo de energía que usa cada día a \$0.09/kWh.
66. En una fábrica hay dos máquinas que entregan cada una 27 kW, se usan promedio de 8.7 h/día, 320 días/año. Si la eficiencia de la máquina más nueva es de 87% y la de la máquina vieja es de 72%, calcule la diferencia en costo por año de operación a \$0.10 por kilowatt-hora.

4-7 Resistencias no lineales y dinámicas

67. Un resistor que depende de voltaje tiene la característica I-V de la figura 4-41.
    a. En $V = 25$ V, ¿cuánto valen I y R_{cd}?
    b. En $V = 60$ V, ¿cuánto valen I y R_{cd}?
    c. ¿Por qué los dos valores son diferentes?
68. Para el resistor de la figura 4-41:
    a. determine $R_{dinámica}$ para V entre 0 y 40 V.
    b. determine $R_{dinámica}$ para V mayor que 40 V.
    c. si V cambia de 20 a 30 V, ¿cuánto cambia I?
    d. si V cambia de 50 a 70 V, ¿cuánto cambia I?

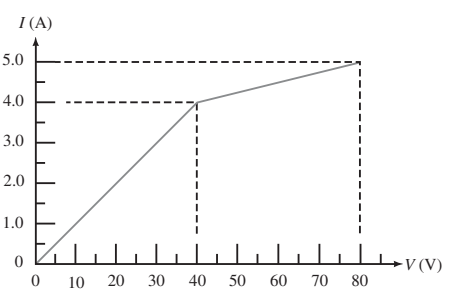
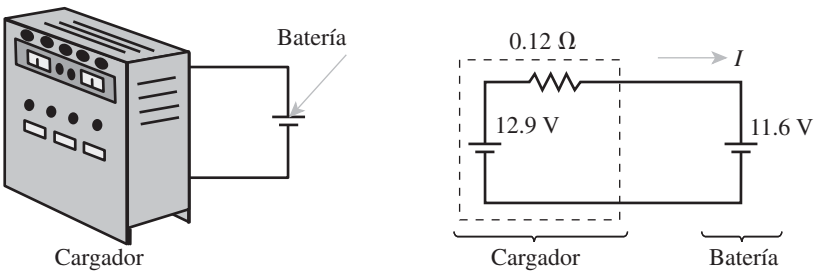


FIGURA 4-41

4-8 Análisis de circuitos con ayuda de la computadora

69. Establezca el circuito de la figura 4-33 y resuelva para las corrientes dado el par voltaje/resistencia del problema 1a, 1c, 1d y 1e. MULTISIM
70. Un cargador de batería con un voltaje de 12.9 V se usa para cargar una batería, véase la figura 4-42(a). La resistencia interna del cargador es 0.12 Ω y el voltaje de la batería, parcialmente desgastada, es 11.6 V. El circuito equivalente para la combinación cargador/batería se muestra en (b). Usted razona que como los dos voltajes están en oposición, el voltaje neto para el circuito será 12.9 V – 11.6 V = 1.3 V, y por tanto la corriente de carga I será 1.3 V/0.12 Ω = 10.8 A. Configure el circuito (b) y use Multisim para verificar su conclusión. MULTISIM



(a) (b) Equivalente

FIGURA 4-42

MULTISIM

71. Haga clic en Coloca (Place) en la barra de menú; haga clic en Componente (Component); de la lista de Grupo (Group), seleccione Básico (Basic), desplácese hacia abajo y haga clic en Interruptor (Switch); seleccione SPDT, entonces haga clic en OK. Coloque en la pantalla y haga doble clic en su símbolo. Cuando la caja de diálogo se abra, seleccione la etiqueta Valor (Value), tecleé la letra A y haga clic en OK. [Esto reetiqueta el interruptor como (A). Presione la tecla A varias veces y observe que el interruptor abre y cierra.] Seleccione un segundo interruptor y etiquételo (B). Agregue una fuente de cd de 12 V y una lámpara. Para agregar la lámpara haga clic en Coloca/Componente (Place/Component) y a partir de la caja de Grupo (Group), seleccione Lámpara_virtual (Virtual_lamp). Arme el circuito de la figura 2-27, opere los interruptores y determine si consiguió exitosamente el control de dos vías.

PSpice

72. Repita el problema 69 con PSpice.

PSpice

73. Repita el problema 70 con PSpice.

PSpice

74. Repita el análisis de la ley de Ohm (figura 4-32) pero ahora use $R = 25\ \Omega$ y haga un barrido del voltaje de la fuente de -10 V a $+10$ V en incrementos de 1 V. En esta gráfica ¿qué significa el valor negativo de la corriente?

PSpice

75. El cursor puede usarse para leer valores desde las gráficas de PSpice. Obtenga la gráfica del problema 74 en la pantalla y:
    a. Haga clic en Trazar (Trace) en la barra de menú, seleccione Cursor, haga clic en Despliegue (Display), entonces posicione el cursor en la gráfica y de nuevo haga clic. La lectura del cursor está indicada en la caja en la esquina inferior derecha de la pantalla.
    b. El cursor se puede posicionar usado el ratón o las teclas de flecha izquierda y derecha. Posicione el cursor en 2 V y lea la corriente. Verifíquelo mediante la ley de Ohm. Coteje el valor en otros puntos tanto positivos como negativos.

✓ RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE

Problemas intermedios para verificación de aprendizaje 1

1. 25 V
2. 0 A, No
3. a. 1.25 A; b. 0.625 A; c. 12.5 A; d. 5 A
4. a. 30 V; b. −72 V; c. −90 V; d. 160 V

Análisis básico de cd

II

La parte I proporcionó los fundamentos sobre los cuales se construye un análisis de circuitos competente. Los términos, unidades y definiciones que se usaron en capítulos previos han desarrollado el vocabulario necesario que se utilizará en toda la tecnología eléctrica y electrónica.

En la parte II, apoyados en estos fundamentos, se aplican los conceptos que se desarrollaron en la parte I para, en un principio, analizar los circuitos de cd en serie. Varias reglas, leyes y teoremas muy importantes serán explicados en los siguientes capítulos, proporcionando herramientas adicionales necesarias para extender la teoría del circuito al análisis de circuitos en paralelo y en serie-paralelo. Los teoremas de circuitos se usarán para simplificar el circuito más complejo en uno equivalente, que se representa como una sola fuente y un solo resistor. Aunque la mayoría de los circuitos son mucho más complejos que los que se usan en este texto, todos los circuitos, aun los más complejos, siguen las mismas leyes.

Con frecuencia se dispone de varias técnicas diferentes para analizar un circuito dado. Con el fin de dar una visión general, este libro utiliza diversos métodos para ilustrar este propósito. Siempre que sea posible, insistiremos en el uso de diferentes técnicas, de manera que pueda desarrollar las habilidades para ser más hábil en el análisis de circuitos. ■

5 Circuitos en serie
6 Circuitos en paralelo
7 Circuitos en serie-paralelo
8 Métodos de análisis
9 Teoremas de redes

■ TÉRMINOS CLAVE

Circuito eléctrico
Conexión en serie
Diseño del óhmetro
Efecto de carga (amperímetro)
Fuentes puntuales
Ley de voltaje de Kirchhoff
Regla del divisor de voltaje
Resistencia equivalente total
Subíndices de voltaje
Tierra

■ PLAN GENERAL

Circuitos en serie
Ley de voltaje de Kirchhoff
Resistores en serie
Fuentes de voltaje en serie
Intercambio de componentes en serie
Regla del divisor de voltaje
Tierra del circuito
Notaciones de subíndices de voltaje
Resistencia interna de fuentes de voltaje
Efectos de carga del amperímetro
Análisis de circuitos por computadora

■ OBJETIVOS

Después de estudiar este capítulo será capaz de:

- determinar la resistencia total en un circuito en serie y calcular la corriente en el circuito,
- utilizar la ley de Ohm y la regla del divisor de voltaje para determinar el voltaje en todos los resistores en el circuito,
- expresar le ley de voltaje de Kirchhoff y usarla para analizar un circuito,
- determinar la potencia disipada por cualquier resistor en un circuito en serie y demostrar que la potencia total disipada es exactamente igual a la potencia entregada por la fuente de voltaje,
- resolver para el voltaje entre dos puntos cualesquiera en un circuito en serie o paralelo,
- calcular el efecto de carga de un amperímetro en un circuito,
- utilizar la computadora para ayudase en el análisis de circuitos en serie simples.

Circuitos en serie

5

RESUMEN DEL CAPÍTULO

En el capítulo anterior se examinó la interrelación entre corriente, voltaje, resistencia y potencia en un solo circuito resistor. En este capítulo se ampliarán esos conceptos básicos para estudiar el comportamiento de los circuitos que tienen varios resistores en serie.

Se utilizará la ley de Ohm para deducir la regla del divisor de voltaje y para verificar la ley de voltaje de Kirchhoff. Una buena comprensión de estos importantes principios provee una base fundamental sobre la cual se soportan las técnicas del análisis de circuitos. La ley de voltaje y la ley de corriente de Kirchhoff, se abordan en el siguiente capítulo, son esenciales para entender todos los circuitos eléctricos y electrónicos.

Después del desarrollo de la estructura básica del análisis de circuitos en serie, se aplicarán las ideas para analizar y diseñar voltímetros y óhmetros simples. Aunque por lo general los medidores se estudian en un curso separado de instrumentación o medición, aquí se examinarán estos circuitos como una mera aplicación de los conceptos del análisis de circuitos.

Asimismo, se observará cómo los principios de los circuitos se usan para explicar el efecto de carga de un amperímetro colocado en serie con un circuito. ■

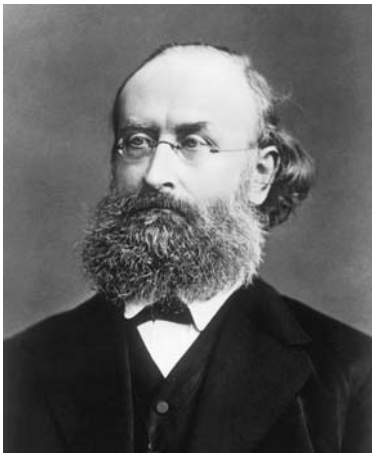
PERSPECTIVA HISTÓRICA

Gustav Robert Kirchhoff

KIRCHHOFF FUE UN FÍSICO ALEMÁN nacido el 12 de marzo de 1824 en Königsberg, Prusia. Su primera investigación fue sobre la conducción de la electricidad, la cual lo llevó a la presentación de sus leyes de circuitos eléctricos cerrados en 1845. La ley de corriente de Kirchhoff y la ley de voltaje se aplican a todos los circuitos eléctricos y, por ello, son fundamentales para entender la operación de un circuito. Kirchhoff fue el primero en verificar que un impulso eléctrico viaja a la velocidad de la luz.

Aunque dichos descubrimientos han inmortalizado el nombre de Kirchhoff en la ciencia eléctrica, es mejor conocido por su trabajo con R. W. Bunsen, con quien hizo grandes contribución en el estudio de la espectroscopia y avanzó la investigación en la radiación del cuerpo negro.

Kirchhoff murió en Berlín el 17 de octubre de 1887. ■



5-1 Circuitos en serie

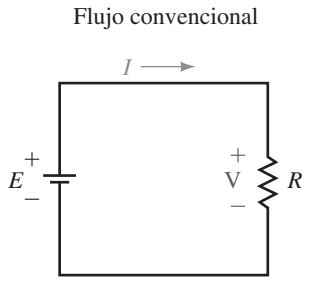


FIGURA 5-1

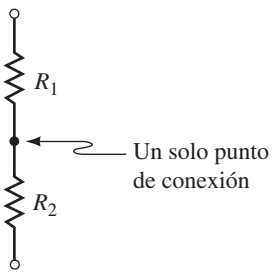


FIGURA 5-2 Resistores en serie.

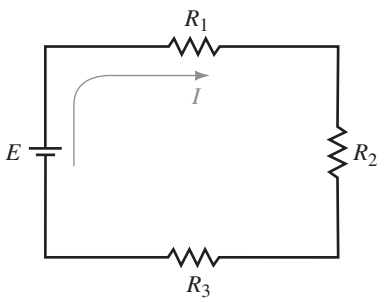


FIGURA 5-3 Circuito en serie.

Un circuito eléctrico es la combinación de cualquier número de fuentes y cargas conectadas de alguna manera que permita que haya un flujo de carga. El circuito eléctrico puede ser tan simple como uno compuesto por una batería y una lámpara, o tan complejo como los circuitos contenidos en un televisor, un horno de microondas, o una computadora. Sin embargo, no importa qué tan complicado sea, cada circuito sigue al pie de la letra reglas simples de una manera predecible. Una vez que se han entendido las reglas, cualquier circuito puede ser analizado para determinar la operación en diferentes condiciones.

Todos los circuitos eléctricos obtienen su energía de una fuente de corriente directa (cd) o de una fuente de corriente alterna (ca). En los siguientes capítulos se examinará la operación de los circuitos alimentados con fuentes de cd. Aunque los circuitos de ca tienen diferencias fundamentales cuando se comparan con los de cd, las leyes, teoremas y reglas que se aprenden con los circuitos de cd se aplican también a los circuitos de ca.

En los capítulos anteriores se presentó un circuito simple compuesto de una sola fuente de voltaje (como una batería química) y una sola resistencia de carga. La representación del esquema se incluyó en el capítulo 4 y se muestra de nuevo en la figura 5-1.

Aunque el circuito de la figura 5-1 es útil para deducir algunos conceptos importantes, muy pocos circuitos prácticos son así de simples. Sin embargo, se encontrará que incluso los circuitos de cd más complicados pueden, por lo general, simplificarse al circuito mostrado.

Se iniciará examinando la conexión más sencilla, la **conexión en serie**. En la figura 5-2 se tienen dos resistores, R_1 y R_2, conectados en un solo punto en el cual se afirma que hay una conexión en serie.

Se dice que dos elementos están en serie si están conectados en un solo punto y si no hay otras conexiones que lleven corriente a dicho punto.

Un **circuito en serie** se construye al combinar varios elementos en serie, como se muestra en la figura 5-3. La corriente sale de la terminal positiva de la fuente de voltaje, fluye a través de de los resistores y retorna a la terminal negativa.

En el circuito de la figura 5-3, se observa que la fuente de voltaje E, está en serie con R_1, R_1 está en serie con R_2 y R_2 está en serie con E. Al examinar este circuito, se hace evidente otra característica importante de un circuito en serie. De manera similar al agua que fluye en una tubería, la corriente que entra en un elemento debe ser igual a la que sale del mismo. Ahora, ya que la corriente no sale por ninguna otra conexión, se concluye que lo siguiente se cumple.

En un circuito en serie la corriente es la misma en cualquiera de los elementos.

Aunque la expresión anterior parece ser evidente, se encontrará que esto ayudará a explicar muchas otras características de un circuito en serie.

NOTAS . . .

Electrónica en el futuro

Para más información o para usar su computadora para explorar de manera interactiva las ideas presentadas, véase el CD incluido en este libro. Haga clic en el Botón 1, *Electronics into the Future* y seleccione el módulo *Circuitos en serie* (Serie Circuits).

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 1

(Las respuestas están al final del capítulo)

¿Cuáles son las dos condiciones para determinar si dos elementos están conectados en serie?

La convención de la polaridad del voltaje (revisión)

La convención de signos +, − de la figura 5-4(a) tiene un mayor significado que el que se ha considerado hasta el momento. *El voltaje existe entre dos puntos, y cuando se coloca un + en un punto y un − en el otro punto, lo definimos para decir que estamos viendo el voltaje en el punto marcado con + con respecto al*

punto marcado con −. Por esa razón, en la figura 5-4, $V = 6$ volts significa que el punto *a* es 6 V positivo con respecto al punto *b*. Ya que la terminal roja del medidor está colocada en el punto *a* y la negra en el punto *b*, el medidor indicará +6 V.

Ahora considere la figura 5-5(b). [Para referencia se ha repetido la figura 5-4 en la 5-5(a).] Aquí, se ha colocado el signo más en el punto *b*, lo que significa que se está viendo el voltaje en *b* con respecto a *a*. Ya que el punto *b* es 6 V negativo con respecto al punto *a*, V tendrá un valor de menos 6 volts, es decir, $V = -6$ V. Observe también que el medidor indica −6 volts debido a que se han invertido sus terminales, y la terminal roja está ahora en el punto *b* y la negra en el punto *a*. *Es importante darse cuenta de que el voltaje en la resistencia no ha cambiado. Lo que ha cambiado es cómo se está viendo el voltaje y cómo se ha conectado el medidor.* Por tanto, debido a que el voltaje real es el mismo en ambos casos, (a) y (b) son representaciones equivalentes.

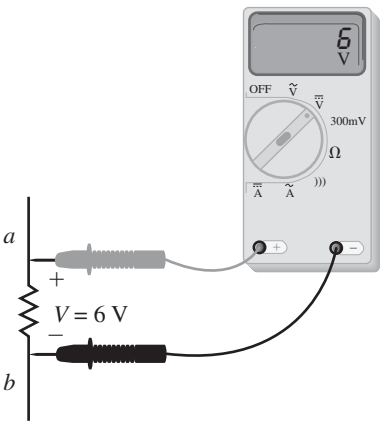


FIGURA 5-4 La simbología +, − significa que se está viendo el voltaje en el punto marcado con + con respecto al punto marcado con −.

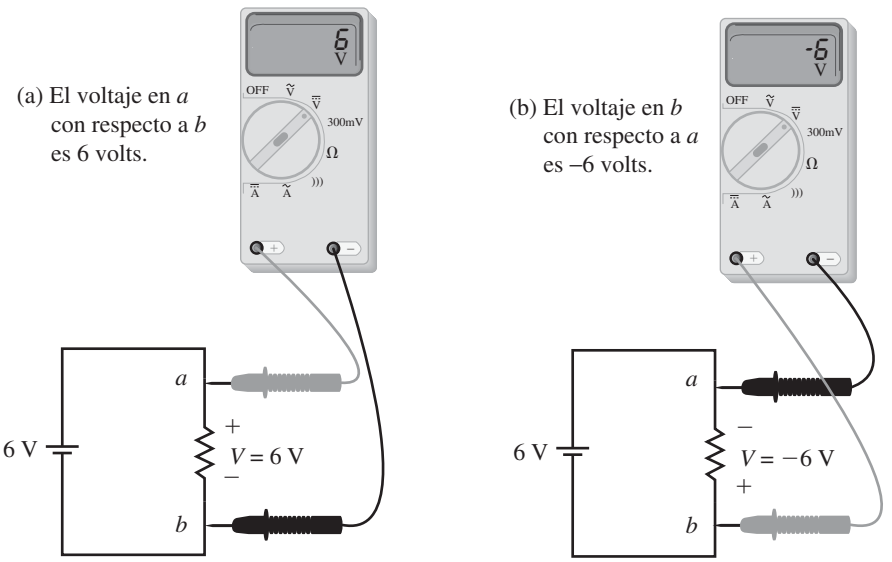


FIGURA 5-5 Dos representaciones del mismo voltaje.

EJEMPLO 5-1

Considere la figura 5-6. En (a), $I = 3$ A, mientras que en (b), $I = -3$ A. Use la convención de la polaridad de voltaje para determinar el voltaje entre los dos resistores y demuestre que son iguales.

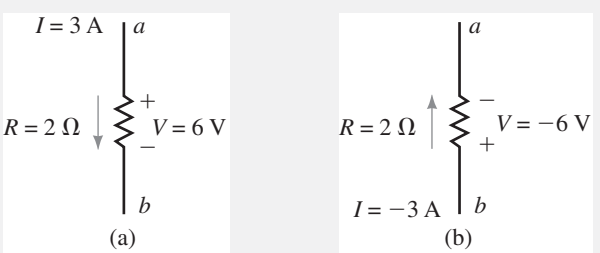


FIGURA 5-6

Solución En cada caso se coloca el signo más en la cola de la flecha que indica la dirección de corriente. Entonces, para (a) está viendo la polaridad de *a* con respecto a *b* y se obtiene $V = IR = (3\text{ A})(2\ \Omega) = 6$ V, como se esperaba. Ahora considere (b), las marcas de polaridad significan que se está viendo la polaridad de *b* con respecto a *a* y se obtiene $V = IR = (-3\text{ A})(2\ \Omega) = -6$ V. Esto significa que el punto *b* es 6 V negativo con respecto a *a*, o de manera equivalente, *a* es 6 V positivo con respecto a *b*. En consecuencia, los dos voltajes son iguales.

5-2 Ley de voltaje de Kirchhoff

Después de la ley de Ohm, una de las más importantes leyes de la electricidad es la ley de voltaje de Kirchhoff (LVK), que establece lo siguiente:

La sumatoria de las elevaciones y caídas de voltaje alrededor de un lazo cerrado es igual a cero. Este enunciado se puede escribir de forma simbólica como:

$$\Sigma V = 0 \quad \text{para un lazo cerrado} \tag{5-1}$$

En la expresión simbólica anterior, la letra griega mayúscula sigma Σ representa la sumatoria y V las elevaciones y caídas de voltaje. Un **lazo cerrado** se define como cualquier trayectoria que se origina en un punto, viaja alrededor de un circuito y retorna al punto original sin repetir ningún segmento.

Otra forma de establecer la ley de voltaje de Kirchhoff es la siguiente:

La sumatoria de las elevaciones de voltaje es igual a la sumatoria de las caídas de voltaje alrededor de un lazo cerrado.

$$\Sigma E_{\text{elevaciones}} = \Sigma V_{\text{caídas}} \quad \text{en un lazo cerrado} \tag{5-2}$$

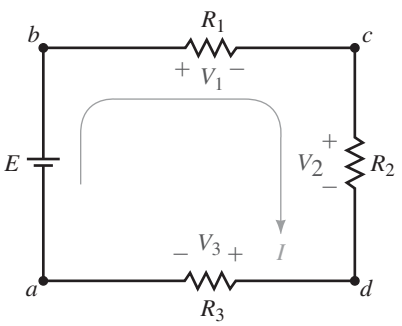


FIGURA 5-7 Ley de voltaje de Kirchhoff.

Si se considera el circuito de la figura 5-7, se puede empezar en el punto *a* en la esquina inferior izquierda. Si se sigue arbitrariamente la dirección de la corriente *I*, nos movemos a través de la fuente de voltaje, que representa una elevación en potencial del punto *a* al punto *b*. En seguida, al movernos del punto *b* al punto *c*, se pasa por el resistor R_1, el cual presenta una caída de potencia de V_1. Continuando a través de los resistores R_2 y R_3, se tienen caídas adicionales de V_2 y V_3, respectivamente. Al aplicar la ley de voltaje de Kirchhoff alrededor del lazo cerrado, se llega a la siguiente expresión matemática para el circuito:

$$E - V_1 - V_2 - V_3 = 0$$

Aunque se determinó seguir la dirección de la corriente al plantear la ecuación de la ley de voltaje de Kirchhoff, también es correcto moverse alrededor del circuito en la dirección opuesta. En este caso la ecuación aparecería como:

$$V_3 + V_2 + V_1 - E = 0$$

Por simple manipulación, es simple demostrar que las dos ecuaciones son idénticas.

EJEMPLO 5-2

Verifique la ley de voltaje de Kirchhoff para el circuito de la figura 5-8.

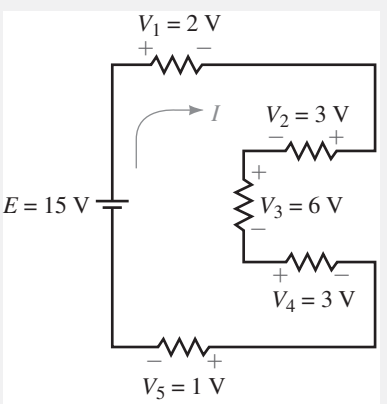


FIGURA 5-8

Solución Si se sigue la dirección de la corriente, se escribe la ecuación del lazo como

$$15\text{ V} - 2\text{ V} - 3\text{ V} - 6\text{ V} - 3\text{ V} - 1\text{ V} = 0$$

Verifique la ley de voltaje de Kirchhoff para el circuito de la figura 5-9.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 1

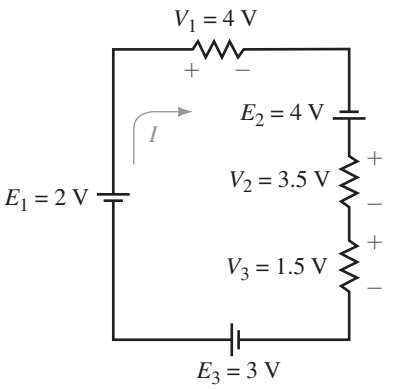


FIGURA 5-9

Respuesta
$2\text{ V} - 4\text{ V} + 4\text{ V} - 3.5\text{ V} - 1.5\text{ V} + 3\text{ V} = 0$

Defina la ley de voltaje de Kirchhoff.

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 2

(Las respuestas están al final del capítulo)

Casi todos los circuitos complicados pueden simplificarse. Ahora se examinará cómo simplificar un circuito que consiste en una fuente de voltaje en serie con varios resistores. Considere el circuito mostrado en la figura 5-10.

Ya que el circuito tiene un lazo cerrado, la fuente de voltaje causará una corriente I en el circuito, la cual a su vez produce una caída de voltaje en cada resistor, donde

$$V_x = IR_x$$

Aplicando la ley de voltaje de Kirchhoff al lazo cerrado se obtiene

$$\begin{aligned} E &= V_1 + V_2 + \cdots + V_n \\ &= IR_1 + IR_2 + \cdots + IR_n \\ &= I(R_1 + R_2 + \cdots + R_n) \end{aligned}$$

Si se tuvieran que reemplazar todos los resistores con una resistencia total equivalente, R_T, entonces el circuito aparecería como se muestra en la figura 5-11.

Sin embargo, al aplicar la ley de Ohm al circuito de la figura 5-11 da

$$E = IR_\text{T} \qquad \textbf{(5-3)}$$

Ya que el circuito de la figura 5-11 es equivalente al circuito de la figura 5-10, se concluye que esto sólo puede ocurrir si la resistencia total de los n resistores en serie está dada por

$$R_\text{T} = R_1 + R_2 + \cdots + R_n \quad [\text{ohms}, \Omega] \qquad \textbf{(5-4)}$$

Si cada uno de los n resistores tiene el mismo valor, entonces la resistencia total se determina como

$$R_\text{T} = nR \quad [\text{ohms}, \Omega] \qquad \textbf{(5-5)}$$

5-3 Resistores en serie

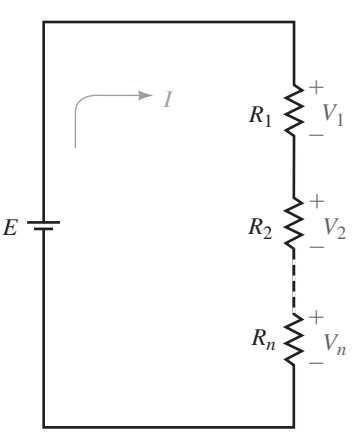


FIGURA 5-10

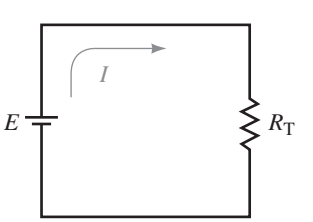


FIGURA 5-11

EJEMPLO 5-3

Determine la resistencia total de cada una de las redes que se muestran en la figura 5-12

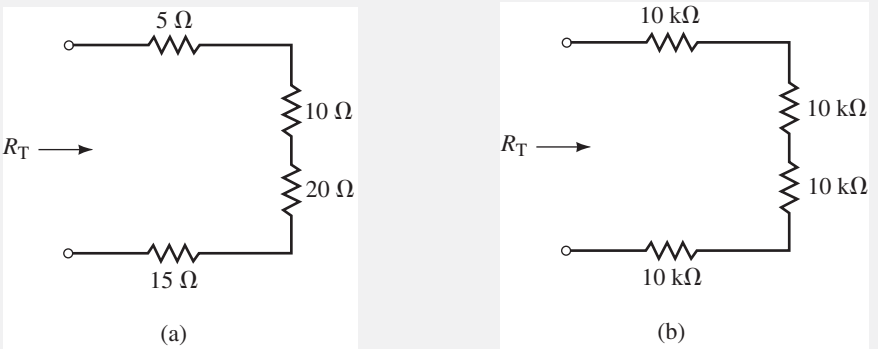


FIGURA 5-12

Solución

a $R_T = 5\ \Omega + 10\ \Omega + 20\ \Omega + 15\ \Omega = 50.0\ \Omega$

b. $R_T = 4(10\ \text{k}\Omega) = 40.0\ \text{k}\Omega$

Cualquier fuente de voltaje conectada a las terminales de una red de resistores en serie proporcionará la misma corriente, como si una sola resistencia de valor R_T estuviera conectada entre las terminales abiertas. A partir de la ley de Ohm se obtiene

$$I = \frac{E}{R_T} \quad \text{[amperes, A]} \tag{5-6}$$

La potencia disipada por cada resistor se determina como

$$\begin{aligned} P_1 &= V_1 I = \frac{V_1^2}{R_1} = I^2 R_1 \quad \text{[watts, W]} \\ P_2 &= V_2 I = \frac{V_2^2}{R_2} = I^2 R_2 \quad \text{[watts, W]} \\ &\vdots \\ P_n &= V_n I = \frac{V_n^2}{R_n} = I^2 R_n \quad \text{[watts, W]} \end{aligned} \tag{5-7}$$

En el capítulo 4 se demostró que la potencia suministrada por una fuente de voltaje a un circuito está dada como

$$P_T = EI \quad \text{[watts, W]} \tag{5-8}$$

Ya que la energía debe conservarse, la potencia suministrada por la fuente de voltaje es igual a la potencia total disipada por todos los resistores. Entonces

$$P_T = P_1 + P_2 + \cdots + P_n \quad \text{[watts, W]} \tag{5-9}$$

EJEMPLO 5-4

Para el circuito en serie que se muestra en la figura 5-13, determine las siguientes cantidades:

a. La resistencia total, R_T.
b. La corriente del circuito, I.
c. El voltaje en cada resistor.
d. La potencia disipada por cada resistor.
e. La potencia suministrada al circuito por la fuente de voltaje.
f. Verifique que la potencia disipada por los resistores sea igual a la potencia suministrada al circuito por la fuente de voltaje.

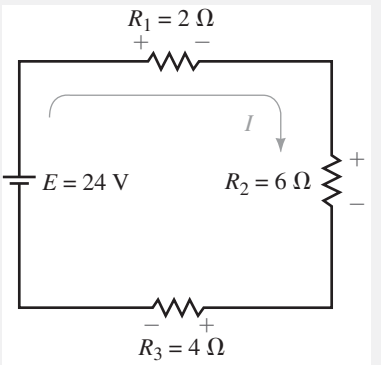


FIGURA 5-13

Solución

a. $R_T = 2\ \Omega + 6\ \Omega + 4\ \Omega = 12.0\ \Omega$
b. $I = (24\text{ V})/(12\ \Omega) = 2.00\text{ A}$
c. $V_1 = (2\text{ A})(2\ \Omega) = 4.00\text{ V}$
   $V_2 = (2\text{ A})(6\ \Omega) = 12.0\text{ V}$
   $V_3 = (2\text{ A})(4\ \Omega) = 8.00\text{ V}$
d. $P_1 = (2\text{ A})^2(2\ \Omega) = 8.00\text{ W}$
   $P_2 = (2\text{ A})^2(6\ \Omega) = 24.0\text{ W}$
   $P_3 = (2\text{ A})^2(4\ \Omega) = 16.0\text{ W}$
e. $P_T = (24\text{ V})(2\text{ A}) = 48.0\text{ W}$
f. $P_T = 8\text{ W} + 24\text{ W} + 16\text{ W} = 48.0\text{ W}$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 2

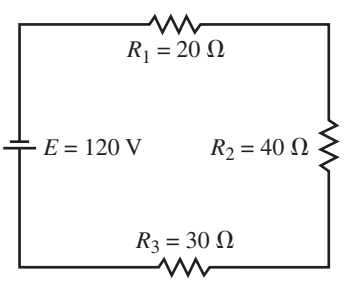


FIGURA 5-14

Para el circuito en serie que se muestra en la figura 5-14, determine las siguientes cantidades:

a. La resistencia total, R_T.
b. La dirección y la magnitud de la corriente, I.
c. La polaridad y la magnitud del voltaje en cada resistor.
d. La potencia disipada por cada resistor.
e. La potencia suministrada al circuito por la fuente de voltaje.
f. Demuestre que la potencia disipada es igual a la potencia suministrada.

Respuestas

a. $90.0\ \Omega$
b. 1.33 en sentido contrario al de las manecillas del reloj
c. $V_1 = 26.7$ V, $V_2 = 53.3$ V, $V_3 = 40.0$ V
d. $P_1 = 35.6$ W, $P_2 = 71.1$ W, $P_3 = 53.3$ W
e. $P_T = 160$ W
f. $P_1 + P_2 + P_3 = 160\text{ W} = P_T$

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 3

(Las respuestas están al final del capítulo)

Tres resistores, R_1, R_2 y R_3 están en serie. Determine el valor de cada resistor si $R_T = 42\ \text{k}\Omega$, $R_2 = 3R_1$ y $R_3 = 2R_2$.

5-4 Fuentes de voltaje en serie

Si un circuito tiene más de una fuente de voltaje en serie, éstas pueden ser reemplazadas por una sola fuente que tenga un valor que es la suma o la diferencia de cada una de las fuentes individuales. Ya que pueden tener diferente polaridad, es necesario tenerlo en cuenta para determinar la magnitud y la polaridad resultante de la fuente de voltaje equivalente.

Si las polaridades de todas las fuentes de voltaje son tales que las fuentes aparecen como elevaciones de voltaje en la dirección dada, entonces la fuente resultante se determina mediante la simple adición, como se muestra en la figura 5-15.

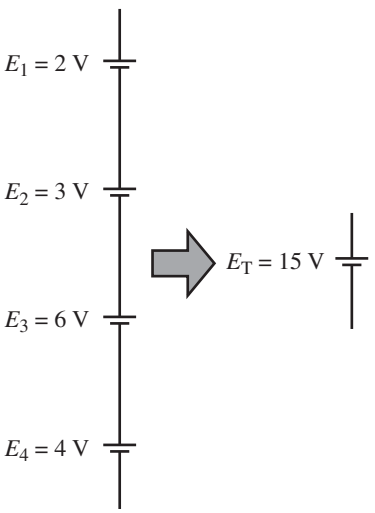


FIGURA 5-15

Si las polaridades de las fuentes de voltaje no resultan en elevaciones de voltaje en la misma dirección, entonces se debe comparar las elevaciones en una dirección con las elevaciones en la otra. La magnitud de la fuente resultante será la suma de la elevaciones en una dirección menos la suma de las elevaciones en la dirección opuesta. La polaridad de la fuente de voltaje equivalente será la misma que la polaridad de aquella dirección que tiene la elevación más grande. Considere las fuentes de voltaje que se muestran en la figura 5-16.

Si las elevaciones en una dirección fueran iguales a las elevaciones en la dirección opuesta, entonces la fuente de voltaje resultante sería igual a cero.

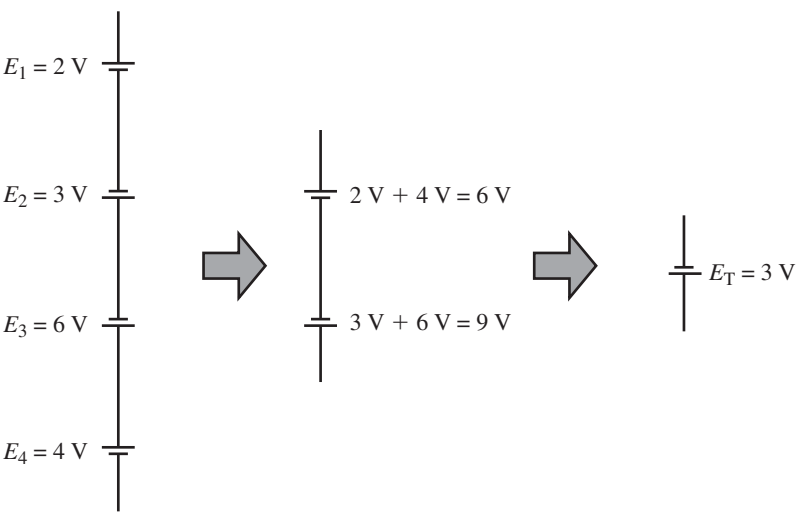


FIGURA 5-16

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 4

(Las respuestas están al final del capítulo)

Una batería común de automóvil de plomo-ácido consiste en seis celdas conectadas en serie. Si el voltaje medido entre las terminales de la batería es 13.06 V, ¿cuál es el voltaje promedio de cada celda dentro de la batería?

5-5 Intercambio de componentes en serie

El orden de los componentes en serie puede cambiarse sin afectar la operación del circuito.

Los dos circuitos en la figura 5-17 son equivalentes.

Con frecuencia, una vez que los circuitos han sido redibujados, se hace más fácil visualizar su operación. Por esa razón, regularmente se usará la técnica de intercambiar componentes para simplificar los circuitos antes de ser analizados.

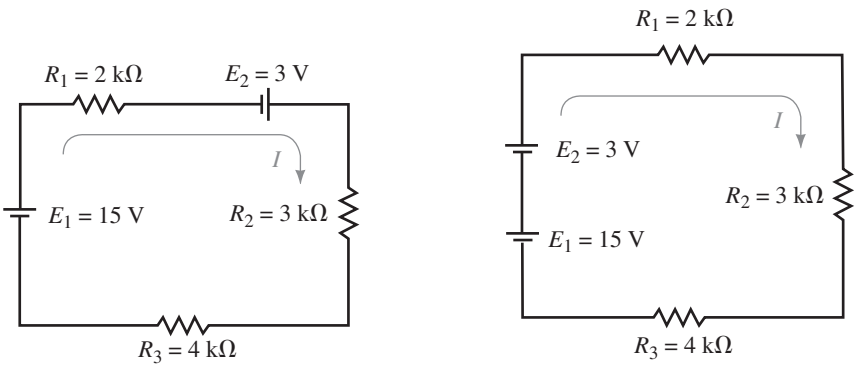


FIGURA 5-17

EJEMPLO 5-5

Simplifique el circuito de la figura 5-18 a una que incluya una sola fuente en serie con los cuatro resistores. Determine la dirección y la magnitud de la corriente en el circuito resultante.

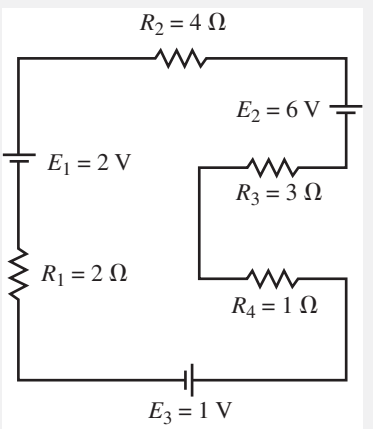


FIGURA 5-18

Solución Se vuelve a dibujar el circuito mediante los dos pasos que se muestran en la figura 5-19. Es necesario asegurarse de que las fuentes de voltajes sean movidas correctamente ya que es fácil asignar polaridades equivocadas. Quizás la manera más sencilla sea imaginar que la fuente de voltaje se desplaza alrededor del circuito hasta la nueva ubicación.

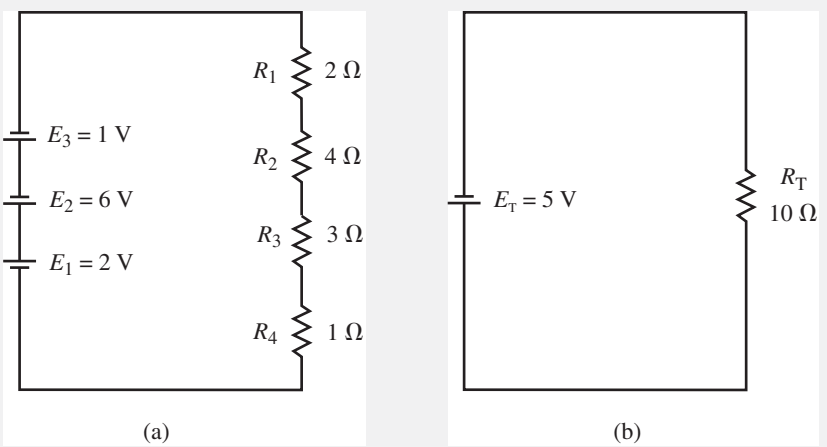


FIGURA 5-19

La corriente en el circuito resultante tendrá una dirección contraria a la de las manecillas del reloj alrededor del circuito y tendrá una magnitud determinada por

$$I = \frac{E_T}{R_T} = \frac{6\ \text{V} + 1\ \text{V} - 2\ \text{V}}{2\ \Omega + 4\ \Omega + 3\ \Omega + 1\ \Omega} = \frac{5\ \text{V}}{10\ \Omega} = 0.500\ \text{A}$$

Ya que los circuitos son equivalentes, la dirección de la corriente que se determinó en la figura 5-19 también representa la dirección de la corriente para el circuito de la figura 5-18.

5-6 Regla del divisor de voltaje

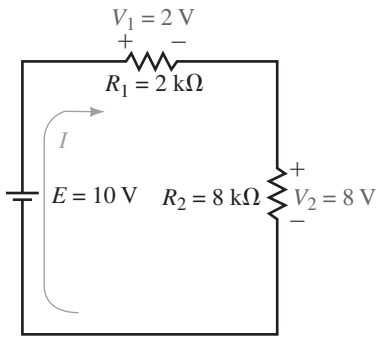


FIGURA 5-20

La caída de voltaje en cualquier resistor en serie es proporcional a la magnitud del resistor. La caída de voltaje total en todos los resistores debe ser igual al voltaje aplicado por la(s) fuente(s) de acuerdo con la LVK.

Considere el circuito de la figura 5-20.

Se observa que la resistencia total $R_T = 10$ kΩ da como resultado una corriente de $I = 1$ mA. A partir de la ley de Ohm, R_1 tiene una caída de voltaje de $V_1 = 2.0$ V, mientras R_2, que es cuatro veces mayor que R_1, tiene una caída de voltaje también cuatro veces mayor, $V_2 = 8.0$ V.

También se observa que la suma de las caídas de voltaje en los resistores es exactamente igual a la elevación de voltaje de la fuente, esto es

$$E = 10 \text{ V} = 2 \text{ V} + 8 \text{ V}$$

La regla del divisor de voltaje permite determinar el voltaje en cualquier resistencia en serie en un solo paso, sin calcular primero la corriente. Se ha visto que para cualquier número de resistores en serie la corriente en el circuito se determina mediante la ley de Ohm como

$$I = \frac{E}{R_T} \quad \text{[amperes, A]} \tag{5-10}$$

donde los dos resistores en la figura 5-20 dan una resistencia total de

$$R_T = R_1 + R_2$$

Al aplicar de nuevo la ley de Ohm, la caída de voltaje en cualquier resistor en el circuito en serie se calcula como

$$V_x = IR_x$$

Al sustituir la ecuación 5-4 en la ecuación anterior se obtiene la regla del divisor de voltaje para dos resistores como una sola ecuación:

$$V_x = \frac{R_x}{R_T} E = \frac{R_x}{R_1 + R_2} E$$

En general, para cualquier número de resistores la caída de voltaje en cualquier resistor se determina como

$$V_x = \frac{R_x}{R_T} E \tag{5-11}$$

EJEMPLO 5-6

Use la regla del divisor de voltaje para determinar el voltaje en cada uno de los resistores en el circuito que se muestra en la figura 5-21. Demuestre que la suma de las caídas de voltaje es igual a la elevación del voltaje aplicado en el circuito.

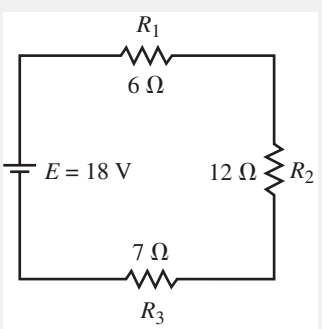


FIGURA 5-21

Solución

$$R_T = 6\ \Omega + 12\ \Omega + 7\ \Omega = 25.0\ \Omega$$

$$V_1 = \left(\frac{6\ \Omega}{25\ \Omega}\right)(18 \text{ V}) = 4.32 \text{ V}$$

$$V_2 = \left(\frac{12\ \Omega}{25\ \Omega}\right)(18 \text{ V}) = 8.64 \text{ V}$$

$$V_3 = \left(\frac{7\ \Omega}{25\ \Omega}\right)(18 \text{ V}) = 5.04 \text{ V}$$

La caída de voltaje total es la suma

$$V_T = 4.32 \text{ V} + 8.64 \text{ V} + 5.04 \text{ V} = 18.0 \text{ V} = E$$

EJEMPLO 5-7

Use la regla del divisor de voltaje para determinar el voltaje en cada uno de los resistores del circuito que se muestra en la figura 5-22.

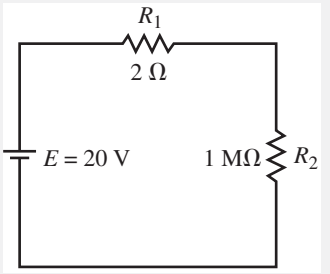


FIGURA 5-22

Solución

$$R_T = 2\ \Omega + 1\ 000\ 000\ \Omega = 1\ 000\ 002\ \Omega$$

$$V_1 = \left(\frac{2\ \Omega}{1\ 000\ 002\ \Omega}\right)(20\ \text{V}) \approx 40\ \mu\text{V}$$

$$V_2 = \left(\frac{1.0\ \text{M}\Omega}{1.000\ 002\ \text{M}\Omega}\right)(20\ \text{V}) = 19.999\ 86\ \text{V}$$

$$\approx 20.0\ \text{V}$$

Los ejemplos anteriores ilustran dos puntos importantes que suelen ocurrir en los circuitos electrónicos. Si el valor de una sola resistencia en serie es muy grande en comparación con las otras resistencias en serie, entonces el voltaje en el resistor será en esencia el voltaje total aplicado. Por otro lado, si una sola resistencia es muy pequeña en comparación con las otras resistencias en serie, entonces la caída de voltaje en el resistor pequeño será prácticamente cero. Como regla general, si un resistor en serie es más de 100 veces más grande que otro resistor en serie, el efecto del resistor más pequeño puede omitirse.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 3

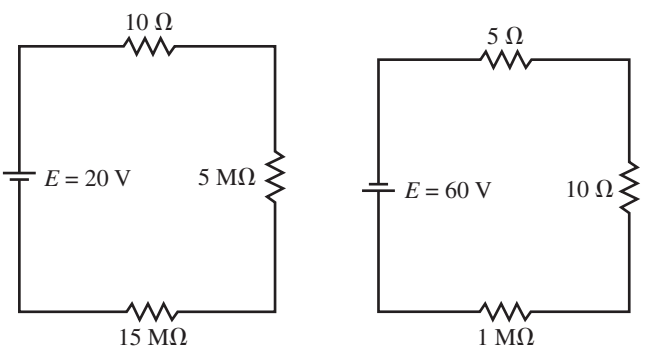


FIGURA 5-23

Para los circuitos que se muestran en la figura 5-23, determine la caída de voltaje aproximado en cada resistor sin usar calculadora. Compare sus cálculos con los valores reales obtenidos con calculadora.

Respuestas

a.	$V_{10-\Omega} \cong 0$	$V_{5-\text{M}\Omega} \cong 5.00\ \text{V}$	$V_{10-\text{M}\Omega} \cong 15.0\ \text{V}$
	$V_{10-\Omega} = 10.0\ \mu\text{V}$	$V_{5-\text{M}\Omega} = 5.00\ \text{V}$	$V_{10-\text{M}\Omega} = 15.0\ \text{V}$
b.	$V_{5-\Omega} \cong 0$	$V_{10-\Omega} \cong 0$	$V_{1-\text{M}\Omega} \cong 60\ \text{V}$
	$V_{5-\Omega} = 0.300\ \text{mV}$	$V_{10-\Omega} = 0.600\ \text{mV}$	$V_{1-\text{M}\Omega} = 60.0\ \text{V}$

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 5

Las mediciones de las caídas de voltaje en tres resistores son 10.0 V, 15.0 V y 25.0 V. Si el resistor más grande es de 47.0 kΩ, determine el valor de los otros resistores.

(Las respuestas están al final del capítulo)

5-7 Tierra del circuito



(a) Tierra del circuito o referencia



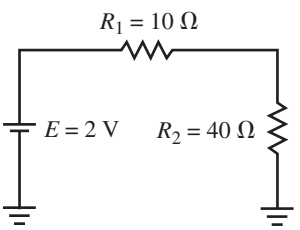
(b) Tierra del chasis

FIGURA 5-24

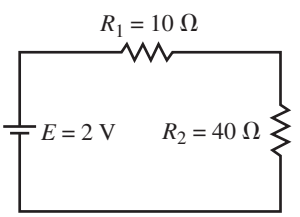
Quizá uno de los conceptos más malentendidos en electrónica es el de la tierra. La confusión conduce a muchos problemas cuando se diseñan y analizan los circuitos. El símbolo estándar para la tierra del circuito se muestra en la figura 5-24(a), mientras que el símbolo para la tierra del chasis se muestra en la figura 5-24(b).

En su definición más simple, la **tierra** es simplemente "un punto eléctrico arbitrario de referencia" o "punto común" en un circuito. Si se usa el símbolo de tierra de esta manera, permite dibujar el circuito de una forma más simple. Cuando el símbolo de tierra se usa de manera arbitraria para designar un punto de referencia, sería correcto volver a dibujar el esquema del circuito mostrando todos los puntos de tierra conectados juntos o, de hecho, volver a dibujar el circuito usando otro punto de referencia completamente distinto. Los circuitos que se muestran en la figura 5-25 son equivalentes exactos, aun cuando los de las figuras 5-25(a) y 5-25(c) usen diferentes puntos de referencia.

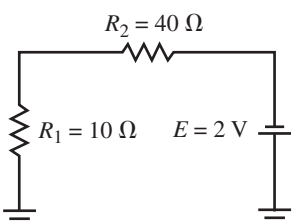
Mientras que el símbolo de tierra se usa para designar un punto común o referencia dentro de un circuito, por lo general tiene un mayor significado para el tecnólogo o el ingeniero. Con frecuencia el chasis de metal de un aparato se conecta a la tierra del circuito. A esta conexión se le conoce como **tierra de chasis** y es común designarla como se muestra en la figura 5-24(b).



(a)



(b)



(c)

FIGURA 5-25

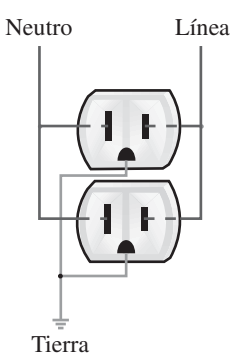


FIGURA 5-26 Conexión a tierra en un contacto común de 120 Vca de salida.

Con el fin de evitar electrocuciones, la tierra de chasis suele conectarse a la **tierra física** a través de una terminal suministrada en la caja del contacto eléctrico. En caso de una falla dentro del circuito, el chasis redirige la corriente a tierra (activando un interruptor automático o un fusible) y así deja de representar un peligro para un operador distraído.

Como el nombre lo implica, la tierra física es una conexión que está unida a la tierra, ya sea a través de tubos de agua o mediante una conexión al suelo. Todos estamos familiarizados con el contacto eléctrico común de 120 Vca que se muestra en la figura 5-26. La terminal redonda del contacto siempre está acoplada a la terminal de tierra y se usa no sólo para circuitos de ca sino también para proporcionar un punto común para los circuitos de cd. Cuando un circuito está unido a la tierra a través de una terminal, el símbolo de tierra ya no representa una conexión arbitraria, sino un tipo de conexión muy específico.

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 6

(Las respuestas están al final del capítulo)

Si se mide la resistencia entre la terminal de tierra del enchufe de los 120 Vca y el chasis de metal de un horno de microondas y es de cero ohms, ¿qué le dice esto sobre el chasis del horno?

5-8 Notación de subíndices de voltaje

Doble subíndice

Como ya se ha visto, los voltajes siempre se expresan como una diferencia de potencial entre dos puntos. En una batería de 9 V hay una elevación de potencial de 9 V desde la terminal negativa hasta la terminal positiva. La corriente a través de un resistor resulta en una caída de voltaje en él, de manera que la terminal por donde sale la carga está a un potencial más bajo que la terminal por la que entra la carga. Ahora se examinará cómo los voltajes dentro de un circuito pueden ser fácilmente descritos como los voltajes entre dos puntos. Si se desea expresar el voltaje entre dos puntos (los puntos *a* y *b* en un circuito), entonces se expresa ese voltaje en forma de subíndices (es decir, V_{ab}), donde el primer subíndice es el punto de interés y el segundo es el punto de referencia.

Considere el circuito en serie de la figura 5-27.

Si se marcan los puntos en el circuito con *a*, *b*, *c* y *d*, se observa que el punto *b* está a un potencial mayor que el punto *a*, por una cantidad igual al voltaje de la fuente. Esto se escribe en forma matemática como $V_{ba} = +50$ V. Aunque el signo más es redundante, se muestra aquí para indicar que el punto *b* está a un potencial mayor que el punto *a*. Si se examina el voltaje en el punto *a* con respecto al punto *b*, se observa que *a* está a un potencial más bajo que *b*. Esto se escribe matemáticamente como $V_{ab} = -50$ V.

A partir de lo anterior, se establece la siguiente expresión general:

$$V_{ab} = -V_{ba}$$

para cualesquiera dos puntos *a* y *b* dentro de un circuito.

La corriente a través del circuito resulta en caídas de voltaje en los resistores como se muestra en la figura 5-27. Si se determinan las caídas de voltaje en todos los resistores y se muestran las polaridades correctas, entonces se observa que lo siguiente también se cumple:

$$V_{bc} = +10 \text{ V} \qquad V_{cb} = -10 \text{ V}$$
$$V_{cd} = +25 \text{ V} \qquad V_{dc} = -25 \text{ V}$$
$$V_{da} = +15 \text{ V} \qquad V_{ad} = -15 \text{ V}$$

Si se desea determinar el voltaje entre cualesquiera otros dos puntos dentro del circuito, es una simple cuestión de adicionar todos los voltajes entre los dos puntos, tomando en cuenta las polaridades de los voltajes. El voltaje entre los puntos *b* y *d* se determina como:

$$V_{bd} = V_{bc} + V_{cd} = 10 \text{ V} + 25 \text{ V} = +35 \text{ V}$$

De manera similar, el voltaje entre los puntos *b* y *a* se puede determinar mediante las caídas de voltaje en los resistores:

$$V_{ba} = V_{bc} + V_{cd} + V_{da} = 10 \text{ V} + 25 \text{ V} + 15 \text{ V} = +50 \text{ V}$$

Observe que el resultado anterior es el mismo que se obtuvo cuando se determinó V_{ba} sólo con la fuente de voltaje. Este resultado indica que el voltaje entre dos puntos no depende de qué trayectoria se tome.

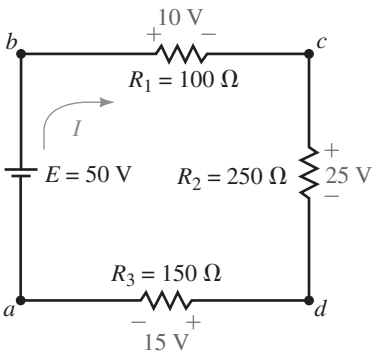


FIGURA 5-27

EJEMPLO 5-8

Para el circuito de la figura 5-28, encuentre los voltajes V_{ac}, V_{ad}, V_{cf} y V_{eb}.

Solución Primero se determina que el voltaje equivalente de la fuente del circuito es

$$E_T = 3 \text{ V} + 4 \text{ V} - 2 \text{ V} = 5.0 \text{ V}$$

con una polaridad tal que la corriente se moverá en dirección contraria a la de las manecillas del reloj dentro del circuito.

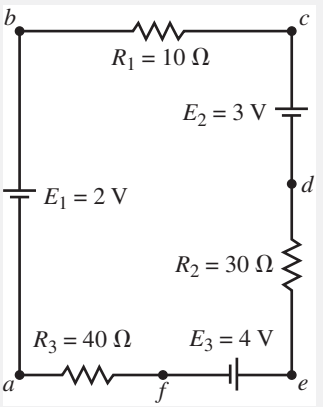


FIGURA 5-28

En seguida se determinan los voltajes en todos los resistores mediante la regla del divisor de voltaje y asignando polaridades con base en la dirección de la corriente.

$$V_1 = \frac{R_1}{R_T}E_T = \left(\frac{10\ \Omega}{10\ \Omega + 30\ \Omega + 40\ \Omega}\right)(5.0\text{ V}) = 0.625\text{ V}$$

$$V_2 = \frac{R_2}{R_T}E_T = \left(\frac{30\ \Omega}{10\ \Omega + 30\ \Omega + 40\ \Omega}\right)(5.0\text{ V}) = 1.875\text{ V}$$

$$V_3 = \frac{R_3}{R_T}E_T = \left(\frac{40\ \Omega}{10\ \Omega + 30\ \Omega + 40\ \Omega}\right)(5.0\text{ V}) = 2.50\text{ V}$$

Los voltajes en los resistores se muestran en la figura 5-29.

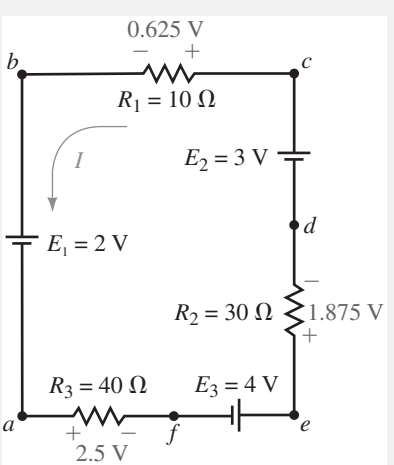


FIGURA 5-29

Finalmente, se resuelve para hallar los voltajes entre los puntos indicados:

$$V_{ac} = -2.0\text{ V} - 0.625\text{ V} = -2.625\text{ V}$$
$$V_{ad} = -2.0\text{ V} - 0.625\text{ V} + 3.0\text{ V} = +0.375\text{ V}$$
$$V_{cf} = +3.0\text{ V} - 1.875\text{ V} + 4.0\text{ V} = +5.125\text{ V}$$
$$V_{eb} = +1.875\text{ V} - 3.0\text{ V} + 0.625\text{ V} = -0.500\text{ V}$$

O, si se selecciona la trayectoria opuesta se obtiene

$$V_{eb} = +4.0\text{ V} - 2.5\text{ V} - 2.0\text{ V} = -0.500\text{ V}$$

NOTAS PRÁCTICAS . . .

Ya que la mayoría de los estudiantes encuentra difícil determinar la polaridad correcta para el voltaje entre dos puntos, se presenta un método simplificado para hacerlo correctamente y encontrar el voltaje entre dos puntos cualesquiera dentro de un circuito.

1. Determine la corriente del circuito. Calcule la caída de voltaje en todos los componentes.
2. Defina la polaridad de todos los resistores con base en la dirección de la corriente. La terminal en la cual la corriente entra se designa como positiva, mientras que la terminal en la cual la corriente sale se designa como negativa.
3. Para determinar el voltaje en el punto *a* con respecto al punto *b*, inicie en este último punto. Refiérase a la figura 5-30. Ahora, imagine que camina alrededor del circuito hacia el punto *a*.

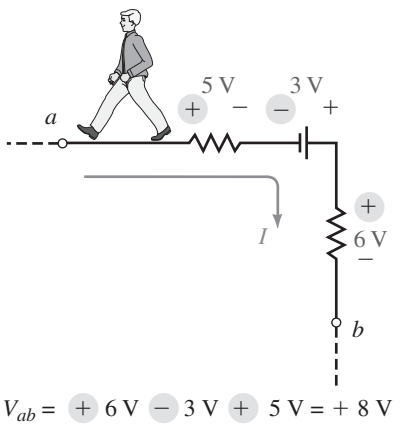


FIGURA 5-30

4. Conforme "camina" alrededor del circuito, sume las caídas y las elevaciones de voltaje a medida que vaya pasando por ellas. La polaridad asignada del voltaje en cualquier componente (sea una fuente o un resistor) es positiva si el voltaje se eleva conforme "camina" a través de los componentes y es negativa si el voltaje disminuye conforme pasa por el componente.
5. El voltaje resultante V_{ab}, es la suma algebraica de todos los voltajes entre *a* y *b*.

Para la figura 5-30, el voltaje V_{ab} se determina como

$$V_{ab} = 6\text{ V} - 3\text{ V} + 5\text{ V} = 8\text{ V}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 4

Encuentre el voltaje V_{ab} en el circuito de la figura 5-31.

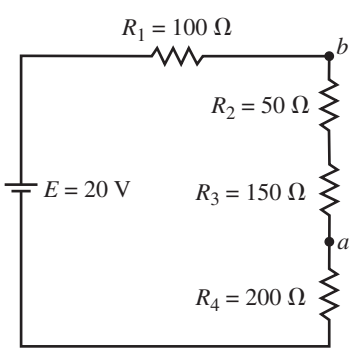


FIGURA 5-31

Respuesta

$V_{ab} = -8.00$ V

Un solo subíndice

En un circuito que tiene un punto de referencia (o punto de tierra), la mayoría de los voltajes se expresarán con respecto a dicho punto. En tal caso no es necesario expresar un voltaje usando doble subíndice. O mejor dicho, si se desea expresar un voltaje en el punto *a* con respecto a tierra, simplemente se hace referencia a este como V_a. De manera similar, el voltaje en el punto *b* se denota como V_b. Por esa razón, cualquier voltaje que tiene un solo subíndice siempre está referido al punto de tierra del circuito.

EJEMPLO 5-9

Para el circuito de la figura 5-32 determine los voltajes V_a, V_b, V_c y V_d.

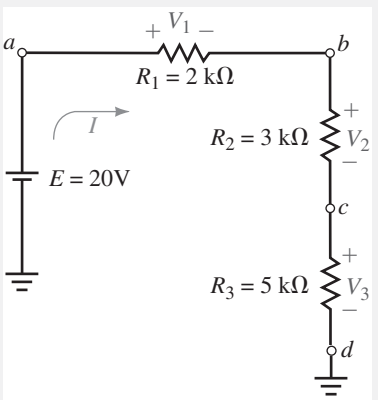


FIGURA 5-32

Solución Aplicando la regla del divisor de voltaje, se determina el voltaje en cada resistor como sigue:

$$V_1 = \frac{2\ \text{k}\Omega}{2\ \text{k}\Omega + 3\ \text{k}\Omega + 5\ \text{k}\Omega}(20\ \text{V}) = 4.00\ \text{V}$$

$$V_2 = \frac{3\ \text{k}\Omega}{2\ \text{k}\Omega + 3\ \text{k}\Omega + 5\ \text{k}\Omega}(20\ \text{V}) = 6.00\ \text{V}$$

$$V_3 = \frac{5\ \text{k}\Omega}{2\ \text{k}\Omega + 3\ \text{k}\Omega + 5\ \text{k}\Omega}(20\ \text{V}) = 10.00\ \text{V}$$

Ahora se resuelve para encontrar el voltaje en cada uno de los puntos:

$$V_a = 4\ \text{V} + 6\ \text{V} + 10\ \text{V} = +20\ \text{V} = E$$
$$V_b = 6\ \text{V} + 10\ \text{V} = +16.0\ \text{V}$$
$$V_c = +10.0\ \text{V}$$
$$V_d = 0\ \text{V}$$

Si se conoce el voltaje en varios puntos de un circuito con respecto a tierra, entonces el voltaje entre los puntos se determina fácilmente como sigue:

$$V_{ab} = V_a - V_b \quad [\text{volts, V}] \tag{5-12}$$

EJEMPLO 5-10

Para el circuito de la figura 5-33, determine los voltajes V_{ab} y V_{cb} dado que $V_a = +5$ V, $V_b = +3$ V y $V_c = -8$ V.

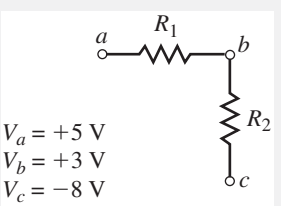


FIGURA 5-33

Solución

$$V_{ab} = +5\ \text{V} - (+3\ \text{V}) = +2\ \text{V}$$
$$V_{cb} = -8\ \text{V} - (+3\ \text{V}) = -11\ \text{V}$$

Fuentes puntuales

La idea de los voltajes con respecto a tierra se extiende con facilidad para incluir las fuentes de voltaje. Cuando una fuente de voltaje está dada con respecto a tierra, puede simplificarse en el circuito como una **fuente puntual**, como se muestra en la figura 5-34.

Las fuentes puntuales se usan con frecuencia para simplificar la representación de los circuitos. Recuerde que en todos estos casos los puntos correspondientes siempre representan voltajes con respecto a tierra (aun cuando la tierra no se muestre).

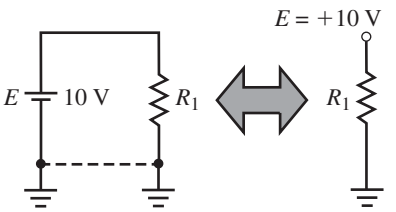


FIGURA 5-34

EJEMPLO 5-11

Determine la corriente y la dirección en el circuito de la figura 5-35.

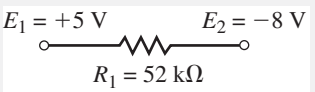


FIGURA 5-35

Solución El circuito puede volver a dibujarse para mostrar el punto de referencia y convertir las fuentes de voltaje puntuales en una representación esquemática más común. El circuito resultante se muestra en la figura 5-36.

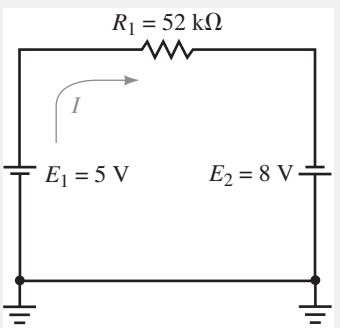


FIGURA 5-36

Ahora, se calcula con facilidad la corriente en el circuito como

$$I = \frac{E_T}{R_1} = \frac{5\text{ V} + 8\text{ V}}{52\text{ k}\Omega} = 0.250\text{ mA}$$

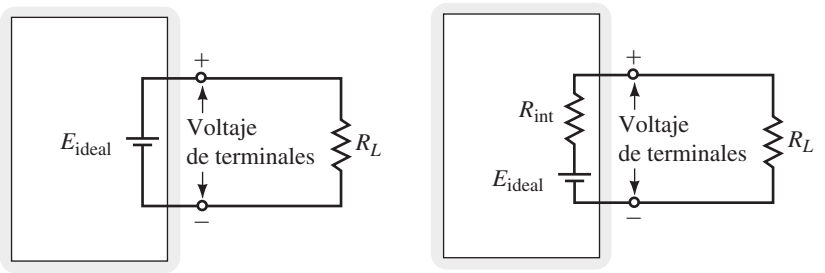
Se hacen mediciones de voltaje en tres lugares en un circuito, las cuales son $V_a = +5.00$ V, $V_b = -2.50$ V y $V_c = -5.00$ V. Determine los voltajes V_{ab}, V_{ca} y V_{bc}.

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 7

(Las respuestas están al final del capítulo)

5-9 Resistencia interna de fuentes de voltaje

Hasta aquí se ha trabajado sólo con fuentes de voltaje ideales, las cuales mantienen voltajes constantes sin tomar en cuenta las cargas que estén conectada en las terminales. Considere una batería típica de plomo-ácido de automóvil, la cual tiene un voltaje de aproximadamente 12 V. De manera similar, cuando se conectan en serie cuatro baterías tamaño C, tienen un voltaje combinado de 12 V. ¿Por qué entonces no podemos usar las cuatro baterías C para operar el coche? La respuesta, en parte, es que la batería de plomo-ácido tiene una resistencia interna mucho más baja que las celdas C de baja energía. En la práctica, todas las fuentes de voltaje contienen alguna resistencia interna que reduce su eficiencia. Se simboliza cualquier fuente de voltaje en forma esquemática como una fuente de voltaje ideal en serie con una resistencia interna. La figura 5-37 muestra la fuente de voltaje ideal y la fuente de voltaje real o práctica.



(a) Fuente de voltaje ideal (b) Fuente de voltaje real

FIGURA 5-37

El voltaje que aparece entre las terminales positiva y negativa se llama **voltaje de terminales**. En una fuente de voltaje ideal, el voltaje de terminales permanecerá constante sin importar la carga que esté conectada. Una fuente de voltaje ideal será capaz de proporcionar tanta corriente como el circuito demande. Sin embargo, en una fuente de voltaje real, el voltaje de terminales depende del valor de la carga conectada a la fuente de voltaje. Como es de esperarse, la fuente de voltaje real algunas veces no es capaz de proporcionar tanta corriente como la carga demanda. O, mejor dicho, la corriente en el circuito está limitada por la combinación de la resistencia interna y la resistencia de la carga.

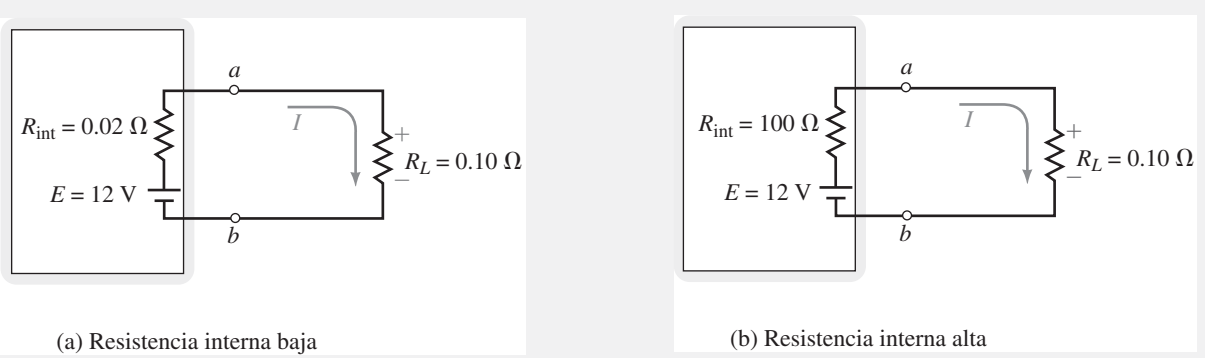
En una condición de no carga ($R_L = \infty\ \Omega$) no hay corriente en el circuito y el voltaje de terminales será igual al voltaje que aparece en la fuente de voltaje ideal. Si las terminales de salida se ponen en corto ($R_L = 0\ \Omega$), la corriente en el circuito tendrá un máximo y el voltaje de terminales será casi igual a cero. En tal situación, la caída de voltaje en la resistencia interna será igual al voltaje de la fuente ideal.

Los siguientes ejemplos ayudan a ilustrar los principios anteriores.

EJEMPLO 5-12

Dos baterías que tienen un voltaje de terminales abiertas de 12 V se usan para suministrar corriente a la marcha de un carro que tiene una resistencia de 0.10 Ω. Si una de las baterías tiene una resistencia interna de 0.02 Ω y la segunda batería tiene una resistencia interna de 100 Ω, calcule la corriente a través de la carga y el voltaje de terminales resultante para cada una de las baterías.

Solución El circuito para cada una de las baterías se muestra en la figura 5-38.



(a) Resistencia interna baja (b) Resistencia interna alta

FIGURA 5-38

$R_{int} = 0.02\ \Omega$:

$$I = \frac{12\text{ V}}{0.02\ \Omega + 0.10\ \Omega} = 100.\text{ A}$$
$$V_{ab} = (100\text{ A})(0.10\ \Omega) = 10.0\text{ V}$$

$R_{int} = 100\ \Omega$:

$$I = \frac{12\text{ V}}{100\ \Omega + 0.10\ \Omega} = 0.120\text{ A}$$
$$V_{ab} = (0.120\text{ A})(0.10\ \Omega) = 0.0120\text{ V}$$

Este ejemplo ayuda a ilustrar por qué una batería de automóvil de 12 V (que son en realidad 14.4 V) es capaz de arrancar un carro mientras que ocho baterías de lámpara de 1.5 V conectadas en serie prácticamente no tendrían un efecto mensurable cuando se conectan al mismo circuito.

5-10 Efectos de carga del amperímetro

Como el lector ya sabe, los amperímetros son instrumentos que miden la corriente en un circuito. Para usar un amperímetro, el circuito debe desconectarse y el medidor debe colocarse en serie con la rama en la cual se medirá la corriente. Ya que el amperímetro usa la corriente en el circuito para proporcionar una lectura, afectará al circuito que se está midiendo. Este efecto se conoce como carga del medidor. Todos los instrumentos, sin importar el tipo, cargan al circuito en algún grado. La cantidad de carga depende tanto del instrumento como del circuito que va a ser medido. Para cualquier medidor, el efecto de carga se define como sigue:

$$\text{Efecto de carga} = \frac{\text{valor teórico} - \text{valor medido}}{\text{valor teórico}} \times 100\% \qquad \textbf{(5-13)}$$

EJEMPLO 5-13

Para los circuitos en serie de la figura 5-39, determine la corriente en cada circuito. Si se usa un amperímetro que tiene una resistencia interna de 250 Ω para medir la corriente en los circuitos, determine la corriente a través del amperímetro y calcule el efecto de carga para cada circuito.

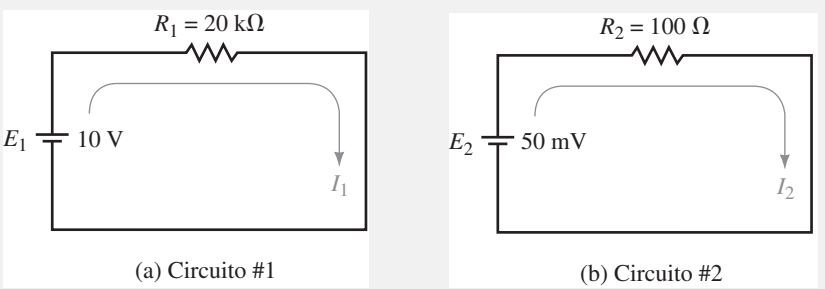
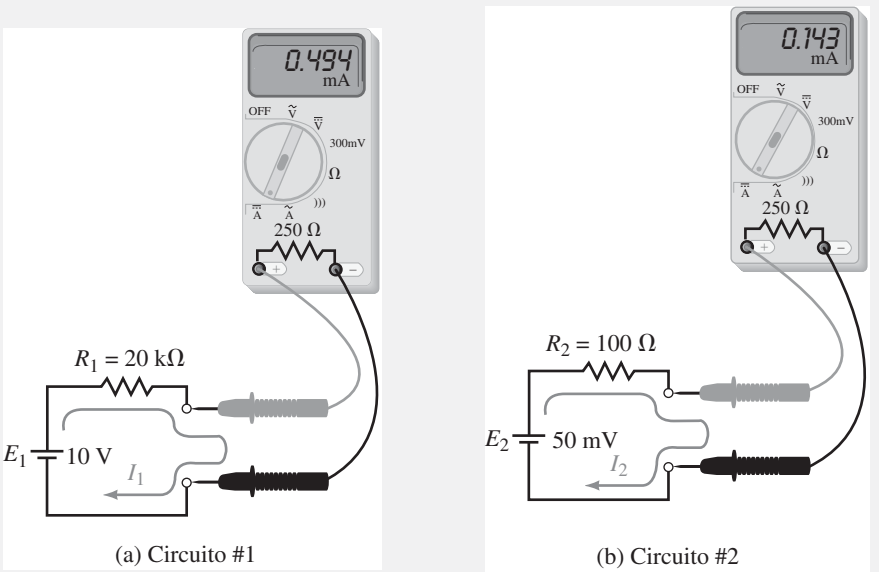


FIGURA 5-39

Solución Circuito núm. 1: la corriente en el circuito es:

$$I_1 = \frac{10\text{ V}}{20\text{ k}\Omega} = 0.500\text{ mA}$$

Ahora, al colocar el amperímetro en el circuito como se muestra en la figura 5-40(a) su resistencia afectará ligeramente la operación del circuito.



(a) Circuito #1 (b) Circuito #2

FIGURA 5-40

La corriente resultante en el circuito se reduce a

$$I_1 = \frac{10\text{ V}}{20\text{ k}\Omega + 0.25\text{ k}\Omega} = 0.494\text{ mA}$$

Circuito núm. 1: se observa que al colocar un amperímetro en el circuito 1, la resistencia del medidor afecta ligeramente la operación del circuito. Al aplicar la ecuación 5.16 da el efecto de carga como

$$\text{Efecto de carga} = \frac{0.500\text{ mA} - 0.494\text{ mA}}{0.500\text{ mA}} \times 100\%$$
$$= 1.23\%$$

Circuito núm. 2: la corriente en el circuito también se encuentra como

$$I_2 = \frac{50\text{ mV}}{100\ \Omega} = 0.500\text{ mA}$$

Ahora, al colocar el amperímetro en el circuito como se muestra en la figura 5-40(b), su resistencia afectará grandemente la operación del circuito.

La corriente resultante en el circuito se reduce a

$$I_2 = \frac{50\text{ mV}}{100\ \Omega + 250\ \Omega} = 0.143\text{ mA}$$

Se observa que al colocar el amperímetro en el circuito 2, la resistencia del medidor carga en forma adversa al circuito. El efecto de carga será

$$\text{Efecto de carga} = \frac{0.500\text{ mA} - 0.143\text{ mA}}{0.500\text{ mA}} \times 100\%$$
$$= 71.4\%$$

El resultado de este ejemplo indica que un amperímetro, que por lo general tiene baja resistencia, no carga de manera significativa un circuito que tiene una resistencia de varios miles de ohms. Sin embargo, si el mismo medidor se usa para evaluar la corriente en un circuito que tiene valores bajos de resistencia, entonces el efecto de carga será importante.

5-11 Análisis de circuitos por computadora

Ahora se examinará cómo se usan Multisim y PSpice para determinar el voltaje y la corriente en un circuito en serie. Aunque los métodos son diferentes, encontrará que los resultados en ambos paquetes de software son equivalentes.

MULTISIM

PSpice

Multisim

El siguiente ejemplo se desarrollará con base en las habilidades que aprendió en el capítulo anterior. Al igual que en el laboratorio, medirá el voltaje al conectar los voltímetros entre los componentes por probar. La corriente se mide colocando un amperímetro en serie con los componentes a través de los cuales se desea medir la corriente.

EJEMPLO 5-14

Use Multisim para determinar la corriente del circuito y el voltaje en cada uno de los resistores en la figura 5-41.

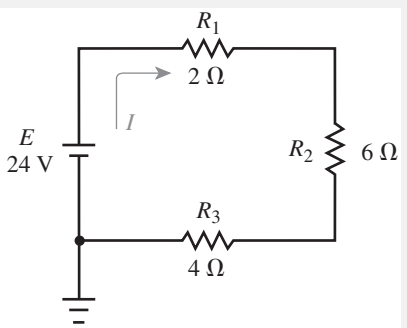


FIGURA 5-41

MULTISIM

Solución Abra Multisim y construya el circuito anterior. Si es necesario, revise los pasos que se describieron en el capítulo anterior. Recuerde que su circuito necesitará tener una tierra de circuito, encuéntrela haciendo clic en el botón "Familia de fuentes de potencia" (Power Source Family). Una vez que el circuito se parezca al de la figura 5-41, inserte los amperímetros y los voltímetros como se muestra en la figura 5-42.

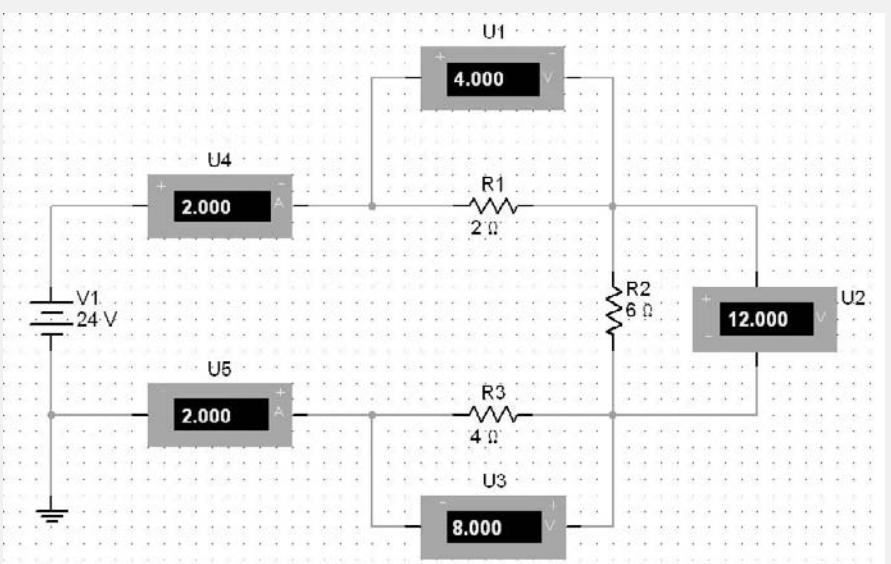


FIGURA 5-42

Observe que se ha colocado un amperímetro adicional en el circuito. La única razón de esto es mostrar que la corriente es la misma en cualquier parte de un circuito en serie.

Una vez que se han insertado los amperímetros y voltímetros con las polaridades correctas, puede correr el simulador accionando el interruptor a la posición de Encendido (ON). Los indicadores deben mostrar las lecturas con los valores que se muestran en la figura 5-42. Si alguno de los valores indicados por los medidores es negativo, se necesitará desconectar el medidor e invertir las terminales usando la función Ctrl. R.

Aunque este ejemplo es muy simple, ilustra algunos puntos muy importantes que encontrará útiles cuando simule la operación del circuito.

1. Todos los voltímetros están conectados entre las terminales de los componentes en los cuales se desea medir la caída de voltaje.
2. Todos los amperímetros están conectados en serie con los componentes a través de los cuales se desea encontrar la corriente.
3. Se requiere un símbolo de tierra (o punto de referencia) para todos los circuitos se simulan en Multisim.

PSpice

Aunque PSpice tiene algunas diferencias en comparación con Multisim, también hay muchas similitudes. El siguiente ejemplo muestra cómo usar PSpice para analizar el circuito anterior. Si es necesario, refiérase al apéndice A para encontrar el marcador de nivel de voltaje (que indica el voltaje con respecto a tierra) y el marcador de terminal de corriente.

EJEMPLO 5-15

Use PSpice para determinar la corriente del circuito y el voltaje en cada uno de los resistores en la figura 5-41.

Solución Este ejemplo enlista algunos de los pasos más importantes que necesitará seguir. Para más detalles, refiérase al apéndice A y al ejemplo de PSpice en el capítulo 4.

- Abra el software CIS Demo.
- Una vez que está en pantalla de sesión Capture, haga clic en el menú File, seleccione New y haga clic en Project.
- En la caja New Project, teclee **Ch 5 PSpice 1** en la caja de texto Name. Asegúrese de que Analog o Mixed-Signal Circuit Wizard esté activado.
- Necesitará agregar bibliotecas a su proyecto. Seleccione las bibliotecas breakout.olb y eval.olb. Haga clic en Finish.
- Ahora debe estar en la página Capture schematic editor. Haga clic donde sea para activarla. Construya el circuito como se muestra en la figura 5-43. Recuerde girar los componentes para proporcionar la asignación de nodos correcta. Cambie los valores de los componentes como se requiera.
- Haga clic en el icono New Simulation Profile y asigne un nombre (por ejemplo, **figura 5-43**) en la caja de texto Name. Necesitará entrar con la configuración apropiada para este proyecto en la caja de Simulation Setting. Dé clic en la carpeta de Análisis y selecciones Bias Point de la lista de tipos de Análisis. Dé clic en OK y guarde el documento.

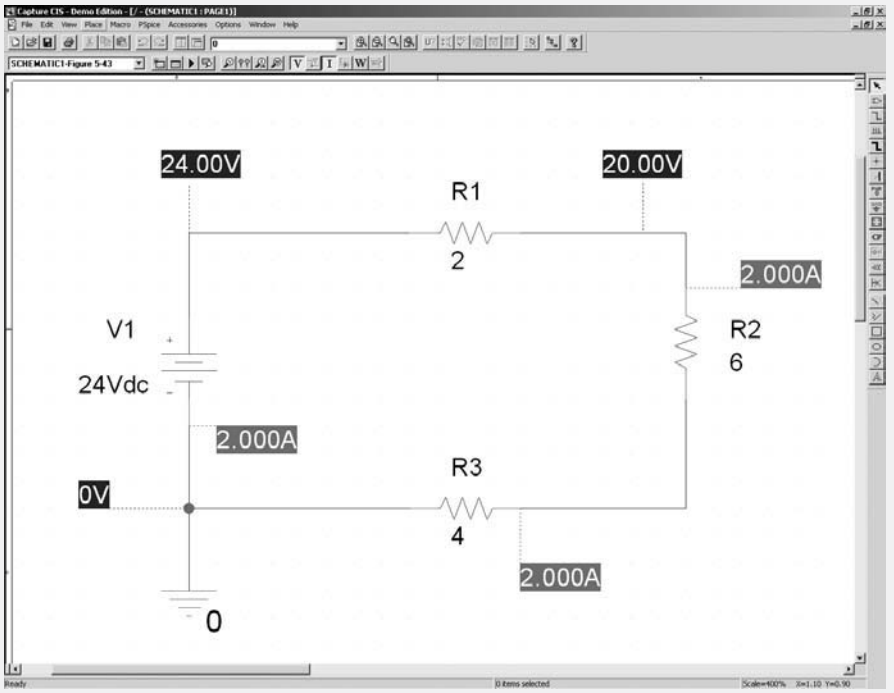


FIGURA 5-43

- Haga clic en el icono de correr. Observará la pantalla A/D Demo. Cuando cierre esta pantalla, observará los voltajes y corrientes de polarización. A partir de estos resultados, obtendrá los siguientes:

$$V_1 = 24\text{ V} - 20\text{ V} = 4\text{ V}$$
$$V_2 = 20\text{ V} - 8\text{ V} = 12\text{ V}$$
$$V_3 = 8\text{ V}$$

  Para el voltaje de la fuente de 24 V, la corriente es de 2.00 A. Es claro que estos resultados son consistentes con los cálculos teóricos y los resultados obtenidos al usar Electronics Workbench.
- Guarde su proyecto y salga de PSpice.

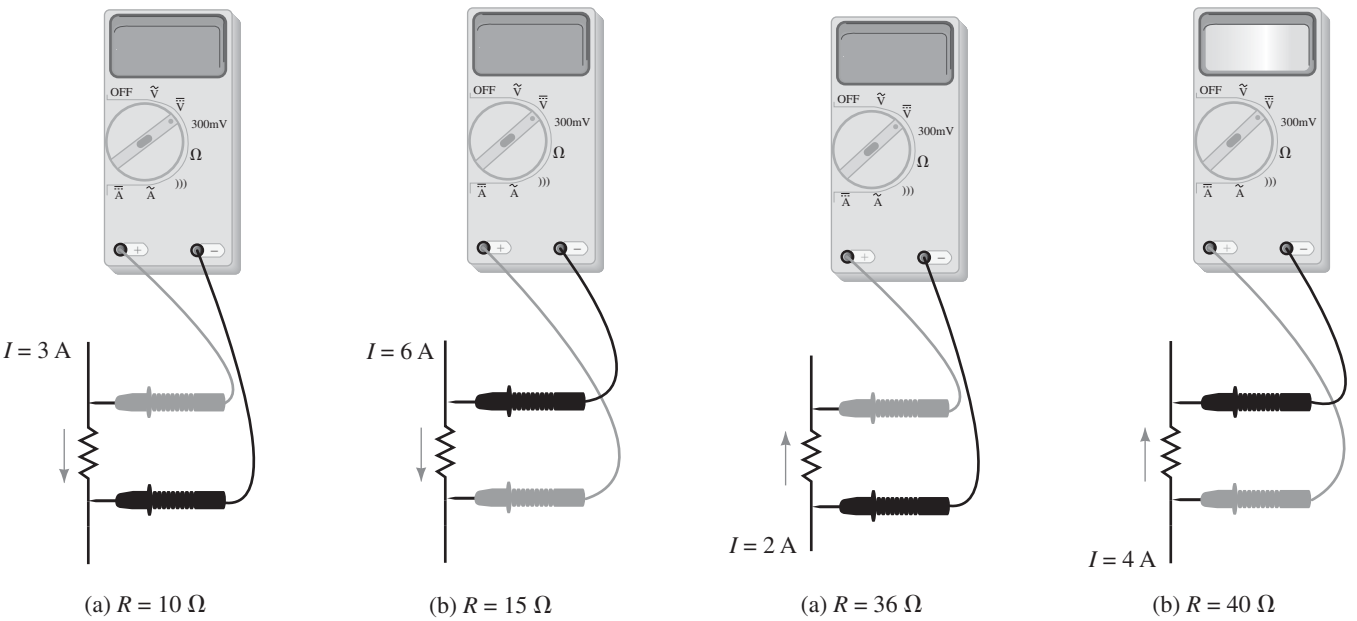
PUESTA EN PRÁCTICA

Usted es parte de una investigación en el departamento de medición eléctrica de una planta de procesamiento químico. Como parte de su trabajo, regularmente mide voltajes entre 200 V y 600 V. El único voltímetro disponible hoy tiene intervalos de voltaje de 20 V, 50 V y 100 V. Está claro que no puede usarlo con seguridad para medir los voltajes esperados. Sin embargo, recuerda que en su curso de electricidad aprendió que podía usar una red divisora de voltaje para reducir los voltajes de manera predecible. Con el fin de mantener los niveles de corriente en valores seguros, decide usar resistores con valores de megaohms. Sin cambiar ningún circuito interno del voltímetro, demuestre cómo puede usar los resistores de valores grandes para cambiar el intervalo de 100 V del voltímetro para medir de manera efectiva un máximo de 1000 V. (Naturalmente, debe tomar precauciones adicionales cuando mida estos voltajes.) Muestre el esquema del diseño, incluyendo la ubicación de su vóltmetro.

PROBLEMAS

5-1 Circuitos en serie

1. Los voltímetros de la figura 5-44 tienen autopolaridad. Determine la lectura de cada medidor, con la magnitud y el signo correctos.
2. Los voltímetros de la figura 5-45 tienen autopolaridad. Determine la lectura de cada medidor, con la magnitud y el signo correctos.

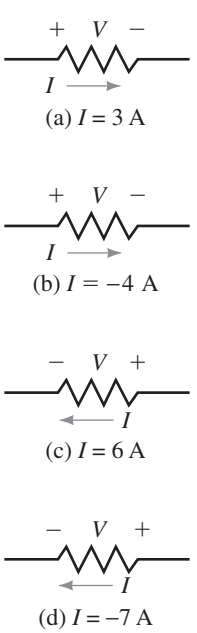


(a) $R = 10\ \Omega$ (b) $R = 15\ \Omega$ (a) $R = 36\ \Omega$ (b) $R = 40\ \Omega$

FIGURA 5-44

FIGURA 5-45

3. Todos los resistores de la figura 5-46 son de 15 Ω. Determine para cada caso la magnitud y la polaridad del voltaje V.
4. El amperímetro de la figura 5-47 tiene autopolaridad. Determine sus lecturas, dé la magnitud y el signo correctos.



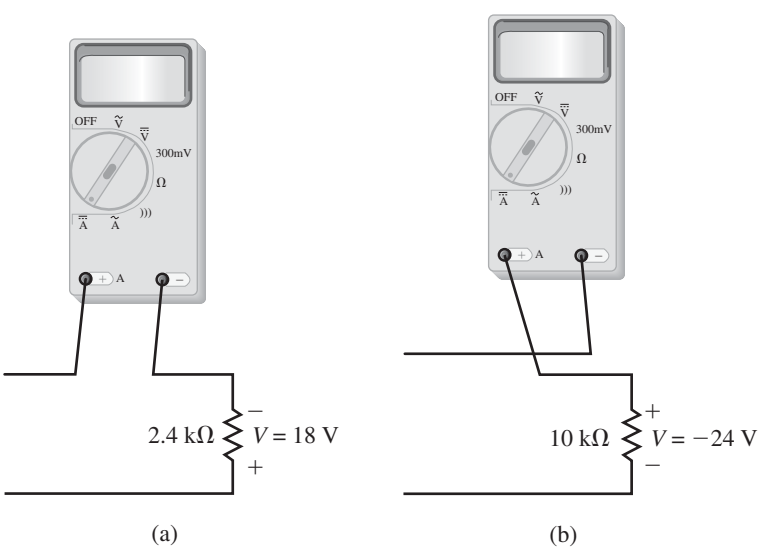


FIGURA 5-46 Todos los resistores son de 15 Ω.

FIGURA 5-47

5-2 Ley de voltaje de Kirchhoff

5. Determine los voltajes desconocidos en las redes de la figura 5-48.

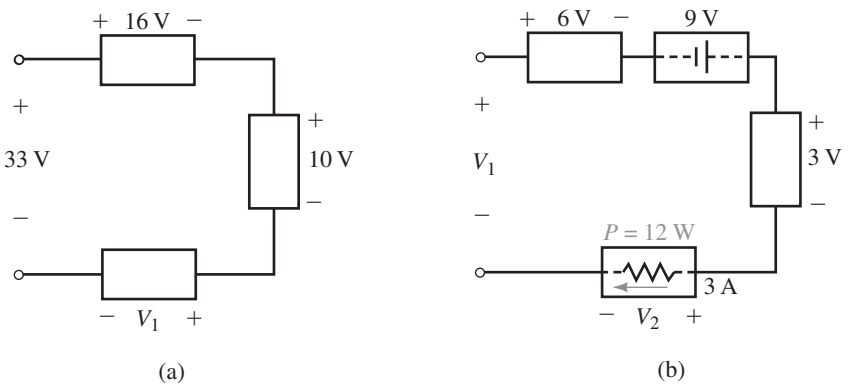


FIGURA 5-48

6. Determine los voltajes desconocidos en las redes de la figura 5-49.

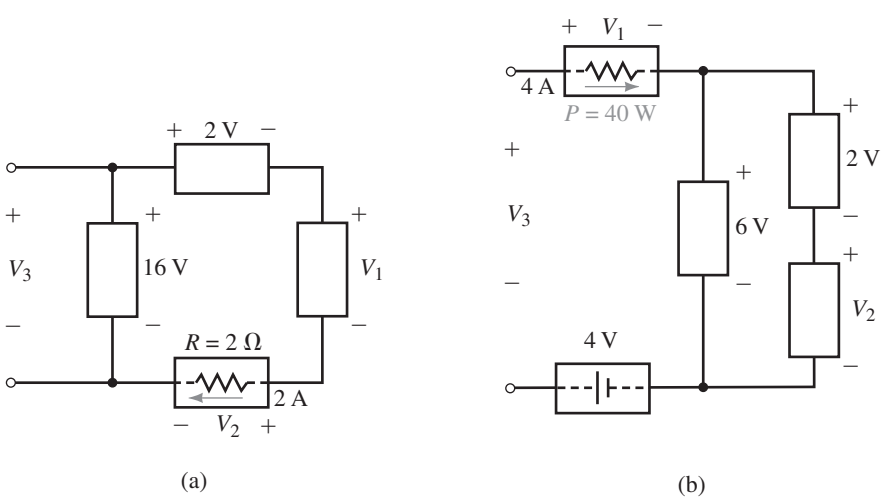


FIGURA 5-49

7. Resuelva para hallar los voltajes desconocidos en el circuito de la figura 5-50.

8. Resuelva para hallar los voltajes desconocidos en el circuito de la figura 5-51.

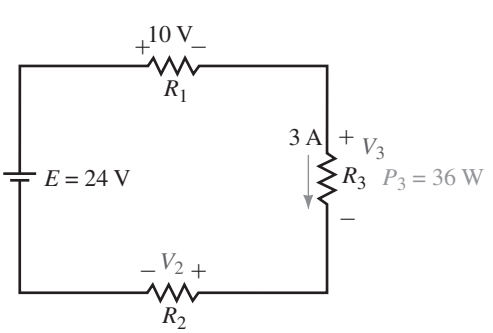


FIGURA 5-50

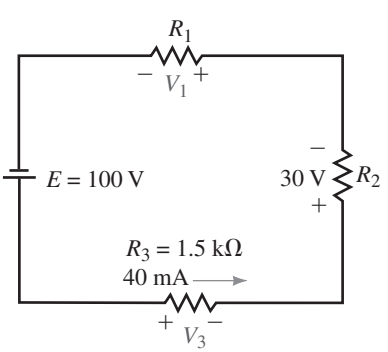


FIGURA 5-51

5-3 Resistores en serie

9. Determine la resistencia total de las redes que se muestran en la figura 5-52.

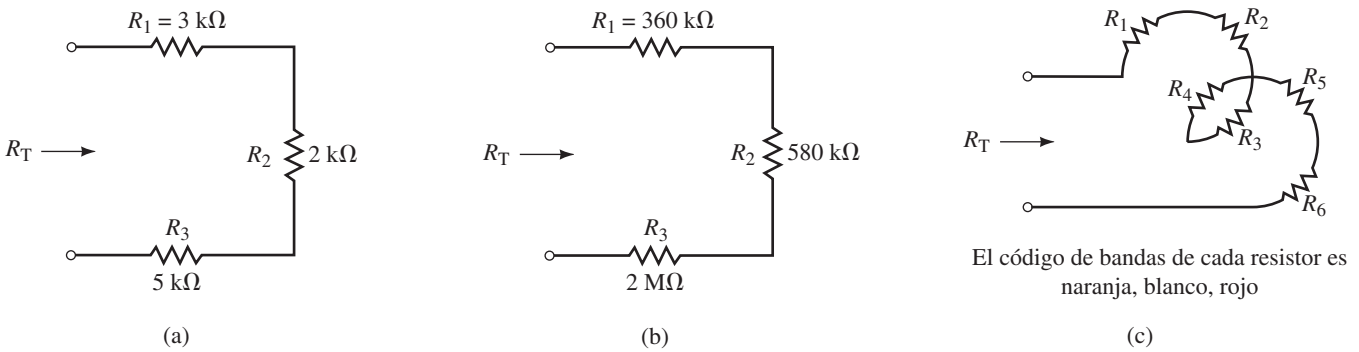


FIGURA 5-52

10. Determine las resistencias desconocidas en cada una de las redes que se muestran en la figura 5-53.

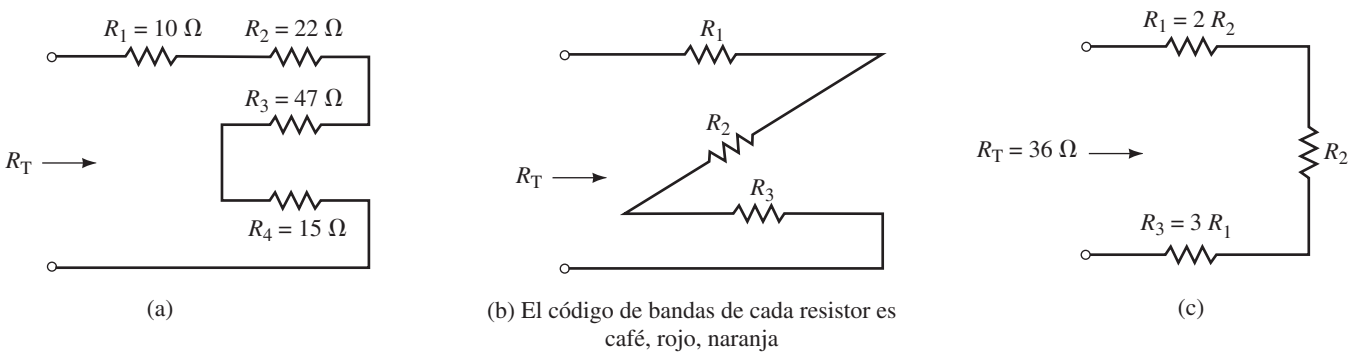


FIGURA 5-53

11. Para cada uno de los circuitos de la figura 5-54, determine la resistencia total, R_T, y la corriente I.

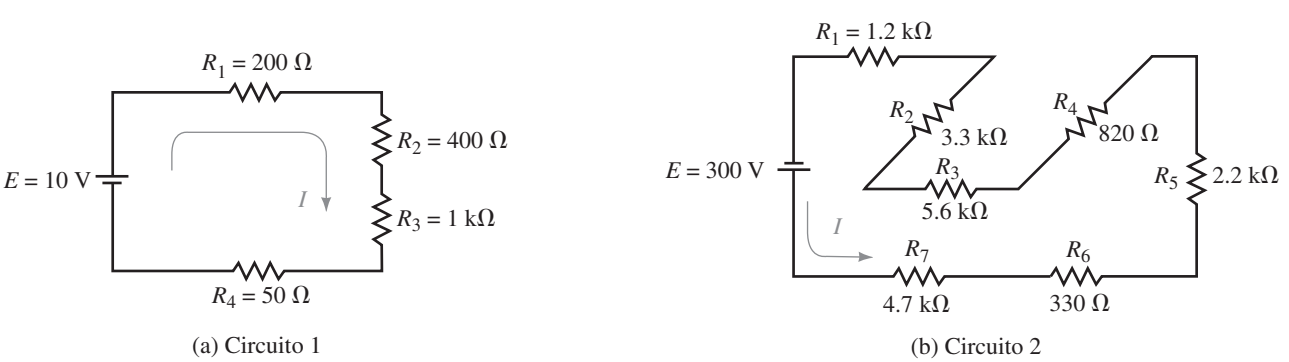
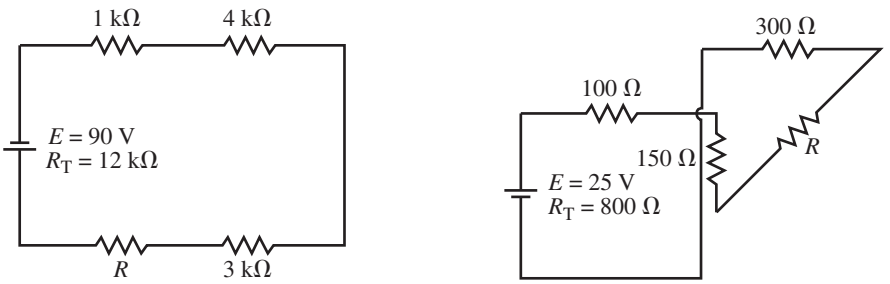


FIGURA 5-54

12. Para los circuitos de la figura 5-55 tienen resistencia total, R_T, como se muestra. Para cada circuito encuentre lo siguiente:
    a. La magnitud de la corriente en el circuito.
    b. El total de potencia suministrada por la fuente de voltaje.
    c. La dirección de la corriente a través de cada resistor en el circuito.

d. El valor de la resistencia desconocida, R.
e. La caída de voltaje en cada resistor.
f. La potencia disipada por cada resistor. Verifique que la suma de potencias disipadas por los resistores sea igual a la potencia suministrada por la fuente de voltaje.



(a) Circuito 1 (b) Circuito 2

FIGURA 5-55

13. Para el circuito de la figura 5-56 encuentre las siguientes cantidades:
a. La corriente del circuito.
b. La resistencia total.
c. El valor de la resistencia desconocida, R.
d. La caída de voltaje en todos los resistores en el circuito.
e. La potencia disipada por todos los resistores.

14. El circuito de la figura 5-57 tiene una corriente de 2.5 mA. Encuentre las siguientes cantidades:
a. La resistencia total en el circuito.
b. El valor de la resistencia desconocida, R_2.
c. La caída de voltaje en cada resistor en el circuito.
d. La potencia disipada por cada uno de los resistores.

15. Para el circuito de la figura 5-58, encuentre las siguientes cantidades:
a. La corriente, I.
b. La caída de voltaje en cada resistor en el circuito.
c. El voltaje en las terminales abiertas a y b.

16. Vea el circuito de la figura 5-59:
a. Utilice la ley de voltaje de Kirchhoff para encontrar las caídas de voltaje en R_2 y R_3.
b. Determine la magnitud de la corriente, I.
c. Encuentre la resistencia desconocida, R_1.

17. Repita el problema 16 para el circuito de la figura 5-60.

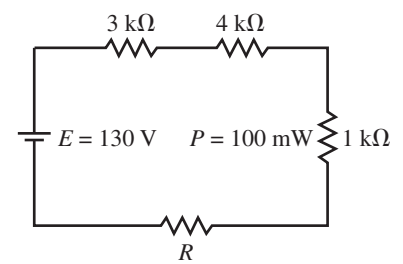


FIGURA 5-56

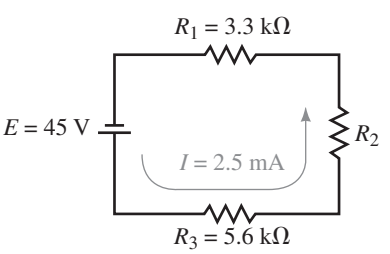


FIGURA 5-57

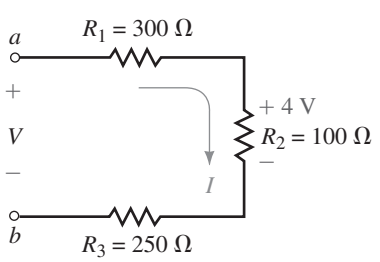


FIGURA 5-58

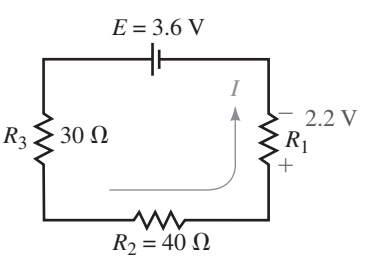


FIGURA 5-59

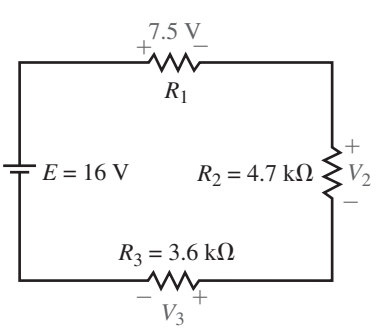


FIGURA 5-60

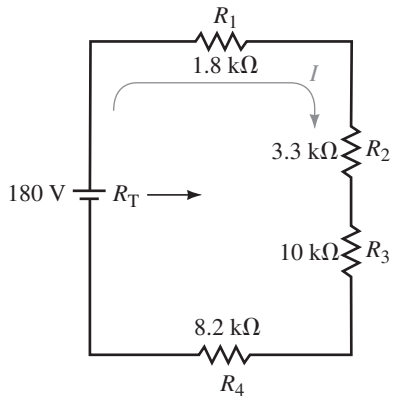


FIGURA 5-61

MULTISIM

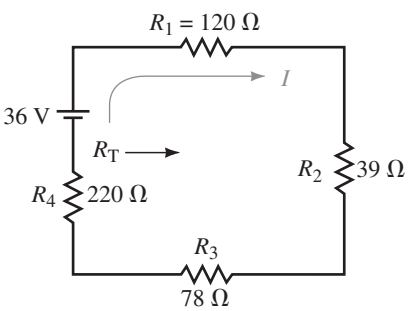


FIGURA 5-62

MULTISIM

18. Vea el circuito de la figura 5-61:
    a. Encuentre R_T.
    b. Resuelva para hallar la corriente, I.
    c. Determine la caída de voltaje en cada resistor.
    d. Verifique la Ley de voltaje de Kirchhoff alrededor del lazo cerrado.
    e. Encuentre la potencia disipada por cada resistor.
    f. Determine la potencia mínima especificada para cada resistor, si están disponibles con las siguientes especificaciones de potencia: ⅛ W, ¼ W, ½ W, 1 W y 2 W.
    g. Muestre que la potencia suministrada por la fuente de voltaje es igual a la suma de las potencias disipadas por los resistores.
19. Repita el problema 18 para el circuito de la figura 5-62.
20. Vea el circuito de la figura 5-63.
    a. Calcule el voltaje en cada resistor.
    b. Determine los valores de los resistores R_1 y R_2.
    c. Encuentre la potencia disipada por cada uno de los resistores.

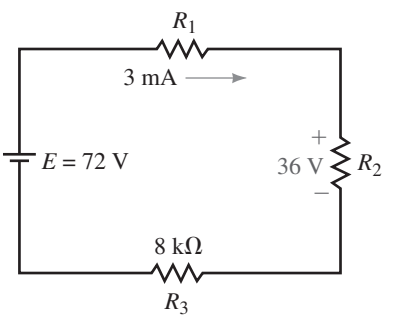
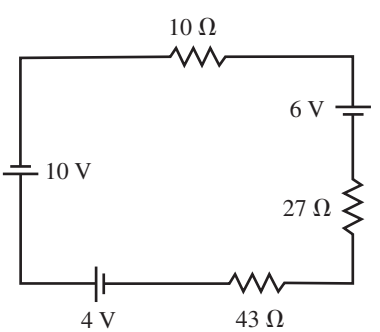


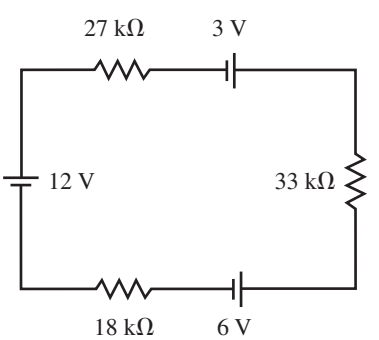
FIGURA 5-63

5-5 Intercambio de componentes en serie

21. Vuelva a dibujar los circuitos de la figura 5-64 para mostrar una sola fuente de voltaje para cada circuito. Encuentre la corriente para cada circuito.



(a) Circuito 1



(b) Circuito 2

FIGURA 5-64

22. Utilice la información dada para determinar la polaridad y la magnitud de la fuente de voltaje desconocida en cada uno de los circuitos de la figura 5-65.

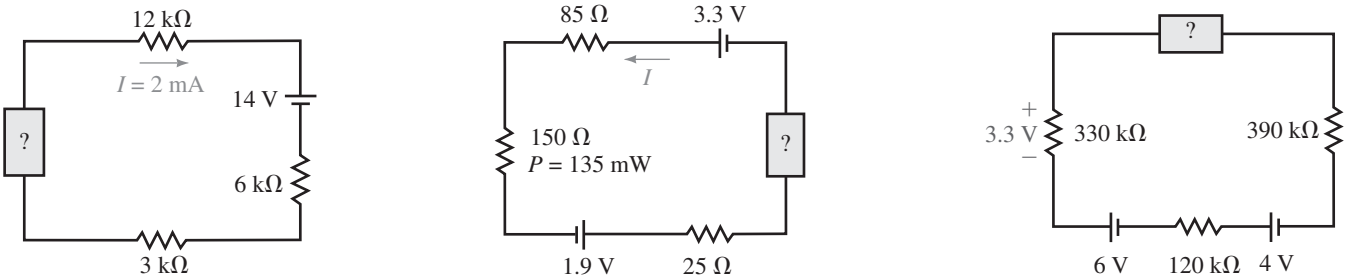
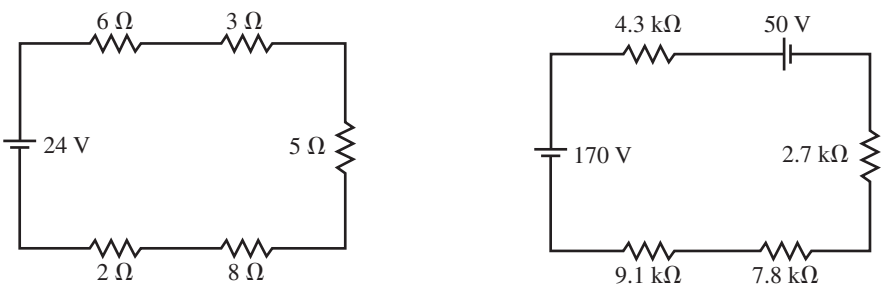


FIGURA 5-65

5-6 Regla del divisor de voltaje

23. Utilice la regla del divisor de voltaje para determinar el voltaje en cada resistor en los circuitos de la figura 5-66. Use sus resultados para verificar la ley de voltaje de Kirchhoff para cada circuito.



MULTISIM

FIGURA 5-66

24. Repita el problema 23 para los circuitos de la figura 5-67.

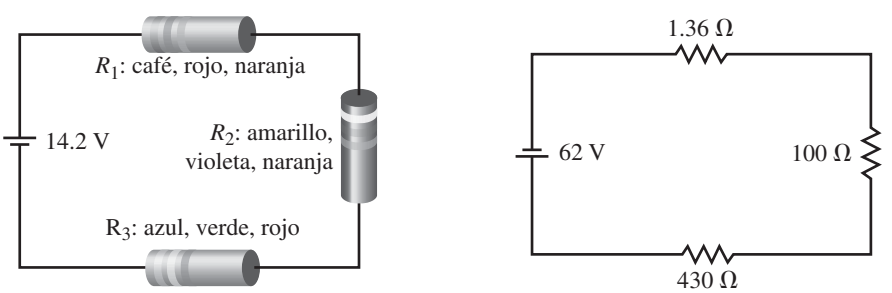


FIGURA 5-67

25. Vea los circuitos de la figura 5-68:
    a. Encuentre los valores de los resistores desconocidos.
    b. Calcule el voltaje en cada resistor.
    c. Determine la potencia disipada por cada resistor.

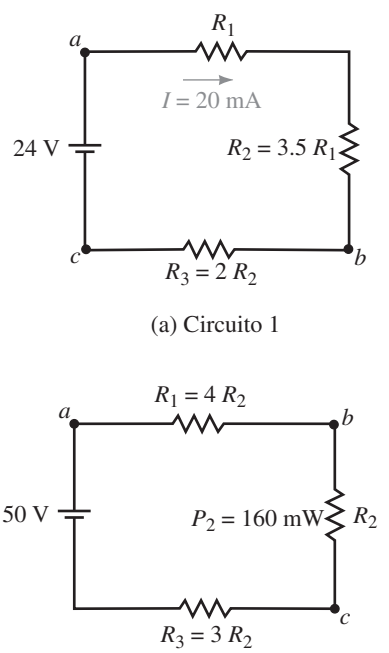


FIGURA 5-68

26. Vea los circuitos de la figura 5-69:
    a. Use la regla del divisor de voltaje para encontrar los valores de los resistores desconocidos.
    b. Calcule el voltaje en R_1 y R_3.
    c. Determine la potencia disipada por cada resistor.

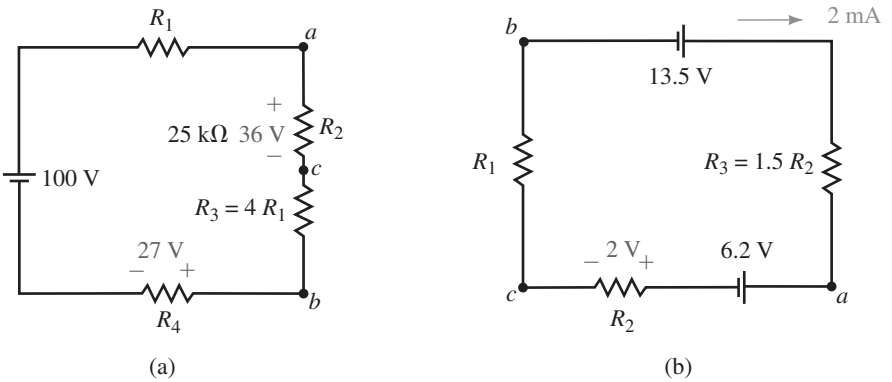
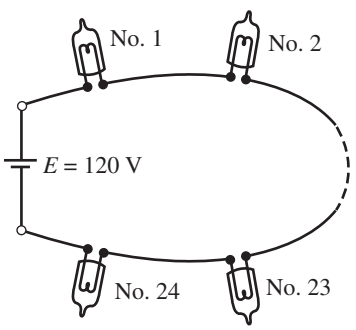


FIGURA 5-69



R = 25 Ω/cada foco

FIGURA 5-70

27. Una serie de focos se conecta a una fuente de 120 V como se muestra en la figura 5-70.
    a. Determine la corriente en el circuito.
    b. Utilice la regla del divisor de voltaje para encontrar el voltaje en cada foco.
    c. Calcule la potencia disipada por cada foco.
    d. Si un solo foco llegara a estar en circuito abierto, la serie entera dejaría de funcionar. Para prevenir que ello ocurra, cada foco tiene una pequeña cinta de metal que pone en corto al foco cuando el filamento falla. Repita los pasos (a) a (c), si dos focos de la serie se quemaran.
    e. Basado en sus cálculos del paso (d), ¿qué cree que pasaría con la esperanza de vida del resto de los focos, si los dos que fallan no fueran reemplazados?

28. Repita el problema 27 con una serie de 36 focos.

5-8 Notación de subíndices de voltaje

29. Resuelva para hallar los voltajes V_{ab} y V_{bc} en los circuitos de la figura 5-68.
30. Repita el problema 29 para los circuitos de la figura 5-69.
31. Para los circuitos de la figura 5-71, determine el voltaje en cada resistor y calcule el voltaje V_a.

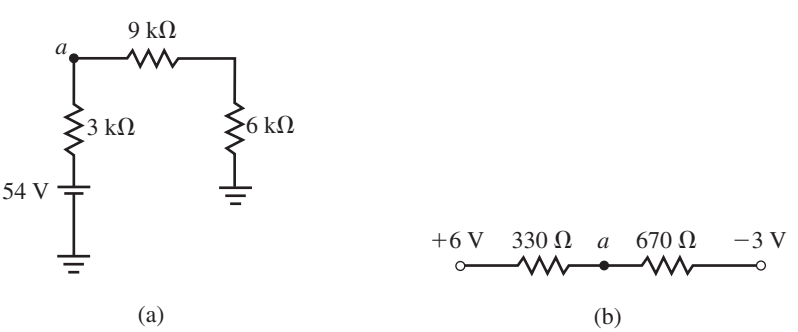
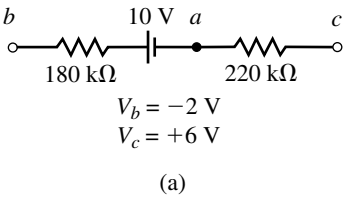
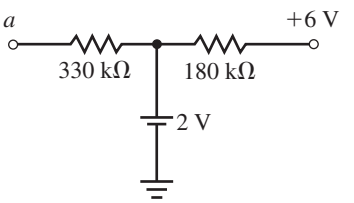


FIGURA 5-71

32. Dados los circuitos de la figura 5-72:
    a. Determine el voltaje en cada resistor.
    b. Encuentre la magnitud y dirección de la corriente en un resistor de 180 kΩ.
    c. Resuelva para hallar el voltaje V_a.



(a)



(b)

FIGURA 5-72

5-9 Resistencia interna de fuentes de voltaje

33. Se mide el voltaje en una batería que tiene un voltaje de terminales abiertas de 14.2 V. Cuando se conecta a una carga de 100 Ω, el voltaje medido entre las terminales de la batería cae a 6.8 V.
    a. Determine la resistencia interna de la batería.
    b. Si la carga de 100 Ω fuera reemplazada con una de 200 Ω, ¿qué voltaje se mediría en las terminales de la batería?
34. La fuente de voltaje que se muestra en la figura 5-73 tiene un voltaje a circuito abierto de 24 V. Cuando se conecta una carga de 10 Ω en las terminales, el voltaje medido con un voltímetro cae a 22.8 V.
    a. Determine la resistencia interna de la fuente de voltaje.
    b. Si la fuente sólo tuviera la mitad de la resistencia determinada en (a), ¿qué voltaje se mediría en las terminales si se conectara un resistor de 10 Ω?

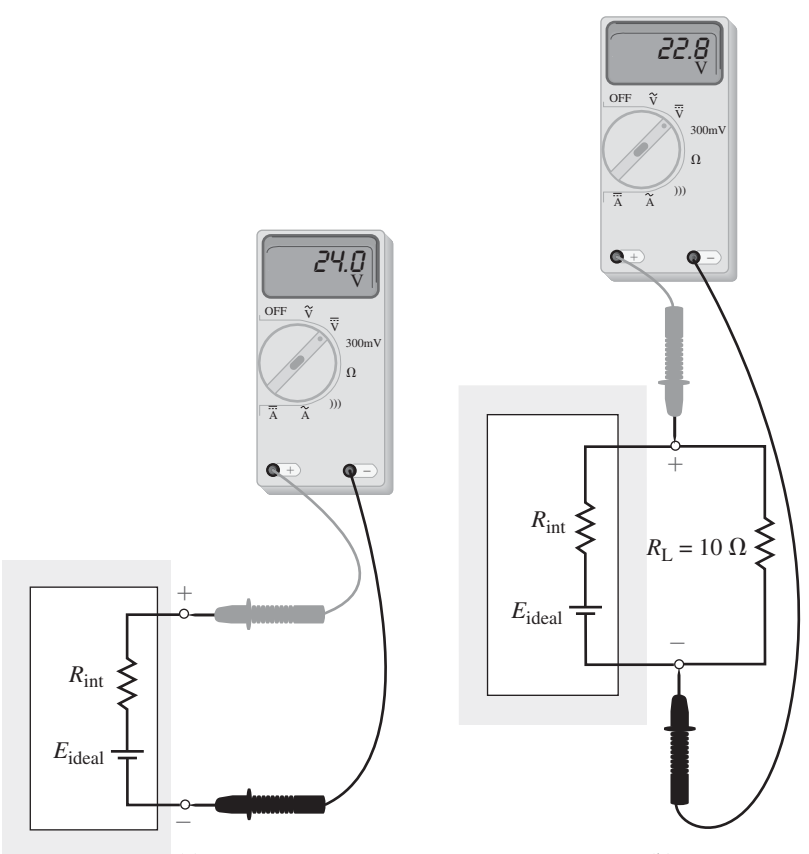
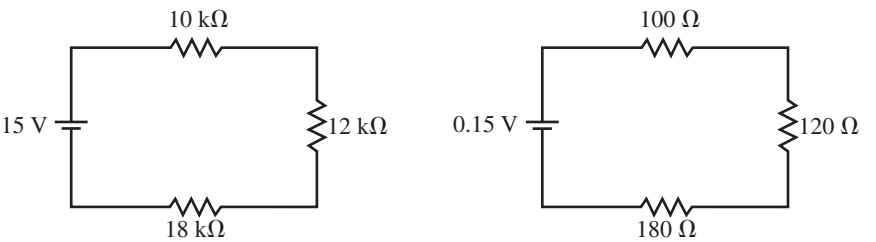


FIGURA 5-73

5-10 Efectos de carga del amperímetro

35. Para los circuitos en serie de la figura 5-74, determine la corriente en cada circuito. Si un amperímetro que tiene una resistencia interna de 50 Ω se usa para medir la corriente en los circuitos, determine la corriente a través de él y calcule el efecto de carga en cada circuito.



(a) Circuito 1 (b) Circuito 2

FIGURA 5-74

36. Repita el problema 35 si el amperímetro tiene una resistencia de 10 Ω.

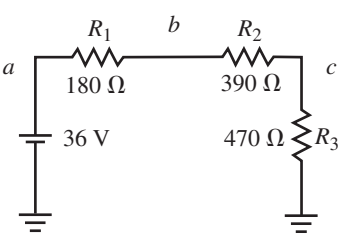
5-11 Análisis de circuitos por computadora

MULTISIM

37. Vea los circuitos de la figura 5-66. Utilice Multisim para encontrar lo siguiente:
    a. La corriente en cada circuito.
    b. El voltaje en cada resistor en el circuito.

MULTISIM

38. Dado el circuito de la figura 5-75, use Multisim para determinar lo siguiente:
    a. La corriente a través de la fuente de voltaje, *I*.
    b. El voltaje en cada resistor.
    c. El voltaje entre las terminales *a* y *b*.
    d. El voltaje, con respecto a la tierra, en la terminal *c*.



MULTISIM

FIGURA 5-75

PSpice

39. Vea el circuito de la figura 5-62. Use PSpice para encontrar lo siguiente:
    a. La corriente en el circuito.
    b. El voltaje en cada resistor en el circuito.

PSpice

40. Vea el circuito de la figura 5-61. Use PSpice para encontrar lo siguiente:
    a, La corriente en el circuito.
    b, El voltaje entre las terminales de cada resistor en el circuito.

✓ RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 1

1. Dos elementos están conectados solamente a un nodo.
2. Ningún elemento que lleva corriente está conectado al nodo común.

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 2

La suma de las caídas y elevaciones de voltaje alrededor de cualquier lazo cerrado es igual a cero; o la suma de las elevaciones es igual a la suma de las caídas de voltaje alrededor de un lazo cerrado.

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 3

$R_1 = 4.2\ \text{k}\Omega$
$R_2 = 12.6\ \text{k}\Omega$
$R_3 = 25.2\ \text{k}\Omega$

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 4

$E_{\text{CELL}} = 2.18\ \text{V}$

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 5

$R_1 = 18.8\ \text{k}\Omega$
$R_2 = 28.21\ \text{k}\Omega$

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 6

El chasis del horno está conectado a tierra cuando se conecta al contacto eléctrico.

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 7

$V_{ab} = 7.50\ \text{V}$
$V_{ca} = -10.0\ \text{V}$
$V_{bc} = 2.5\ \text{V}$

■ TÉRMINOS CLAVE

Circuitos en paralelo
Conductancia total
Efecto de carga (voltímetro)
Ley de corriente de Kirchhoff
Nodos
Regla del divisor de corriente
Resistencia equivalente total

■ PLAN GENERAL

Circuitos en paralelo
Ley de corriente de Kirchhoff
Resistores en paralelo
Fuentes de voltaje en paralelo
Regla del divisor de corriente
Análisis de circuitos en paralelo
Efectos de carga en el voltímetro
Análisis por computadora

■ OBJETIVOS

Después de estudiar este capítulo será capaz de:

- reconocer qué elementos y ramas en un circuito dado están conectados en paralelo y cuáles en serie,
- calcular la resistencia y conductancia total de una red de resistencias en paralelo,
- determinar la corriente en cualquier resistor de un circuito en paralelo,
- resolver para saber el voltaje en cualquier combinación de resistores en paralelo,
- aplicar la ley de corriente de Kirchhoff para conocer las corrientes desconocidas en un circuito,
- explicar por qué las fuentes de voltaje de diferentes magnitudes nunca deben conectarse en paralelo,
- usar la regla del divisor de corriente para determinar la corriente a través de cualquier combinación de resistores en paralelo,
- identificar y calcular los efectos de carga de un voltímetro conectado a un circuito,
- usar Multisim para observar los efectos de carga de un voltímetro,
- utilizar PSpice para evaluar el voltaje y la corriente en un circuito en paralelo.

Circuitos en paralelo

6

RESUMEN DEL CAPÍTULO

Dos circuitos fundamentales constituyen la base de todos los circuitos eléctricos: los circuitos en serie y en paralelo. En el capítulo anterior se examinaron los principios y reglas que se aplican a los circuitos en serie. En el presente capítulo se estudiarán los **circuitos en paralelo** (o **de derivación**) y se examinarán las reglas que rigen su operación.

La figura 6-1 ilustra un ejemplo simple de varios focos conectados en paralelo uno con otro y una batería que les suministra voltaje.

Esta ilustración muestra una de las diferencias principales entre los circuitos en serie y en paralelo. El circuito en paralelo continuará operando aun cuando uno de los focos tenga un filamento defectuoso (esté abierto), sólo el foco defectuoso dejará de brillar. Sin embargo, si un circuito estuviera compuesto de varios focos en serie, el defectuoso evitaría el paso de cualquier corriente en el circuito y, entonces, todos los demás estarían apagados. ■

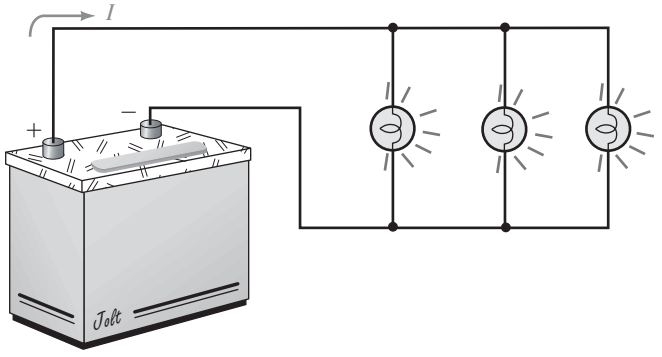


FIGURA 6-1 Circuito en paralelo simple.

PERSPECTIVA HISTÓRICA



Luigi Galvani y el descubrimiento de la excitación de los nervios

LUIGI GALVANI NACIÓ EN BOLONIA, Italia, el 9 de septiembre de 1737. La principal especialidad de Galvani fue la anatomía, materia por la cual fue nombrado profesor de la Universidad de Bolonia.

Galvani descubrió que cuando los nervios de las ranas se conectaban a fuentes de electricidad, los músculos se movían. Aunque no fue capaz de determinar el lugar donde los pulsos eléctricos se originaban dentro del animal, su trabajo fue significativo y dio la pauta para otros descubrimientos sobre los impulsos nerviosos.

El nombre de Galvani se ha adoptado para el instrumento llamado **galvanómetro**, que se usa para detectar corrientes muy pequeñas.

Luigi Galvani murió en Bolonia el 4 de diciembre de 1798. Aunque hizo muchas contribuciones a la ciencia, murió pobre, envuelto en controversias debido a que se negó a jurar lealtad a Napoleón. ■

6-1 Circuitos en paralelo

NOTAS . . .

Electrónica en el futuro

Para tener más información o usar su computadora con el fin de explorar de manera interactiva las ideas que se presentan aquí, vea el CD incluido en este libro. Haga clic en el Botón 1 (Button 1), *Electrónica en el futuro* (Electronics into the Future) y seleccione el módulo *Circuitos en paralelo* (Parallel Circuits).

La ilustración de la figura 6-1 muestra que una terminal de cada foco está conectada a la terminal positiva de la batería y la otra está acoplada a la terminal negativa de la batería. Esos puntos de conexión se conocen como **nodos**.

Se dice que los elementos o ramas están conectados en paralelo cuando tienen exactamente dos nodos en común. Además, tendrán el mismo voltaje entre ellos.

La figura 6-2 muestra varias formas de dibujar los elementos en paralelo. Los elementos entre los nodos pueden ser cualesquiera dispositivos de dos terminales, como fuentes de voltaje, resistores, focos, etcétera.

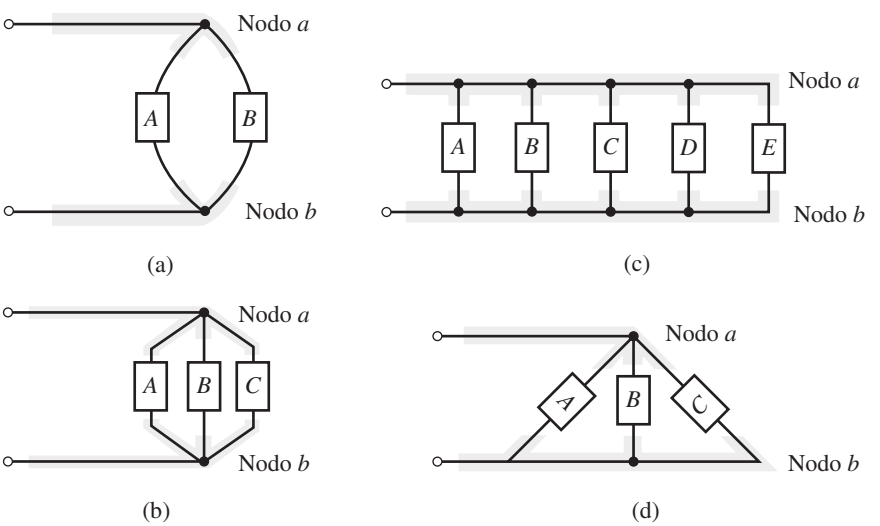


FIGURA 6-2 Elementos en paralelo.

En las ilustraciones de la figura 6-2 observe que cada elemento tiene dos terminales y que cada una de ellas está conectada a uno de los dos nodos.

Con frecuencia los circuitos contienen una combinación de componentes en serie y en paralelo. Aunque estos circuitos se estudiarán con gran detalle en los próximos capítulos, es importante en este punto ser capaz de reconocer las diferentes conexiones en una determina red. Considere las redes que se muestran en la figura 6-3.

Cuando se analiza un circuito en particular es usual designar primero los nodos (se usarán letras minúsculas) y entonces identificar los tipos de conexiones. La figura 6-4 muestra los nodos para las redes de la figura 6-3.

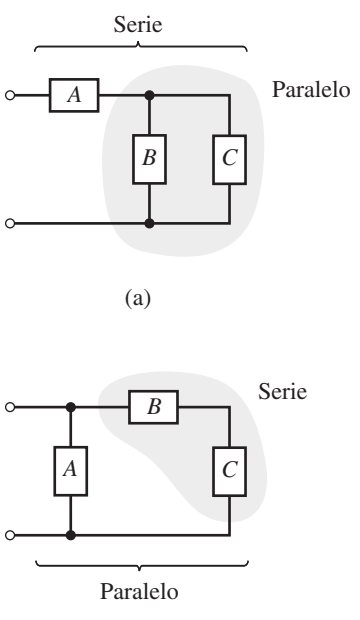


FIGURA 6-3 Combinaciones serie-paralelo.

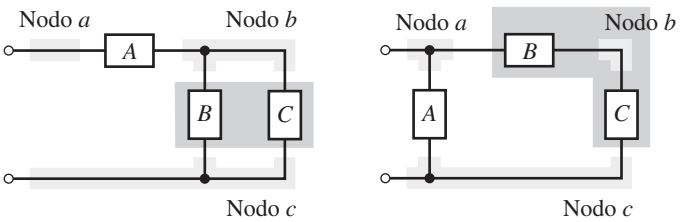


FIGURA 6-4

En el circuito de la figura 6-4(a) se observa que el elemento *B* está en paralelo con el elemento *C*, ya que tienen los nodos *b* y *c* en común. Se ve también que esta combinación en paralelo está en serie con el elemento *A*.

En el circuito de la figura 6-4(b) el elemento *B* está en serie con el elemento *C*, ya que tienen un solo nodo en común: el *b*. La rama de la combinación en serie de los elementos *B* y *C* está entonces en paralelo con el elemento *A*.

6-2 Ley de corriente de Kirchhoff

Recuerde que la ley de voltaje de Kirchhoff fue muy útil para entender la operación del circuito serie. De manera similar, la ley de corriente de Kirchhoff es el principio esencial que se usa para explicar la operación de un circuito en paralelo. La ley de corriente de Kirchhoff establece lo siguiente:

La suma de corrientes que entran en un nodo es igual a la suma de corrientes que salen de él.

Una analogía que ayuda a entender el principio de la ley de corriente de Kirchhoff es el flujo de agua. Cuando el agua fluye en una tubería cerrada, la cantidad de agua que entra en un punto particular del tubo es exactamente igual a la cantidad de agua que sale, ya que no hay pérdidas. En forma matemática, la ley de corriente de Kirchhoff se establece como sigue:

$$\Sigma I_{\text{entran al nodo}} = \Sigma I_{\text{salen del nodo}} \qquad \textbf{(6-1)}$$

La figura 6-5 ilustra la ley de corriente de Kirchhoff. Aquí se observa que el nodo tiene dos corrientes que entran, $I_1 = 5$ A e $I_5 = 3$ A, y tres corrientes que salen, $I_2 = 2$ A, $I_3 = 4$ A e $I_4 = 2$ A. Ahora se puede ver que la ecuación 6-1 se aplica en la ilustración, a saber,

$$\Sigma I_{\text{ent}} = \Sigma I_{\text{sal}}$$
$$5\text{ A} + 3\text{ A} = 2\text{ A} + 4\text{ A} + 8\text{ A}$$
$$8\text{ A} = 8\text{ A (¡coincide!)}$$

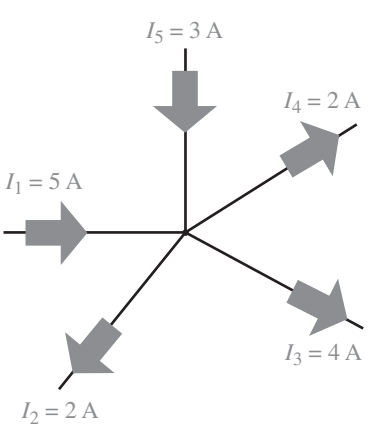


FIGURA 6-5 Ley de corriente de Kirchhoff.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 1

Compruebe que la ley de corriente de Kirchhoff se aplica al nodo que se muestra en la figura 6-6.

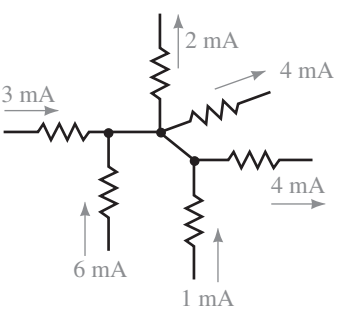


FIGURA 6-6

Respuesta
3 mA + 6 mA + 1 mA = 2 mA + 4 mA + 4 mA

Con frecuencia, cuando se analiza un determinado circuito, no se está seguro de la dirección de la corriente a través de un elemento dentro del circuito. En tales casos se supone una dirección de referencia y se basan los cálculos posteriores en esta presunción, si es incorrecta, los cálculos mostrarán que la corriente tiene un signo negativo, lo cual simplemente indica que la dirección de la corriente es opuesta a la que se seleccionó como referencia. El siguiente ejemplo ilustra este concepto muy importante.

EJEMPLO 6-1

Determine la magnitud y dirección correcta de las corrientes I_3 e I_5 para la red de la figura 6-7.

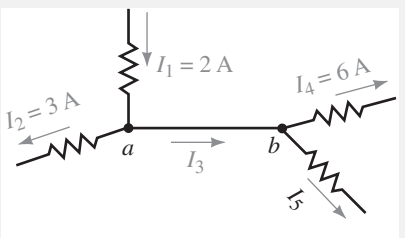


FIGURA 6-7

Solución Aunque los puntos *a* y *b* son de hecho el mismo nodo, se analizarán como dos nodos separados con 0 Ω de resistencia entre ellos.

Ya que la ley de corriente de Kirchhoff debe ser válida en el punto *a*, se tiene la siguiente expresión para este nodo:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

y así

$$\begin{aligned} I_3 &= I_1 - I_2 \\ &= 2\text{ A} - 3\text{ A} = -1\text{ A} \end{aligned}$$

Observe que la dirección de referencia de la corriente I_3 se supuso que iba de *a* hacia *b*; el signo negativo indica que la corriente va de *b* hacia *a*.

De manera similar, se usa la ley de corriente de Kirchhoff en el punto *b* para obtener

$$I_3 = I_4 + I_5$$

la cual da la corriente I_5 como

$$\begin{aligned} I_5 &= I_3 - I_4 \\ &= -1\text{ A} - 6\text{ A} = -7\text{ A} \end{aligned}$$

El signo negativo indica que la corriente I_5 va en realidad hacia el nodo *b* en lugar de salir de él. Las direcciones y magnitudes reales de las corrientes se ilustran en la figura 6-8.

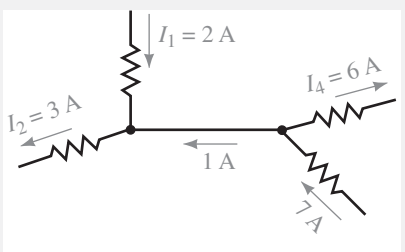


FIGURA 6-8

EJEMPLO 6-2

Determine las magnitudes de las corrientes desconocidas en el circuito de la figura 6-9.

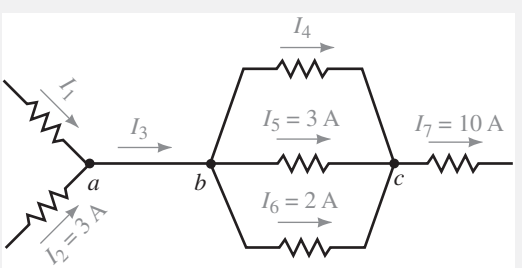


FIGURA 6-9

Solución: Si se considera el punto *a*, se observa que hay dos corrientes desconocidas, I_1 e I_3. Ya que no hay forma de calcular estos valores, se examinan las corrientes en el punto *b*, donde de nuevo se tienen dos corrientes desconocidas I_3 e I_4. Finalmente se observa que en el punto *c* hay sólo una corriente desconocida, I_4.

Se usa la ley de corriente de Kirchhoff para calcular la corriente desconocida como sigue:

$$I_4 + 3\text{ A} + 2\text{ A} = 10\text{ A}$$

Por tanto

$$I_4 = 10\text{ A} - 3\text{ A} - 2\text{ A} = 5\text{ A}$$

Ahora se observa que en el punto *b* la corriente que entra es

$$I_3 = 5\text{ A} + 3\text{ A} + 2\text{ A} = 10\text{ A}$$

Por último, al aplicar la ley de corriente de Kirchhoff en el punto *a*, se determina que la corriente I_1 es

$$I_1 = 10\text{ A} - 3\text{ A} = 7\text{ A}$$

EJEMPLO 6-3

Determine las corrientes desconocidas en la red de la figura 6-10.

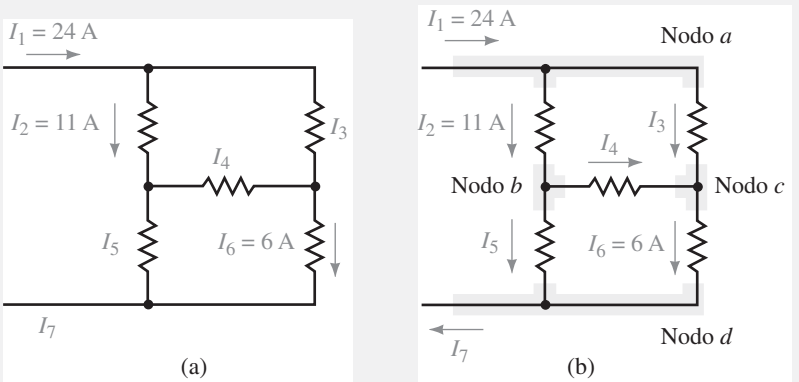


FIGURA 6-10

Solución Primero se suponen direcciones de referencia para las corrientes desconocidas en la red.

Ya que se puede usar la analogía del agua que se mueve a través de los conductos, es fácil asignar las direcciones para las corrientes I_3, I_5 e I_7. Sin embargo, la dirección para la corriente I_4 no puede determinarse con facilidad, de manera que en forma arbitraria se supone que su dirección va hacia la derecha. La figura 6-10(b) muestra los nodos y las direcciones de las corrientes supuestas.

Al examinar la red se observa que hay una sola fuente de corriente $I_1 = 24$ A. Al usar la analogía de la tubería de agua, se concluye que la corriente que sale de la red es $I_7 = I_1 = 24$ A.

Ahora, al aplicar la ley de corriente de Kirchhoff en el nodo *a*, se calcula la corriente I_3 como sigue:

$$I_1 = I_2 + I_3$$

Por lo que

$$I_3 = I_1 - I_2 = 24\text{ A} - 11\text{ A} = 13\text{ A}$$

De manera similar, en el nodo *c* se tiene

$$I_3 + I_4 = I_6$$

Por tanto,

$$I_4 = I_6 - I_3 = 6\text{ A} - 13\text{ A} = -7\text{ A}$$

Aunque la dirección de la corriente I_4 es opuesta a la que se supuso, no se cambia su dirección para cálculos posteriores. Se usa la dirección original junto con el signo negativo; de otra manera los cálculos serían innecesariamente complicados.

Al aplicar la ley de corriente de Kirchhoff en el nodo *b*, se obtiene

$$I_2 = I_4 + I_5$$

la cual da

$$I_5 = I_2 - I_4 = 11\text{ A} - (-7\text{ A}) = 18\text{ A}$$

Por último, al aplicar la ley de corriente de Kirchhoff en el nodo *d* se obtiene

$$I_5 + I_6 = I_7$$

lo que resulta en

$$I_7 = I_5 + I_6 = 18\text{ A} + 6\text{ A} = 24\text{ A}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 2

Determine las corrientes desconocidas en la red de la figura 6-11.

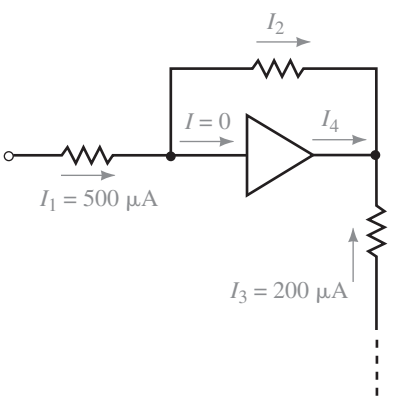


FIGURA 6-11

Respuesta
$I_2 = 500\ \mu\text{A},\ I_4 = -700\ \mu\text{A}$

6-3 Resistores en paralelo

Un circuito en paralelo simple se construye al combinar una fuente de voltaje con varios resistores, como se muestra en la figura 6-12.

La fuente de voltaje produce la corriente de la terminal positiva de la fuente hacía el nodo *a*. En este punto la corriente se dividirá entre varios resistores y entonces se vuelve a combinar en el nodo *b* antes de continuar hacia la terminal negativa de la fuente de voltaje.

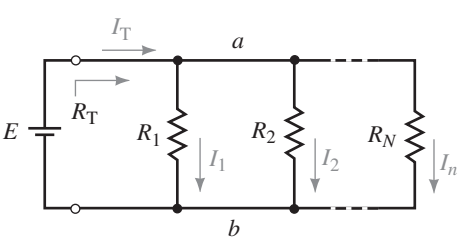


FIGURA 6-12

Este circuito ilustra un concepto muy importante de los circuitos en paralelo. Si se aplicara la ley de voltaje de Kirchhoff alrededor de cada lazo cerrado en el circuito en paralelo de la figura 6-12, se encontraría que el voltaje en todos los resistores es exactamente igual, es decir, $V_{R_1} = V_{R_2} = V_{R_3} = E$. Por tanto, al aplicar la ley de voltaje de Kirchhoff se establece el siguiente enunciado:

El voltaje en todos los elementos en paralelo en un circuito será el mismo.

El principio anterior permite determinar la resistencia equivalente R_T de cualquier número de resistores conectados en paralelo. La resistencia equivalente R_T es la que efectivamente es "vista" por la fuente y determina la corriente total I_T, suministrada al circuito. Al aplicar la ley de corriente de Kirchhoff al circuito de la figura 6-12, se tiene la siguiente expresión:

$$I_T = I_1 + I_2 + \cdots + I_n$$

Sin embargo, ya que ley de voltaje de Kirchhoff también se aplica al circuito en paralelo, el voltaje en cada resistor debe ser igual al voltaje de la fuente E. La corriente total en el circuito, que se determina mediante el voltaje de la fuente y la resistencia equivalente, puede escribirse como

$$\frac{E}{R_T} = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2} + \cdots + \frac{E}{R_n}$$

Se simplifica la expresión anterior de la ecuación general para la resistencia total de un circuito en paralelo como sigue

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n} \quad \text{(siemens, S)} \qquad \textbf{(6-2)}$$

Ya que la conductancia se definió como el recíproco de la resistencia, se puede escribir la ecuación anterior en términos de la conductancia, esto es,

$$G_T = G_1 + G_2 + \cdots + G_n \quad \text{(S)} \qquad \textbf{(6-3)}$$

Mientras los resistores en serie tienen una resistencia total determinada por la suma de las resistencias particulares, se observa que cualquier número de resistores en paralelo tienen una **conductancia total** determinada por la suma de las conductancias individuales.

La **resistencia equivalente** de n resistores en paralelo puede determinarse en un paso como sigue:

$$R_T = \frac{1}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \cdots + \dfrac{1}{R_n}} \quad (\Omega) \qquad \textbf{(6-4)}$$

Un efecto importante de la combinación de resistores en paralelo es que la resistencia resultante siempre será menor que el menor de los resistores en la combinación.

EJEMPLO 6-4

Determine la conductancia total y la resistencia equivalente total del circuito que se muestra en la figura 6-13.

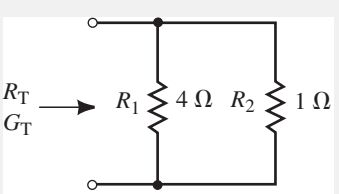


FIGURA 6-13

Solución La conductancia total es

$$G_T = G_1 + G_2 = \frac{1}{4\ \Omega} + \frac{1}{1\ \Omega} = 1.25\ \text{S}$$

La resistencia equivalente total del circuito es

$$R_T = \frac{1}{G_T} = \frac{1}{1.25\ \text{S}} = 0.800\ \Omega$$

Observe que la resistencia equivalente de los resistores en paralelo es en efecto menor que el valor de cada resistor.

EJEMPLO 6-5

Determine la conductancia y la resistencia de la red de la figura 6-14.

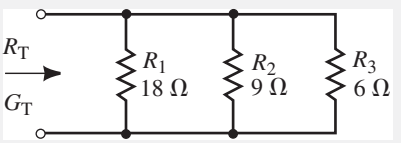


FIGURA 6-14

Solución La conductancia total es

$$\begin{aligned} G_T &= G_1 + G_2 + G_3 \\ &= \frac{1}{18\ \Omega} + \frac{1}{9\ \Omega} + \frac{1}{6\ \Omega} \\ &= 0.0\overline{5}\ \text{S} + 0.1\overline{1}\ \text{S} + 0.1\overline{6}\ \text{S} \\ &= 0.3\overline{3}\ \text{S} \end{aligned}$$

la barra sobre el número indica que éste se repite infinitamente a la derecha.

La resistencia total es

$$R_T = \frac{1}{0.3\overline{3}\ \text{S}} = 3.00\ \Omega$$

Sugerencia para la calculadora: un método simplificado que puede usarse para conocer el valor de los resistores en paralelo es mediante la tecla x^{-1} que está disponible en todas las calculadoras científicas. Para algunas calculadoras puede ser necesario usar la tecla de función (Shift) y otra tecla. Localice la tecla x^{-1} en su calculadora. Para determinar el valor de la resistencia equivalente de la red de la figura 6-14, realice las siguientes operaciones:

18 | x^{-1} | + | 9 | x^{-1}

+ | 6 | x^{-1} | = | x^{-1}

Dependiendo de su calculadora, en la pantalla aparecerá algo similar a lo siguiente:

```
18^-1+9^-1+6^-1
          .333333333333
Ans^-1
                       3
```

PROBLEMAS PRÁCTICOS 3

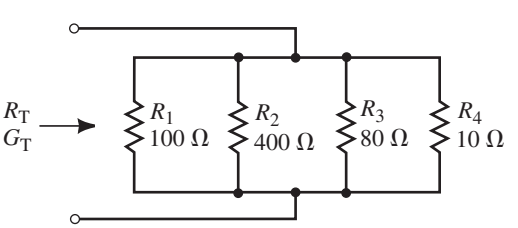


FIGURA 6-15

Para la red de resistores en paralelo en la figura 6-15, encuentre la conductancia total G_T y la resistencia total R_T.

Respuestas
$G_T = 0.125$ S, $R_T = 8.00\ \Omega$

n resistores iguales en paralelo

Si se tienen n resistores iguales en paralelo, cada resistor R, tiene la misma conductancia G. Al aplicar la ecuación 6-3, se encuentra que la conductancia total es:

$$G_T = nG$$

La resistencia total se determina ahora con facilidad como sigue

$$R_T = \frac{1}{G_T} = \frac{1}{nG} = \frac{R}{n} \qquad \textbf{(6-5)}$$

EJEMPLO 6-6

Para las redes de la figura 6-16, calcule la resistencia total.

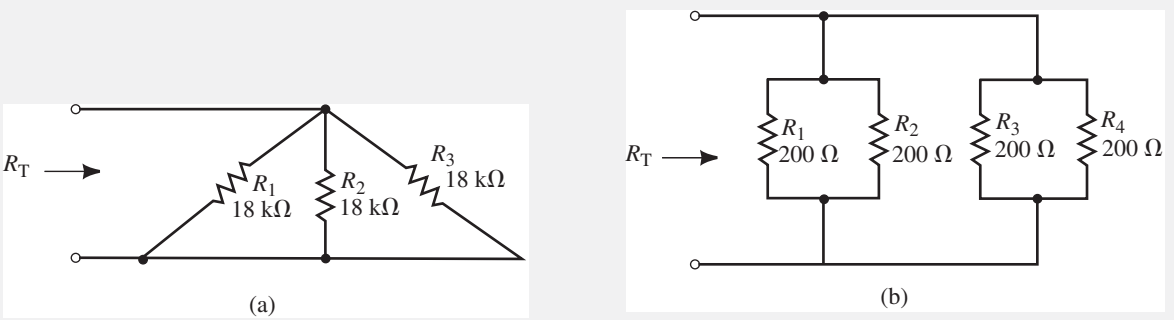


FIGURA 6-16

Solución

a. $R_T = \dfrac{18\ \text{k}\Omega}{3} = 6\ \text{k}\Omega$ b. $R_T = \dfrac{200\ \Omega}{4} = 50\ \Omega$

Dos resistores en paralelo

Con frecuencia los circuitos tienen dos resistores en paralelo. En tal caso, la resistencia total de la combinación puede determinarse sin la necesidad de calcular la conductancia.

Para los dos resistores, la ecuación 6-4 es

$$R_T = \frac{1}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}}$$

O bien, multiplicando los términos en el denominador, la expresión se convierte en

$$R_T = \frac{1}{\dfrac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}}$$

Entonces, para los dos resistores en paralelo se tiene la siguiente expresión:

$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \qquad \textbf{(6-6)}$$

Para dos resistores conectados en paralelo, la resistencia equivalente se encuentra mediante el producto de los dos valores dividido entre la suma.

EJEMPLO 6-7

Determine la resistencia total de las combinaciones de resistores de la figura 6-17.

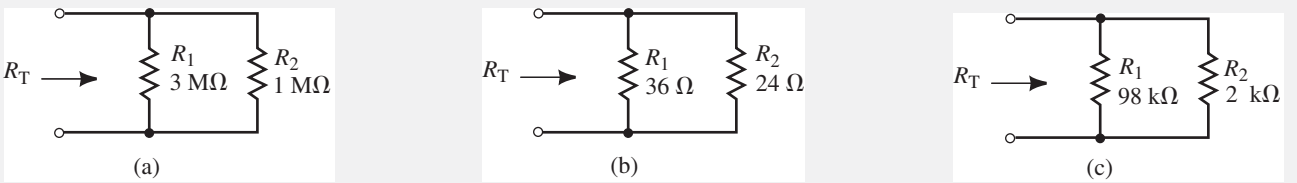


FIGURA 6-17

Solución

a. $R_T = \dfrac{(3\ \text{M}\Omega)(1\ \text{M}\Omega)}{3\ \text{M}\Omega + 1\ \text{M}\Omega} = 0.75\ \text{M}\Omega = 750\ \text{k}\Omega$

b. $R_T = \dfrac{(36\ \Omega)(24\ \Omega)}{36\ \Omega + 24\ \Omega} = 14.4\ \Omega$

c. $R_T = \dfrac{(98\ \text{k}\Omega)(2\ \text{k}\Omega)}{98\ \text{k}\Omega + 2\ \text{k}\Omega} = 1.96\ \text{k}\Omega$

Aunque la ecuación 6-6 está dirigida principalmente a dos resistores en paralelo, la expresión también puede usarse para cualquier número de resistores, calculándolos de dos en dos.

EJEMPLO 6-8

Calcule la resistencia total de la combinación de resistores de la figura 6-18.

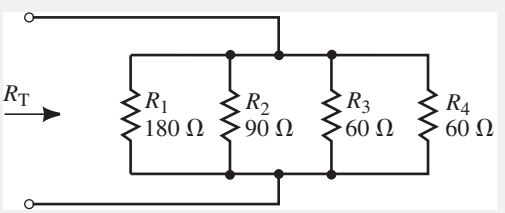


FIGURA 6-18

Solución Al agrupar los resistores en combinaciones de dos, el circuito puede simplificarse como se muestra en la figura 6-19.

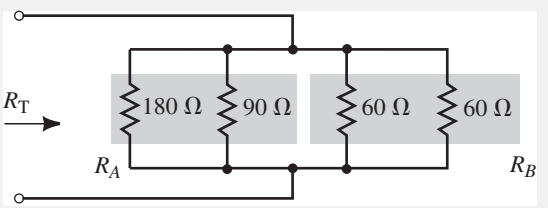


FIGURA 6-19

La resistencia equivalente de cada una de las combinaciones indicadas se determina como sigue:

$$R_A = \frac{(180\ \Omega)(90\ \Omega)}{180\ \Omega + 90\ \Omega} = 60\ \Omega$$

$$R_B = \frac{(60\ \Omega)(60\ \Omega)}{60\ \Omega + 60\ \Omega} = 30\ \Omega$$

El circuito puede simplificarse aún más como una combinación de dos resistores como se muestra en la figura 6-20.

La resistencia equivalente resultante es

$$R_T = \frac{(60\ \Omega)(30\ \Omega)}{60\ \Omega + 30\ \Omega} = 20\ \Omega$$

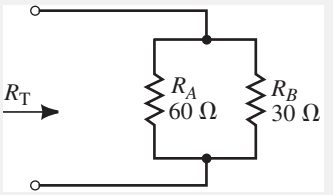


FIGURA 6-20

Tres resistores en paralelo

Si se usa un método similar al que se siguió para deducir la ecuación 6-6, se puede llegar a una ecuación idónea para tres resistores en paralelo. De hecho, es posible escribir una ecuación general para cuatro resistores, cinco resistores, etc. Aunque este tipo de ecuación es ciertamente útil, los estudiantes se desaniman al tener que memorizar una expresión muy larga. Por lo general se encuentra que es mucho más eficiente recordar los principios con base en los cuales se deduce la ecuación. En consecuencia, la obtención de la ecuación 6-7 se deja al estudiante.

$$R_T = \frac{R_1R_2R_3}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3} \qquad \textbf{(6-7)}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 4

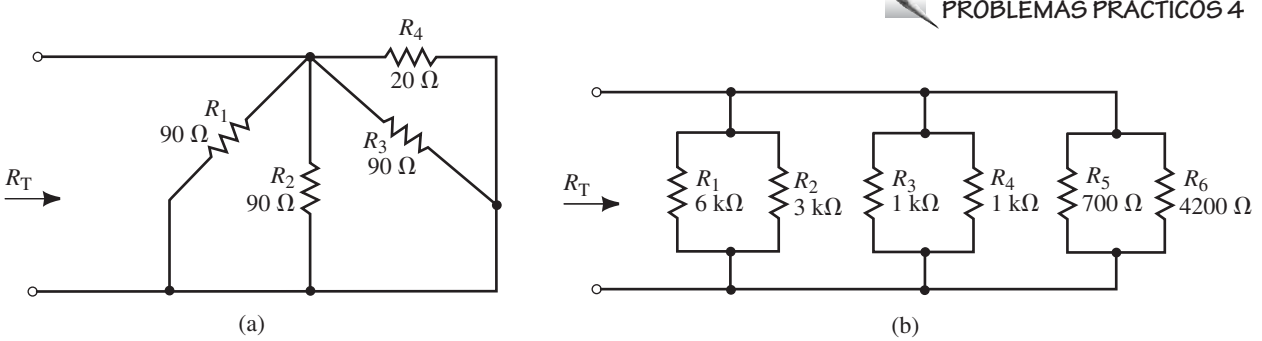


FIGURA 6-21

Determine la resistencia equivalente total para cada red en la figura 6-21.

Respuestas
a. 12 Ω; b. 240 Ω

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 1

(Las respuestas están al final del capítulo)

Si el circuito de la figura 6-21(a) está conectado a una fuente de voltaje de 24 V, determine las siguientes cantidades:

a. La corriente total suministrada por la fuente de voltaje.
b. La corriente a través de cada resistor de la red.
c. Verifique la ley de corriente de Kirchhoff en una de las terminales de la fuente de voltaje.

6-4 Fuentes de voltaje en paralelo

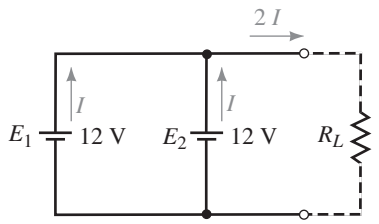


FIGURA 6-22 Fuentes de voltaje en paralelo.

Las fuente de voltaje de diferentes potenciales nunca deben conectarse en paralelo, ya que de hacerlo se contradiría la ley de voltaje de Kirchhoff. Sin embargo, cuando dos fuentes de igual potencial se conectan en paralelo, cada fuente suministra la mitad de la corriente requerida por el circuito. Por esta razón algunas veces las baterías de los automóviles se conectan en paralelo para ayudar a arrancar un carro con una batería "baja". La figura 6-22 ilustra este principio.

La figura 6-23 muestra que si dos fuentes de voltaje con potenciales diferentes se colocan en paralelo, se violaría la ley de voltaje de Kirchhoff alrededor del lazo cerrado. En la práctica, si las fuentes de voltaje de diferentes potenciales se colocan en paralelo, el lazo cerrado resultante puede tener una corriente muy grande, esto ocurrirá aun cuando no haya una carga conectada a las fuentes. El ejemplo 6-9 ilustra las grandes corrientes que pueden presentarse cuando se conectan dos baterías de diferentes potenciales en paralelo.

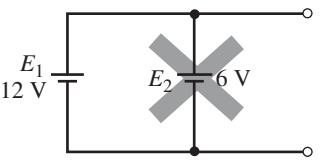


FIGURA 6-23 Las fuentes de voltaje de diferentes valores nunca deben conectarse en paralelo.

EJEMPLO 6-9

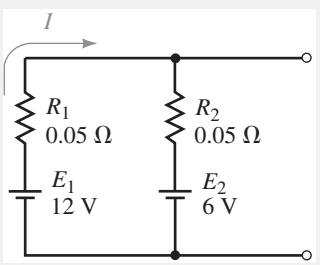


FIGURA 6-24

Dos baterías, una de 12 V y otra de 6 V (cada una con una resistencia interna de 0.05 Ω) se conectan inadvertidamente en paralelo como se muestra en la figura 6-24. Determine la corriente a través de las baterías.

Solución A partir de la ley de Ohm,

$$I = \frac{E_T}{R_T} = \frac{12\text{ V} - 6\text{ V}}{0.05\ \Omega + 0.05\ \Omega} = 60\text{ A}$$

Este ejemplo ilustra por qué las baterías de diferentes potenciales nunca deben conectarse en paralelo. Tremendas corrientes ocurrirían dentro de las fuentes, dando como resultado la producción de fuego o una explosión.

6-5 Regla del divisor de corriente

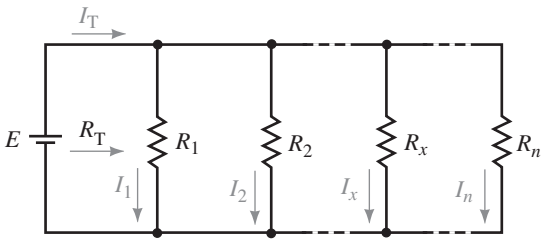
Cuando se examinaron los circuitos serie, se determinó que la corriente era la misma en cualquier parte del circuito, en tanto que el voltaje en cada elemento en serie fue diferente. La regla del **divisor de voltaje** (RDV) se usó para determinar el voltaje en todos los resistores dentro de una red en serie.

En las redes en paralelo, el voltaje en todos los elementos es el mismo. Sin embargo, las corrientes a través de los elementos son diferentes. La **regla del divisor de corriente (RDC)** se usa para determinar qué tanto de la corriente que entra en un nodo se divide entre los diversos resistores en paralelo conectados al nodo.

Considere la red de resistores en paralelo que se muestra en la figura 6-25.

Si esta red de resistores recibe energía de una fuente de voltaje, la corriente total en el circuito es

$$I_T = \frac{E}{R_T} \qquad \textbf{(6-8)}$$



$$I_x = \frac{R_T}{R_x} I_T$$

FIGURA 6-25 Regla del divisor de corriente.

Ya que cada uno de los n resistores en paralelo tiene el mismo voltaje E entre sus terminales, la corriente que pasa a través de cualquier resistor en la red está dada por

$$I_x = \frac{E}{R_x} \tag{6-9}$$

Al reescribir la ecuación 6-8 como $E = I_T R_T$ y sustituirla en la ecuación 6-9, se obtiene la regla del divisor de corriente como sigue:

$$I_x = \frac{R_T}{R_x} I_T \tag{6-10}$$

Otra forma de escribir la regla del divisor de corriente es expresarla en términos de la conductancia. La ecuación 6-10 puede modificarse como sigue:

$$I_x = \frac{G_x}{G_T} I_T \tag{6-11}$$

La regla del divisor de corriente permite calcular la corriente en cualquier resistor de una red en paralelo si se conoce la corriente total que entra en la red. Observe la similitud entre la regla del divisor de voltaje (para los componentes en serie) y la regla del divisor de corriente (para los componentes en paralelo). La diferencia principal es que la regla del divisor de corriente de la ecuación 6-11 usa la conductancia del circuito en lugar de la resistencia. Aunque esta ecuación es útil, por lo general, es más fácil usar la resistencia para calcular la corriente.

Si la red consiste de sólo dos resistores en paralelo, entonces la corriente a través de cada resistor puede determinarse en una forma un tanto diferente. Recuerde que para dos resistores en paralelo, la resistencia total está dada como

$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Ahora, al sustituir esta expresión para la resistencia total en la ecuación 6-10, se obtiene

$$I_1 = \frac{I_T R_T}{R_1}$$

$$= \frac{I_T \left(\dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)}{R_1}$$

La cual se simplifica en

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_T \tag{6-12}$$

De manera similar,

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_T \tag{6-13}$$

Otras características importantes de las redes en paralelo se vuelven evidentes.

Si la corriente que entra en una red en paralelo consiste de resistores de varios valores, entonces el resistor de valor más pequeño en la red tendrá la mayor cantidad de corriente.

De manera inversa, la resistencia de valor más grande tendrá la menor cantidad de corriente.

Esta característica puede simplificarse al decir que la *mayor parte de la corriente seguirá la trayectoria con la menor resistencia.*

EJEMPLO 6-10

Para la red de la figura 6-26, determine las corrientes I_1, I_2 e I_3.

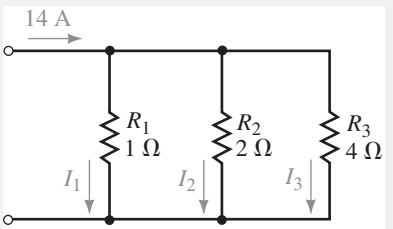


FIGURA 6-26

Solución Primero se calcula la conductancia total de la red.

$$G_T = \frac{1}{1\ \Omega} + \frac{1}{2\ \Omega} + \frac{1}{4\ \Omega} = 1.75\ \text{S}$$

Ahora las corrientes se evalúan como sigue:

$$I_1 = \frac{G_1}{G_T} I_T = \left(\frac{1\ \text{S}}{1.75\ \text{S}}\right) 14\ \text{A} = 8.00\ \text{A}$$
$$I_2 = \frac{G_2}{G_T} I_T = \left(\frac{0.5\ \text{S}}{1.75\ \text{S}}\right) 14\ \text{A} = 4.00\ \text{A}$$
$$I_3 = \frac{G_3}{G_T} I_T = \left(\frac{0.25\ \text{S}}{1.75\ \text{S}}\right) 14\ \text{A} = 2.00\ \text{A}$$

Otra forma consiste en usar la resistencia del circuito en lugar de la conductancia.

$$R_T = \frac{1}{G_T} = \frac{1}{1.75\ \text{S}} = 0.571\ \Omega$$
$$I_1 = \frac{R_T}{R_1} I_T = \left(\frac{0.571\ \Omega}{1\ \Omega}\right) 14\ \text{A} = 8.00\ \text{A}$$
$$I_2 = \frac{R_T}{R_2} I_T = \left(\frac{0.571\ \Omega}{2\ \Omega}\right) 14\ \text{A} = 4.00\ \text{A}$$
$$I_3 = \frac{R_T}{R_3} I_T = \left(\frac{0.571\ \Omega}{5\ \Omega}\right) 14\ \text{A} = 2.00\ \text{A}$$

EJEMPLO 6-11

Para la red de la figura 6-27 determine las corrientes I_1, I_2 e I_3.

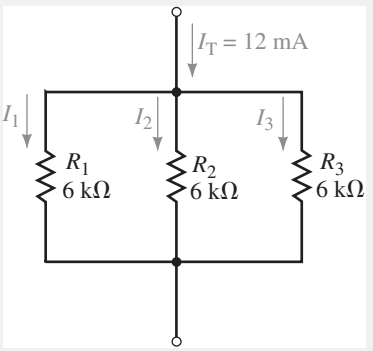


FIGURA 6-27

Solución Ya que todos los resistores tienen el mismo valor, la corriente entrante se dividirá de manera equitativa entre las resistencias. Por lo tanto

$$I_1 = I_2 = I_3 = \frac{12 \text{ mA}}{3} = 4.00 \text{ mA}$$

EJEMPLO 6-12

Determine las corrientes I_1 e I_2 en la red de la figura 6-28.

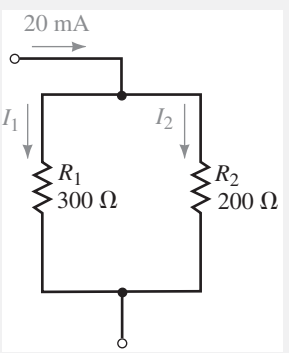


FIGURA 6-28

Solución Debido a que se tienen sólo dos resistores en la red, se usan las ecuaciones 6-12 y 6-13:

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_T = \left(\frac{200\ \Omega}{300\ \Omega + 200\ \Omega}\right)(20 \text{ mA}) = 8.00 \text{ mA}$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_T = \left(\frac{300\ \Omega}{300\ \Omega + 200\ \Omega}\right)(20 \text{ mA}) = 12.0 \text{ mA}$$

EJEMPLO 6-13

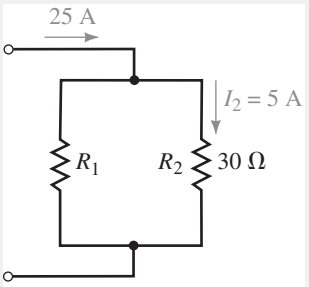


FIGURA 6-29

Determine la resistencia R_1 de manera que la corriente se divida como se muestra en la red de la figura 6-29.

Solución Existen varios métodos que se pueden usar para resolver este problema. Se examinarán sólo dos de ellos.

Método I: ya que se tienen dos resistores en paralelo, se puede usar la ecuación 6-13 para evaluar el resistor desconocido:

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_T$$

$$5\text{ A} = \left(\frac{R_1}{R_1 + 30\ \Omega}\right)(25\text{ A})$$

Con un poco de álgebra se obtiene

$$(5\text{ A})R_1 + (5\text{ A})(30\ \Omega) = (25\text{ A})R_1$$

$$(20\text{ A})R_1 = 150\text{ V}$$

$$R_1 = \frac{150\text{ V}}{20\text{ A}} = 7.50\ \Omega$$

Método II: al aplicar la ley de corriente de Kirchhoff, se observa que la corriente en R_1 debe ser

$$I_1 = 25\text{ A} - 5\text{ A} = 20\text{ A}$$

Ahora, ya que los elementos en paralelo deben tener el mismo voltaje en sus terminales, el voltaje en R_1 debe ser exactamente igual al voltaje en R_2. De acuerdo con la ley de Ohm, el voltaje en R_2 es

$$V_2 = (5\text{ A})(30\ \Omega) = 150\text{ V}$$

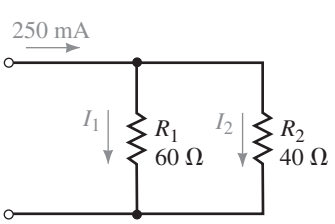
Y así

$$R_1 = \frac{150\text{ V}}{20\text{ A}} = 7.50\ \Omega$$

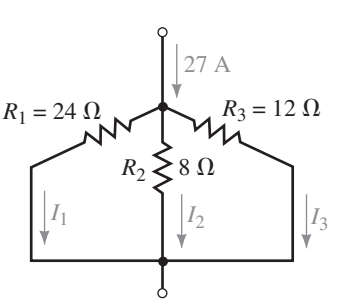
Como se esperaba, los resultados son idénticos. Este ejemplo ilustra que, por lo general, hay más de una manera de resolver un determinado problema. Aunque los métodos son igualmente correctos, se ve que en este ejemplo el segundo es el menos complicado.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 5

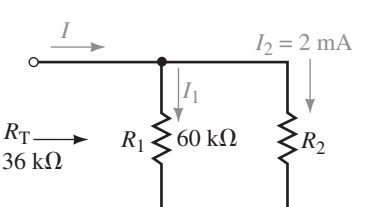
Use la regla del divisor de corriente para calcular las corrientes desconocidas en las redes de la figura 6-30.



(a) Red 1



(b) Red 2



(c) Red 3

FIGURA 6-30

Respuestas
Red 1: $I_1 = 100$ mA, $I_2 = 150$ mA
Red 2: $I_1 = 4.50$ A, $I_2 = 13.5$ A $I_3 = 9.00$ A
Red 3: $I_1 = 3.00$ mA, $I = 5.00$ mA

Cuatro resistores están conectados en paralelo, sus valores son 1 Ω, 3 Ω, 4 Ω y 5 Ω.

a. Use sólo lápiz y papel (sin calculadora) para determinar la corriente a través de cada resistor si la corriente por el resistor de 5 Ω es de 6 A.

b. De nuevo, sin calculadora, determine la corriente total que se aplica a la combinación en paralelo.

c. Use la calculadora para determinar la resistencia total de los cuatro resistores en paralelo. Use la regla del divisor de corriente y la corriente total que obtuvo en la parte (b) para calcular la corriente a través de cada resistor.

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 2

(Las respuestas están al final del capítulo)

6-6 Análisis de circuitos en paralelo

Ahora se examinará como usar los principios desarrollados en este capítulo para analizar los circuitos en paralelo. En los ejemplos siguientes encontrará que las leyes de conservación de la energía se aplican igualmente bien tanto para los circuitos en paralelo como para los circuitos en serie. Aunque se ha decidido analizar los circuitos de cierta manera, recuerde que, por lo general, hay más de una forma de llegar a la respuesta correcta. A medida que se vuelva más competente en el análisis de circuitos, usará los métodos más eficientes. Por ahora, sin embargo, use los que le hagan sentirse más cómodo.

EJEMPLO 6-14

Para el circuito de la figura 6-31, determine las siguientes cantidades:

a. R_T
b. I_T
c. La potencia suministrada por la fuente de voltaje
d. I_1 e I_2 mediante la regla del divisor de corriente
e. La potencia disipada por los resistores

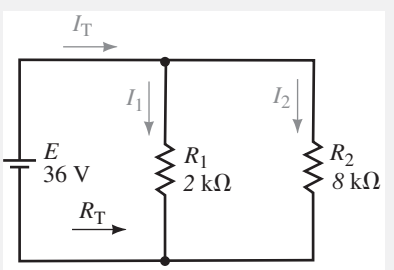


FIGURA 6-31

Solución

a. $$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{(2\ \text{k}\Omega)(8\ \text{k}\Omega)}{2\ \text{k}\Omega + 8\ \text{k}\Omega} = 1.6\ \text{k}\Omega$$

b. $$I_T = \frac{E}{R_T} = \frac{36\ \text{V}}{1.6\ \text{k}\Omega} = 22.5\ \text{mA}$$

c. $$P_T = EI_T = (36\ \text{V})(22.5\ \text{mA}) = 810\ \text{mW}$$

d. $$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_T = \left(\frac{2\ \text{k}\Omega}{2\ \text{k}\Omega + 8\ \text{k}\Omega}\right)(22.5\ \text{mA}) = 4.5\ \text{mA}$$

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_T = \left(\frac{8\ \text{k}\Omega}{2\ \text{k}\Omega + 8\ \text{k}\Omega}\right)(22.5\ \text{mA}) = 18.0\ \text{mA}$$

e. Ya que se sabe que el voltaje en cada uno de los resistores en paralelo debe ser 36 V, se usa este voltaje para determine la potencia disipada por cada resistor. Sería igualmente correcto usar la corriente a través de cada resistor para calcular la potencia. Sin embargo, por lo general es mejor usar la

información que ya se tiene en lugar de determinar otros valores para realizar cálculos adicionales, porque así es menos probable que se propague un error.

$$P_1 = \frac{E^2}{R_1} = \frac{(36\text{ V})^2}{2\text{ k}\Omega} = 648\text{ mW}$$

$$P_2 = \frac{E^2}{R_2} = \frac{(36\text{ V})^2}{8\text{ k}\Omega} = 162\text{ mW}$$

Observe que la potencia suministrada por la fuente de voltaje es exactamente igual a la potencia total disipada por los resistores, esto es $P_T = P_1 + P_2$.

EJEMPLO 6-15

Vea el circuito de la figura 6-32:

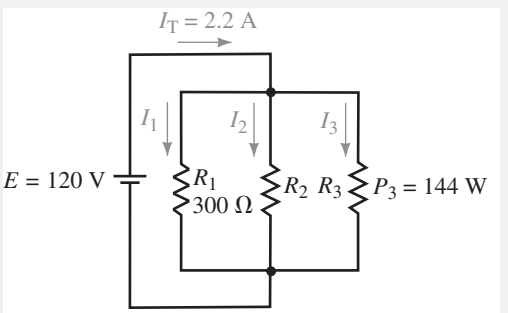


FIGURA 6-32

a. Determine la potencia total suministrada por la fuente de voltaje.
b. Calcule las corrientes I_1, I_2 e I_3.
c. Determine los valores de los resistores desconocidos R_2 y R_3.
d. Calcule la potencia disipada por cada resistor.
e. Verifique que la potencia disipada es igual a la potencia suministrada por la fuente de voltaje.

Solución

a. $P_T = EI_T = (120\text{ V})(2.2\text{ A}) = 264\text{ W}$
b. Ya que los tres resistores del circuito están en paralelo, se sabe que el voltaje en todos los resistores debe ser igual a $E = 120$ V.

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{120\text{ V}}{300\ \Omega} = 0.4\text{ A}$$

$$I_3 = \frac{P_3}{V_3} = \frac{144\text{ W}}{120\text{ V}} = 1.2\text{ A}$$

Debido a que se debe cumplir la LCK en cada nodo, se determina la corriente I_2 como

$$I_2 = I_T - I_1 - I_3$$
$$= 2.2\text{ A} - 0.4\text{ A} - 1.2\text{ A} = 0.6\text{ A}$$

c. $R_2 = \frac{V_2}{I_2} = \frac{120\text{ V}}{0.6\text{ A}} = 200\ \Omega$

Aunque se podría usar la corriente calculada I_3 para determinar la resistencia, es mejor usar los datos con los que ya se cuenta en lugar de los valores calculados.

$$R_3 = \frac{V_3^2}{P_3} = \frac{(120\text{ V})^2}{144\text{ W}} = 100\ \Omega$$

d. $P_1 = \dfrac{V_1^2}{R_1} = \dfrac{(120\text{ V})^2}{300\ \Omega} = 48\text{ W}$

$P_2 = I_2 E_2 = (0.6\text{ A})(120\text{ V}) = 72\text{ W}$

e. $P_{ent} = P_{sal}$

$264\text{ W} = P_1 + P_2 + P_3$

$264\text{ W} = 48\text{ W} + 72\text{ W} + 144\text{ W}$

$264\text{ W} = 264\text{ W}$ (¡coincide!)

6-7 Efectos de carga en el voltímetro

En el capítulo anterior se observó que un voltímetro es en esencia la pantalla de un medidor en serie con una resistencia limitadora de corriente. Cuando un voltímetro se coloca entre dos terminales para proporcionar una lectura de voltaje, el circuito sufre el mismo efecto que provocaría una resistencia colocada entre las dos terminales. El efecto se muestra en la figura 6-33.

Si la resistencia del voltímetro es muy grande en comparación con la resistencia a la cual se le mide el voltaje, el medidor indicará en esencia el mismo valor que mostraba antes de conectar el medidor. Por otro lado, si el medidor tiene una resistencia interna con valor muy cercano al de la resistencia a la cual se le hace la medición, entonces el medidor cargará de manera adversa el circuito, dando como resultado una lectura errónea. Por lo general, si la resistencia del medidor es más de 10 veces mayor que la resistencia en la cual se mide el voltaje, entonces el **efecto de carga** se considera mínimo y puede pasarse por alto.

En el circuito de la figura 6-34 no hay corriente, ya que las terminales *a* y *b* están en circuito abierto. El voltaje que aparece entre las terminales abiertas debe ser $V_{ab} = 10$ V. Ahora, si se coloca un voltímetro con una resistencia interna de 200 kΩ entre las terminales, el circuito se cierra, lo que resulta en una pequeña corriente. El circuito completo aparece como se muestra en la figura 6-35.

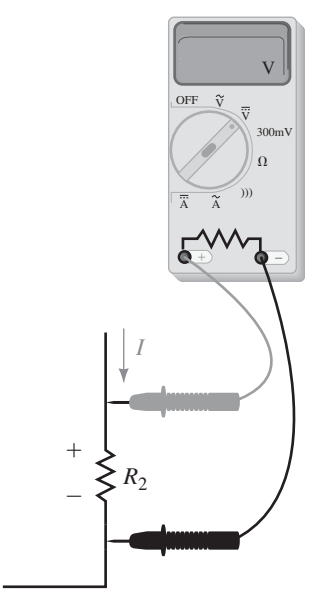


FIGURA 6-33

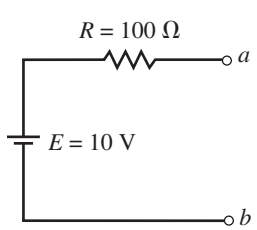


FIGURA 6-34

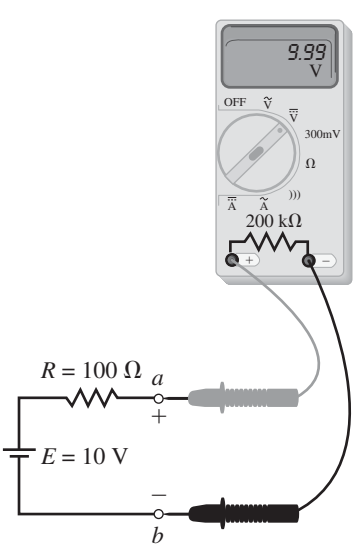


FIGURA 6-35

La lectura que indica la pantalla del medidor es el voltaje presente en su resistencia interna. Al aplicar la ley de voltaje de Kirchhoff a este circuito, el voltaje es

$$V_{ab} = \frac{200\ \text{k}\Omega}{200\ \text{k}\Omega + 100\ \Omega}(10\ \text{V}) = 9.995\ \text{V}$$

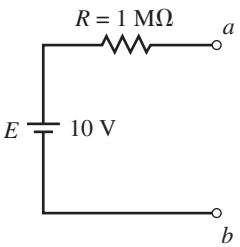


FIGURA 6-36

Es claro que la lectura en la pantalla del medidor es en esencia igual al valor esperado de 10 V. Recuerde que en el capítulo anterior se definió el efecto de carga de un medidor como:

$$\text{efecto de carga} = \frac{\text{valor real} - \text{lectura}}{\text{valor real}} \times 100\%$$

Para el circuito de la figura 6-35, el voltímetro tiene un efecto de carga de

$$\text{efecto de carga} = \frac{10\ \text{V} - 9.995\ \text{V}}{10\ \text{V}} \times 100\% = 0.05\%$$

Este error de carga es prácticamente indetectable para el circuito. No ocurriría lo mismo si se tuviera un circuito como el que se muestra en la figura 6-36 y se usara el mismo voltímetro para proporcionar la lectura.

De nuevo, si el circuito se dejara abierto, se esperaría que $V_{ab} = 10$ V.

Al conectar el voltímetro de 200 kΩ entre las terminales, como se muestra en la figura 6-37, se ve que el voltaje detectado entre las terminales *a* y *b* ya no es el correcto; más bien es,

$$V_{ab} = \frac{200\ \text{k}\Omega}{200\ \text{k}\Omega + 1\ \text{M}\Omega}(10\ \text{V}) = 1.667\ \text{V}$$

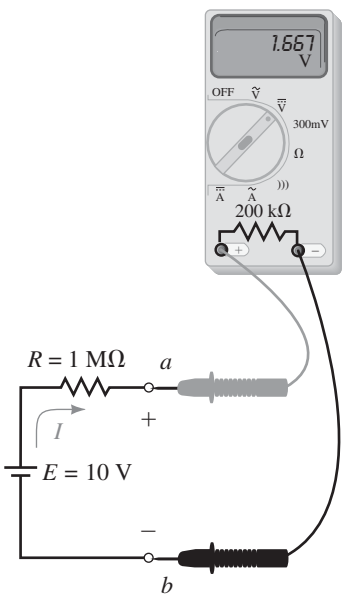


FIGURA 6-37

El efecto de carga del medidor en este circuito es

$$\text{efecto de carga} = \frac{10\ \text{V} - 1.667\ \text{V}}{10\ \text{V}} \times 100\% = 83.33\%$$

La ilustración anterior es un ejemplo de un problema que puede ocurrir cuando se hacen mediciones en circuitos electrónicos. Cuando un técnico o tecnólogo sin experiencia obtiene un resultado imprevisto, supone que algo está mal en el circuito o en el instrumento. De hecho, tanto el circuito como el instrumento se comportan de una manera perfectamente predecible. El técnico olvidó tomar en cuenta el efecto de carga del medidor. Todos los instrumentos tienen limitaciones y siempre se debe estar consciente de éstas.

EJEMPLO 6-16

Un voltímetro digital que tiene una resistencia interna de 5 MΩ se usa para medir el voltaje en las terminales *a* y *b* en el circuito de la figura 6-37.

a. Determine la lectura en el medidor.
b. Calcule el efecto de carga del medidor.

Solución

a. El voltaje que se aplica a las terminales del medidor es

$$V_{ab} = \left(\frac{5\ \text{M}\Omega}{1\ \text{M}\Omega + 5\ \text{M}\Omega}\right)(10\ \text{V}) = 8.33\ \text{V}$$

b. El efecto de carga es

$$\text{error de carga} = \frac{10\ \text{V} - 8.33\ \text{V}}{10\ \text{V}} \times 100\% = 16.7\%$$

Todos los instrumentos ejercen un efecto de carga sobre el circuito al cual se le hace una medición. Si tuviera dos voltímetros, uno con una resistencia interna de 200 kΩ y otro con una resistencia interna de 1 MΩ, ¿cuál cargaría más un circuito? Explique.

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 3

(Las respuestas están al final del capítulo)

6-8 Análisis por computadora

MULTISIM

PSpice

Como ya se ha visto, la simulación por computadora es útil para proporcionar una visualización de las habilidades que ha aprendido. Se usará tanto Multisim como PSpice para "medir" el voltaje y la corriente en circuito en paralelo. Una de las características más útiles de Multisim es su capacidad para simular con exactitud la operación de un circuito real. En esta sección aprenderá cómo cambiar la configuración del multímetro para observar la carga del medidor en un circuito.

Multisim

EJEMPLO 6-17

Use Multisim para determinar las corrientes I_T, I_1 e I_2 en el circuito de la figura 6-38. Este circuito fue analizado antes en el ejemplo 6-14.

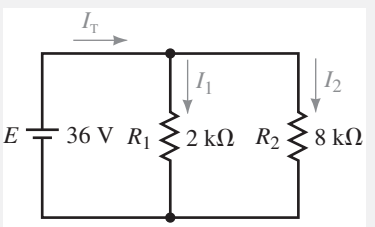
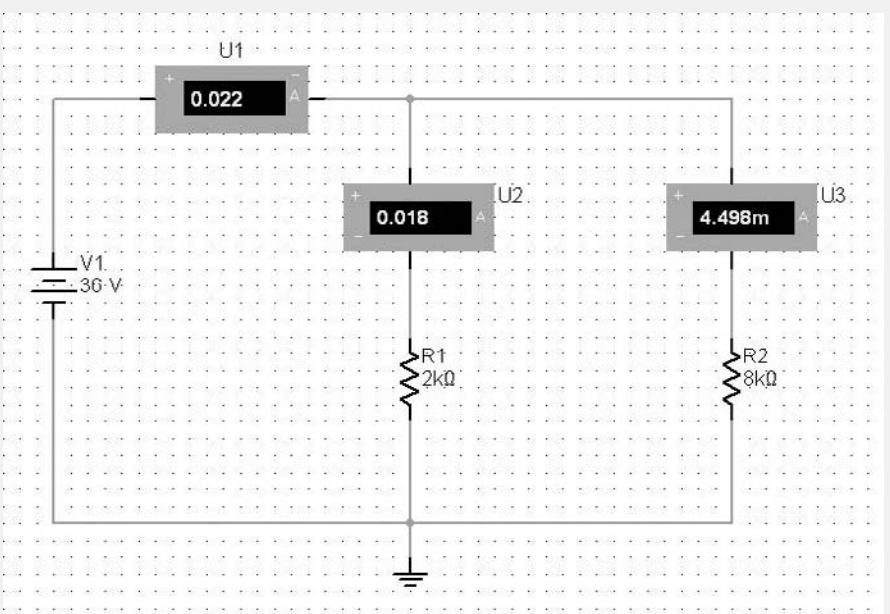


FIGURA 6-38

Solución Después de abrir la ventana Circuito:

- Seleccione los componentes para el circuito a partir de la barra de herramientas Parts. Necesitará seleccionar la batería y el símbolo de tierra de la barra de herramientas Source. Los resistores se obtienen de la barra de herramientas Basic.
- Una vez que el circuito esté completamente conectado, puede seleccionar los amperímetros de la barra de herramientas Indicators. Asegúrese de que estén correctamente colocados en el circuito. Recuerde que la barra sólida en el ampérmetro se conecta al lado del circuito o rama con potencial más bajo.
- Simule el circuito dando clic en el interruptor de potencia. Se debe ver el mismo resultado que se muestra en la figura 6-39.



MULTISIM

FIGURA 6-39

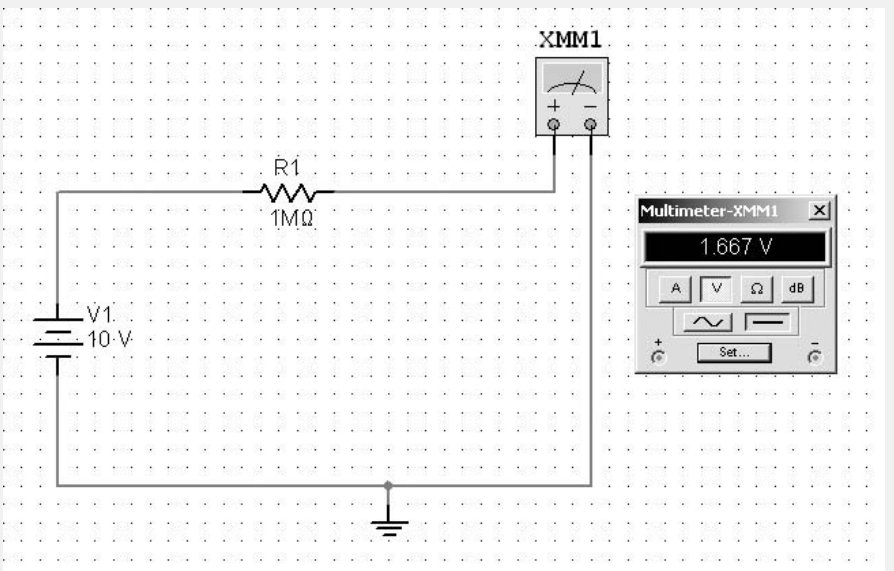
Observe que estos resultados son consistentes con los que se obtuvieron en el ejemplo 6-14.

EJEMPLO 6-18

Use Multisim para determinar el efecto de carga del voltímetro que se usó en la figura 6-37. El voltímetro tiene una resistencia interna de 200 kΩ.

Solución Después de abrir la ventana Circuito:

- Construya el circuito colocando la batería, el resistor y la tierra como se muestra en la figura 6-37.
- Seleccione el multímetro de la barra de herramientas Instruments.
- Alargue el multímetro haciendo doble clic en el símbolo.
- Haga clic en el botón de Settings en la carátula del multímetro.
- Cambie la resistencia del voltímetro a 200 kΩ. Haga clic en OK para aceptar el nuevo valor.
- Haga clic en el interruptor de potencia para ejecutar la simulación. La pantalla resultante se muestra en la figura 6-40.



MULTISIM

FIGURA 6-40

PSpice

En los ejemplos de PSpice previos se usó el análisis de punto de polarización para obtener la corriente de cd en un circuito. En este capítulo de nuevo se usa la misma técnica de análisis para examinar los circuitos en paralelo.

EJEMPLO 6-19

Use PSpice para determinar las corrientes en el circuito de la figura 6-41.

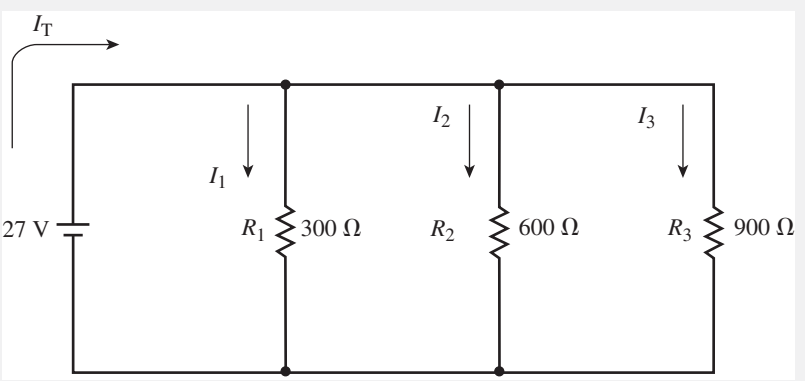


FIGURA 6-41

Solución

- Abra el software CIS Demo y construya el circuito como se ilustra en la figura 6-42.

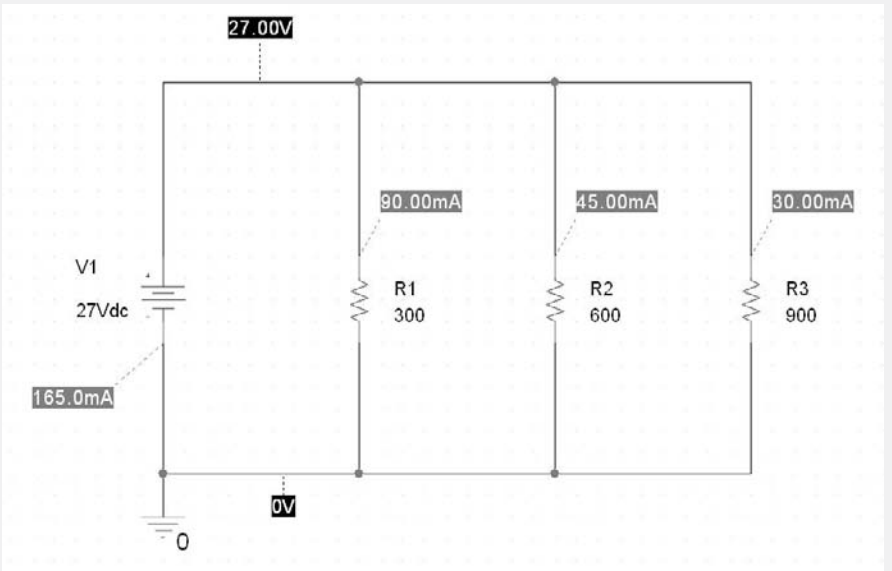


FIGURA 6-42

- Haga clic en New Simulation Profile y seleccione el análisis Bias Point.
- Después de correr el proyecto, observará en la pantalla las corrientes y voltajes del circuito. Las corrientes son $I(\text{R1}) = 90$ mA, $I(\text{R2}) = 45$ mA, $I(\text{R3}) = 30$ mA, and $I(\text{V1}) = 165$ mA.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 6

Use Multisim para determinar las corrientes en cada resistor del circuito de la figura 6-21(a) si se conecta una fuente de voltaje de 24 V en las terminales de la red de resistores.

Preguntas
$I_1 = I_2 = I_3 = 0.267$ A, $I_4 = 1.20$ A

PROBLEMAS PRÁCTICOS 7

Use PSpice para determine la corriente en cada resistor del circuito que se muestra en la figura 6-43.

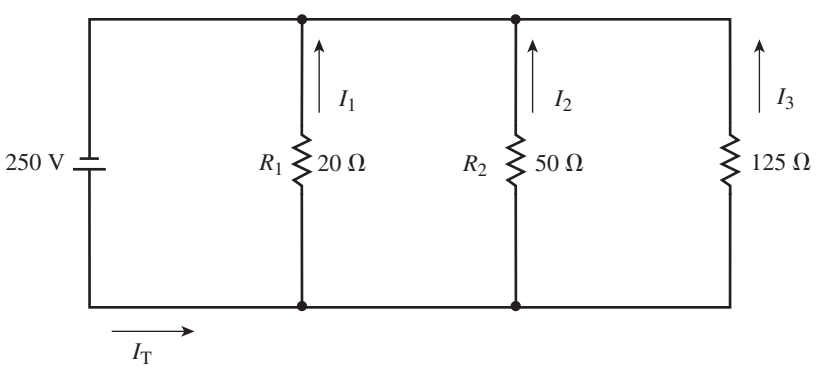


FIGURA 6-43

Respuestas
$I_1 = 12.5$ A, $I_2 = 5.00$ A, $I_3 = 2.00$ A, $I_T = 19.5$ A

PUESTA EN PRÁCTICA

Usted ha sido contratado como consultor por una compañía de calefacción. Uno de sus trabajos es determinar el número de calefactores de 1 000 W que pueden operarse con seguridad en un circuito eléctrico. Todos los calefactores en cualquier circuito están conectados en paralelo. Cada circuito opera a un voltaje de 240 V y se especifica para un máximo de 20 A. La corriente de operación normal del circuito no debe exceder en 80% la corriente máxima especificada. ¿Cuántos calefactores pueden instalarse con seguridad en cada circuito? Si una habitación requiere 5 000 W de calefactores para proporcionar la temperatura adecuado durante la época más fría, ¿cuántos circuitos deben instalarse en esta habitación?

PROBLEMAS

6-1 Circuitos en paralelo

1. Indique cuáles de los elementos en la figura 6-44 están conectados en paralelo y cuáles en serie.

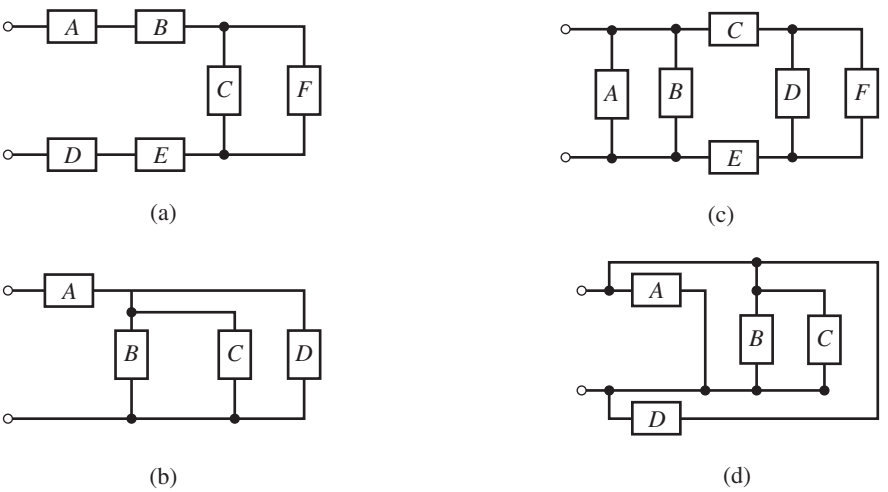


FIGURA 6-44

2. Para las redes de la figura 6-45, indique cuáles resistores están conectados en serie y cuáles en paralelo.

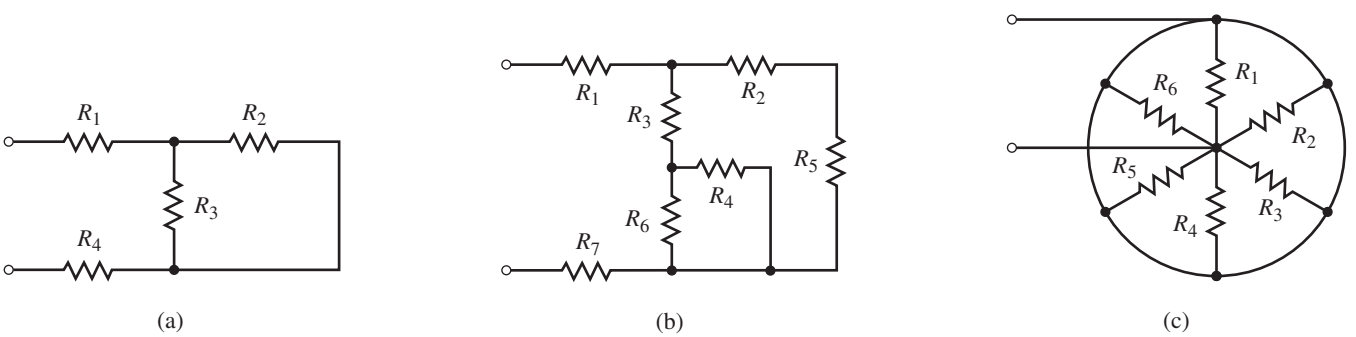


FIGURA 6-45

3. Sin cambiar las posiciones de los componentes, muestre al menos una forma de conectar en paralelo todos los elementos de la figura 6-46.

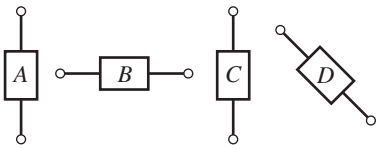


FIGURA 6-46

4. Repita el problema 3 para los elementos que se muestran en la figura 6-47.

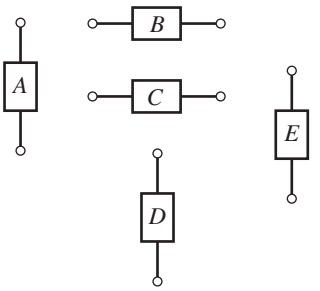
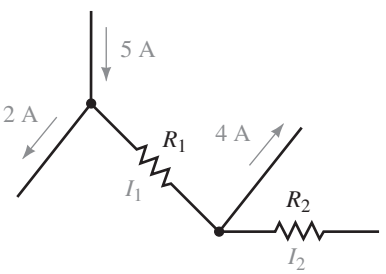


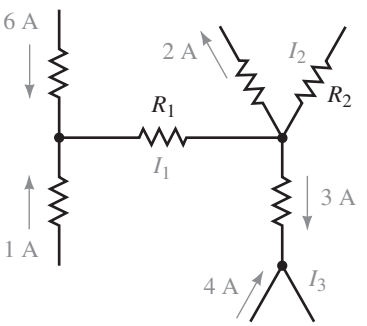
FIGURA 6-47

6-2 Ley de corriente de Kirchhoff

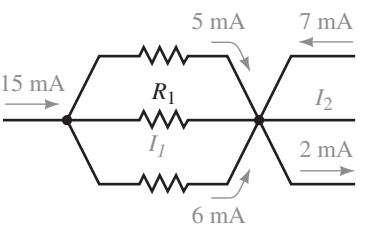
5. Utilice la ley de corriente de Kirchhoff para determinar las magnitudes y direcciones de las corrientes que se indican en cada red que se muestra en la figura 6-48.



(a)



(b)



(c)

FIGURA 6-48

6. Para el circuito de la figura 6-49 determine la magnitud y dirección de cada corriente indicada.
7. Considere la red de la figura 6-50.
   a. Calcule las corrientes I_1, I_2, I_3 e I_4.
   b. Determine el valor de la resistencia R_3.

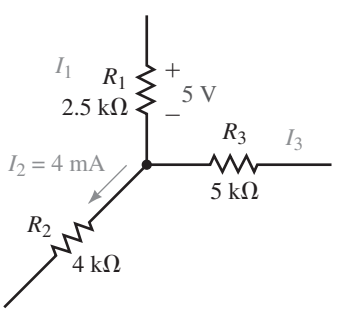


FIGURA 6-49

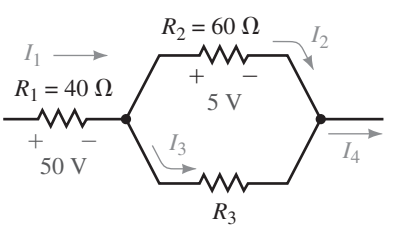
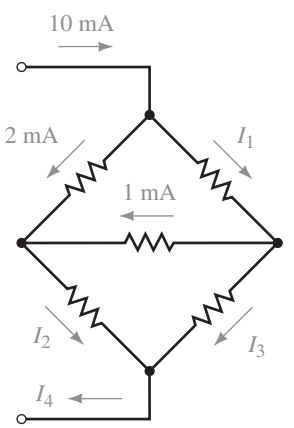
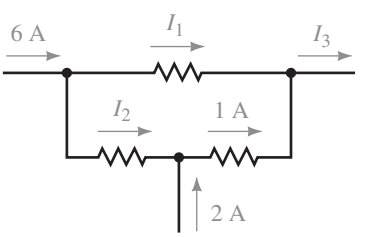


FIGURA 6-50



(a)



(b)

FIGURA 6-51

8. Encuentre las corrientes desconocidas en las redes de la figura 6-51.
9. Vea la red de la figura 6-52:
   a. Utilice la ley de corriente de Kirchhoff para calcular las corrientes desconocidas, I_1, I_2, I_3 e I_4.
   b. Calcule el voltaje V, en la red.
   c. Determine los valores de los resistores desconocidos, R_1, R_3 y R_4.

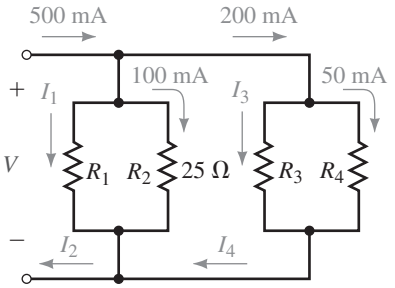


FIGURA 6-52

10. Vea la red de la figura 6-53:

a. Utilice la ley de corriente de Kirchhoff para calcular las corrientes desconocidas.

b. Calcule el voltaje V en la red.

c. Determine el valor que debe tener la fuente de voltaje E. (Sugerencia: utilice la ley de voltaje de Kirchhoff.)

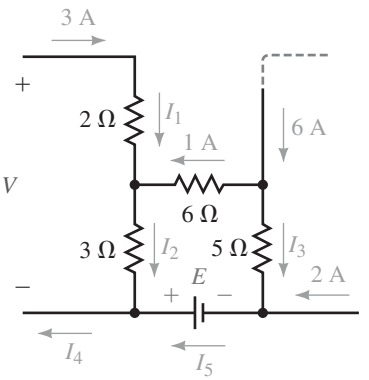


FIGURA 6-53

6-3 Resistores en paralelo

11. Calcule la conductancia total y resistencia total de cada red que se muestra en la figura 6-54.

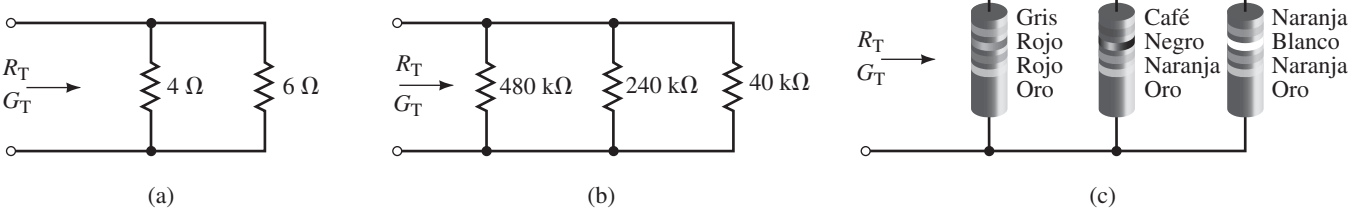


FIGURA 6-54

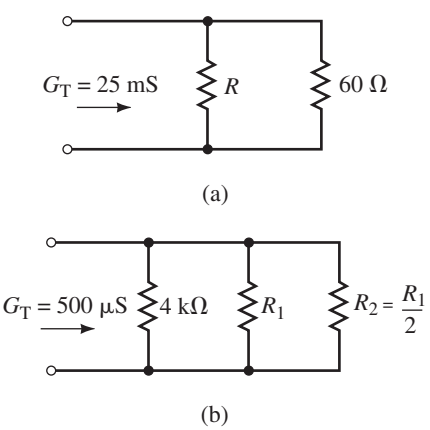


FIGURA 6-55

12. Para las redes de la figura 6-55, determine el valor de la(s) resistencia(s) desconocidas para que resulte el total de la conductancia que se indica.

13. Para las redes de la figura 6-56 determine el valor de la(s) resistencia(s) desconocidas para que resulte la resistencia total que se indica.

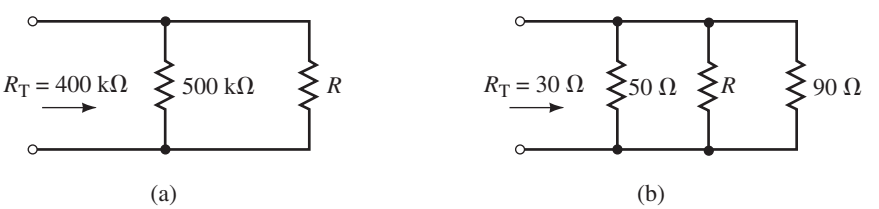


FIGURA 6-56

14. Determine el valor de cada resistor desconocido en la red de la figura 6-57 para que la resistencia total sea de 100 kΩ.

15. Vea la red de la figura 6-58:

a. Calcule los valores de R_1, R_2 y R_3 para que la resistencia total de la red sea de 200 Ω.

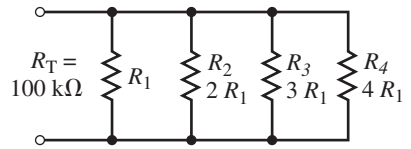


FIGURA 6-57

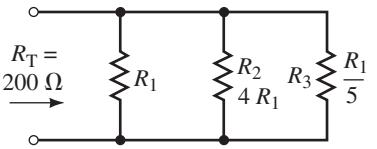


FIGURA 6-58

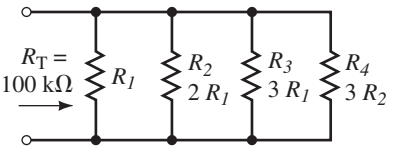


FIGURA 6-59

b. Si R_3 tiene una corriente de 2 A, determine la corriente a través de los otros resistores.
c. ¿Cuánta corriente debe aplicarse a toda la red?

16. Vea la red de la figura 6-59:
    a. Calcule los valores de R_1, R_2, R_3 y R_4 para que la resistencia total de la red sea de 100 kΩ.
    b. Si R_4 tiene una corriente de 2 mA, determine la corriente a través de cada uno de los otros resistores.
    c. ¿Cuánta corriente debe aplicarse a la red entera?
17. Vea la red de la figura 6-60:
    a. Encuentre los voltajes a través de R_1 y R_2.
    b. Determine la corriente I_2.
18. Vea la red de la figura 6-61:
    a. Encuentre los voltajes a través de R_1, R_2 y R_3.
    b. Calcule la corriente I_2.
    c. Calcule la corriente I_3.
19. Determine la resistencia total de cada red de la figura 6-62.
20. Determine la resistencia total de cada red de la figura 6-63.

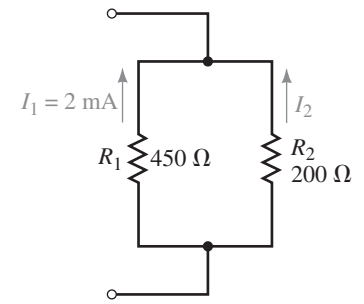


FIGURA 6-60

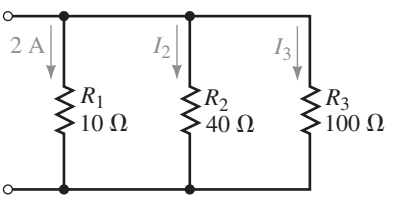
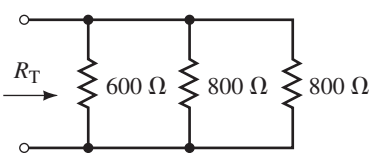
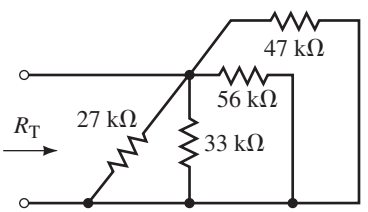


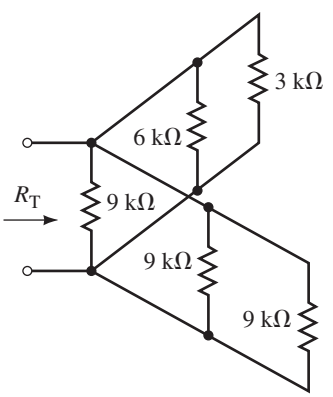
FIGURA 6-61



(a)

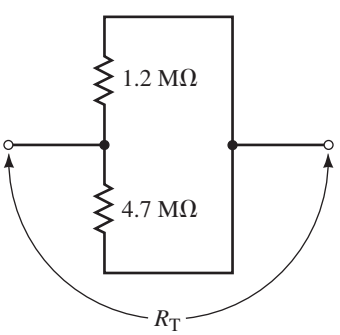


(b)

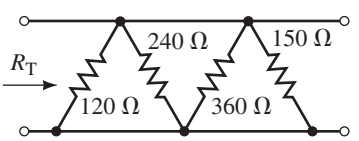


(c)

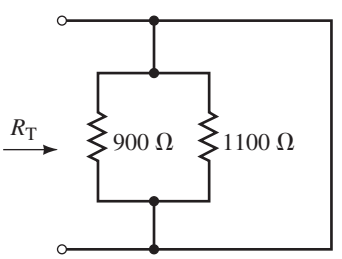
FIGURA 6-62



(a)



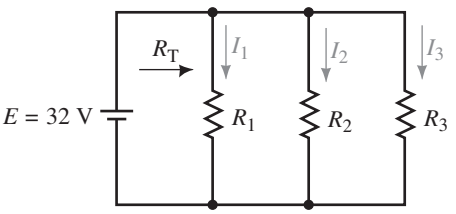
(b)



(c)

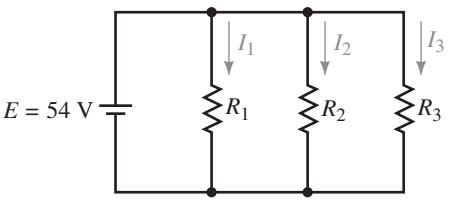
FIGURA 6-63

21. Determine los valores de los resistores en el circuito de la figura 6-64, de acuerdo con las condiciones que se indican.
22. De acuerdo con las condiciones indicadas, calcule todas las corrientes y determine el valor de los resistores para el circuito de la figura 6-65.



$I_2 = 3I_1$
$I_3 = 1.5I_2$
$R_T = 16\ \text{k}\Omega$

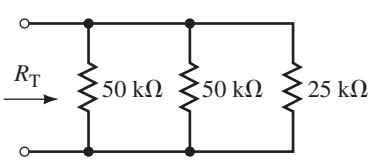
FIGURA 6-64



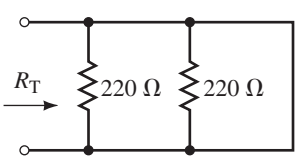
$R_T = 36\ \Omega$
$I_3 = 500$ mA
$R_2 = 4R_1$

FIGURA 6-65

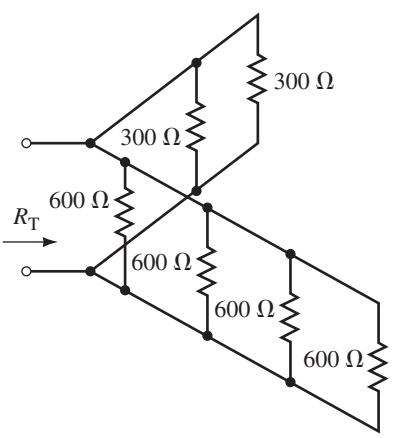
23. Sin usar lápiz, papel o calculadora determine la resistencia de cada red en la figura 6-66.



(a)



(b)



(c)

FIGURA 6-66

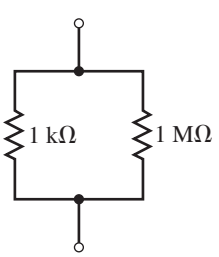


FIGURA 6-67

24. Sin usar lápiz, papel o calculadora determine la resistencia aproximada de la red de la figura 6-67.
25. Sin usar lápiz, papel o calculadora determine la resistencia aproximada de la red de la figura 6-68.
26. Deduzca la ecuación 6-7 que se utiliza para calcular la resistencia total de tres resistores en paralelo.

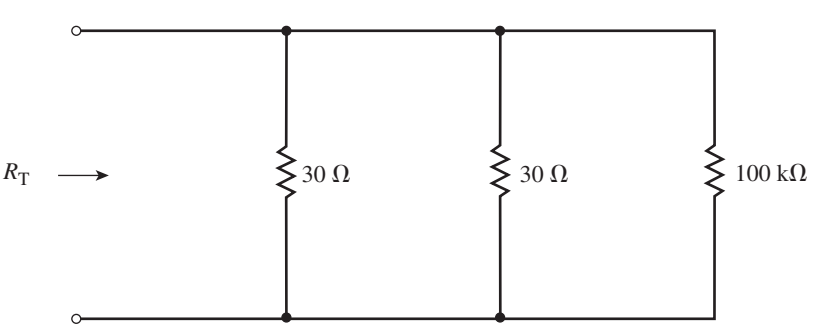


FIGURA 6-68

6-4 Fuentes de voltaje en paralelo

27. Dos baterías de 20 V se conectan en paralelo para suministrar corriente a una carga de 100 V, como se muestra en la figura 6-69. Determine la corriente en la carga y en cada batería.

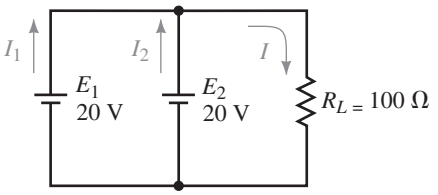


FIGURA 6-69

28. Dos baterías de plomo-ácido de automóvil están conectadas en paralelo, como se muestra en la figura 6-70, para suministrar corriente de arranque adicional. Una de ellas está totalmente cargada a 14.2 V y la otra se ha descargado a 9V. Si la resistencia interna de cada batería es de 0.01 Ω, determine la corriente en las baterías. Si se desea que cada batería suministre una máxima corriente de 150 A, ¿este método es idóneo para arrancar un automóvil?

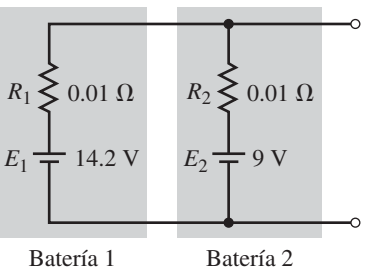


FIGURA 6-70

6-5 Regla del divisor de corriente

29. Utilice la regla del divisor de corriente para encontrar las corrientes I_1 e I_2 en las redes de la figura 6-71.

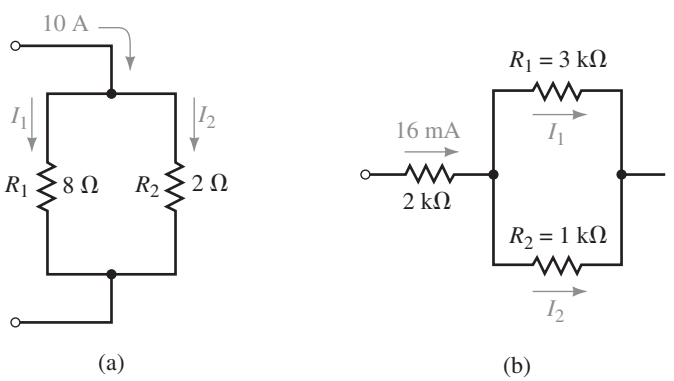


FIGURA 6-71

30. Repita el problema 29 para las redes de la figura 6-72.

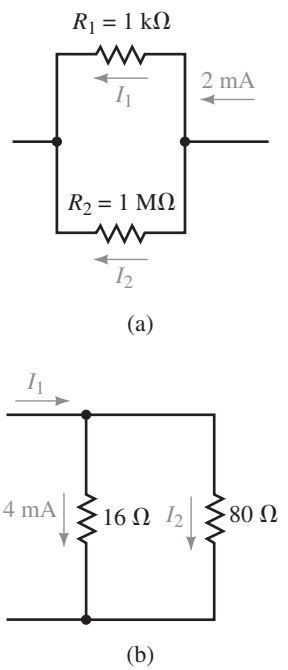


FIGURA 6-72

31. Utilice la regla del divisor de corriente para determinar todas las corrientes desconocidas en las redes de la figura 6-73.

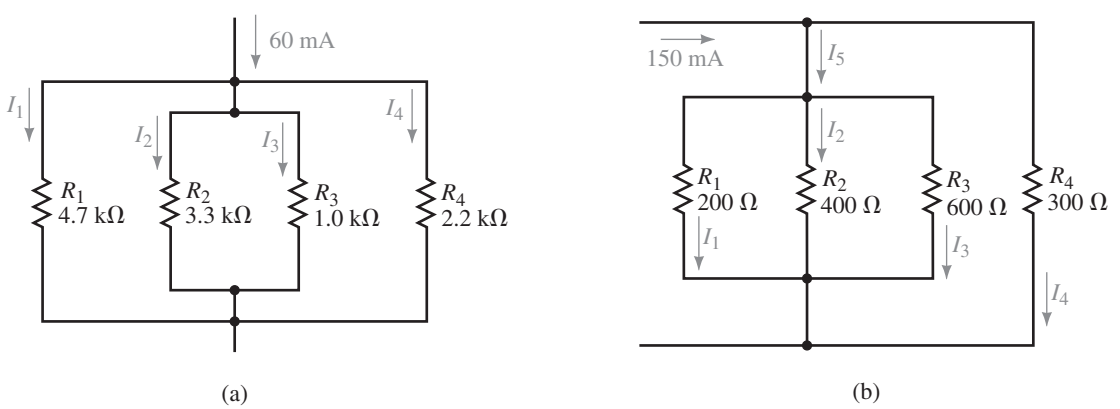


FIGURA 6-73

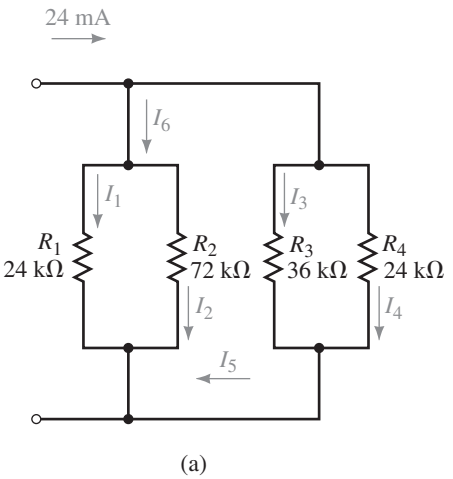


FIGURA 6-74

32. Repita el problema 31 para las redes de la figura 6-74.

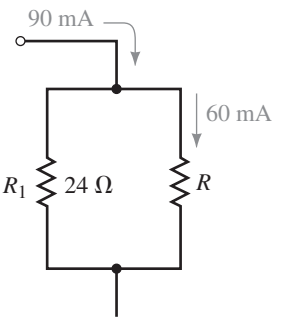


FIGURA 6-75

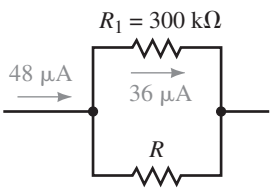


FIGURA 6-76

33. Utilice la regla del divisor de corriente para determinar las resistencias desconocidas en la red de la figura 6-75.
34. Utilice la regla del divisor de corriente para determinar las resistencias desconocidas en la red de la figura 6-76.
35. Vea el circuito de la figura 6-77:
    a. Determine la resistencia equivalente R_T, del circuito.
    b. Encuentre la corriente I.
    c. Use la regla del divisor de corriente para determinar la corriente en cada resistor.
    d. Verifique la ley de corriente de Kirchhoff en el nodo a.
36. Repita el problema 35 para el circuito de la figura 6-78.

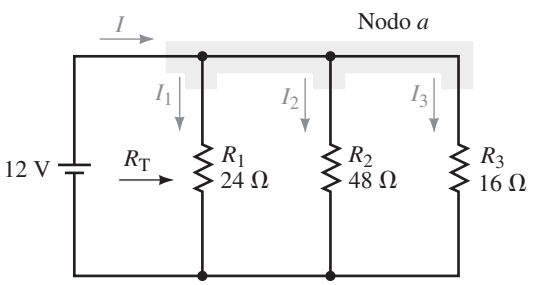


FIGURA 6-77

MULTISIM

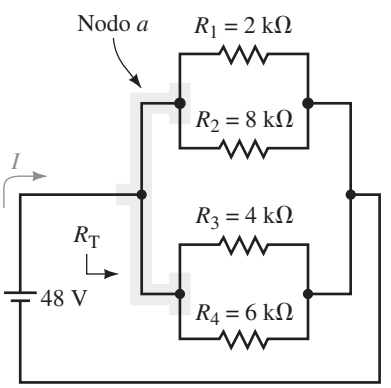


FIGURA 6-78

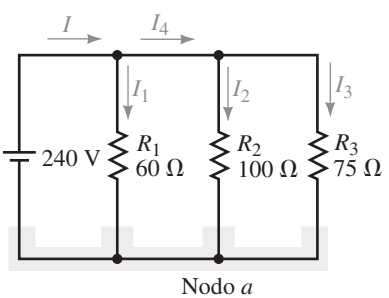


FIGURA 6-79

MULTISIM

6-6 Análisis de circuitos en paralelo

37. Vea el circuito de la figura 6-79.
    a. Encuentre la resistencia total R_T y la corriente I a través de la fuente de voltaje.
    b. Encuentre todas las corrientes desconocidas en el circuito.
    c Verifique la ley de corriente de Kirchhoff en el nodo a.
    d. Determine la potencia disipada por cada resistor. Verifique que la potencia total disipada por los resistores es igual a la potencia suministrada por la fuente de voltaje.

38. Repita el problema 37 para el circuito de la figura 6-80.

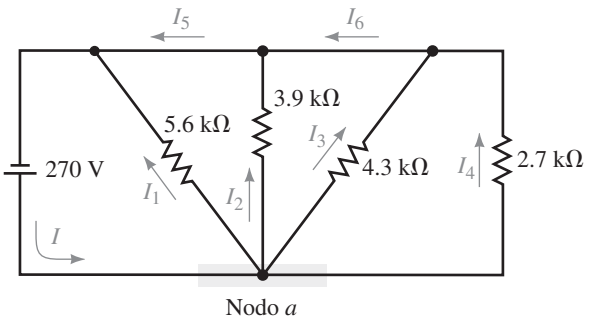


FIGURA 6-80

39. Vea el circuito de la figura 6-81:
    a. Calcule la corriente a través de cada resistor en el circuito.
    b. Determine la corriente total suministrada por la fuente de voltaje.
    c. Encuentre la potencia disipada por cada resistor.

MULTISIM

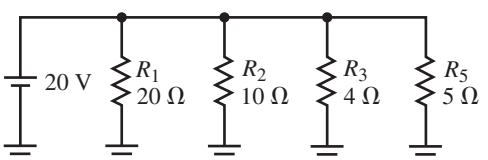


FIGURA 6-81

40. Vea el circuito de la figura 6-82:
    a. Resuelva para determinar las corrientes indicadas.
    b. Encuentre la potencia disipada por cada resistor.
    c. Verifique que la potencia suministrada por la fuente de voltaje es igual a la potencia total disipada por los resistores.

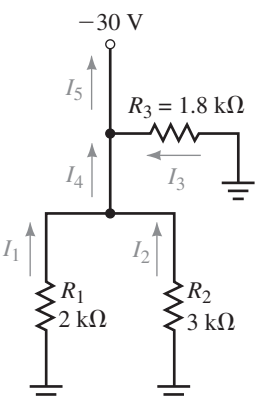


FIGURA 6-82

41. En el circuito de la figura 6-83:
    a. Determine los valores de todos los resistores.
    b. Calcule las corrientes a través de R_1, R_2 y R_4.
    c. Encuentre las corrientes I_1 e I_2.
    d. Encuentre la potencia disipada por los resistores R_2, R_3 y R_4.

MULTISIM

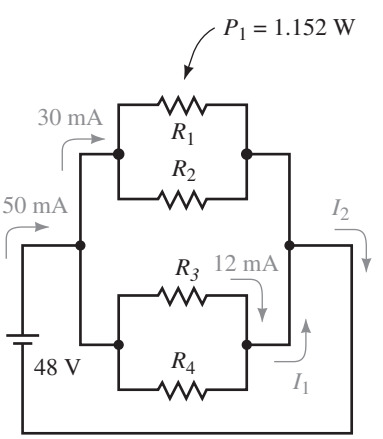


FIGURA 6-83

42. Un circuito está compuesto por cuatro resistores conectados en paralelo y a una fuente de 20 V, como se muestra en la figura 6-84. Determine la mínima especificación de potencia de cada resistor, si están disponibles con las siguientes especificaciones de potencia: ⅛ W, ¼ W, ½ W, 1 W, y 2 W.

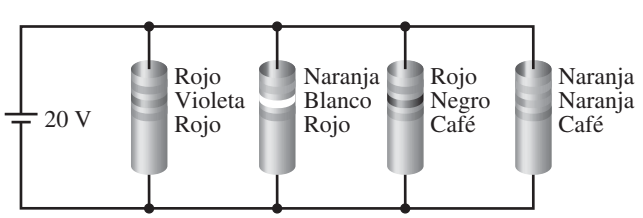


FIGURA 6-84

43. Para el circuito de la figura 6-85 determine cada una de las corrientes indicadas. Si el circuito tiene un fusible de 15 A, como se muestra, ¿la corriente es suficiente para hacer que el fusible se abra?

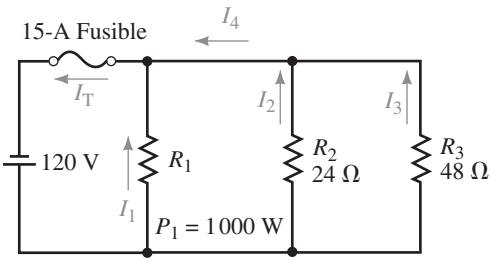


FIGURA 6-85

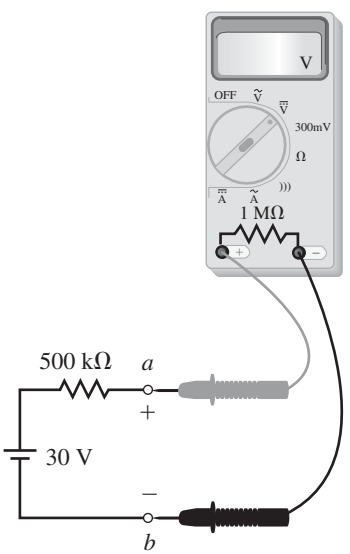


FIGURA 6-86

MULTISIM

44. a. Para el circuito de la figura 6-85, calcule el valor de R_3 que dará como resultado una corriente en el circuito de exactamente $I_T = 15$ A.
    b. Si el valor de R_3 se incrementa por arriba del valor que se encontró en el inciso a. ¿qué pasará con la corriente del circuito, I_T?

6-7 Efectos de carga en el voltímetro

45. Un voltímetro con una resistencia interna de 1 MΩ se usa para medir el voltaje que se indica en el circuito de la figura 6-86.
    a. Determine la lectura de voltaje que indicará el medidor.
    b. Calcule el efecto de carga del voltímetro cuando se usa para medir el voltaje indicado.
46. Repita el problema 45 si el resistor de 500 kΩ de la figura 6-86 se reemplaza con uno de 2 MΩ.
47. Un voltímetro analógico barato se usa para medir el voltaje en las terminales *a* y *b* en el circuito de la figura 6-87. Si el voltímetro indica que el voltaje $V_{ab} = 1.2$ V, ¿cuál es el voltaje real de la fuente si la resistencia del medidor es de 50 kΩ?
48. ¿Cuál será la lectura si se utiliza un medidor digital con una resistencia interna de 10 MΩ en lugar del medidor analógico del problema 47?

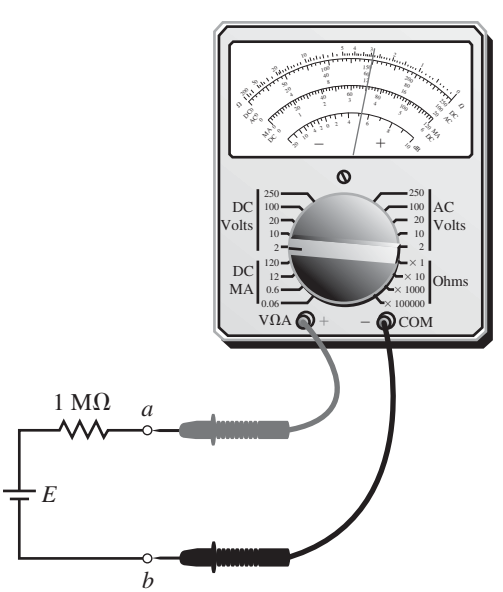


FIGURA 6-87

6-8 Análisis por computadora

49. Utilice Multisim para encontrar la corriente a través de cada resistor en el circuito de la figura 6-79. MULTISIM
50. Utilice Multisim para encontrar la corriente a través de cada resistor en el circuito de la figura 6-80. MULTISIM
51. Utilice Multisim para simular un voltímetro con una resistencia interna de 1 MΩ, como se muestra en la figura 6-86. MULTISIM
52. Use Multisim para simular un voltímetro con una resistencia interna de 500 kΩ, como se muestra en la figura 6-86. MULTISIM
53. Utilice PSpice para encontrar la corriente a través de cada resistor en el circuito de la figura 6-79. PSpice
54. Utilice PSpice para encontrar la corriente a través de cada resistor en el circuito de la figura 6-80. PSpice

✓ RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 1

a. $I = 2.00$ A

b. $I_1 = I_2 = I_3 = 0.267$ A, $I_4 = 1.200$ A

c. $3(0.267\text{ A}) + 1.200\text{ A} = 2.00\text{ A}$ (como se requiere)

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 2

a. $I_{1\Omega} = 30.0$ A, $I_{3\Omega} = 10.0$ A, $I_{4\Omega} = 7.50$ A

b. $I_T = 53.5$ A

c. $R_T = 0.561\ \Omega$. (Las corrientes son las mismas que se determinaron en la parte a.)

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 3

El voltímetro con la resistencia interna más pequeña cargaría más al circuito, ya que una mayor cantidad de corriente del circuito entraría en el instrumento.

■ TERMINOS CLAVE

Circuito puente
Circuitos con potenciómetro
Conexión en serie-paralelo
Corrientes de rama
Diodo zener
Efecto de carga
Polarización del transistor
Polarización universal
Ramas en paralelo
Regulación de voltaje

■ PLAN GENERAL

La red en serie-paralelo
Análisis de circuitos en serie-paralelo
Aplicaciones de los circuitos en serie-paralelo
Potenciómetros
Efectos de carga de los instrumentos
Análisis de circuitos por computadora

■ OBJETIVOS

Después de estudiar este capítulo será capaz de

- encontrar la resistencia total de una red que consiste de resistores conectados en varias configuraciones serie-paralelo,
- determinar la corriente a través de cualquier rama o componente de un circuito serie-paralelo,
- determinar la diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera en un circuito serie-paralelo,
- calcular la caída de voltaje en un resistor conectado a un potenciómetro,
- analizar de qué manera el valor de un resistor de carga conectado a un potenciómetro afecta el voltaje de salida,
- calcular los efectos de carga de un voltímetro o un amperímetro cuando se usan para medir el voltaje o la corriente en algún circuito,
- usar PSpice para conocer los voltajes y corrientes en los circuitos en serie-paralelo,
- utilizar Multisim para conocer los voltajes y corrientes en los circuitos en serie-paralelo.

Circuitos en serie-paralelo

7

RESUMEN DEL CAPÍTULO

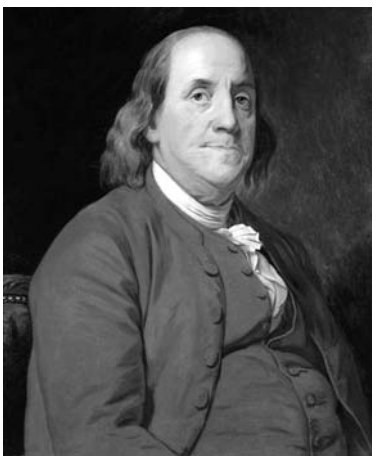
La mayoría de los circuitos que se encuentran en la electrónica no son en serie ni en paralelo simples, son una combinación de los dos. Aunque los circuitos en serie-paralelo parecen ser más complicados que los tipos de circuitos que se han analizado hasta este momento, se encontrará que se rigen por los mismos principios.

Este capítulo explica las formas en que las leyes de voltaje y corriente de Kirchhoff se aplican al análisis de los circuitos en serie-paralelo. Se observará también que los divisores de corriente y voltaje se emplean en los circuitos más complejos. Los circuitos en serie-paralelo a menudo se simplifican para permitir ver con más claridad cómo se aplican las reglas y las leyes en su análisis. Se alienta a los estudiantes a volver a dibujar los circuitos siempre que la solución a un problema aparente no ser inmediata. Incluso los ingenieros, técnicos y tecnólogos más experimentados usan esta técnica.

El capítulo inicia con el análisis de circuitos simples con resistores. Los principios de análisis se aplican a circuitos más prácticos, como aquellos que contienen diodos zener y transistores. Después los mismos principios se aplican para determinar los efectos de carga de voltímetros y amperímetros en circuitos más complejos.

Después de analizar un circuito complejo querrá saber si las soluciones son correctas. Como ya se ha visto, los circuitos eléctricos se pueden estudiar en más de una forma para llegar a la solución. Una vez que se han encontrado las corrientes y los voltajes para un circuito, es muy fácil determinar si la solución resultante comprueba la ley de la conservación de la energía y las leyes de corriente y voltaje de Kirchhoff. Si hay alguna discrepancia (aparte de un error de redondeo), ¡existe un error en los cálculos! ■

PERSPECTIVA HISTÓRICA



Benjamin Franklin

BENJAMIN FRANKLIN NACIÓ EN BOSTON, Massachusetts en 1706. Aunque es mejor conocido como un gran estadista y diplomático, también hizo avanzar la causa de la ciencia con sus experimentos en electricidad. Entre ellos se incluye en particular su trabajo con la botella Leyden, que se usó para almacenar carga eléctrica. En su famoso experimento de 1752, utilizó una cometa para demostrar que los rayos son fenómenos eléctricos. Fue Franklin quien postuló que la electricidad positiva y la negativa son, de hecho, un solo "fluido".

Aunque el mayor logro de Franklin fue resultado de su trabajo para conseguir la independencia de las Trece Colonias, también fue un científico notable.

Murió en su casa de Filadelfia el 12 de febrero de 1790, a la edad de ochenta y cuatro años. ■

7-1 La red en serie-paralelo

En circuitos eléctricos, una **rama** se define como cualquier porción de un circuito que puede simplificarse para que tenga dos terminales. Los componentes entre las dos terminales pueden ser cualquier combinación de resistores, fuentes de voltaje u otros elementos. Muchos circuitos complejos pueden separarse en una combinación de elementos tanto en serie como en paralelo, mientras que otros circuitos consisten en combinaciones aún más elaboradas que no están ni en serie ni en paralelo.

Con el fin de analizar un circuito complicado, es importante ser capaz de reconocer qué elementos o ramas están en serie o en paralelo. Considere la red de resistores que se muestra en la figura 7-1.

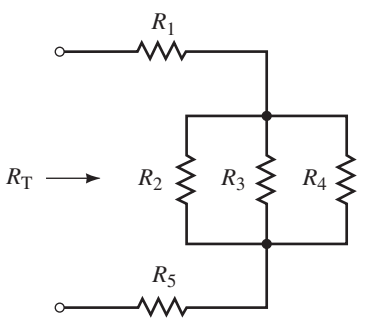


FIGURA 7-1

De inmediato se reconoce que los resistores R_2, R_3 y R_4 están en paralelo. Esta combinación en paralelo está en serie con los resistores R_1 y R_5. La resistencia total puede determinarse como sigue:

$$R_T = R_1 + (R_2 \| R_3 \| R_4) + R_5$$

EJEMPLO 7-1

Para la red de la figura 7-2, determine cuáles resistores y ramas están en serie y cuáles en paralelo. Escriba una expresión para la resistencia equivalente R_T.

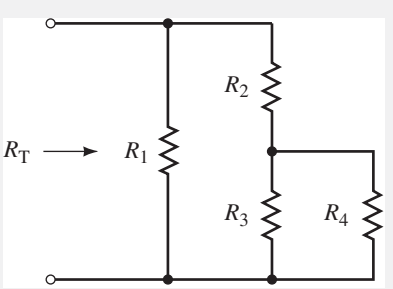


FIGURA 7-2

Solución Primero se reconoce que las resistencias R_3 y R_4 están en paralelo: $(R_3 \| R_4)$.

A continuación se ve que esta combinación está en serie con el resistor R_2: $[R_2 + R_3 \| R_4]$.

Finalmente, la combinación completa está en paralelo con el resistor R_1. La resistencia total del circuito puede escribirse ahora como sigue:

$$R_T = R_1 \| [R_2 + (R_3 \| R_4)]$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 1

Para la red de la figura 7-3, determine cuáles resistores y ramas están en serie y cuáles en paralelo. Escriba una expresión para la resistencia equivalente R_T.

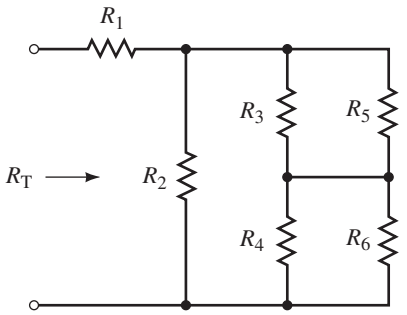


FIGURA 7-3

Respuesta
$R_T = R_1 + R_2 \parallel [(R_3 \parallel R_5) + (R_4 \parallel R_6)]$

7-2 Análisis de circuitos en serie-paralelo

Las redes en serie-paralelo con frecuencia son difíciles de analizar ya que al principio parecen confusas. Sin embargo, el análisis de los circuitos aún más complejos se simplifica al seguir algunos pasos básicos. Con la práctica (no la memorización) de la técnica que se describe en esta sección, se encontrará que la mayoría de los circuitos se pueden reducir mediante la agrupación de combinaciones en serie y en paralelo. Al estudiar dichos circuitos es importante recordar que se siguen aplicando las reglas para el análisis de elementos en serie y en paralelo.

La misma corriente circula a través de todos los elementos en serie.
El mismo voltaje está presente en todos los elementos en paralelo.

Además, recuerde que las leyes de voltaje y de corriente de Kirchhoff se aplican para todos los circuitos sin importar si están en serie, en paralelo o en serie-paralelo. Los siguientes pasos ayudarán a simplificar el análisis de estos últimos circuitos:

1. Siempre que sea necesario, vuelva a dibujar los circuitos complicados con la fuente conectada en el lado izquierdo. Todos los nodos deben estar marcados para asegurar que el nuevo circuito es equivalente al original. Encontrará que conforme tenga más experiencia en el análisis de circuitos, este paso ya no será tan importante y puede ser omitido.
2. Examine el circuito para determinar la estrategia con la que se trabajará mejor el análisis del circuito para hallar las cantidades requeridas. Por lo general encontrará mejor iniciar el análisis en los componentes más alejados de la fuente.
3. Siempre que sea posible, simplifique las combinaciones de componentes que se reconocen de manera inmediata, vuelva a dibujar el circuito resultante tantas veces como sea necesario. Mantenga las mismas marcas en los nodos correspondientes.
4. Determine la resistencia equivalente del circuito R_T.
5. Encuentre la corriente total de circuito. Indique las direcciones de todas las corrientes y marque las polaridades correctas de las caídas de voltaje en todos los componentes.
6. Calcule cómo se dividen las corrientes y los voltajes entre los elementos del circuito.
7. Ya que por lo general hay varias formas posibles de llegar a las soluciones, verifique las respuestas mediante una técnica diferente. El tiempo adicional que requiere este paso por lo general asegura que la respuesta correcta se ha encontrado.

NOTAS . . .

Electrónica en el futuro

Para mayor información o para usar su computadora con el fin de explorar de manera interactiva las ideas presentadas, vea el CD incluido con este libro. Haga clic en el Botón 1 (Button 1), *Electronics into the Future* y seleccione el módulo Circuitos en serie-paralelo (*Series-Parallel Circuits*).

EJEMPLO 7-2

Considere el circuito de la figura 7-4.

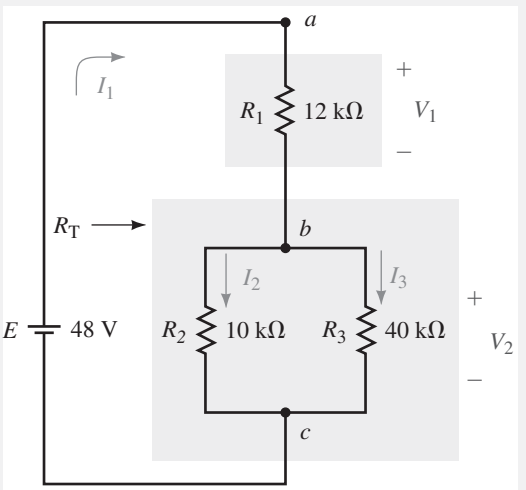


FIGURA 7-4

a. Determine R_T.
b. Calcule I_1, I_2 e I_3.
c. Determine los voltajes V_1 y V_2.

Solución Al examinar el circuito de la figura 7-4 se observa que los resistores R_2 y R_3 están en paralelo y la combinación de ellos está en serie con el resistor R_1.

La combinación de resistores puede representarse mediante una simple red en serie en la figura 7-5. Observe que los nodos han sido marcados con la misma notación.

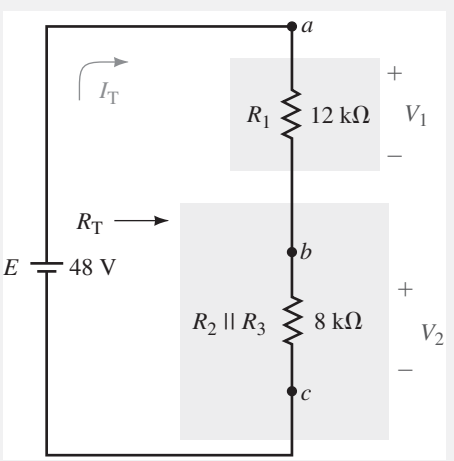


FIGURA 7-5

a. La resistencia total del circuito puede determinarse a partir de la combinación

$$R_T = R_1 + R_2 \| R_3$$

$$R_T = 12\ \text{k}\Omega + \frac{(10\ \text{k}\Omega)(40\ \text{k}\Omega)}{10\ \text{k}\Omega + 40\ \text{k}\Omega}$$

$$= 12\ \text{k}\Omega + 8\ \text{k}\Omega = 20\ \text{k}\Omega$$

b. A partir de la ley de Ohm, la corriente total es

$$I_T = I_1 = \frac{48\text{ V}}{20\text{ k}\Omega} = 2.4\text{ mA}$$

La corriente I_1 entra en el nodo b y entonces se divide entre los dos resistores R_2 y R_3. Este divisor de corriente puede simplificarse como se muestra en el circuito parcial de la figura 7-6. Al aplicar la regla del divisor de corriente a los dos resistores se obtiene

$$I_2 = \frac{(40\text{ k}\Omega)(2.4\text{ mA})}{10\text{ k}\Omega + 40\text{ k}\Omega} = 1.92\text{ mA}$$

$$I_3 = \frac{(10\text{ k}\Omega)(2.4\text{ mA})}{10\text{ k}\Omega + 40\text{ k}\Omega} = 0.48\text{ A}$$

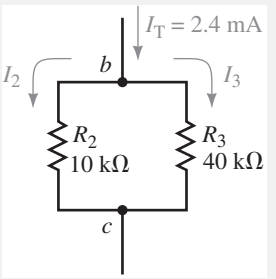


FIGURA 7-6

c. Al usar las corrientes anteriores y la ley de Ohm se determinan los voltajes:

$$V_1 = (2.4\text{ mA})(12\text{ k}\Omega) = 28.8\text{ V}$$
$$V_3 = (0.48\text{ mA})(40\text{ k}\Omega) = 19.2\text{ V} = V_2$$

Para verificar las respuestas simplemente se aplica la ley de voltaje de Kirchhoff alrededor de cualquier lazo cerrado que incluya la fuente de voltaje:

$$\sum V = E - V_1 - V_3$$
$$= 48\text{ V} - 28.8\text{ V} - 19.2\text{ V}$$
$$= 0\text{ V (coincide!)}$$

La solución se comprueba asegurando que la potencia suministrada por la fuente de voltaje sea igual a la suma de potencias disipadas en los resistores.

Use los resultados del ejemplo 7-2 para verificar que la ley de la conservación de energía se cumple en el circuito de la figura 7-4, para demostrar que la fuente de voltaje suministra la misma potencia que la potencia total disipada por todos los resistores.

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 1

(Las respuestas están al final del capítulo)

EJEMPLO 7-3

Determine el voltaje V_{ab} para el circuito de la figura 7-7.

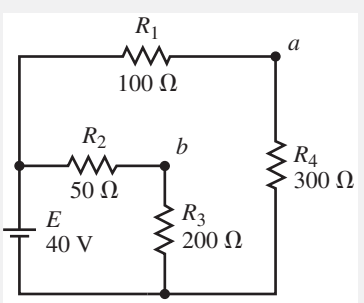


FIGURA 7-7

Solución: Se inicia volviendo a dibujar el circuito en una representación más simple, como se muestra en la figura 7-8, a partir de la cual se observa que el circuito original consiste de dos ramas en paralelo, cada una con una combinación de dos resistores en serie.

Si toma un momento para examinar el circuito, observará que el voltaje V_{ab} puede determinarse a partir de la combinación de voltajes en R_1 y R_2. De otra manera, el voltaje puede encontrarse a partir de la combinación de voltajes en R_3 y R_4.

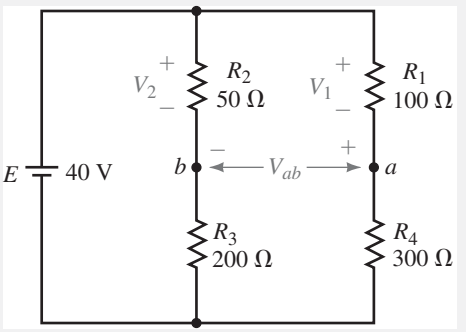


FIGURA 7-8

Como es común, son posibles varios métodos de análisis. Ya que las dos ramas están en paralelo, el voltaje en cada rama debe ser 40 V. El uso de la regla del divisor de voltaje permite calcular con rapidez el voltaje en cada resistor. Otros métodos para calcular los voltajes serían también correctos, pero más largos.

$$V_2 = \frac{R_2}{R_2 + R_3}E$$
$$= \left(\frac{50\ \Omega}{50\ \Omega + 200\ \Omega}\right)(40\ \text{V}) = 8.0\ \text{V}$$

$$V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_4}E$$
$$= \left(\frac{100\ \Omega}{100\ \Omega + 300\ \Omega}\right)(40\ \text{V}) = 10.0\ \text{V}$$

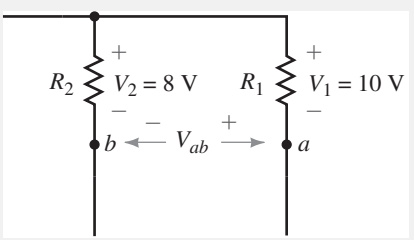


FIGURA 7-9

Como se muestra en la figura 7-9, se aplica la ley de voltaje de Kirchhoff para determinar el voltaje entre las terminales *a* y *b*.

$$V_{ab} = -10.0\ \text{V} + 8.0\ \text{V} = -2.0\ \text{V}$$

EJEMPLO 7-4

Considere el circuito de la figura 7-10:

a. Encuentre la resistencia total R_T "vista" por la fuente *E*.
b. Calcule I_T, I_1 e I_2.
c. Determine los voltajes V_2 y V_4.

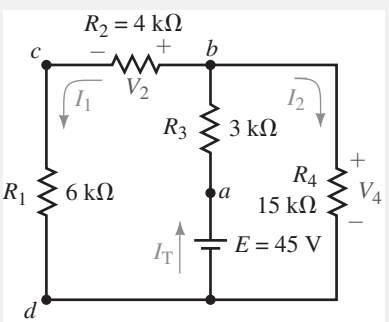


FIGURA 7-10

MULTISIM

Solución Se empieza el análisis redibujando el circuito. Ya que por lo general conviene ver la fuente en el lado izquierdo, una forma de volver a dibujar el circuito es la que se muestra en la figura 7-11. Observe que aparecen las polaridades de los voltajes en todos los resistores.

a. A partir del circuito redibujado, la resistencia total es

$$R_T = R_3 + [(R_1 + R_2) \| R_4]$$
$$= 3\ \text{k}\Omega + \frac{(4\ \text{k}\Omega + 6\ \text{k}\Omega)(15\ \text{k}\Omega)}{(4\ \text{k}\Omega + 6\ \text{k}\Omega) + 15\ \text{k}\Omega}$$
$$= 3\ \text{k}\Omega + 6\ \text{k}\Omega = 9.00\ \text{k}\Omega$$

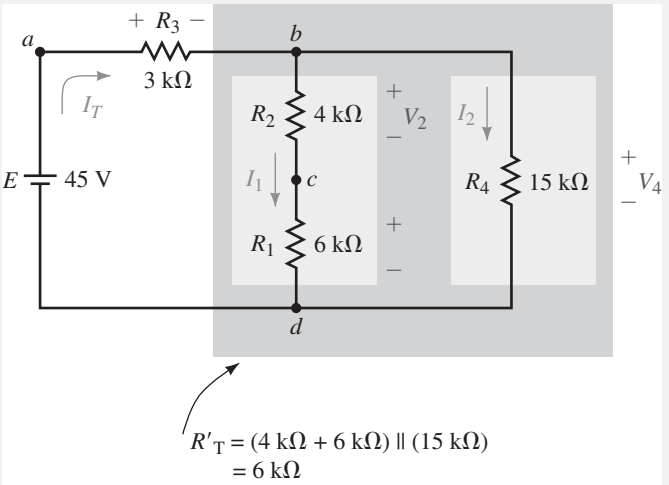


FIGURA 7-11

b. La corriente suministrada por la fuente de voltaje es

$$I_T = \frac{E}{R_T} = \frac{45\text{ V}}{9\text{ k}\Omega} = 5.00\text{ mA}$$

Se observa que la corriente de suministro se divide entre las ramas en paralelo como se muestra en la figura 7-12.

Al aplicar la regla del divisor de corriente se calculan las corrientes de las ramas como

$$I_1 = I_T\frac{R'_T}{(R_1 + R_2)} = \frac{(5\text{ mA})(6\text{ k}\Omega)}{4\text{ k}\Omega + 6\text{ k}\Omega} = 3.00\text{ mA}$$

$$I_2 = I_T\frac{R'_T}{R_4} = \frac{(5\text{ mA})(6\text{ k}\Omega)}{15\text{ k}\Omega} = 2.00\text{ mA}$$

Nota: cuando se determinan las corrientes de rama, la resistencia R'_T se usa en los cálculos en lugar de la resistencia total del circuito. Esto se debe a que la corriente $I_T = 5$ mA se divide entre las dos ramas de R'_T y esta derivación no es afectada por el valor de R_3.

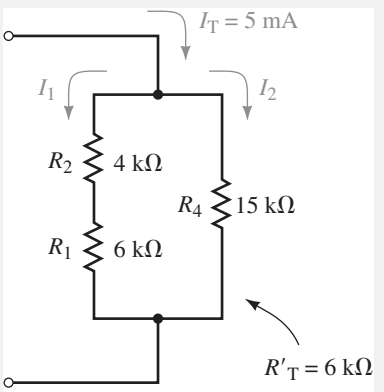


FIGURA 7-12

c. Los voltajes V_2 y V_4 se calculan ahora con facilidad mediante la ley de Ohm:

$$V_2 = I_1R_2 = (3\text{ mA})(4\text{ k}\Omega) = 12.0\text{ V}$$
$$V_4 = I_2R_4 = (2\text{ mA})(15\text{ k}\Omega) = 30.0\text{ V}$$

EJEMPLO 7-5

Para el circuito de la figura 7-13 determine las corrientes y voltajes que se indican.

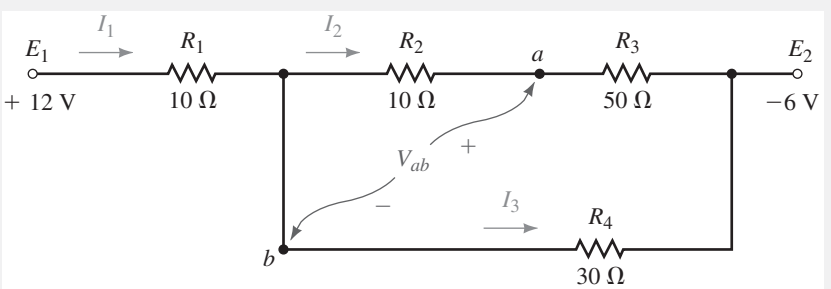


FIGURA 7-13

MULTISIM

Solución Debido a que el circuito anterior contiene fuentes de voltaje puntuales, es más fácil analizarlo si se vuelve a dibujar para ver mejor su operación.

Las fuentes puntuales son voltajes con respecto a tierra, de manera que se empezará por dibujar un circuito con el punto de referencia, como se muestra en la figura 7-14.

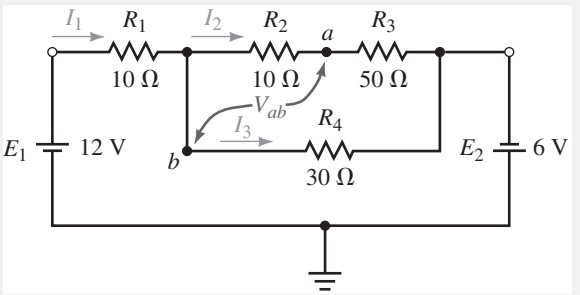


FIGURA 7-14

Ahora, se observa que el circuito puede simplificarse todavía más al combinar las fuentes de voltaje ($E = E_1 + E_2$) y colocar los resistores en una ubicación más accesible. El circuito simplificado se muestra en la figura 7-15.

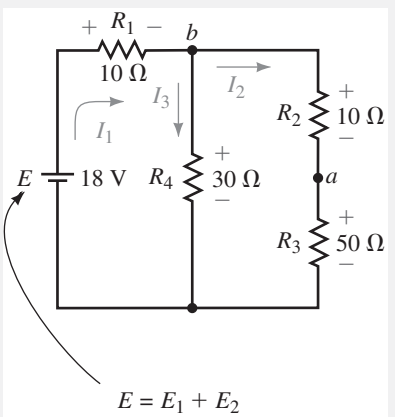


FIGURA 7-15

La resistencia total "vista" por la fuente de voltaje equivalente es

$$R_T = R_1 + [R_4 \| (R_2 + R_3)]$$
$$= 10\ \Omega + \frac{(30\ \Omega)(10\ \Omega + 50\ \Omega)}{30\ \Omega + (10\ \Omega + 50\ \Omega)} = 30.0\ \Omega$$

Así, la corriente total proporcionada al circuito es

$$I_1 = \frac{E}{R_T} = \frac{18\ \text{V}}{30\ \Omega} = 0.600\ \text{A}$$

En el nodo *b* esta corriente se divide entre las dos ramas como sigue:

$$I_3 = \frac{(R_2 + R_3)I_1}{R_4 + R_2 + R_3} = \frac{(60\ \Omega)(0.600\ \text{A})}{30\ \Omega + 10\ \Omega + 50\ \Omega} = 0.400\ \text{A}$$

$$I_2 = \frac{R_4 I_1}{R_4 + R_2 + R_3} = \frac{(30\ \Omega)(0.600\ \text{A})}{30\ \Omega + 10\ \Omega + 50\ \Omega} = 0.200\ \text{A}$$

El voltaje V_{ab} tiene la misma magnitud que el voltaje en el resistor R_2, pero con una polaridad negativa (ya que *b* está a un potencial mayor que *a*):

$$V_{ab} = -I_2 R_2 = -(0.200\ \text{A})(10\ \Omega) = -2.0\ \text{V}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 2

Considere el circuito de la figura 7-16:

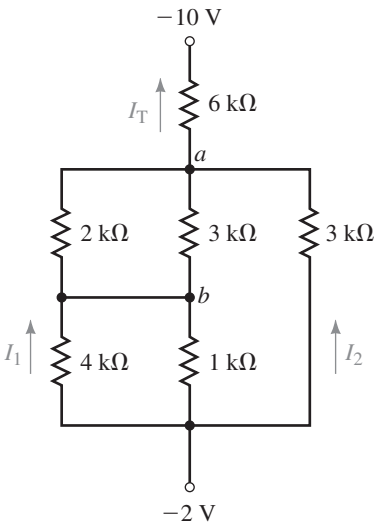


FIGURA 7-16

a. Encuentre la resistencia total del circuito, R_T.
b. Determine la corriente I_T a través de las fuentes de voltaje.
c. Determine las corrientes I_1 e I_2.
d. Calcule el voltaje V_{ab}.

Respuestas
a. $R_T = 7.20\ \text{k}\Omega$; b. $I_T = 1.11\ \text{mA}$; c. $I_1 = 0.133\ \text{mA}$, $I_2 = 0.444\ \text{mA}$;
d. $V_{ab} = -0.800\ \text{V}$

7-3 Aplicaciones de los circuitos en serie-paralelo

Ahora se examinará cómo se aplican los métodos desarrollados en las primeras dos secciones de este capítulo cuando se analizan los circuitos prácticos. Puede encontrar que algunos de los circuitos son dispositivos no familiares. Por ahora no necesita conocer con precisión de qué manera operan, simplemente tenga en cuenta que los voltajes y corrientes siguen las mismas reglas y leyes que se han usado hasta ahora.

EJEMPLO 7-6

El circuito de la figura 7-17 se conoce como un **circuito puente** y se usa ampliamente en instrumentos electrónicos y científicos.

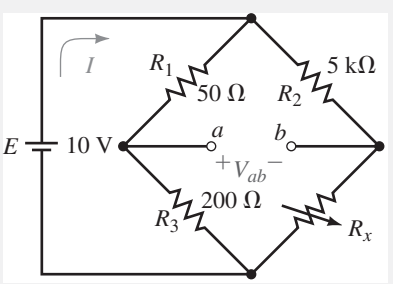


FIGURA 7-17

Calcule la corriente I y el voltaje V_{ab} cuando

a. $R_x = 0\ \Omega$ (cortocircuito)
b. $R_x = 15\ \text{k}\Omega$
c. $R_x = \infty$ (circuito abierto)

Solución

a. $R_x = 0\ \Omega$:

El circuito se vuelve a dibujar como se muestra en la figura 7-18.

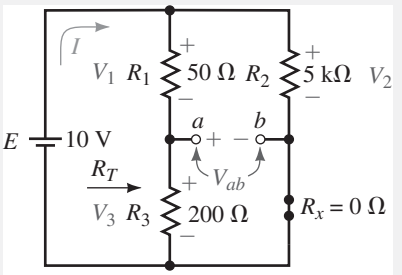


FIGURA 7-18

La fuente de voltaje "ve" una resistencia total de

$$R_T = (R_1 + R_3) \| R_2 = 250\ \Omega \| 5\,000\ \Omega = 238\ \Omega$$

lo que resulta en una corriente de la fuente de

$$I = \frac{10\ \text{V}}{238\ \Omega} = 0.042\ \text{A} = 42.2\ \text{mA}$$

El voltaje V_{ab} se determina al definir el voltaje en R_1 y R_2.

El voltaje en R_1 será constante sin importar el valor del resistor variable R_x. Por lo tanto

$$V_1 = \left(\frac{50\ \Omega}{50\ \Omega + 200\ \Omega}\right)(10\ \text{V}) = 2.00\ \text{V}$$

Ahora, ya que el resistor variable es un cortocircuito, el voltaje de la fuente aparece en el resistor R_2, lo que da

$$V_2 = 10.0\ \text{V}$$

De modo que

$$V_{ab} = -V_1 + V_2 = -2.00\ \text{V} + 10.0\ \text{V} = +8.00\ \text{V}$$

b. $R_x = 15\ \text{k}\Omega$:

El circuito se vuelve a dibujar en la figura 7-19.

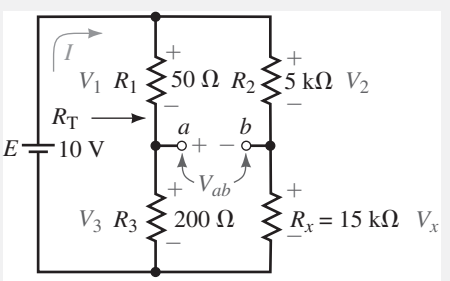


FIGURA 7-19

La fuente de voltaje "ve" una resistencia del circuito de

$$R_T = (R_1 + R_3) \| (R_2 + R_x)$$
$$= 250\ \Omega \| 20\ \text{k}\Omega = 247\ \Omega$$

la cual resulta en una corriente de la fuente de

$$I = \frac{10\text{ V}}{247\ \Omega} = 0.0405\text{ A} = 40.5\text{ mA}$$

Los voltajes en R_1 y R_2 son

$$V_1 = 2.00\text{ V} \quad \text{(como antes)}$$
$$V_2 = \frac{R_2}{R_2 + R_x}E$$
$$= \left(\frac{5\text{ k}\Omega}{5\text{ k}\Omega + 15\text{ k}\Omega}\right)(10\text{ V}) = 2.50\text{ V}$$

Ahora, el voltaje entre las terminales a y b se encuentra como sigue

$$V_{ab} = -V_1 + V_2$$
$$= -2.0\text{ V} + 2.5\text{ V} = +0.500\text{ V}$$

c. $R_x = \infty$:
El circuito se vuelve a dibujar en la figura 7-20. Ya que la segunda rama es un circuito abierto debido al resistor R_x, la resistencia total "vista" por la fuente es

$$R_\text{T} = R_1 + R_3 = 250\ \Omega$$

que resulta en una corriente de la fuente de

$$I = \frac{10\text{ V}}{250\ \Omega} = 0.040\text{ A} = 40.0\text{ mA}$$

Los voltajes en R_1 y R_2 son

$$V_1 = 2.00\text{ V} \quad \text{(como antes)}$$
$$V_2 = 0\text{ V} \quad \text{(ya que la rama está abierta)}$$

Y así el voltaje resultante entre las terminales a y b es

$$V_{ab} = -V_1 + V_2$$
$$= -2.0\text{ V} + 0\text{ V} = -2.00\text{ V}$$

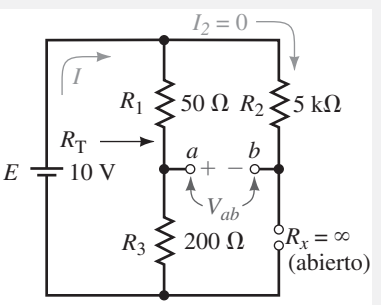


FIGURA 7-20

El ejemplo anterior ilustra cómo se ven afectados los voltajes y las corrientes en un circuito por los cambios en alguna parte del circuito. Se vio que el voltaje V_{ab} varía de -2 V a $+8$ V, mientras que la corriente total del circuito varió desde un mínimo de 40 mA a un máximo de 42 mA. Estos cambios ocurrieron cuando el resistor R_x varió de 0 Ω a ∞.

Un **transistor** es un dispositivo que se usa para amplificar pequeñas señales. Sin embargo, para que el transistor opere como un amplificador, se deben cumplir ciertas condiciones de cd que fijan el "punto de polarización" del transistor. La corriente de polarización de un circuito de transistor se determina mediante una fuente de voltaje de cd y varios resistores. Aunque la operación del transistor se sale del tema de este capítulo, se puede analizar el circuito de polarización de un transistor mediante la teoría elemental de circuitos.

EJEMPLO 7-7

Use las condiciones dadas para determinar I_C, I_E y V_B para el circuito de transistor de la figura 7-21.

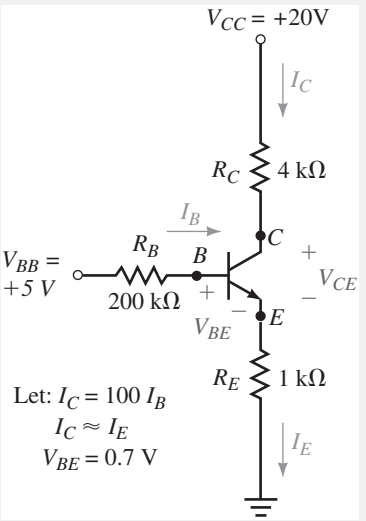


FIGURA 7-21

Solución Para simplificar la red, el circuito de la figura 7-21 se separa en dos circuitos; uno que contiene el voltaje conocido V_{BE} y otro que contiene el voltaje desconocido V_{CE}.

Ya que siempre se inicia con la información dada, se vuelve a dibujar el circuito que contiene el voltaje conocido V_{BE} como se ilustra en la figura 7-22.

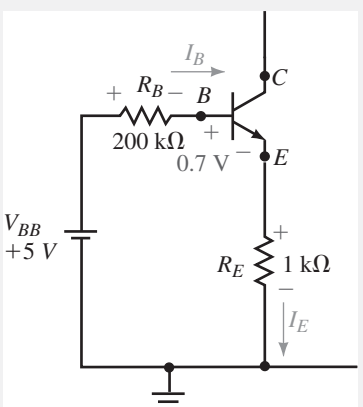


FIGURA 7-22

Aunque el circuito de la figura 7-22 parece al inicio ser un circuito en serie, se observa que este no es el caso, ya que $I_E \cong I_C = 100I_B$. Se sabe que la corriente en cualquier parte de un circuito en serie debe ser la misma. Sin embargo, la ley de voltajes de Kirchhoff todavía se aplica alrededor del lazo cerrado, lo que da como resultado lo siguiente:

$$V_{BB} = R_B I_B + V_{BE} + R_E I_E$$

La expresión anterior contiene dos incógnitas, I_B e I_E (V_{BE} ya se conoce). A partir de la información proporcionada se tiene la corriente $I_E \cong 100I_B$, la cual permite plantear

$$V_{BB} = R_B I_B + V_{BE} + R_E(100I_B)$$

Al resolver para hallar la corriente desconocida I_B, se tiene

$$5.0\ \text{V} = (200\ \text{k}\Omega)I_B + 0.7\ \text{V} + (1\ \text{k}\Omega)(100I_B)$$

$$(300\ \text{k}\Omega)I_B = 5.0\ \text{V} - 0.7\ \text{V} = 4.3\ \text{V}$$

$$I_B = \frac{4.3\ \text{V}}{300\ \text{k}\Omega} = 14.3\ \mu\text{A}$$

La corriente $I_E \cong I_C = 100I_B = 1.43$ mA.

Como se mencionó antes, el circuito puede redibujarse como dos circuitos separados. El que contiene el voltaje desconocido V_{CE} se ilustra en la figura 7-23. Observe que el resistor R_E aparece en las figuras 7-22 y 7-23. Al aplicar la ley de voltajes de Kirchhoff alrededor del lazo cerrado de la figura 7-23, se tiene lo siguiente:

$$V_{R_C} + V_{CE} + V_{R_E} = V_{CC}$$

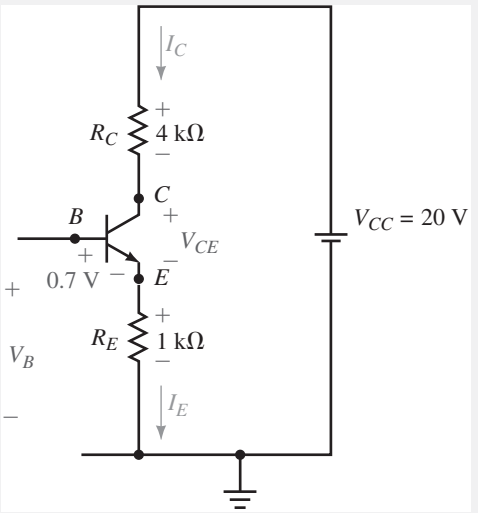


FIGURA 7-23

El voltaje V_{CE} se determina como sigue

$$\begin{aligned} V_{CE} &= V_{CC} - V_{R_C} - V_{R_E} \\ &= V_{CC} - R_C I_C - R_E I_E \\ &= 20.0\text{ V} - (4\text{ k}\Omega)(1.43\text{ mA}) - (1\text{ k}\Omega)(1.43\text{ mA}) \\ &= 20.0\text{ V} - 5.73\text{ V} - 1.43\text{ V} = 12.8\text{ V} \end{aligned}$$

Finalmente, al aplicar la ley de voltajes de Kirchhoff desde B hasta tierra, se tiene

$$\begin{aligned} V_B &= V_{BE} + V_{R_E} \\ &= 0.7\text{ V} + 1.43\text{ V} \\ &= 2.13\text{ V} \end{aligned}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 3

Use la información proporcionada para encontrar V_G, I_D y V_{DS} para el circuito de la figura 7-24.

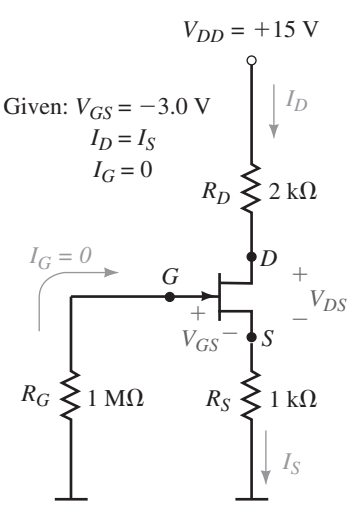


FIGURA 7-24

Respuestas
$V_G = 0$, $I_D = 3.00$ mA, $V_{DS} = 6.00$ V

El circuito de **polarización universal** es uno de los circuitos de transistor más comunes usados en amplificadores. Ahora se examinará como usar los principios del análisis de circuitos en este importante circuito.

EJEMPLO 7-8

Determine I_C y V_{CE} para el circuito de la figura 7-25.

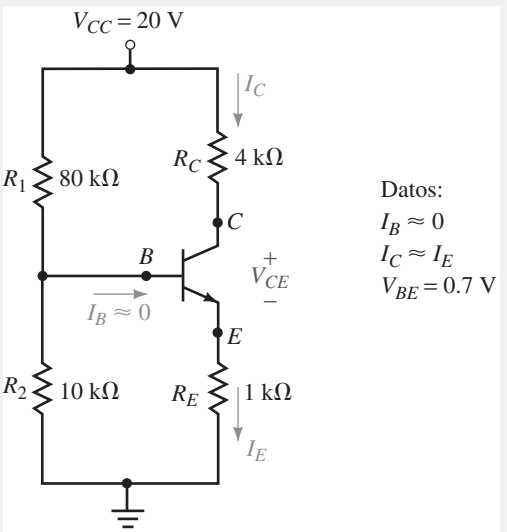


FIGURA 7-25

Solución Si se examina el circuito anterior, se ve que como $I_B \approx 0$, se supone que R_1 y R_2 están efectivamente en serie. Esta presunción sería incorrecta si la corriente I_B no fuera muy pequeña comparada con las corrientes a través de R_1 y R_2. Se usa la regla del divisor de voltaje para conocer el voltaje V_B. (Por esta razón, el circuito de polarización universal se conoce con frecuencia como **polarización de divisor de voltaje**.)

$$\begin{aligned} V_B &= \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{CC} \\ &= \left[\frac{10\ \text{k}\Omega}{80\ \text{k}\Omega + 10\ \text{k}\Omega}\right](20\ \text{V}) \\ &= 2.22\ \text{V} \end{aligned}$$

En seguida se usa el valor de V_B y la ley de voltaje de Kirchhoff para determinar el voltaje en R_E.

$$V_{RE} = 2.22\ \text{V} - 0.7\ \text{V} = 1.52\ \text{V}$$

Al aplicar la ley de Ohm se determina ahora la corriente I_E.

$$I_E = \frac{1.52\ \text{V}}{1\ \text{k}\Omega} = 1.52\ \text{mA} \cong I_C$$

Por último, al aplicar la ley de voltaje de Kirchhoff y la ley de Ohm, se determina V_{CE} como sigue:

$$\begin{aligned} V_{CC} &= V_{RC} + V_{CE} + V_{RE} \\ V_{CE} &= V_{CC} - V_{RC} - V_{RE} \\ &= 20\ \text{V} - (1.52\ \text{mA})(4\ \text{k}\Omega) - (1.52\ \text{mA})(1\ \text{k}\Omega) \\ &= 12.4\ \text{V} \end{aligned}$$

Un **diodo zener** es un dispositivo de dos terminales similar a un varistor (véase el capítulo 3). Cuando el voltaje en el diodo zener intenta ir por arriba del voltaje especificado para el dispositivo, el dispositivo proporciona una trayectoria de baja resistencia para la corriente extra. Debido a esta acción, un voltaje relativamente constante V_Z, se mantiene en el diodo zener. Esta característica se conoce como **regulación de voltaje** y tiene muchas aplicaciones en los circuitos eléctricos y electrónicos. Una vez más, aunque la teoría de operación del diodo zener esta fuera del alcance de este capítulo, es posible aplicar la teoría de circuitos para examinar cómo opera este circuito.

EJEMPLO 7-9

Para el circuito regulador de voltaje de la figura 7-26, calcule I_Z, I_1, I_2 y P_Z.

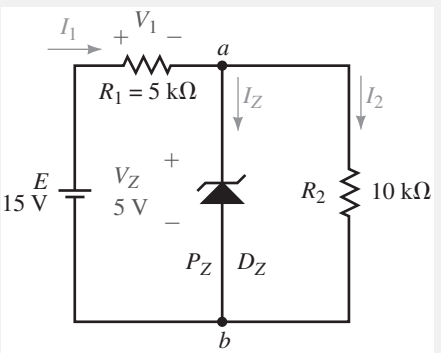


FIGURA 7-26

Solución Si se toma un momento para examinar el circuito, se observa que el diodo zener está colocado en paralelo con el resistor R_2. Esta combinación en paralelo está en serie con el resistor R_1 y la fuente de voltaje E.

Para que el diodo zener opere como regulador, el voltaje en el diodo tendría que ser superior al voltaje zener sin que el diodo esté presente. Al quitar el diodo zener, el circuito queda como se muestra en la figura 7-27.

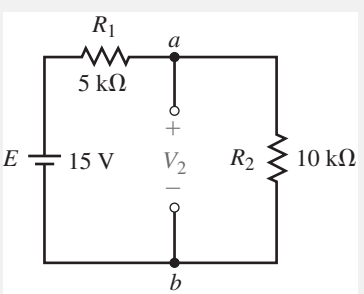


FIGURA 7-27

A partir de la figura 7-27 se determina el voltaje V_2 que estaría presente en el circuito sin el diodo zener. Ya que el circuito está en serie, se usa la regla del divisor de voltaje para determinar V_2:

$$V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2}E = \left(\frac{10\ \text{k}\Omega}{5\ \text{k}\Omega + 10\ \text{k}\Omega}\right)(15\ \text{V}) = 10.0\ \text{V}$$

Cuando el diodo zener se coloca en las terminales del resistor R_2, el dispositivo opera para limitar el voltaje a $V_Z = 5$ V.

Ya que el diodo zener opera como un regulador de voltaje, el voltaje tanto en el diodo como en el resistor R_2 debe ser el mismo, a saber, 5 V. La combinación

en paralelo de D_Z y R_2 está en serie con el resistor R_1, de manera que el voltaje en R_1 se determina con facilidad a partir de la ley de voltaje de Kirchhoff como

$$V_1 = E - V_Z = 15\text{ V} - 5\text{ V} = 10\text{ V}$$

Ahora, a partir de la ley de Ohm, las corrientes I_1 e I_2 se encuentran con facilidad como

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{5\text{ V}}{10\text{ k}\Omega} = 0.5\text{ mA}$$

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{10\text{ V}}{5\text{ k}\Omega} = 2.0\text{ mA}$$

Al aplicar la ley de corriente de Kirchhoff en el nodo a, se obtiene la corriente en el diodo zener como

$$I_Z = I_1 - I_2 = 2.0\text{ mA} - 0.5\text{ mA} = 1.5\text{ mA}$$

Por último, la potencia disipada por el diodo zener debe ser

$$P_Z = V_Z I_Z = (5\text{ V})(1.5\text{ mA}) = 7.5\text{ mW}$$

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 2

(Las respuestas están al final del capítulo)

Use los resultados del ejemplo 7-9 para demostrar que la potencia suministrada al circuito por la fuente de voltaje en la figura 7-26 es igual a la potencia total disipada por los resistores y el diodo zener.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 4

1. Determine I_1, I_Z e I_2 para el circuito de la figura 7-26 si el valor del resistor R_1 se incrementa a 10 kΩ.
2. Repita el problema 1 si el valor de R_1 se incrementa a 30 kΩ.

Respuestas

1. $I_1 = 1.00$ mA, $I_2 = 0.500$ mA, $I_Z = 0.500$ mA
2. $I_1 = I_2 = 0.375$ mA, $I_Z = 0$ mA. (El voltaje en el diodo zener no es suficiente para que el dispositivo opere.)

7-4 Potenciómetros

Como se mencionó en el capítulo 3, los resistores variables pueden usarse como potenciómetros, como se muestra en la figura 7-28, para controlar el voltaje en otro circuito.

El control de volumen en un receptor o amplificador es un ejemplo de un resistor variable usado como potenciómetro. Cuando la terminal movible está en la posición superior, el voltaje que aparece entre las terminales b y c se calcula en forma simple usando la regla del divisor de voltaje como

$$V_{bc} = \left(\frac{50\text{ k}\Omega}{50\text{ k}\Omega + 50\text{ k}\Omega}\right)(120\text{ V}) = 60\text{ V}$$

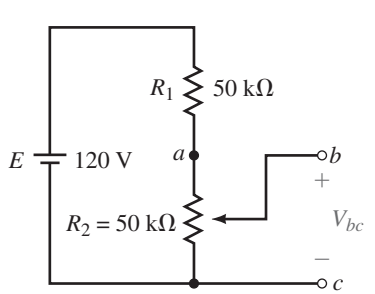


FIGURA 7-28

De manera alternativa, cuando la terminal movible está en la posición inferior, el voltaje entre las terminales b y c es $V_{bc} = 0$ V, ya que las dos terminales están en corto y el voltaje en un cortocircuito siempre es cero.

El circuito de la figura 7-28 representa un potenciómetro que tiene un voltaje de salida que se ajusta entre 0 y 60 V. Esta salida se conoce como **salida sin carga**, ya que no hay resistencia de carga conectada entre las terminales b y c. Si se conectara una resistencia de carga entre estas terminales, el voltaje de salida, llamado **voltaje con carga**, no sería el mismo. El siguiente ejemplo ilustra un circuito con carga.

EJEMPLO 7.10

Para el circuito de la figura 7-29 determine el intervalo de variación mínimo y máximo del voltaje V_{bc} del potenciómetro.

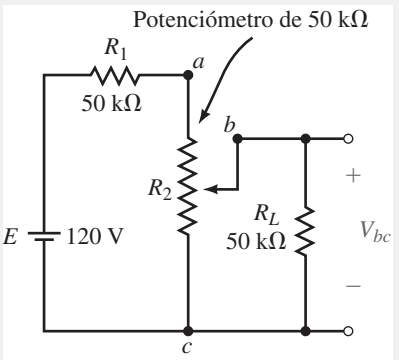


FIGURA 7-29

Solución El voltaje mínimo entre las terminales b y c ocurrirá cuando el contacto móvil esté en la posición inferior del resistor variable. En dicha posición el voltaje $V_{bc} = 0$ V, ya que las terminales están en corto.

El voltaje máximo V_{bc} ocurre cuando el contacto movible está en la posición superior del resistor variable. En tal posición el circuito se representa como en la figura 7-30, en la cual se observa que la resistencia R_2 está en paralelo con el resistor de carga R_L. El voltaje entre las terminales b y c se determina con facilidad a partir de la regla del divisor de voltaje como sigue:

$$V_{bc} = \frac{R_2 \| R_L}{(R_2 \| R_L) + R_1} E$$

$$= \left(\frac{25\ \text{k}\Omega}{25\ \text{k}\Omega + 50\ \text{k}\Omega} \right)(120\ \text{V}) = 40\ \text{V}$$

Se concluye que el voltaje en la salida del potenciómetro es ajustable de 0 V a 40 V para una resistencia de carga $R_L = 50$ kΩ.

Revisando, se puede ver que un potenciómetro descargado en el circuito de la figura 7-29 tendría un voltaje de salida de 0 V a 60 V.

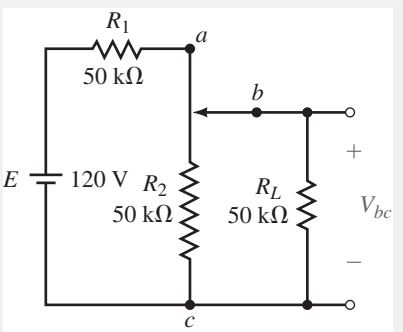


FIGURA 7-30

PROBLEMAS PRÁCTICOS 5

Véase el circuito de la figura 7-29.

a. Determine el intervalo del voltaje de salida del potenciómetro si el resistor de carga es $R_L = 5$ kΩ.

b. Repita a. si el resistor de carga es $R_L = 500$ kΩ.

c. ¿Qué puede concluir acerca del voltaje de salida de un potenciómetro cuando la resistencia de carga es mayor que la resistencia del potenciómetro?

Respuestas

a. 0 a 10 V

b. 0 a 57.1 V

c. Cuando R_L es mayor comparada con la resistencia del potenciómetro, el voltaje de salida se aproximará mejor al voltaje sin carga. (En este ejemplo, el voltaje sin carga es de 0 a 60 V.)

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 3

(Las respuestas están al final del capítulo)

Un potenciómetro de 20 kΩ se conecta en las terminales de una fuente de voltaje con un resistor de carga de 2 kΩ acoplado entre el contacto deslizante (la terminal central) y la terminal negativa de la fuente de voltaje.

a. ¿Qué porcentaje de la fuente de voltaje aparecerá en la carga cuando el contacto deslizante esté a un cuarto del trayecto desde la parte inferior?

b. ¿Qué porcentaje del voltaje de la fuente aparecerá en la carga cuando el contacto deslizante está a un medio y a tres cuartos del trayecto desde la parte inferior?

c. Repita los cálculos de a. y b. para un resistor de carga de 200 kΩ.

d. A partir de los resultados anteriores, ¿qué concluye acerca del efecto de colocar una carga grande en las terminales de un potenciómetro?

7-5 Efectos de carga de los instrumentos

En los capítulos 5 y 6 se examinó de qué manera los amperímetros y voltímetros afectan la operación de los circuitos en serie simples. El grado en el cual los circuitos se ven afectados se llama efecto de carga del instrumento. Recuerde que, para que un instrumento proporcione una indicación exacta de cómo opera un circuito, el efecto de carga idealmente debe ser cero. En la práctica es imposible que cualquier instrumento tenga un efecto de carga cero, ya que todos los instrumentos absorben alguna energía del circuito que se prueba, afectando, por tanto, su operación.

En esta sección se determinará cómo la carga del instrumento afecta más a los circuitos complejos.

EJEMPLO 7-11

Calcule los efectos de carga si un multímetro digital, que tiene una resistencia interna de 10 MΩ, se usa para medir V_1 y V_2 en el circuito de la figura 7-31.

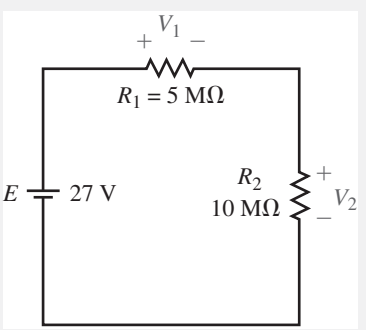


FIGURA 7-31

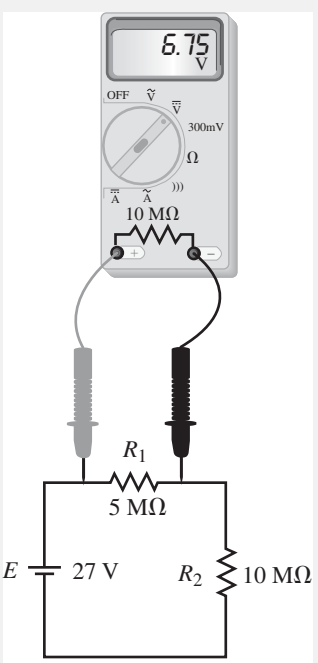


FIGURA 7-32

Solución Para determinar el efecto de carga de una lectura en particular, se necesita calcular tanto el voltaje con carga como sin carga.

Para el circuito de la figura 7-31, el voltaje sin carga en cada resistor es

$$V_1 = \left(\frac{5\ \text{M}\Omega}{5\ \text{M}\Omega + 10\ \text{M}\Omega}\right)(27\ \text{V}) = 9.0\ \text{V}$$

$$V_2 = \left(\frac{10\ \text{M}\Omega}{5\ \text{M}\Omega + 10\ \text{M}\Omega}\right)(27\ \text{V}) = 18.0\ \text{V}$$

Cuando el voltímetro se usa para medir V_1, el resultado equivale a conectar un resistor de 10 MΩ en las terminales de R_1, como se muestra en la figura 7-32.

El voltaje que aparece en la combinación en paralelo de R_1 y la resistencia del voltímetro se calcula como

$$V_1 = \left(\frac{5\ \text{M}\Omega \| 10\ \text{M}\Omega}{(5\ \text{M}\Omega \| 10\ \text{M}\Omega) + 10\ \text{M}\Omega}\right)(27\ \text{V})$$

$$= \left(\frac{3.33\ \text{M}\Omega}{13.3\ \text{M}\Omega}\right)(27\ \text{V})$$

$$= 6.75\ \text{V}$$

Observe que el voltaje medido es significativamente menor que el de 9 V que se esperaba medir.

Con el voltímetro conectado en R_2, el circuito aparece como se muestra en la figura 7-33.

El voltaje que aparece en la combinación en paralelo de R_2 y la resistencia del voltímetro se calcula como

$$V_2 = \left(\frac{10\ \text{M}\Omega \| 10\ \text{M}\Omega}{5\ \text{M}\Omega + (10\ \text{M}\Omega \| 10\ \text{M}\Omega)}\right)(27\ \text{V})$$

$$= \left(\frac{5.0\ \text{M}\Omega}{10.0\ \text{M}\Omega}\right)(27\ \text{V})$$

$$= 13.5\ \text{V}$$

De nuevo, se observa que el voltaje medido es algo menor que los 18 V que se esperaban medir.

Ahora, los efectos de carga se calculan como sigue.

Cuando se mide V_1:

$$\text{efecto de carga} = \frac{9.0\ \text{V} - 6.75\ \text{V}}{9.0\ \text{V}} \times 100\%$$

$$= 25\%$$

Cuando se mide V_2:

$$\text{efecto de carga} = \frac{18.0\ \text{V} - 13.5\ \text{V}}{18.0\ \text{V}} \times 100\%$$

$$= 25\%$$

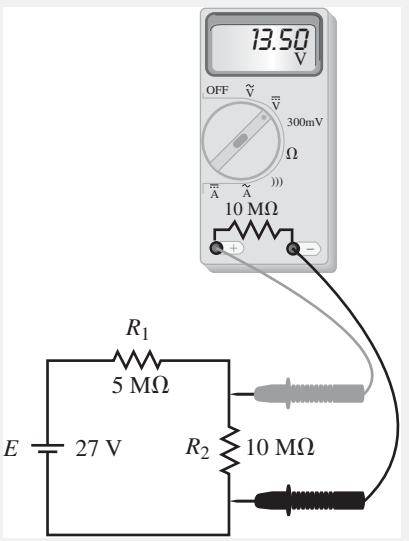


FIGURA 7-33

Este ejemplo ilustra claramente un problema que los novatos tienen con frecuencia cuando toman mediciones de voltaje en circuitos de alta resistencia. Si los voltajes medidos $V_1 = 6.75$ V y $V_2 = 13.50$ V se usan para verificar la ley de voltaje de Kirchhoff, el novato dirá que esto representa una contradicción de la ley 6.75 V + 13.50 V ≠ 27.0 V). De hecho, se observa que el circuito tiene un comportamiento totalmente predecible por la teoría de circuitos. El problema ocurre cuando no se consideran las limitaciones del instrumento.

NOTA PRÁCTICA. . .

Siempre que se use un instrumento para medir una cantidad, el operador debe considerar los efectos de carga del instrumento.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 6

Calcule los efectos de carga si un voltímetro analógico que tiene una resistencia interna de 200 kΩ, se usa para medir V_1 y V_2 en el circuito de la figura 7-31.

Respuestas

V_1: efecto de carga = 94.3%

V_2: efecto de carga = 94.3%

EJEMPLO 7-12

Para el circuito de la figura 7-34 calcule el efecto de carga si se usa un amperímetro con resistencia interna de 5 Ω para medir las corrientes I_T, I_1 e I_2.

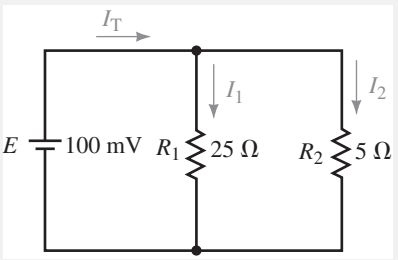


FIGURA 7-34

Solución Se inicia por determinar las corrientes sin carga en el circuito. Mediante la ley de Ohm se calculan las corrientes I_1 e I_2:

$$I_1 = \frac{100 \text{ mV}}{25 \ \Omega} = 4.0 \text{ mA}$$

$$I_2 = \frac{100 \text{ mV}}{5 \ \Omega} = 20.0 \text{ mA}$$

Ahora, mediante la ley de corriente de Kirchhoff,

$$I_T = 4.0 \text{ mA} + 20.0 \text{ mA} = 24.0 \text{ mA}$$

Si se insertara el amperímetro en la rama con el resistor R_1, el circuito aparecería como en la figura 7-35.

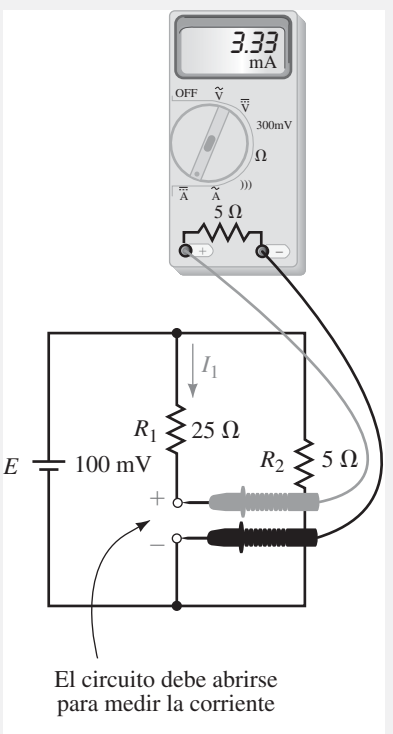


FIGURA 7-35

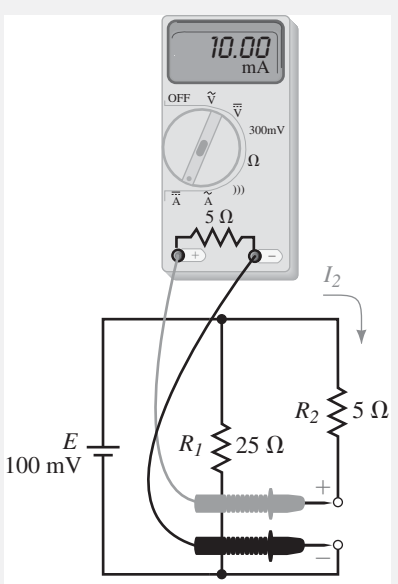


FIGURA 7-36

La corriente a través del amperímetro sería

$$I_1 = \frac{100 \text{ mV}}{25 \ \Omega + 5 \ \Omega} = 3.33 \text{ mA}$$

Si se insertara el amperímetro en la rama con el resistor R_2, el circuito aparecería como en la figura 7-36.

La corriente a través del amperímetro sería

$$I_2 = \frac{100 \text{ mV}}{5 \ \Omega + 5 \ \Omega} = 10.0 \text{ mA}$$

Si el amperímetro se insertara en el circuito para medir la corriente I_T, el circuito equivalente aparecería como en la figura 7-37.

La resistencia total del circuito sería

$$R_T = 5\ \Omega + 25\ \Omega \| 5\ \Omega = 9.17\ \Omega$$

Lo que resulta en una corriente I_T determinada por la ley de Ohm como

$$I_T = \frac{100\ \text{mV}}{9.17\ \Omega} = 10.9\ \text{mA}$$

Los efectos de carga para las diversas mediciones de corriente son las siguientes: cuando se mide I_1,

$$\text{efecto de carga} = \frac{4.0\ \text{mA} - 3.33\ \text{mA}}{4.0\ \text{mA}} \times 100\% = 16.7\%$$

Cuando se mide I_2,

$$\text{efecto de carga} = \frac{20\ \text{mA} - 10\ \text{mA}}{20\ \text{mA}} \times 100\% = 50\%$$

Cuando se mide I_T,

$$\text{efecto de carga} = \frac{24\ \text{mA} - 10.9\ \text{mA}}{24\ \text{mA}} \times 100\% = 54.5\%$$

Observe que el efecto de carga de un amperímetro es más marcado cuando se usa para medir la corriente en una rama que tiene una resistencia del mismo orden de magnitud que el medidor.

También se observa que si este medidor se usara en un circuito para verificar exactitud de la ley de corriente de Kirchhoff, el efecto de carga del medidor produciría una contradicción evidente. A partir de la LCK,

$$I_T = I_1 + I_2$$

Al sustituir en la ecuación anterior los valores de corriente que se midieron se tiene

$$10.91\ \text{mA} = 3.33\ \text{mA} + 10.0\ \text{mA}$$
$$10.91\ \text{mA} \neq 13.33\ \text{mA (contradicción)}$$

Este ejemplo ilustra que el efecto de carga de un medidor puede afectar en forma severa la corriente en un circuito, dando resultados que parecen contradecir las leyes de la teoría de circuitos. Por tanto, siempre que se use un instrumento para medir una cantidad particular, se debe siempre tomar en cuenta sus limitaciones y cuestionar la validez de una lectura resultante.

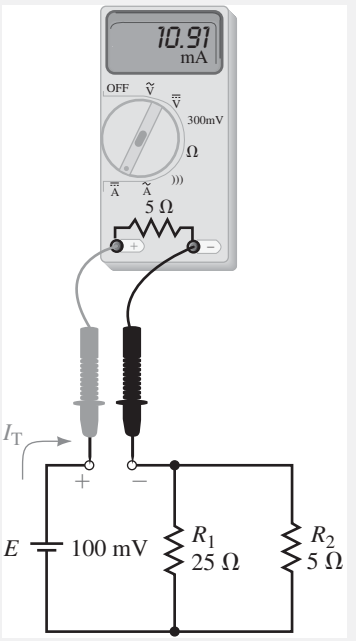


FIGURA 7-37

PROBLEMAS PRÁCTICOS 7

Calcule las lecturas y el error de carga si un amperímetro con una resistencia interna de 1 Ω se usa para medir las corrientes en el circuito de la figura 7-34.

Respuestas

$I_{T(RDG)} = 19.4\ \text{mA}$; error de carga = 19.4%

$I_{1(RDG)} = 3.85\ \text{mA}$; error de carga = 3.85%

$I_{T(RDG)} = 16.7\ \text{mA}$; error de carga = 16.7%

7-6 Análisis de circuitos por computadora

MULTISIM

PSpice

Multisim

El análisis de circuitos en serie-paralelo con Multisim es casi idéntico a los métodos que se usaron en el análisis de los circuitos en serie y en paralelo de los capítulos anteriores. El siguiente ejemplo ilustra que los resultados de Multisim corresponden a las mismas soluciones que se obtuvieron en el ejemplo 7-4.

EJEMPLO 7-13

Dado el circuito de la figura 7-38, use Multisim para determinar las siguientes cantidades:

a. La resistencia total R_T
b. Los voltajes V_1 y V_4
c. Las corrientes I_T, I_1 e I_2

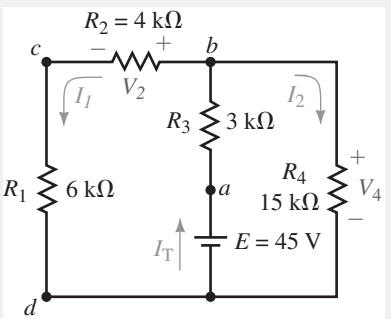


FIGURA 7-38

Solución

a. Se inicia construyendo el circuito como se muestra en la figura 7-39, que es idéntico al de la figura 7-38, excepto que se ha omitido la fuente de voltaje y en su lugar se ha insertado un multímetro (del botón de Instrumentos en la barra de herramientas Parts bin). Entonces se selecciona la función de óhmetro y se activa el interruptor de encendido. Se encuentra que la resistencia es $R_T = 9.00\ \text{k}\Omega$.

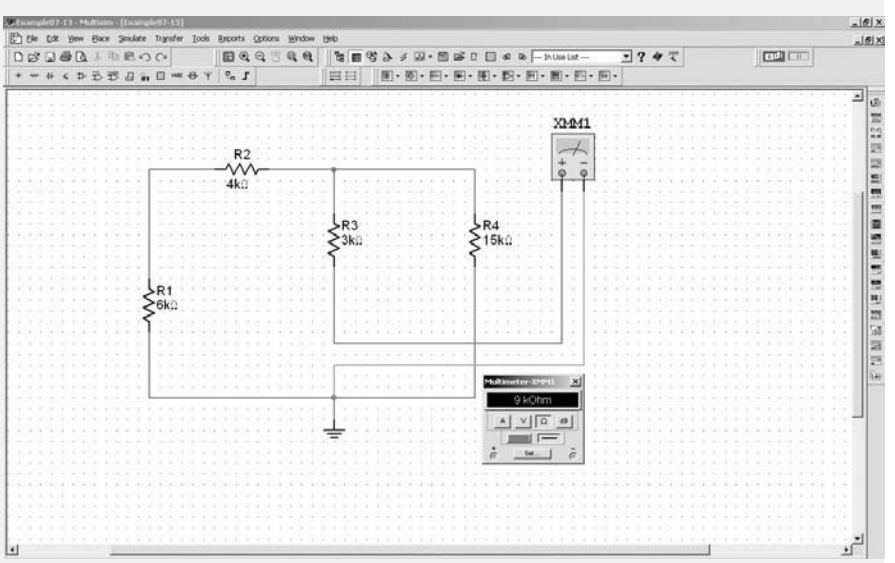


FIGURA 7-39

b. En seguida se quita el multímetro y se inserta la fuente de 45 V. Los amperímetros y los voltímetros quedan conectados como se muestra en la figura 7-40.

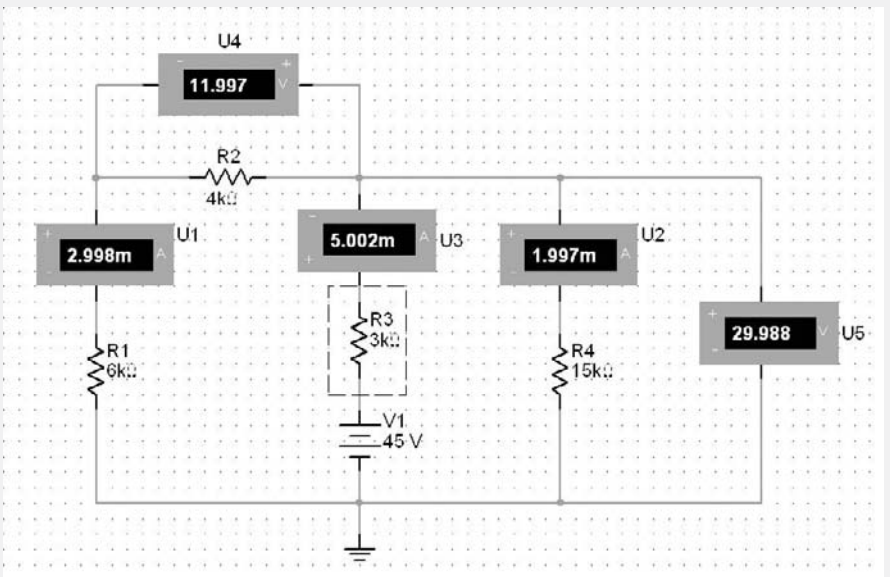


FIGURA 7-40

MULTISIM

De acuerdo con los resultados se tiene $I_T = 5.00$ mA, $I_1 = 3.00$ mA, $I_2 = 2.00$ mA.

c. Los voltajes requeridos son $V_2 = 12.0$ V y $V_4 = 30.0$ V. Estos resultados son consistentes con los que se obtuvieron en el ejemplo 7-4.

Los siguientes ejemplos usan Multisim para determinar el voltaje en un circuito puente. Este ejemplo utiliza un potenciómetro para proporcionar una resistencia variable en el circuito. Multisim es capaz de proporcionar una pantalla de voltaje (en el multímetro) conforme se cambia la resistencia.

EJEMPLO 7-14

En el circuito de la figura 7-41 use Multisim para determinar los valores de I y V_{ab} cuando $R_x = 0\ \Omega$, 15 kΩ y 50 kΩ.

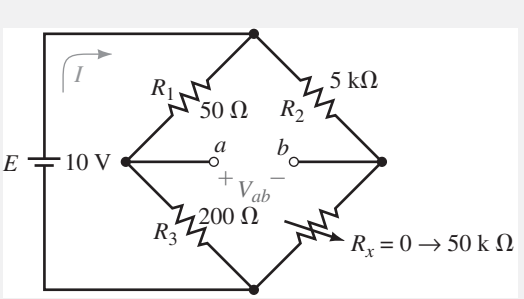
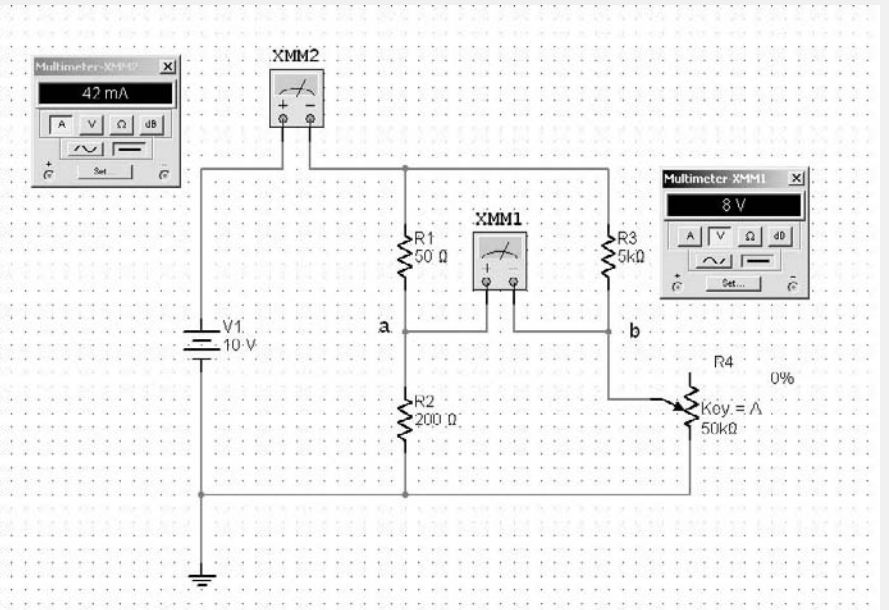


FIGURA 7-41

Solución

1. Se inicia construyendo el circuito, como se muestra en la figura 7-42. El potenciómetro se selecciona con el botón 'Show Basic Family'. Asegúrese de que el potenciómetro esté colocado como se ilustra.



MULTISIM

FIGURA 7-42

2. Haga doble clic en el símbolo del potenciómetro y cambie su valor a 50 kΩ. Observe que el incremento del valor se fija en 5%. Ajuste este valor de manera que sea de 10%, ya que este valor se usará en un siguiente paso.
3. Una vez que el circuito está construido por completo, se activa el interruptor de encendido. Observe que el valor del resistor está a 50%. Esto significa que el potenciómetro está ajustado de manera que su valor es de 25 kΩ. El siguiente paso cambiará el valor del potenciómetro a 0 Ω.
4. El valor del potenciómetro se cambia ahora con facilidad con Shift **A** (para disminuir su valor) o **A** (para incrementar el valor). Conforme cambia el valor del potenciómetro, observará que el voltaje desplegado en el multímetro también cambia. Toma algunos segundos que la lectura de pantalla se estabilice. Como se muestra en la figura 7-42, se observa que $I = 42.0$ mA y $V_{ab} = 8.00$ V cuando $R_x = 0\ \Omega$.
5. Finalmente, después de ajustar el valor del potenciómetro, se obtienen las siguientes lecturas:

$R_x = 15\ \text{k}\Omega$ (30%): $I = 40.5$ mA y $V_{ab} = 0.500$ V
$R_x = 50\ \text{k}\Omega$ (100%): $I = 40.18$ mA y $V_{ab} = -1.091$ V

PSpice

PSpice es algo diferente a Multisim en la manera en que se maneja el potenciómetro. Para colocar un resistor variable en un circuito es necesario fijar los parámetros en el circuito para hacer un barrido a través de un intervalo de valores.

El siguiente ejemplo ilustra el método que se usa para proporcionar un despliegue gráfico del voltaje de salida y la corriente de la fuente para diversos valores de la resistencia. Aunque el método es diferente, los resultados son consistentes con los que se obtuvieron en el ejemplo anterior.

EJEMPLO 7-15

Use PSpice para obtener un despliegue gráfico del voltaje V_{ab} y la corriente I conforme R_x varía desde 0 a 50 kΩ en el circuito de la figura 7-41.

Solución PSpice usa parámetros globales para representar valores numéricos por nombre. Esto permite configurar el análisis para que realice un barrido de una variable (en este caso un resistor) a través de un intervalo de valores.

- Abra el software CIS Demo y vaya a Captura de esquema (Capture schematic) como se describió en los ejemplos anteriores con PSpice. Puede nombrar su proyecto Ch7 PSpice 1.
- Construya el circuito como se muestra en la figura 7-43. Recuerde girar los componentes para proporcionar la asignación de nodos correcta. Cambie todos los valores de los componentes (excepto R4) como se requiera.

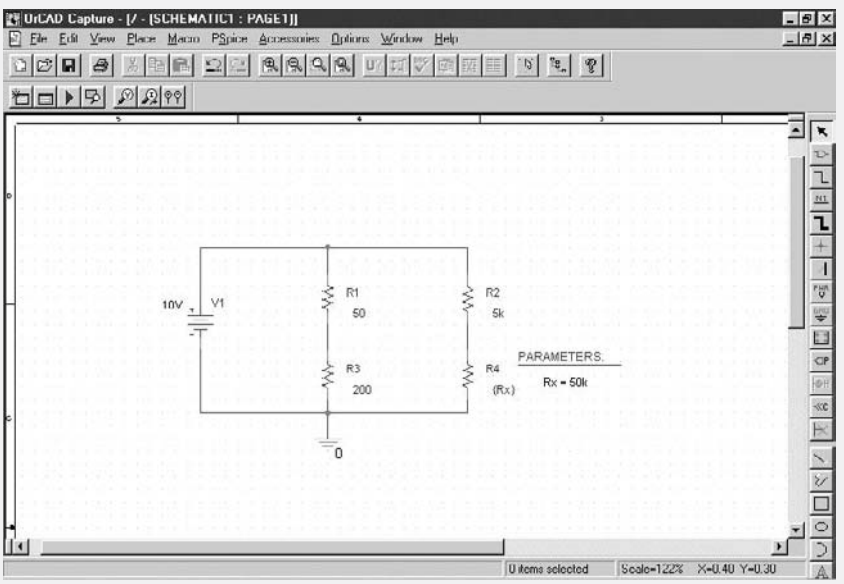


FIGURA 7-43

- Haga doble clic en el valor del componente de R4. Introduzca **{Rx}** en la caja de texto Value de las Propiedades de despliegue para este resistor. Los corchetes le indican a PSpice que evalúe el parámetro y use su valor.
- Haga clic en la herramienta Place part tool. Seleccione la biblioteca Special y haga clic en la parte PARAM. Coloque la parte PARAM adyacente al resistor R4.
- Haga doble clic en PARAMETERS y después en el botón New Column. Una caja de diálogo aparecerá, dando un mensaje de advertencia de que el comando Undo no estará disponible; seleccione Yes. Introduzca **Rx** como el nombre de la nueva columna y asigne un valor de **50k** como el valor predeterminado de este resistor. Haga clic en Apply. Ya que se está adicionando sólo una columna a este parámetro, salga haciendo clic en Cancel. Resalte la

columna que acaba de crear y seleccione Name y Value en Display Properties. Salga del Editor de propiedades. Observará el circuito como en la figura 7-43.

- Haga clic en el icono de New Simulation y asigne a la simulación un nombre, como puede ser Figura 7-43.
- En Configuración de la Simulación (Simulation Settings), seleccione la pestaña Analysis y seleccione DC Sweep. Seleccione Primary Sweep de la lista de Opciones. En la caja de variable Sweep seleccione Global Parameter. Teclee **Rx** en la caja de texto de Nombre del Parámetro (Parameter name). Seleccione Tipo de barrido (Sweep type) para que sea lineal y establezca los límites como sigue:

  Valor inicial (Start value): 100

  Valor final (End value): 50k

  Incremento (Increment): 100

  Esta configuración cambiará el valor del resistor desde 100 Ω hasta 50 kΩ en incrementos de 100 Ω. Haga clic en OK.
- Haga clic en el icono Run. Se verá una pantalla en blanco con la abscisa (eje horizontal) que muestra R_x en una escala de 0 a 50 kΩ.
- PSpice es capaz de hacer gráficas de la mayoría de las variables del circuito como una función de R_x. Para elaborar una gráfica de V_{ab}, haga clic en Trace and Add Trace. Introduzca **V(R3:1)-V(R4:1)** en la caja de texto Trace Expression. V_{ab} es el voltaje entre el nodo 1 de R_3 y el nodo 1 de R_4. Haga clic en OK.
- Por último, para obtener una gráfica de la corriente *I* del circuito (corriente a través de de la fuente de voltaje), se necesita primero agregar un eje extra. Haga clic en Plot y luego en Add Y Axis. Para obtener una gráfica de la corriente, haga clic en Trace and Add Trace. Seleccione **I(V1)**. El despliegue resultante en la pantalla se muestra en la figura 7-44.

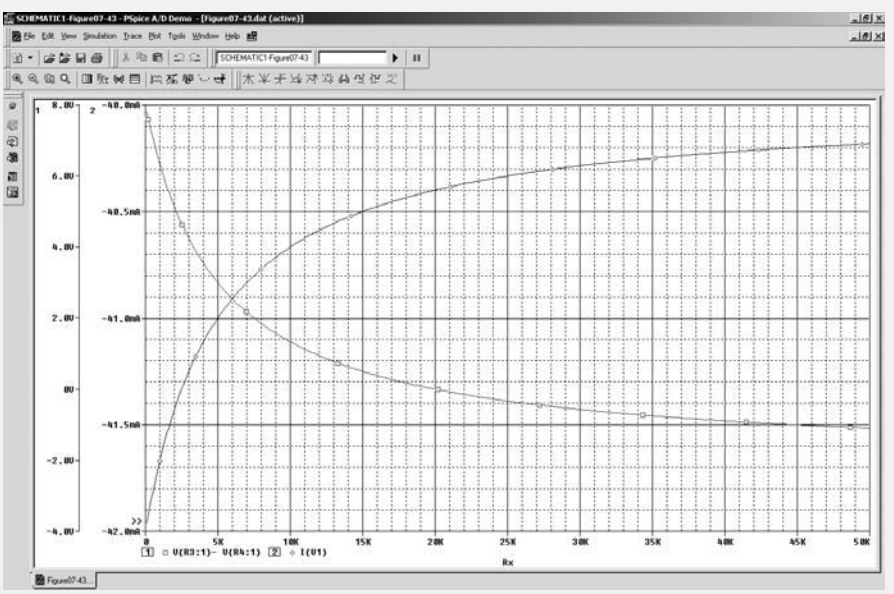


FIGURA 7-44

Observe que la corriente que se muestra es negativa. Esto se debe a que PSpice establece la dirección de referencia a través de una fuente de voltaje desde la terminal positiva hacia la terminal negativa. Una forma de cambiar el signo es graficar la corriente como –I(V1).

PROBLEMAS PRÁCTICOS 8

En el circuito de la figura 7-45 use Multisim para determinar V_{ab}, I e I_L cuando R_L = 100 Ω, 500 Ω y 1 000 Ω.

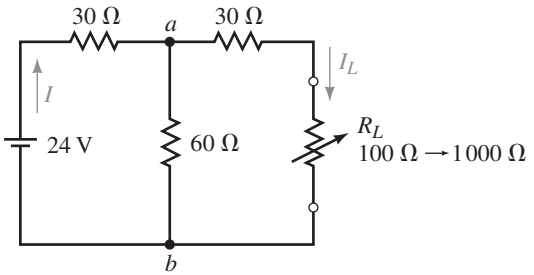


FIGURA 7-45

Respuestas

R_L = 100 Ω: I = 169 mA, V_{ab} = 6.93 V, I_L = 53.3 mA

R_L = 500 Ω: I = 143 mA, V_{ab} = 7.71 V, I_L = 14.5 mA

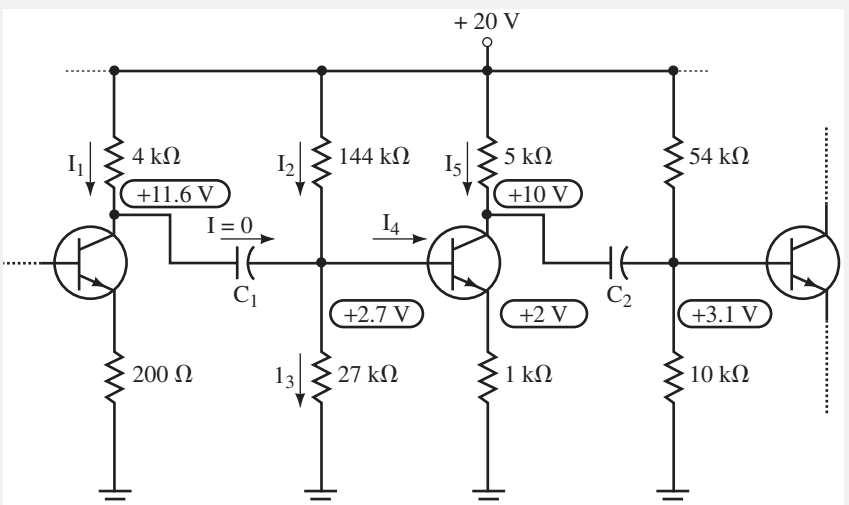
R_L = 1000 Ω: I = 138 mA, V_{ab} = 7.85 V, I_L = 7.62 mA

PROBLEMAS PRÁCTICOS 9

Use PSpice para analizar el circuito de la figura 7-45. La salida debe mostrar la corriente de la fuente I, la corriente de la carga I_L y el voltaje V_{ab} conforme el resistor R_L varía en incrementos de 100 Ω desde 100 Ω hasta 1 000 Ω.

PUESTA EN PRÁCTICA

Con frecuencia los fabricantes proporcionan esquemas que muestran los voltajes de cd que se debe esperar medir si el circuito funciona en forma correcta. En la siguiente figura se muestra parte de un esquema de un circuito amplificador.



Aun cuando un esquema puede incluir componentes con los cuales el lector no está familiarizado, los voltajes de cd proporcionados en el esquema permiten determinar los voltajes y corrientes en varias partes del circuito. Si el circuito tiene una falla, los voltajes y corrientes medidos serán diferentes a los teóricos, permitiendo que el técnico con experiencia localice la falla.

Examine el circuito. Use la información de voltaje en el esquema para determinar los valores teóricos de las corrientes I_1, I_2, I_3, I_4 e I_5. Determine la magnitud y polaridad correctas del voltaje en el dispositivo marcado como C_2. (Es un capacitor, el cual se examinará con detalle en el capítulo 10.)

PROBLEMAS

7-1 La red en serie-paralelo

1. Para las redes de la figura 7-46, determine cuáles resistores y ramas están en serie y cuáles en paralelo. Escriba una expresión para la resistencia total, R_T.
2. Para cada red de la figura 7-47 escriba una expresión para la resistencia total, R_T.
3. Escriba una expresión para R_{T_1} y R_{T_2} para las redes de la figura 7-48.

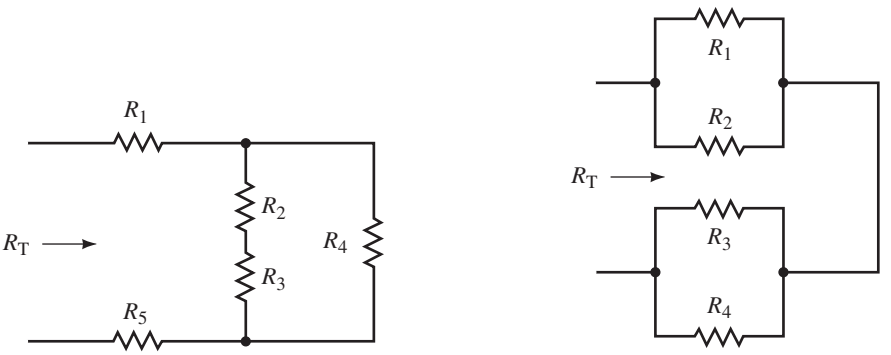


FIGURA 7-46

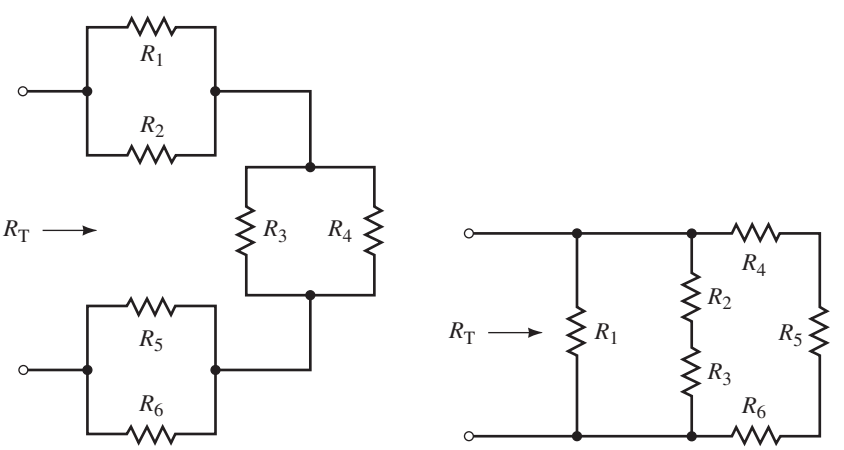


FIGURA 7-47

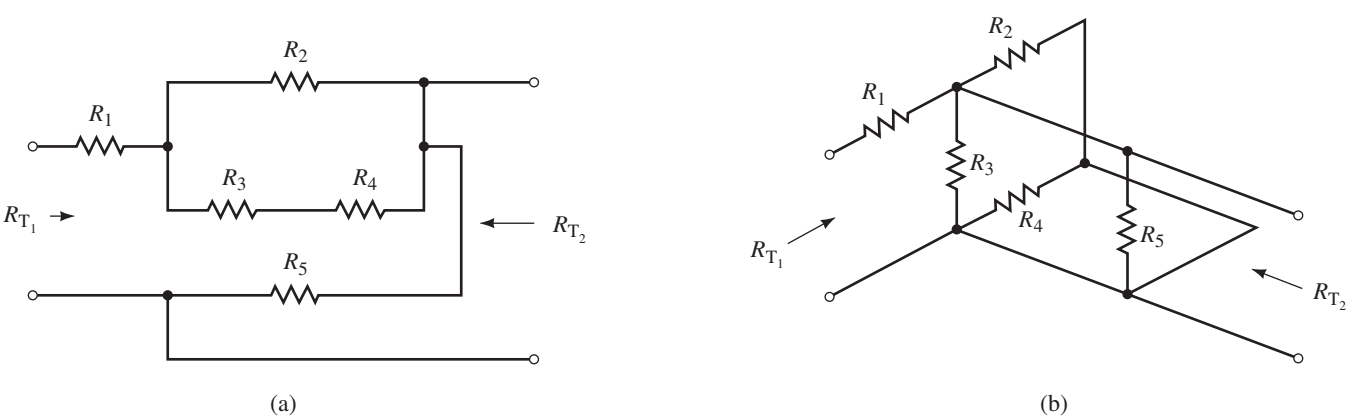


FIGURA 7-48

4. Escriba una expresión para R_{T_1} y R_{T_2} para las redes de la figura 7-49.

5. Las redes de resistores tienen las resistencias totales que se muestran a continuación. Dibuje un circuito que corresponda a cada expresión.
   a. $R_T = (R_1 \| R_2 \| R_3) + (R_4 \| R_5)$
   b. $R_T = R_1 + (R_2 \| R_3) + [R_4 \| (R_5 + R_6)]$

6. Las redes de resistores tienen las resistencias totales que se muestran a continuación. Dibuje un circuito que corresponda a cada expresión.
   a. $R_T = [(R_1 \| R_2) + (R_3 \| R_4)] \| R_5$
   b. $R_T = (R_1 \| R_2) + R_3 + [(R_4 + R_5) \| R_6]$

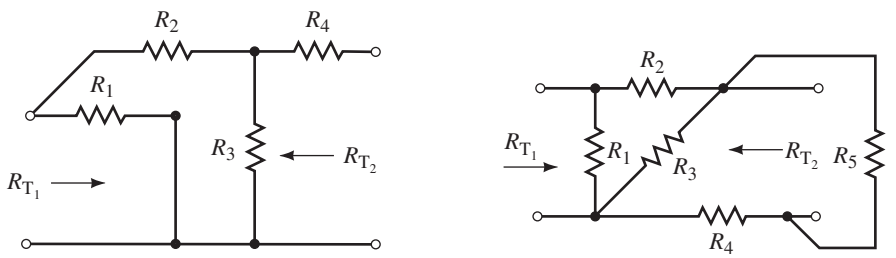


FIGURA 7-49

7-2 Análisis de circuitos en serie-paralelo

7. Determine la resistencia total para cada red de la figura 7-50.

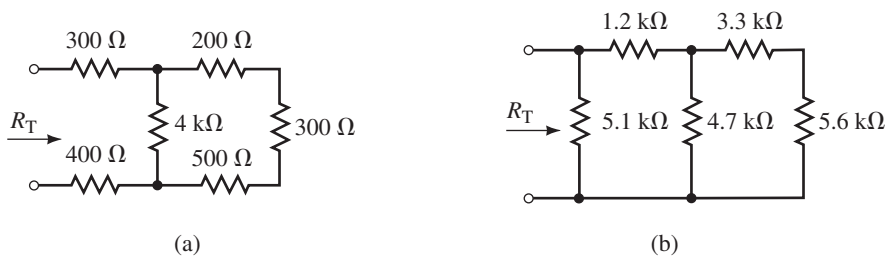


FIGURA 7-50

8. Determine la resistencia total para cada red de la figura 7-51.

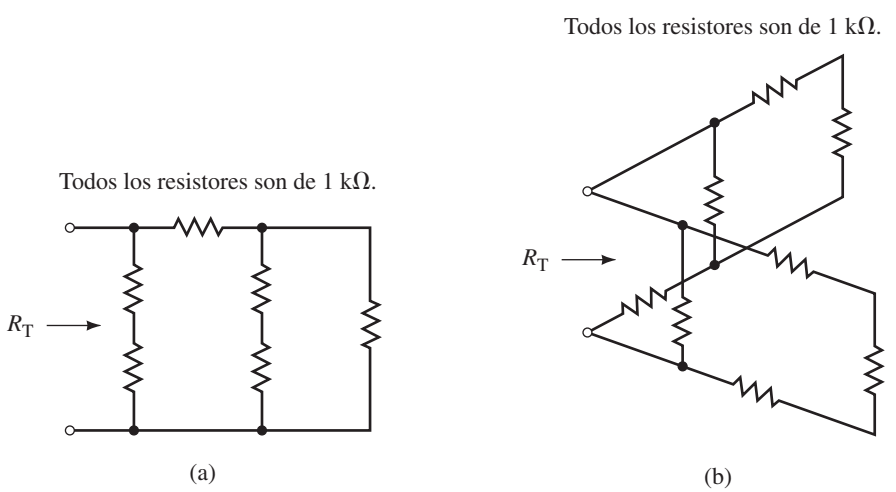


FIGURA 7-51

9. Calcule la resistencia R_{ab} y R_{cd} en el circuito de la figura 7-52.

10. Calcule la resistencia R_{ab} y R_{cd} en el circuito de la figura 7-53.

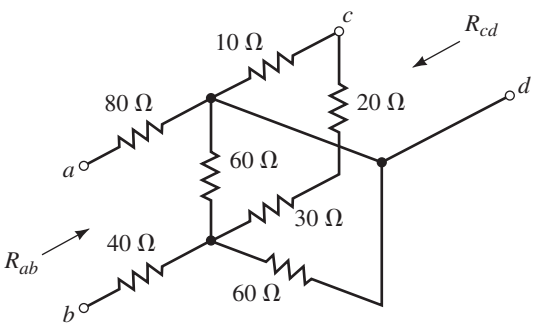


FIGURA 7-52

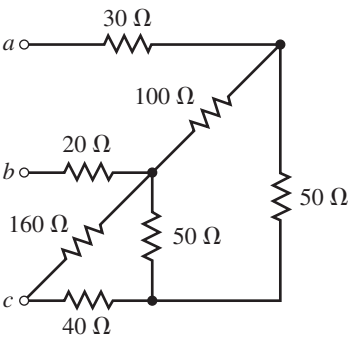


FIGURA 7-53

11. Vea el circuito de la figura 7-54.
    Encuentre las siguientes cantidades:
    a. R_T
    b. I_T, I_1, I_2, I_3, I_4
    c. V_{ab}, V_{bc}.
12. Vea el circuito de la figura 7-55.
    Encuentre las siguientes cantidades:
    a. R_T (resistencia equivalente "vista" por la fuente de voltaje)
    b. I_T, I_1, I_2, I_3, I_4
    c. V_{ab}, V_{bc}, V_{cd}.

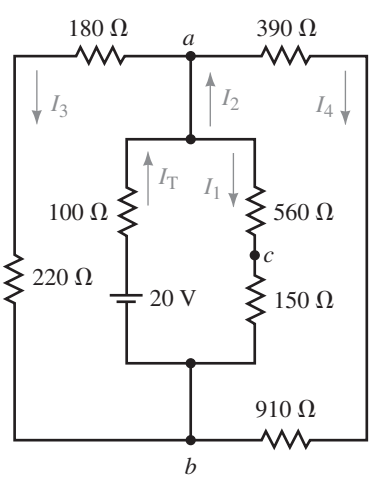


FIGURA 7-54

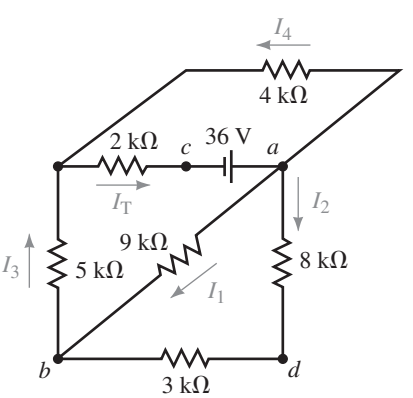


FIGURA 7-55

MULTISIM

13. Vea el circuito de la figura 7-56.
    a. Encuentre las corrientes I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 e I_6.
    b. Encuentre los voltajes V_{ab} y V_{cd}.
    c. Verifique que la potencia suministrada al circuito es igual a la suma de las potencias disipadas por los resistores.

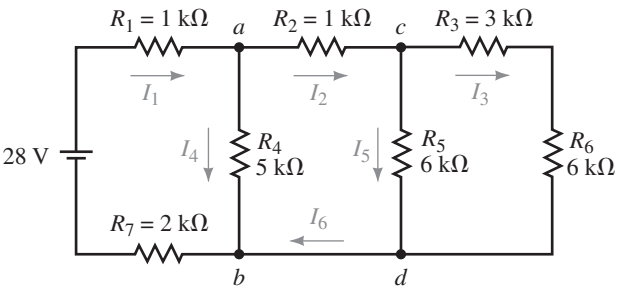


FIGURA 7-56

MULTISIM

14. Vea el circuito de la figura 7-57:
    a. Encuentre las corrientes I_1, I_2, I_3, I_4 e I_5.
    b. Encuentre los voltajes V_{ab} y V_{bc}.
    c. Verifique que la potencia suministrada al circuito es igual a la suma de las potencias disipadas por los resistores.

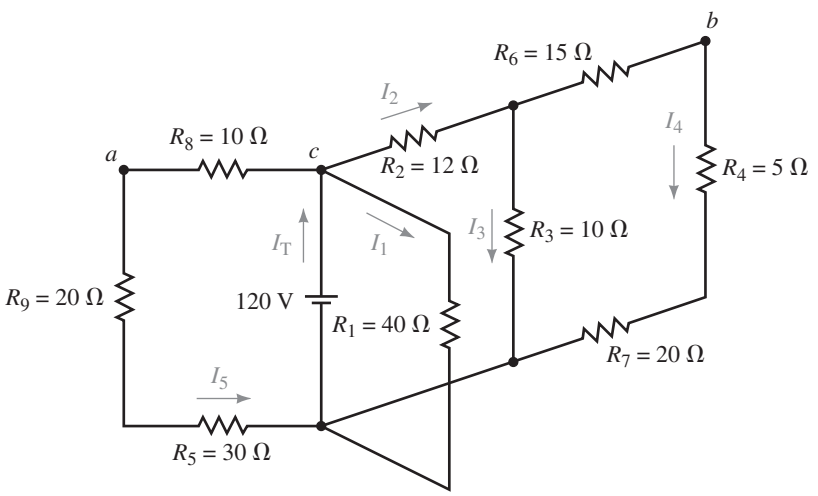
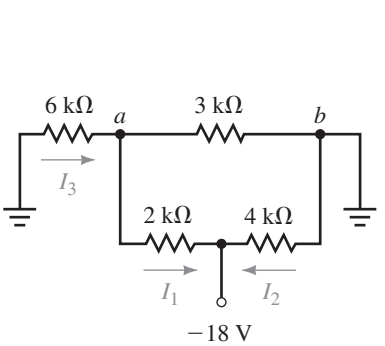
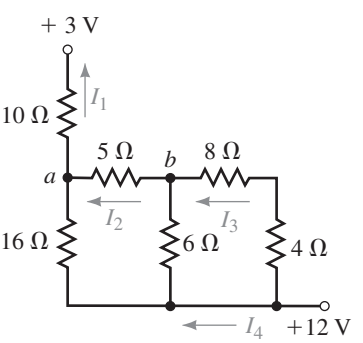


FIGURA 7-57

15. Vea los circuitos de la figura 7-58:
    a. Encuentre las corrientes indicadas.
    b. Encuentre el voltaje V_{ab}.
    c. Verifique que la potencia suministrada al circuito es igual a la suma de las potencias disipadas por los resistores.



(a)



(b)

FIGURA 7-58

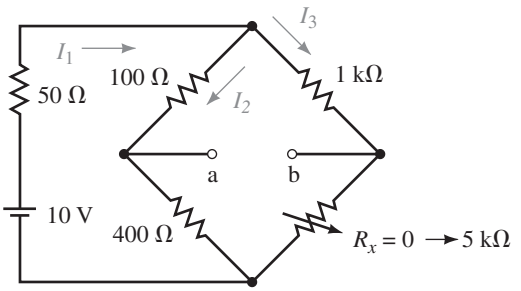


FIGURA 7-59

16. Vea el circuito de la figura 7-59:
    a. Encuentre las corrientes I_1, I_2 e I_3 cuando $R_x = 0\ \Omega$ y cuando $R_x = 5\ \text{k}\Omega$.
    b. Calcule el voltaje V_{ab} cuando $R_x = 0\ \Omega$ y cuando $R_x = 5\ \text{k}\Omega$.

7-3 Aplicaciones de los circuitos en serie-paralelo

17. Encuentre todas las corrientes y caídas de voltaje en el circuito de la figura 7-60. Verifique que la potencia suministrada por la fuente de voltaje es igual a la potencia disipada por los resistores y por el diodo zener.
18. Vea el circuito de la figura 7-61:
    a. Determine la potencia disipada por el diodo zener de 6.2 V. Si el diodo zener está especificado para una potencia máxima de ¼ W, ¿es probable que se destruya?
    b. Repita el inciso a. si la resistencia R_1 se duplica.

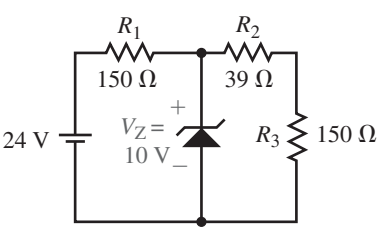


FIGURA 7-60

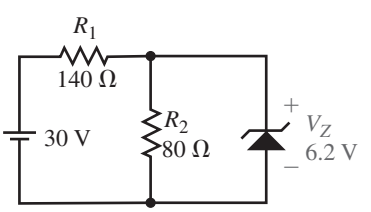


FIGURA 7-61

19. En el circuito de la figura 7-62 determine el intervalo de R (valores máximo y mínimo) que asegurarán que el voltaje de salida sea de $V_L = 5.6$ V mientras que no se exceda la especificación de máxima potencia del diodo zener.

20. En el circuito de la figura 7-63 determine el intervalo de R (valores máximo y mínimo) que asegurarán que el voltaje de salida sea de $V_L = 5.6$ V mientras no se exceda la especificación de máxima potencia del diodo zener.

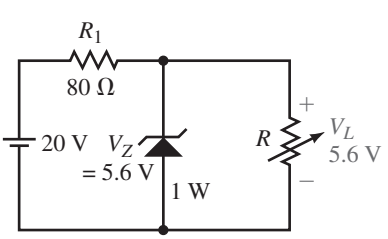


FIGURA 7-62

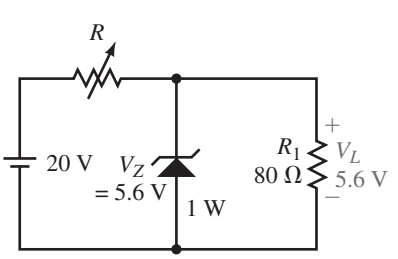


FIGURA 7-63

21. En el circuito de la figura 7-64 determine V_B, I_C y V_{CE}.

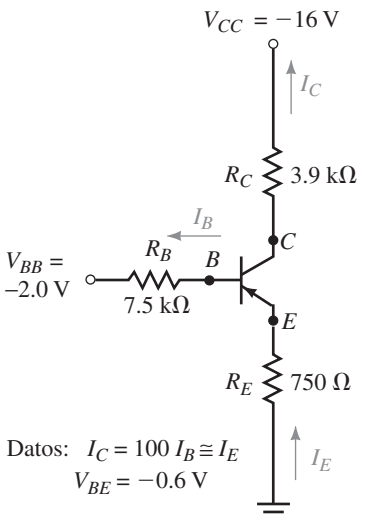


FIGURA 7-64

22. Repita el problema 21 si R_B se incrementa a 10 kΩ. (Las demás cantidades permanecen sin cambios.)

23. Considere el circuito de la figura 7-65 y los valores indicados:

a. Determine I_D.

b. Calcule el valor requerido de R_S.

c. Encuentre V_{DS}.

24. Considere el circuito de la figura 7-66 y los valores indicados:

a. Determine I_D y V_G.

b. Defina los valores requeridos para R_S y R_D.

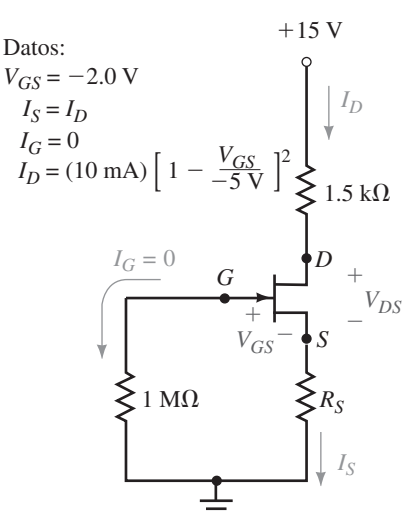


FIGURA 7-65

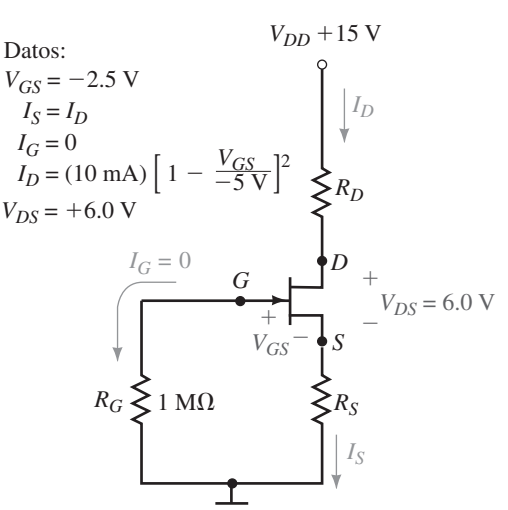
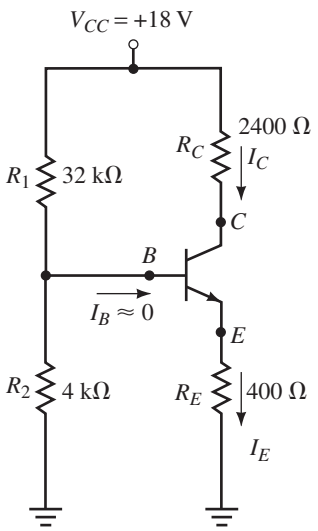


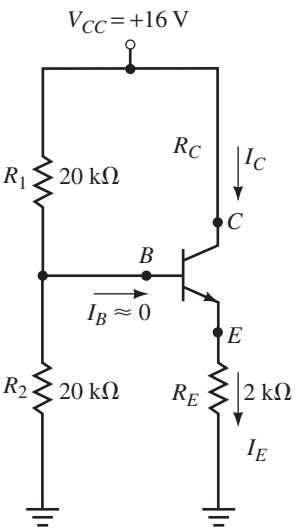
FIGURA 7-66

25. Calcule I_C y V_{CE} para el circuito de la figura 7-67.
26. Calcule I_C y V_{CE} para el circuito de la figura 7-68.



Datos:
$I_B \approx 0$
$I_C \approx I_E$
$V_{BE} = 0.7$ V

FIGURA 7-67



Datos:
$I_B \approx 0$
$I_C \approx I_E$
$V_{BE} = 0.7$ V

FIGURA 7-68

7-4 Potenciómetros

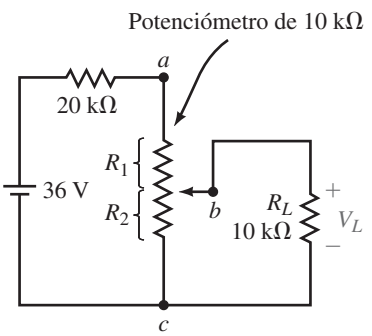


FIGURA 7-69

27. Vea el circuito de la figura 7-69:
    a. Determine el intervalo de voltajes que aparecerán en R_L a medida que el potenciómetro varíe entre sus valores mínimo y máximo.
    b. Si R_2 se ajusta para tener 2.5 kΩ ¿cuál será el voltaje V_L? Si se remueve el resistor de carga ¿qué voltaje aparecerá entre las terminales *a* y *b*?
28. Repita el problema 27 usando un resistor de carga $R_L = 30$ kΩ.
29. Si el potenciómetro de la figura 7-70 se ajusta para que $R_2 = 200$ Ω, determine los voltajes V_{ab} y V_{bc}.
30. Calcule los valores requeridos de R_1 y R_2 en el potenciómetro de la figura 7-70 si el voltaje V_L del resistor de carga de 50 Ω es de 6.0 V.
31. Vea el circuito de la figura 7-71:
    a. Determine el intervalo del voltaje de salida (del mínimo al máximo) que se espera cuando el potenciómetro se ajusta del mínimo al máximo.
    b. Calcule R_2 cuando $V_{sal} = 20$ V.
32. En el circuito de la figura 7-71, ¿qué valor de R_2 resulta con un voltaje de salida de 40 V?

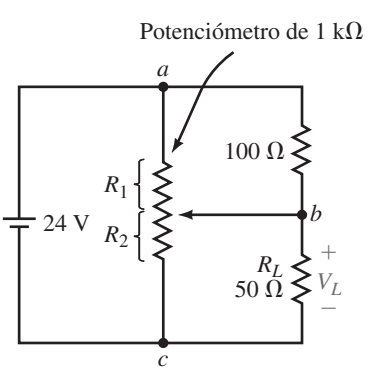


FIGURA 7-70

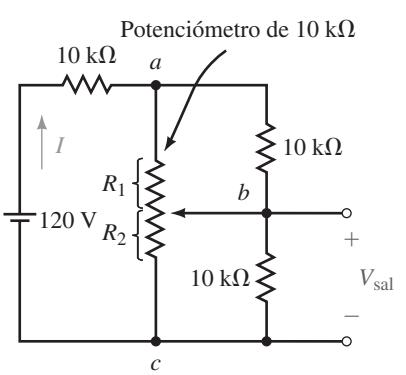


FIGURA 7-71

33. En el circuito de la figura 7-72 calcule el voltaje de salida V_{sal} cuando $R_L =$ 0 Ω, 250 Ω y 500 Ω.

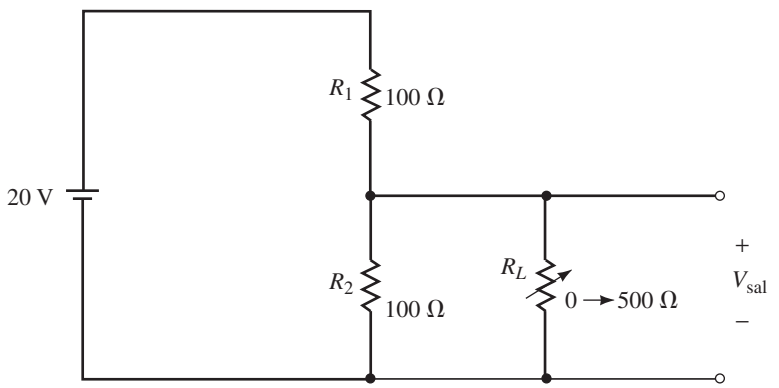


FIGURA 7-72

34. En el circuito de la figura 7-73 calcule el voltaje de salida V_{sal} cuando $R_L =$ 0 Ω, 500 Ω y 1 000 Ω.

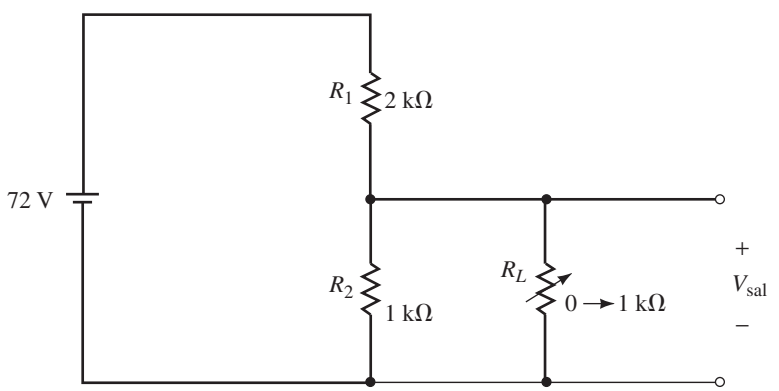


FIGURA 7-73

7-5 Efectos de carga de los instrumentos

35. Un voltímetro con una sensibilidad de $S = 20$ kΩ/V se usa en la escala de 10 V (con una resistencia interna total de 200 kΩ) para medir el voltaje en el resistor de 750 kΩ de la figura 7-74. El medidor indica un voltaje de 5.00 V.
    a. Determine el valor de la fuente de voltaje E.
    b. ¿Qué voltaje se presentará en el resistor de 750 kΩ cuando el voltímetro se quite del circuito?
    c. Calcule el efecto de carga del medidor cuando se utilice como se muestra.
    d. Si se usa el mismo voltímetro para medir el voltaje en el resistor de 200 kΩ, ¿cuál será la lectura?
36. El voltímetro de la figura 7-75 tiene una sensibilidad de $S = 2$ kΩ/V.
    a. Si el medidor se usa en la escala de 50 V ($R = 100$ kΩ) para medir el voltaje en R_2, ¿cuál será la lectura del medidor y el error de carga?

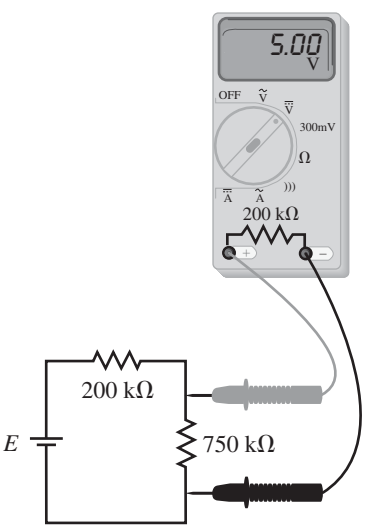
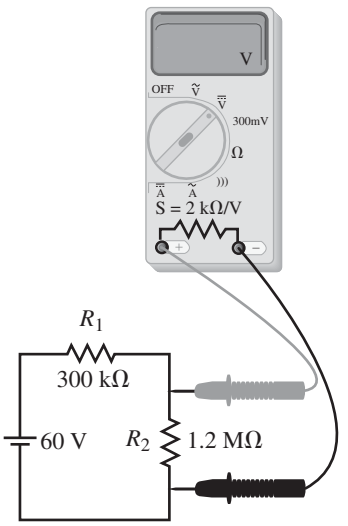


FIGURA 7-74



MULTISIM

FIGURA 7-75

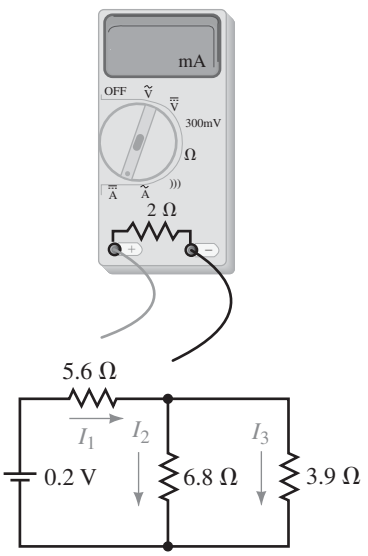


FIGURA 7-76

MULTISIM
MULTISIM
MULTISIM

MULTISIM
PSpice
PSpice
PSpice

b. Si el alcance del medidor se cambia a la escala de 20 V (R =40 kΩ) determine la lectura en esta escala y el error de carga. ¿El medidor se dañará en esta escala? ¿El error de carga será mayor o menor que el error del inciso a.?

37. Un amperímetro se usa para medir la corriente en el circuito que se muestra en la figura 7-76.
    a. Explique cómo conectar de manera correcta el amperímetro para medir la corriente I_1.
    b. Determine los valores indicados cuando el amperímetro se usa para medir cada una de las corrientes que se indican en el circuito.
    c. Calcule el efecto de carga en el medidor cuando se mide cada una de las corrientes.
38. Suponga que el amperímetro de la figura 7-76 tiene una resistencia interna de 0.5 Ω:
    a. Determine los valores indicados cuando el amperímetro se usa para medir las corrientes que se indican en el circuito.
    b. Calcule el efecto de carga del medidor cuando se mide cada una de las corrientes.

7-6 Análisis de circuitos por computadora

39. Use Multisim para encontrar V_2, V_4, I_T, I_1 e I_2 en el circuito de la figura 7-10.
40. Use Multisim para encontrar V_{ab}, I_1, I_2 e I_3 en el circuito de la figura 7-13.
41. Use Multisim para encontrar las lecturas del medidor en el circuito de la figura 7-75, si está en la escala de 50 V.
42. Repita el problema 41 si el medidor se usa en la escala de 20 V.
43. Use PSpice para encontrar V_2, V_4, I_T, I_1 e I_2 en el circuito de la figura 7-10.
44. Use PSpice para encontrar V_{ab}, I_1, I_2 e I_3 en el circuito de la figura 7-13.
45. Use PSpice para obtener los valores de V_{ab} e I_1 en el circuito de la figura 7-59. Establezca que R_x varíe de 500 Ω a 5kΩ en incrementos de 100 Ω.

✓ RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 1

$P_T = 115.2$ mW, $P_1 = 69.1$ mW, $P_2 = 36.9$ mW, $P_3 = 9.2$ mW
$P_1 + P_2 + P_3 = 115.2$ mW como se requirió.

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 2

$P_T = 30.0$ mW, $P_{R1} = 20.0$ mW, $P_{R2} = 2.50$ mW,
$P_Z = 7.5$ mW
$P_{R1} + P_{R2} + P_Z = 30$ mW como se requirió.

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 3

$R_L = 2$ kΩ:

a. $N = ¼$: $V_L = 8.7\%$ of V_{int}
b. $N = ½$: $V_L = 14.3\%$ of V_{int}
$N = ¾$: $V_L = 26.1\%$ of V_{int}

$R_L = 200$ kΩ:

c. $N = ¼$: $V_L = 24.5\%$ of V_{in}
$N = ½$: $V_L = 48.8\%$ of V_{in}
$N = ¾$: $V_L = 73.6\%$ of V_{in}
d. Si $RL \gg R_1$, el efecto de carga es mínimo.

■ TÉRMINOS CLAVE

Análisis corriente-ramas
Análisis de mallas
Análisis de nodos
Conductancia mutua
Conversiones delta-Y
Conversiones Y-delta
Fuentes de corriente constante
Puente balanceado
Redes bilaterales lineales
Redes puente

■ PLAN GENERAL

Fuentes de corriente constante
Conversiones de fuentes
Fuentes de corriente en paralelo y en serie
Análisis de corriente de rama
Análisis de mallas (lazos)
Análisis de nodos
Conversión delta-Y (Pi-T)
Redes puente
Análisis de circuitos por computadora

■ OBJETIVOS

Después de estudiar este capítulo será capaz de

- convertir una fuente de voltaje en una fuente de corriente equivalente,
- convertir una fuente de corriente en una fuente de voltaje equivalente,
- analizar los circuitos que tienen dos a más fuentes de corriente en paralelo,
- plantear y resolver ecuaciones de rama para una red,
- plantear y resolver ecuaciones de malla para una red,
- plantear y resolver ecuaciones de nodo para una red,
- convertir un delta resistivo en un circuito Y equivalente o un Y en su circuito delta equivalente y resolver el circuito simplificado resultante,
- determinar el voltaje o la corriente en cualquier elemento de una red de puente,
- usar PSpice para analizar circuitos de múltiples lazos,
- utilizar Multisim para analizar circuitos de múltiples lazos.

Métodos de análisis

8

Las redes con las que s e ha trabajado hasta ahora han tenido una sola fuente de voltaje y podían analizarse fácilmente mediante técnicas como las leyes de voltaje y corriente de Kirchhoff. En este capítulo se examinarán los circuitos que tienen más de una fuente de voltaje o que no pueden ser analizadas con facilidad con las técnicas que se han estudiado en los capítulos previos.

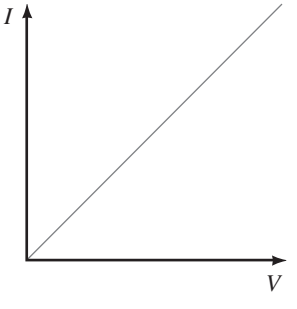
Los métodos que se usan para determinar la operación de redes complejas incluirán el análisis de corrientes de ramas, el análisis de mallas (o lazos) y el análisis de nodos. Aunque puede usarse cualquiera de los métodos anteriores, se encontrará que ciertos circuitos se analizan de manera más sencilla con un método particular.

El uso de las técnicas antes mencionadas supone que las redes son **lineales** y **bilaterales**. El término **lineal** indica que los componentes que integran el circuito tienen características de voltaje-corriente que siguen una línea recta. Véase la figura 8-1.

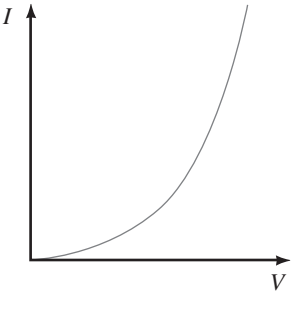
El término **bilateral** indica que los componentes en la red tendrán características que son independientes de la dirección de la corriente o del voltaje a través del elemento. Un resistor es un ejemplo de un componente lineal bilateral ya que su voltaje es directamente proporcional a la corriente que fluye a través de él y su operación es la misma sin importar la dirección de la corriente.

En este capítulo se presenta la conversión de una red con una configuración delta (Δ) en una configuración equivalente en Y. De manera inversa, se explicará la transformación de una configuración Y en una equivalente Δ. Estas conversiones se usarán para examinar la operación de una red puente desbalanceada. ■

RESUMEN DEL CAPÍTULO



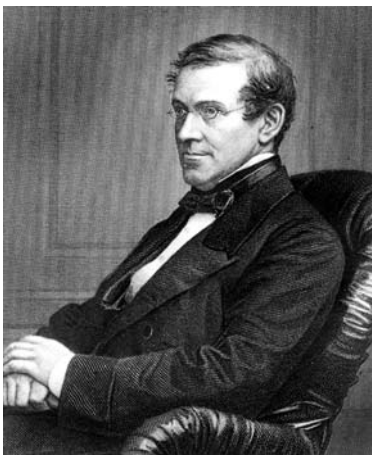
(a) Característica lineal V-I



(b) Característica no lineal V-I

FIGURA 8-1

PERSPECTIVA HISTÓRICA



Sir Charles Wheatstone

CHARLES WHEATSTONE NACIÓ EN GLOUCESTER, Inglaterra, el 6 de febrero de 1802. El interés original de Wheatstone fue el estudio de la acústica y los instrumentos musicales. Sin embargo, ganó fama y un título de caballero como resultado de la invención del telégrafo y la mejora del generador eléctrico.

Aunque no inventó el circuito puente, lo utilizó para medir la resistencia de forma muy precisa. Encontró que cuando las corrientes en el puente Wheatstone están exactamente balanceadas, la resistencia desconocida puede ser comparada con un estándar conocido.

Sir Charles murió en París, Francia, el 19 de octubre de 1875. ■

8-1 Fuentes de corriente constante

Todos los circuitos que se han presentado hasta ahora han usado fuentes de voltaje como un medio para proporcionar potencia. Sin embargo, el análisis de ciertos circuitos se facilita si se trabaja con corriente en lugar de voltaje. A diferencia de una fuente de voltaje, una **fuente de corriente** mantiene la misma corriente en su rama del circuito sin importar cuántos componentes estén conectados de manera externa a la fuente. El símbolo para una fuente de corriente constante se muestra en la figura 8-2.



FIGURA 8-2 Fuente de corriente constante ideal.

La dirección de la flecha de la fuente de corriente indica el sentido de la corriente convencional en la rama. En los capítulos anteriores se aprendió que la magnitud y la dirección de la corriente a través de una fuente de voltaje varían de acuerdo con el valor de las resistencias en el circuito y con la manera en que están conectadas otras fuentes de voltaje al circuito. Para las fuentes de corriente, su voltaje depende de cómo estén conectados los demás componentes.

EJEMPLO 8-1

Refiérase al circuito de la figura 8-3:

a. Calcule el voltaje V_S en la fuente de corriente si el resistor es de 100 Ω.
b. Calcule el voltaje si el resistor es de 2 kΩ.

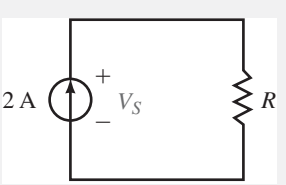


FIGURA 8-3

Solución La fuente de corriente mantiene una corriente constante de 2 A a través del circuito. Por lo que,

a. $V_S = V_R = (2\text{ A})(100\ \Omega) = 200\text{ V}$.
b. $V_S = V_R = (2\text{ A})(2\text{ k}\Omega) = 4\,000\text{ V}$.

Si la fuente de corriente es la única presente en el circuito, entonces la polaridad del voltaje en la fuente será la que se muestra en la figura 8-3. Sin embargo, este puede no ser el caso si hay más de una fuente. El siguiente ejemplo ilustra este principio.

EJEMPLO 8-2

Determine los voltajes V_1, V_2 y V_S y la corriente I_S para el circuito de la figura 8-4.

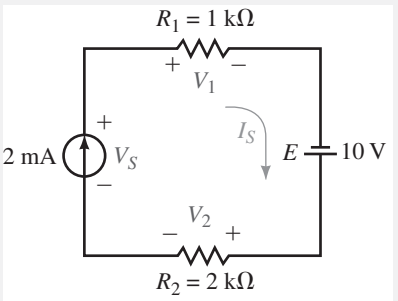


FIGURA 8-4

Solución Ya que el circuito está en serie, la corriente en cualquier elemento es la misma, esto es

$$I_S = 2\ \text{mA}$$

Si se usa la ley de Ohm,

$$V_1 = (2\ \text{mA})(1\ \text{k}\Omega) = 2.00\ \text{V}$$
$$V_2 = (2\ \text{mA})(2\ \text{k}\Omega) = 4.00\ \text{V}$$

Al aplicar la ley de voltajes de Kirchhoff alrededor del lazo cerrado,

$$\sum V = V_S - V_1 - V_2 + E = 0$$
$$V_S = V_1 + V_2 - E$$
$$= 2\ \text{V} + 4\ \text{V} - 10\ \text{V} = -4.00\ \text{V}$$

A partir del resultado anterior, se observa que la polaridad real de V_S es opuesta a la que se había considerado.

EJEMPLO 8-3

Calcule las corrientes I_1 e I_2 y el voltaje V_S para el circuito de la figura 8-5.

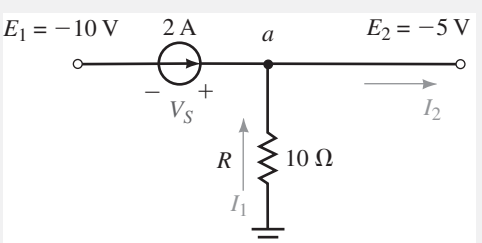


FIGURA 8-5

Solución Ya que la fuente de 5 V está efectivamente en el resistor de carga,

$$I_1 = \frac{5\ \text{V}}{10\ \Omega} = 0.5\ \text{A} \quad \text{(en la dirección supuesta)}$$

Al aplicar la ley de corriente de Kirchhoff en el punto a,

$$I_2 = 0.5\ \text{A} + 2.0\ \text{A} = 2.5\ \text{A}$$

A partir de la ley de voltaje de Kirchhoff,

$$\sum V = -10\,\text{V} + V_S + 5\,\text{V} = 0\,\text{V}$$
$$V_S = 10\,\text{V} - 5\,\text{V} = +5\,\text{V}$$

Al examinar los ejemplos anteriores se pueden plantear las siguientes conclusiones:

La fuente de corriente constante determina la corriente en su rama del circuito.

La magnitud y polaridad del voltaje presente en una fuente de corriente constante depende de la red en la cual esté conectada la fuente.

8-2 Conversiones de fuentes



En la sección anterior se presentó la fuente de corriente constante ideal. Ésta no tiene resistencia interna incluida como parte del circuito. Como recordará, las fuentes de voltaje siempre tienen alguna resistencia en serie, aunque en algunos casos es tan pequeña en comparación con otras resistencias del circuito que puede pasarse por alto cuando se analiza la operación de éste. De manera similar, una fuente de corriente constante siempre tendrá alguna resistencia en derivación (o en paralelo), si ésta es muy grande en comparación con otra resistencia del circuito, la resistencia interna de la fuente puede ignorarse. **Una fuente de corriente ideal tiene una resistencia en derivación infinita**.

La figura 8-6 muestra fuentes equivalentes de voltaje y corriente.

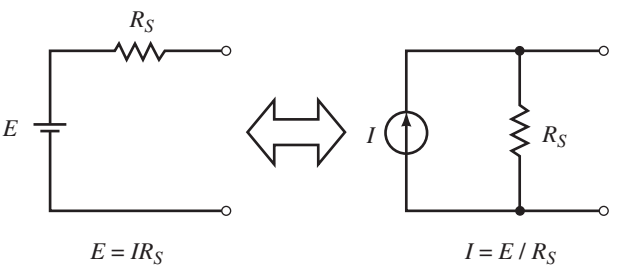


FIGURA 8-6

Si se considera la resistencia interna de una fuente, sea de voltaje o de corriente, dicha fuente puede convertirse de un tipo en el otro. La fuente de corriente de la figura 8-6 es equivalente a la fuente de voltaje si

$$I = \frac{E}{R_S} \qquad \textbf{(8-1)}$$

Y la resistencia en ambas fuentes es R_S.

De manera similar, la fuente de corriente puede convertirse en una fuente de voltaje equivalente haciendo que

$$E = IR_S \qquad \textbf{(8-2)}$$

Estos resultados se verifican fácilmente al conectar una resistencia externa R_L en cada fuente. Las fuentes son equivalentes sólo si el voltaje en R_L es el mismo en ambas fuentes. De manera similar, las fuentes son equivalentes sólo si la corriente a través de R_L es la misma cuando se conecta a cualquiera de las dos.

Considere el circuito que se muestra en la figura 8-7. El voltaje en el resistor de carga está dado como

$$V_L = \frac{R_L}{R_L + R_S}E \qquad \textbf{(8-3)}$$

La corriente a través del resistor R_L está dado por

$$I_L = \frac{E}{R_L + R_S} \qquad \textbf{(8-4)}$$

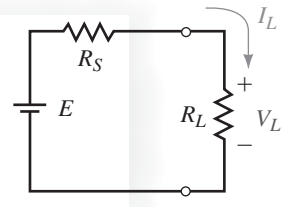


FIGURA 8-7

Enseguida se considera una fuente de corriente equivalente conectada a la misma carga, como se muestra en la figura 8-8. La corriente a través del resistor R_L está dada por

$$I_L = \frac{R_S}{R_S + R_L}I$$

Pero, al convertir la fuente, se obtiene

$$I = \frac{E}{R_S}$$

Así que

$$I_L = \left(\frac{R_S}{R_S + R_L}\right)\left(\frac{E}{R_S}\right)$$

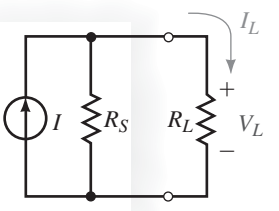


FIGURA 8-8

Este resultado es equivalente al de la corriente que se obtuvo en la ecuación 8-4. El voltaje en el resistor está dado por

$$\begin{aligned} V_L &= I_L R_L \\ &= \left(\frac{E}{R_S + R_L}\right)R_L \end{aligned}$$

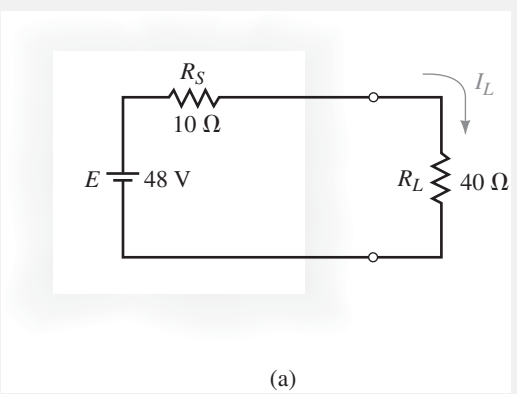
El voltaje en el resistor es precisamente igual que el resultado que se obtuvo en la ecuación 8-3. Por tanto, se concluye que la corriente de carga y la caída de voltaje son los mismos si la fuente es de voltaje o una fuente de corriente equivalente.

NOTAS . . .

Aunque las fuentes son equivalentes, las corrientes y voltajes en ellas pueden no ser los mismos. Las fuentes son sólo equivalentes con respecto a los elementos conectados en forma externa a las terminales.

EJEMPLO 8-4

Convierta la fuente de voltaje de la figura 8-9(a) en una fuente de corriente y verifique que la corriente I_L a través de la carga, es la misma en cada fuente.



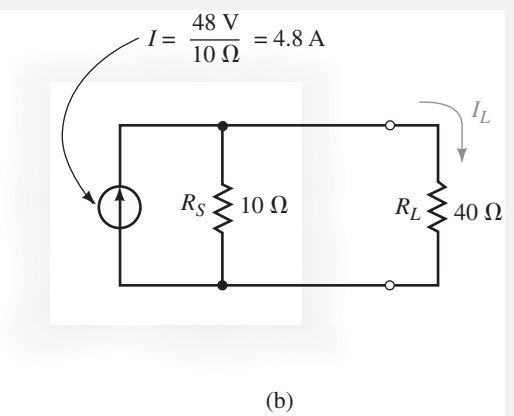


FIGURA 8-9

Solución La fuente de corriente equivalente tendrá una magnitud dada por

$$I = \frac{48\ \text{V}}{10\ \Omega} = 4.8\ \text{A}$$

El circuito resultante se muestra en la figura 8-9(b)

Para el circuito de la figura 8-9(a), la corriente a través de la carga se encuentra como sigue

$$I_L = \frac{48\ \text{V}}{10\ \Omega + 40\ \Omega} = 0.96\ \text{A}$$

Para el circuito equivalente de la figura 8-9(b), la corriente a través de la carga es

$$I_L = \frac{(4.8\ \text{A})(10\ \Omega)}{10\ \Omega + 40\ \Omega} = 0.96\ \text{A}$$

Claramente se observa que los resultados son iguales.

EJEMPLO 8-5

Convierta la fuente de corriente de la figura 8-10(a) en una fuente de voltaje y verifique que el voltaje V_L en la carga es el mismo para cada fuente.

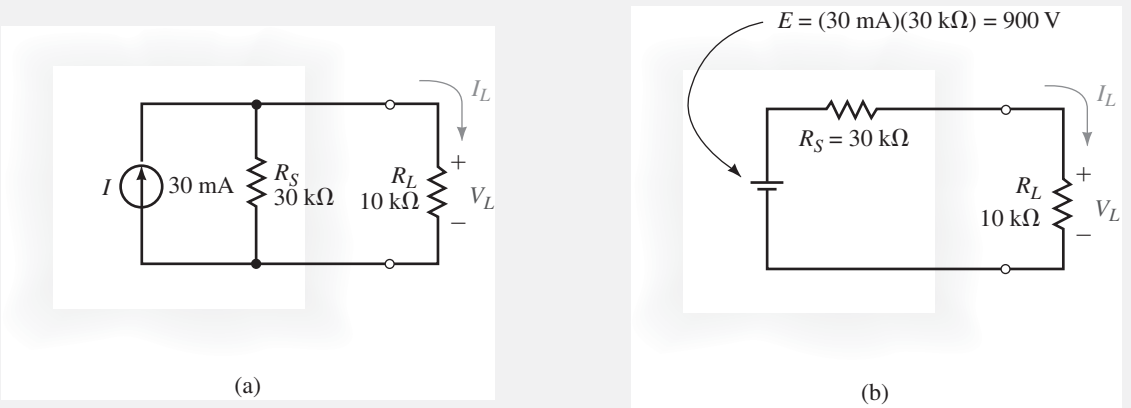


FIGURA 8-10

Solución La fuente de voltaje equivalente tendrá una magnitud dada por

$$E = (30\ \text{mA})(30\ \text{k}\Omega) = 900\ \text{V}$$

El circuito resultante se muestra en la figura 8-10(b).

Para el circuito de la figura 8-10(a), el voltaje en la carga se determina como

$$I_L = \frac{(30\ \text{k}\Omega)(30\ \text{mA})}{30\ \text{k}\Omega + 10\ \text{k}\Omega} = 22.5\ \text{mA}$$

$$V_L = I_L R_L = (22.5\ \text{mA})(10\ \text{k}\Omega) = 225\ \text{V}$$

Para el circuito equivalente de la figura 8-10(b), el voltaje en la carga se determina como sigue

$$V_L = \frac{10\ \text{k}\Omega}{10\ \text{k}\Omega + 30\ \text{k}\Omega}(900\ \text{V}) = 225\ \text{V}$$

De nuevo, se observa que los circuitos son equivalentes.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 1

1. Convierta las fuentes de voltaje de la figura 8-11 en fuentes de corriente equivalentes.

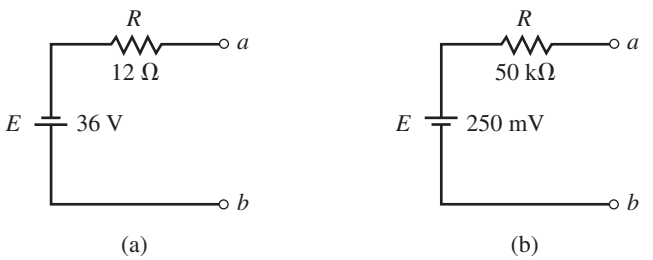


FIGURA 8-11

2. Convierta las fuentes de corriente de la figura 8-12 en fuentes de voltaje equivalentes.

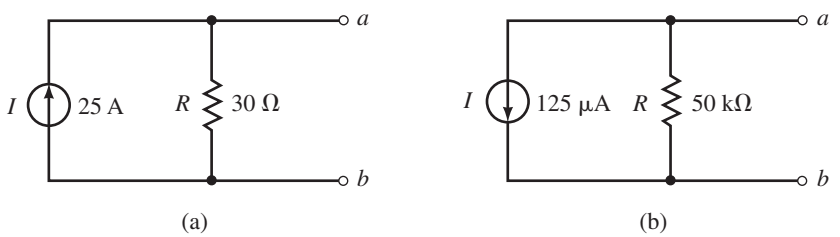


FIGURA 8-12

Respuestas

1. a. $I = 3.00$ A (hacia abajo) en paralelo con $R = 12\ \Omega$
   b. $I = 5.00\ \mu$A (hacia arriba) en paralelo con $R = 50$ kΩ
2. a. $E = V_{ab} = 750$ V en serie con $R = 30\ \Omega$
   b. $E = V_{ab} = -6.25$ V en serie con $R = 50$ kΩ

8-3 Fuentes de corriente en paralelo y en serie

Cuando varias fuentes de corriente están colocadas en paralelo, el circuito puede simplificarse al combinarlas en una sola. La magnitud y dirección de la fuente resultante se determina al sumar las corrientes en una dirección y después restar las corrientes en la dirección opuesta.

EJEMPLO 8-6

Simplifique el circuito de la figura 8-13 y determine el voltaje V_{ab}.

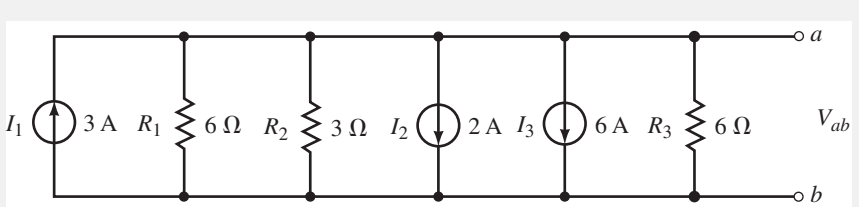


FIGURA 8-13

Solución Ya que todas las fuentes de corriente están en paralelo, pueden reemplazarse por una sola fuente de corriente equivalente que tendrá la misma dirección que I_2 e I_3, ya que la magnitud de la corriente en la dirección hacia abajo es mayor que la corriente en la dirección hacia arriba. La fuente de corriente equivalente tiene una magnitud de

$$I = 2\text{ A} + 6\text{ A} - 3\text{ A} = 5\text{ A}$$

como se muestra en la figura 8-14(a).

El circuito se simplifica más al combinar los resistores en uno solo:

$$R_T = 6\ \Omega \| 3\ \Omega \| 6\ \Omega = 1.5\ \Omega$$

El circuito equivalente se muestra en la figura 8-14(b).

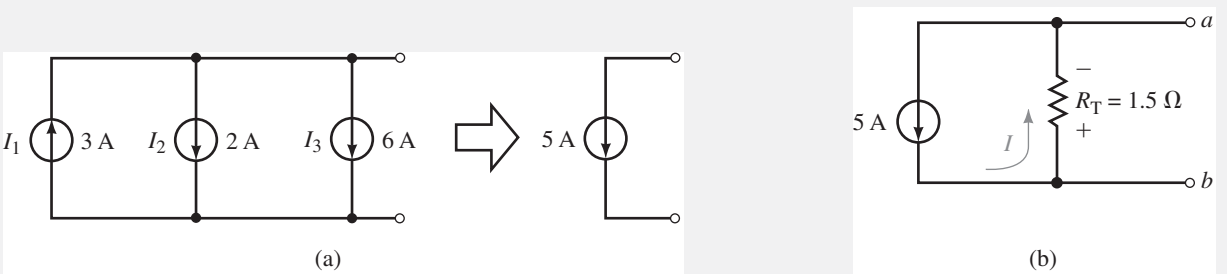


FIGURA 8-14

El voltaje V_{ab} se encuentra como sigue

$$V_{ab} = -(5\text{ A})(1.5\ \Omega) = -7.5\text{ V}$$

EJEMPLO 8-7

Reduzca el circuito de la figura 8-15 a una sola fuente de corriente y calcule la corriente a través del resistor R_L.

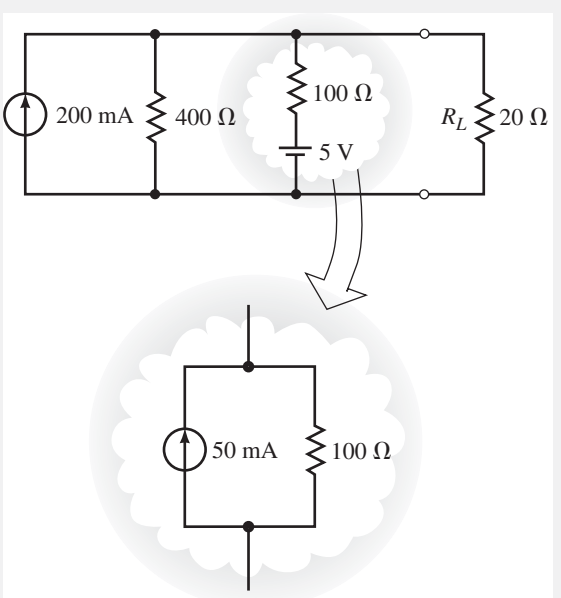


FIGURA 8-15

Solución La fuente de voltaje en este circuito se convierte a una fuente de corriente equivalente como se muestra. El circuito resultante puede luego simplificarse a una sola fuente de corriente donde

$$I_S = 200 \text{ mA} + 50 \text{ mA} = 250 \text{ mA}$$

y

$$R_S = 400\ \Omega \| 100\ \Omega = 80\ \Omega$$

El circuito simplificado se muestra en la figura 8-16.

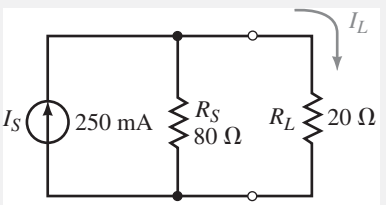


FIGURA 8-16

La corriente a través de R_L se calcula ahora con facilidad como

$$I_L = \left(\frac{80\ \Omega}{80\ \Omega + 20\ \Omega}\right)(250 \text{ mA}) = 200 \text{ mA}$$

Las fuentes de corriente nunca deben colocarse en serie. Si se selecciona un nodo entre las fuentes de corriente, es evidente de manera inmediata que la corriente que entra en el nodo no es igual que la que sale del mismo. Es claro que esto no puede ocurrir porque entonces se habría violado la ley de corriente de Kirchhoff (véase la figura 8-17).

NOTAS . . .

Las fuentes de corriente de diferentes valores nunca se deben colocar en serie.

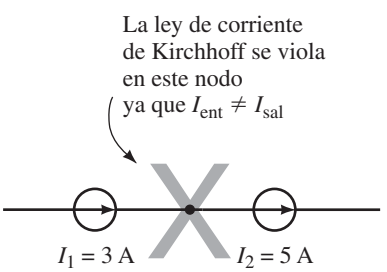


FIGURA 8-17

1. Explique brevemente el procedimiento para convertir una fuente de voltaje en una fuente de corriente equivalente.
2. ¿Cuál es la regla más importante para determinar cómo se conectan las fuentes de corriente en un circuito?

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 1

(Las respuestas están al final del capítulo)

8-4 Análisis de corriente de rama

En los capítulos anteriores se usaron las leyes de corriente y de voltaje de Kirchhoff para resolver ecuaciones en circuitos que tienen una sola fuente de voltaje. En esta sección se usarán estas poderosas herramientas para analizar los circuitos que tienen más de una fuente.

El **análisis de corriente de rama** permite calcular en forma directa la corriente en cada rama de un circuito. Ya que el método involucra el análisis de varias ecuaciones lineales simultáneas, el lector puede encontrar necesario hacer un repaso de los determinantes. En el apéndice B se ha incluido un repaso de la mecánica para resolver ecuaciones simultáneas.

Cuando aplique el análisis de corriente de rama, encontrará que la técnica que se describe a continuación le será de utilidad.

1. Asigne de manera arbitraria las direcciones de corriente a cada rama en la red. Si una rama en particular tiene una fuente de corriente, entonces este paso no es necesario ya que se conoce la magnitud y dirección de la corriente en esa rama.
2. Use las corrientes asignadas para marcar las polaridades de las caídas de voltaje en todos los resistores del circuito.
3. Aplique la ley de voltaje de Kirchhoff alrededor de cada lazo cerrado. Plantee las ecuaciones necesarias para incluir todas las ramas en las ecuaciones de lazo. Si una rama tiene sólo una fuente de corriente y ninguna resistencia en serie, no es necesario incluirla en las ecuaciones de la LVK.
4. Aplique la ley de corriente de Kirchhoff en los nodos necesarios para asegurar que todas las corrientes de rama se hayan incluido. En caso de que una rama tenga sólo una fuente de corriente, será necesario incluirla en este paso.
5. Resuelva las ecuaciones lineales simultáneas.

EJEMPLO 8-8

Determine la corriente en cada rama en el circuito de la figura 8-18.

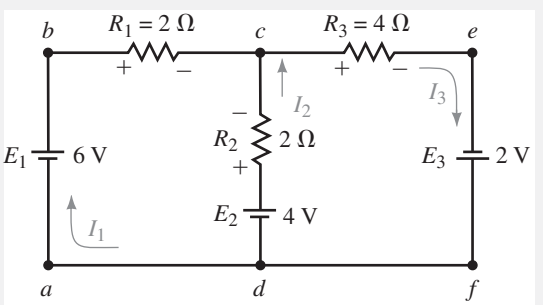


FIGURA 8-18

Solución

Paso 1: asigne las corrientes como se muestra en la figura 8-18.

Paso 2: indique las polaridades de las caídas de voltaje en todos los resistores del circuito usando las direcciones de corriente supuestas.

Paso 3: escriba las ecuaciones de la ley de voltaje de Kirchhoff.

Lazo *abcda*: $$6\ \text{V} - (2\ \Omega)I_1 + (2\ \Omega)I_2 - 4\ \text{V} = 0\ \text{V}$$

Observe que el circuito aún tiene ramas que no se han incluido en las ecuaciones de la LVK, esto es, la rama *cefd*. Estas ramas se incluirán si se plantea una ecuación de lazo para *cefdc* o para *abcefda*. No hay razón para seleccionar un lazo u otro, ya que el resultado final será el mismo aun cuando los pasos intermedios no den los mismos resultados.

Lazo *cefdc:* $4\text{ V} - (2\ \Omega)I_2 - (4\ \Omega)I_3 + 2\text{ V} = 0\text{ V}$

Ya que se han incluido todas las ramas en las ecuaciones de lazo, no hay necesidad de plantear alguna más. Aunque existen más lazos, plantear más ecuaciones de lazo complicaría innecesariamente los cálculos.

Paso 4: plantee las ecuaciones de la ley de corriente de Kirchhoff.

Al aplicar la LCK en el nodo *c*, todas las corrientes de rama en la red están incluidas.

Nodo *c:* $I_3 = I_1 + I_2$

Para simplificar la solución de las ecuaciones lineales simultáneas, se escriben como sigue:

$$\begin{aligned} 2I_1 - 2I_2 + 0I_3 &= 2 \\ 0I_1 - 2I_2 - 4I_3 &= -6 \\ 1I_1 + 1I_2 - 1I_3 &= 0 \end{aligned}$$

Los principios de álgebra lineal (apéndice B) permiten calcular el determinante del denominador como sigue:

$$D = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 0 & -2 & -4 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= 2\begin{vmatrix} -2 & -4 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - 0\begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} -2 & 0 \\ -2 & -4 \end{vmatrix}$$

$$= 2(2 + 4) - 0 + 1(8) = 20$$

Ahora, al resolver para las corrientes se tiene lo siguiente:

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -6 & -2 & -4 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}}{D}$$

$$= \frac{2\begin{vmatrix} -2 & -4 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - (-6)\begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + 0\begin{vmatrix} -2 & 0 \\ -2 & -4 \end{vmatrix}}{20}$$

$$= \frac{2(2 + 4) + 6(2) + 0}{20} = \frac{24}{20} = 1.200\text{ A}$$

De manera similar,

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & -6 & -4 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}}{D}$$

$$= \frac{4}{20} = 0.200\text{ A}$$

y

$$I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & -6 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}}{D}$$

$$= \frac{28}{20} = 1.400\text{ A}$$

Sugerencia para el empleo de la calculadora: el uso de calculadoras como la TI-86 y los programas de computadora como Mathcad han hecho mucho fácil determinar las soluciones de las ecuaciones lineales simultáneas. Si se utilizara la TI-86 para resolver las tres incógnitas en este ejemplo, se introducen los coeficientes a_{11}, a_{12}, a_{13} y b_1 de la primera ecuación como sigue:

```
a1,1x1+a1,2x2+a1,3x3=b1
 a1,1=2
 a1,2=-2
 a1,3=0
 b1=2
```

De manera similar, los coeficientes para las dos ecuaciones restantes se ingresan para que el resultado sea mostrado como

```
x1=1.2
x2=.2
x3=1.4
```

Estos resultados son consistentes con los que se encontraron mediante los determinantes, esto es, $I_1 = 1.2$ A, $I_2 = 0.2$ A e $I_3 = 1.4$ A.

EJEMPLO 8-9

Encuentre las corrientes en cada rama del circuito que se muestra en la figura 8-19. Determine el voltaje V_{ab}.

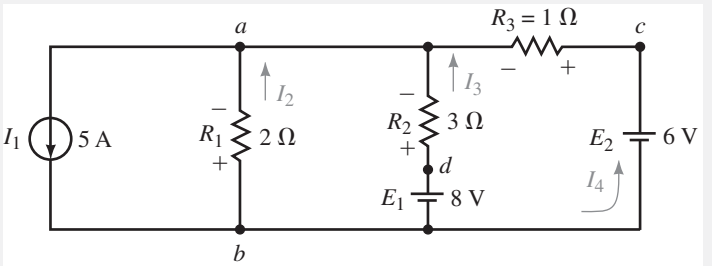


FIGURA 8-19

Solución Observe que el circuito anterior tiene cuatro corrientes, hay sólo tres corrientes desconocidas: I_2, I_3 e I_4. La corriente I_1 está dada por el valor de la fuente de corriente constante. Para resolver esta red se necesitarán tres ecuaciones lineales, las cuales se determinan, como antes, mediante las leyes de voltajes y de corrientes de Kirchhoff.

Paso 1: las corrientes están indicadas en el circuito.

Paso 2: se muestran todas las polaridades de los voltajes en todos los resistores.

Paso 3: se aplica la ley de voltaje de Kirchhoff en los lazos indicados:

Lazo *badb:* $-(2\ \Omega)(I_2) + (3\ \Omega)(I_3) - 8\ \text{V} = 0\ \text{V}$
Lazo *bacb:* $-(2\ \Omega)(I_2) + (1\ \Omega)(I_4) - 6\ \text{V} = 0\ \text{V}$

Paso 4: se aplica la ley de corriente de Kirchhoff como sigue:

Nodo *a:* $I_2 + I_3 + I_4 = 5\ \text{A}$

Al reescribir las ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned} -2I_2 + 3I_3 + 0I_4 &= 8 \\ -2I_2 + 0I_3 + 1I_4 &= 6 \\ 1I_2 + 1I_3 + 1I_4 &= 5 \end{aligned}$$

El determinante del denominador se evalúa como

$$D = \begin{vmatrix} -2 & 3 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 11$$

Ahora, al resolver para las corrientes se tiene

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 & 0 \\ 6 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{D} = -\frac{11}{11} = -1.00\ \text{A}$$

$$I_3 = \frac{\begin{vmatrix} -2 & 8 & 0 \\ -2 & 6 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \end{vmatrix}}{D} = \frac{22}{11} = 2.00\ \text{A}$$

$$I_4 = \frac{\begin{vmatrix} -2 & 3 & 8 \\ -2 & 0 & 6 \\ 1 & 1 & 5 \end{vmatrix}}{D} = \frac{44}{11} = 4.00\ \text{A}$$

La corriente I_2 es negativa, lo cual simplemente significa que la dirección real de la corriente es opuesta a la que se seleccionó.

Aunque la red puede analizarse usando las direcciones de corrientes supuestas, es más fácil entender la operación del circuito cuando se muestran las direcciones reales, como en la figura 8-20.

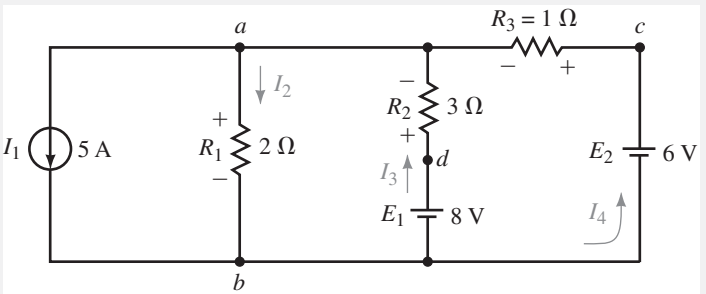


FIGURA 8-20

Si se usa la dirección real de I_2,

$$V_{ab} = +(2\ \Omega)(1\ \text{A}) = +2.00\text{V}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 2

Use el análisis de corriente de rama para calcular las corrientes que se indican en el circuito de la figura 8-21.

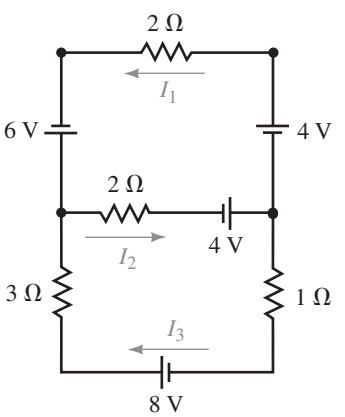


FIGURA 8-21

Respuestas
$I_1 = 3.00$ A, $I_2 = 4.00$ A, $I_3 = 1.00$ A

8-5 Análisis de mallas (lazos)

En la sección anterior se usaron las leyes de Kirchhoff para conocer las corrientes en cada rama de una determinada red. Mientras que los métodos que se usaron fueron relativamente simples, el análisis de corriente de rama es algo inconveniente porque involucra resolver varias ecuaciones lineales simultáneas. No es difícil observar que el número de ecuaciones puede ser grande aun para un circuito relativamente simple.

Un mejor enfoque que se usa ampliamente en redes bilaterales lineales se llama **análisis de mallas** (**lazos**). Aunque la técnica es similar al análisis de co-

rriente de rama, el número de ecuaciones lineales simultáneas es menor. La diferencia principal entre el análisis de mallas y el de ramas es que simplemente se necesita aplicar la ley de voltaje de Kirchhoff alrededor de los lazos cerrados sin la necesidad de aplicar la ley de corriente de Kirchhoff.

Los pasos que se usan para resolver un circuito con el análisis de mallas son los siguientes:

1. Se asigna de manera arbitraria una corriente en el sentido en que se mueven las manecillas del reloj en cada lazo cerrado en la red. Aunque la corriente asignada puede tener cualquier dirección, se usa la dirección en la que avanzan las manecillas del reloj para hacer el trabajo posterior más simple.
2. Se usan las corrientes de lazo asignadas para indicar las polaridades de voltaje en todos los resistores del circuito. Para un resistor que es común a dos lazos, la polaridad de la caída de voltaje debida a cada corriente de lazo debe estar indicada en el lado apropiado del componente.
3. Al aplicar la ley de voltaje de Kirchhoff se plantean las ecuaciones de lazo en cada lazo de la red. Recuerde que los resistores que son comunes a dos lazos tienen dos caídas de voltaje debidas a cada lazo.
4. Se resuelven las ecuaciones lineales simultáneas.
5. Las corrientes de rama se determinan combinando de manera algebraica las corrientes de lazo que son comunes a la rama.

EJEMPLO 8-10

Determine la corriente en cada rama para el circuito de la figura 8-22.

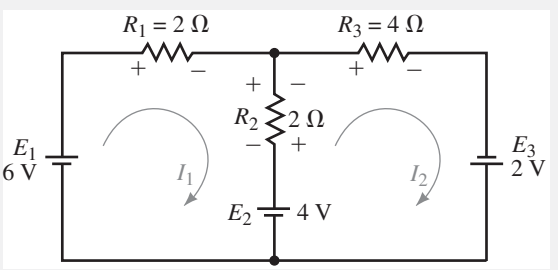


FIGURA 8-22

Solución

Paso 1: se asignan las corrientes de lazo como se muestra en la figura 8-22, las cuales se designan como I_1 e I_2.

Paso 2: las polaridades de voltaje se asignan de acuerdo con las corrientes de lazo. Observe que el resistor R_2 tiene dos polaridades de voltaje debido a las corrientes de lazos diferentes.

Paso 3: se plantean las ecuaciones de lazo aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff en cada lazo. Las ecuaciones son las siguientes:

$$\text{Lazo 1:} \quad 6\ \text{V} - (2\ \Omega)I_1 - (2\ \Omega)I_1 + (2\ \Omega)I_2 - 4\ \text{V} = 0$$
$$\text{Lazo 2:} \quad 4\ \text{V} - (2\ \Omega)I_2 + (2\ \Omega)I_1 - (4\ \Omega)I_2 + 2\ \text{V} = 0$$

Observe que el voltaje en R_2 debido a las corrientes I_1 e I_2 está indicado como dos términos separados, donde uno de ellos representa la caída de voltaje en la dirección de I_1 y el otro representa una elevación de voltaje en la misma dirección. La magnitud y polaridad del voltaje en R_2 se determina por el valor y la dirección de las corrientes de lazo reales. Las ecuaciones de lazos anteriores pueden simplificarse como sigue:

$$\text{Lazo 1:} \quad (4\ \Omega)I_1 - (2\ \Omega)I_2 = 2\ \text{V}$$
$$\text{Lazo 2:} \quad -(2\ \Omega)I_1 + (6\ \Omega)I_2 = 6\ \text{V}$$

Se usan determinantes para resolver fácilmente las ecuaciones de lazo como sigue

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 6 & 6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 6 \end{vmatrix}} = \frac{12 + 12}{24 - 4} = \frac{24}{20} = 1.20 \text{ A}$$

y

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -2 & 6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 6 \end{vmatrix}} = \frac{24 + 4}{24 - 4} = \frac{28}{20} = 1.40 \text{ A}$$

De acuerdo con los resultados anteriores se observa que las corrientes a través de los resistores R_1 y R_3 son I_1 e I_2 respectivamente.

La corriente de rama para R_2 se determina al combinar las corrientes de lazo a través del resistor:

$$I_{R_2} = 1.40 \text{ A} - 1.20 \text{ A} = 0.20 \text{ A (hacia arriba)}$$

Los resultados que se obtienen al usar el análisis de mallas son exactamente iguales que los obtenidos mediante el análisis de corrientes de rama. Mientras que este último análisis requirió tres ecuaciones, el primero requiere la solución de sólo dos ecuaciones lineales simultáneas. El análisis de mallas requiere que sólo se aplique la ley de voltajes de Kirchhoff, e ilustra con claridad por qué se le prefiere más que el análisis de corriente de rama.

Si el circuito que se analiza contiene fuentes de corriente, el procedimiento es algo más complicado. El circuito puede simplificarse al convertir la(s) fuente(s) de corriente a fuentes de voltaje y entonces se resuelven las redes resultantes con el procedimiento que se mostró en el ejemplo anterior. De manera alternativa puede no desearse alterar el circuito, en cuyo caso la fuente de corriente proporcionará una de las corrientes de lazo.

EJEMPLO 8-11

Determine la corriente a través de la batería de 8 V para el circuito que se muestra en la figura 8-23.

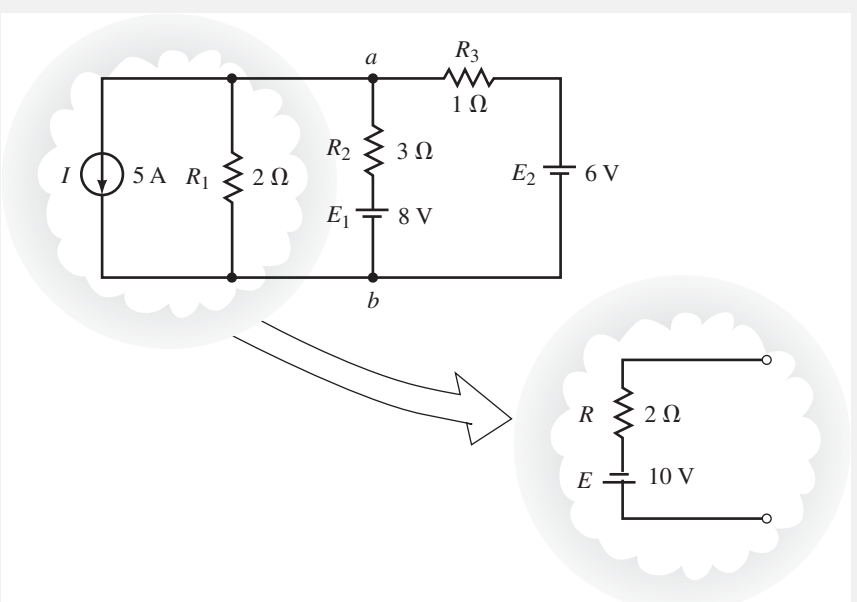


FIGURA 8-23

Solución Se convierte la fuente de corriente en una fuente de voltaje equivalente. El circuito equivalente puede ahora analizarse usando las corrientes de lazo que se observan en la figura 8-24.

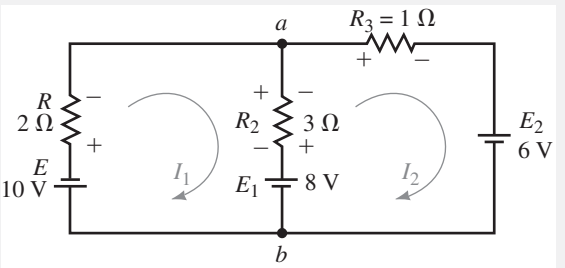


FIGURA 8-24

$$\text{Lazo 1:} \quad -10\ \text{V} - (2\ \Omega)I_1 - (3\ \Omega)I_1 + (3\ \Omega)I_2 - 8\ \text{V} = 0$$
$$\text{Lazo 2:} \quad 8\ \text{V} - (3\ \Omega)I_2 + (3\ \Omega)I_1 - (1\ \Omega)I_2 - 6\ \text{V} = 0$$

Al volver a escribir las ecuaciones lineales, se obtiene lo siguiente:

$$\text{Lazo 1:} \quad (5\ \Omega)I_1 - (3\ \Omega)I_2 = -18\ \text{V}$$
$$\text{Lazo 2:} \quad -(3\ \Omega)I_1 + (4\ \Omega)I_2 = 2\ \text{V}$$

Se resuelven las ecuaciones usando determinantes y se obtiene lo siguiente:

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} -18 & -3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}} = -\frac{66}{11} = -6.00\ \text{A}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 5 & -18 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}}{11} = -\frac{44}{11} = -4.00\ \text{A}$$

Si se supone que la dirección de la corriente en la batería de 8 V es la de I_2, entonces,

$$\text{I} = I_2 - I_1 = -4.00\ \text{A} - (-6.00\ \text{A}) = 2.00\ \text{A}$$

La dirección de la corriente resultante es igual que la de I_2 (hacia arriba).

El circuito de la figura 8-23 también puede analizarse sin convertir la fuente de corriente en una fuente de voltaje. Aunque este método por lo general no se usa, el siguiente ejemplo ilustra la técnica.

EJEMPLO 8-12

Determine la corriente a través de R_1 para el circuito de la figura 8-25.

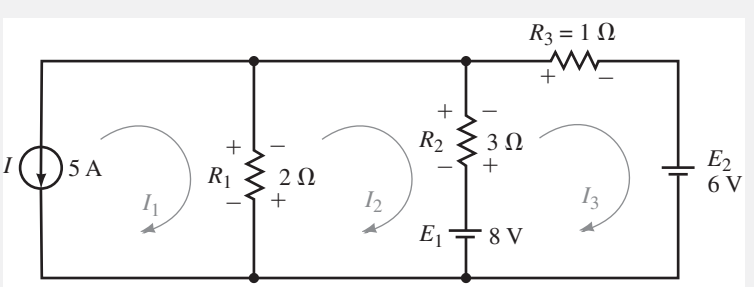


FIGURA 8-25

Solución Por inspección se observa que la corriente de lazo $I_1 = -5$ A. Las ecuaciones de malla para los otros dos lazos son:

$$\text{Lazo 2:} \quad -(2\ \Omega)I_2 + (2\ \Omega)I_1 - (3\ \Omega)I_2 + (3\ \Omega)I_3 - 8\ \text{V} = 0$$
$$\text{Lazo 3:} \quad 8\ \text{V} - (3\ \Omega)I_3 + (3\ \Omega)I_2 - (1\ \Omega)I_3 - 6\ \text{V} = 0$$

Aunque es posible analizar el circuito resolviendo tres ecuaciones lineales, es más fácil sustituir el valor conocido $I_1 = -5$A en la ecuación de malla para el lazo 2, con lo cual se puede escribir ahora como:

$$\text{Lazo 2:} \quad -(2\ \Omega)I_2 - 10\ \text{V} - (3\ \Omega)I_2 + (3\ \Omega)I_3 - 8\ \text{V} = 0$$

Las ecuaciones de lazo se simplifican ahora como

$$\text{Lazo 2:} \quad (5\ \Omega)I_2 - (3\ \Omega)I_3 = -18\ \text{V}$$
$$\text{Lazo 3:} \quad -(3\ \Omega)I_2 + (4\ \Omega)I_3 = 2\ \text{V}$$

Las ecuaciones lineales simultáneas se resuelven como sigue:

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} -18 & -3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}} = -\frac{66}{11} = -6.00\ \text{A}$$

$$I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 5 & -18 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}}{11} = -\frac{44}{11} = -4.00\ \text{A}$$

Los valores calculados de las corrientes de referencia supuestas permiten determinar la corriente real a través de los diversos resistores como sigue:

$$I_{R_1} = I_1 - I_2 = -5\ \text{A} - (-6\ \text{A}) = 1.00\ \text{A} \quad \text{hacia abajo}$$
$$I_{R_2} = I_3 - I_2 = -4\ \text{A} - (-6\ \text{A}) = 2.00\ \text{A} \quad \text{hacia arriba}$$
$$I_{R_3} = -I_3 = 4.00\ \text{A} \quad \text{a la izquierda}$$

Estos resultados son consistentes con los que se obtuvieron en el ejemplo 8-9.

Método sistemático para el análisis de mallas

Se usa una técnica muy simple para plantear las ecuaciones de malla de cualquier red bilateral lineal. Cuando se usa este método sistemático, las ecuaciones lineales simultáneas para una red que tiene n lazos independientes se presenta como:

$$\begin{aligned} R_{11}I_1 - R_{12}I_2 - R_{13}I_3 - \cdots - R_{1n}I_n &= E_1 \\ -R_{21}I_1 + R_{22}I_2 - R_{23}I_3 - \cdots - R_{2n}I_n &= E_2 \\ \vdots \\ -R_{n1}I_1 - R_{n2}I_2 - R_{n3}I_3 - \cdots + R_{nn}I_n &= E_n \end{aligned}$$

Los términos $R_{11}, R_{22}, R_{33}, \ldots, R_{nn}$ representan la resistencia total en cada lazo y se encuentran simplemente sumando todas las resistencias en un lazo particular. Los restantes términos de resistencia se llaman términos de **resistencia mutua**, y representan la resistencia compartida entre dos lazos. Por ejemplo, la resistencia mutua R_{12} es la que existe en el lazo 1, la cual está localizada en la rama entre el lazo 1 y el lazo 2. Si no hay resistencia entre dos lazos, este término será cero.

Los términos que contienen $R_{11}, R_{22}, R_{33}, \ldots, R_{nn}$ son positivos y todos los términos de resistencia mutua son negativos. Esta característica ocurre debido a que se supone que todas las corrientes se mueven en la misma dirección que las manecillas del reloj.

Si las ecuaciones lineales se escriben en forma correcta, se encontrará que los coeficientes en la diagonal principal (R_{11}, R_{22}, R_{33}, . . . , R_{nn}) serán positivos. Todos los demás coeficientes serán negativos. También los términos serán simétricos con respecto a la diagonal principal, esto es, $R_{12} = R_{21}$.

Los términos E_1, E_2, E_3, . . . , E_n son la suma de las elevaciones de voltaje en la dirección de las corrientes de lazo. Si una fuente de voltaje aparece en la rama compartida por dos lazos, se incluirá en el cálculo de las elevaciones de voltaje para cada lazo.

El método sistemático que se usa para el análisis de mallas es el siguiente:

1. Convierta las fuentes de corriente en fuentes de voltaje equivalentes.
2. Asigne las corrientes en el sentido de las manecillas del reloj a cada lazo cerrado independiente en la red.
3. Plantee las ecuaciones lineales simultáneas en el formato descrito.
4. Resuelva las ecuaciones lineales simultáneas.

EJEMPLO 8-13

Determine las corrientes a través de R_2 y R_3 en el circuito de la figura 8-26.

Solución

Paso 1: aunque se observa que el circuito tiene una fuente de corriente, puede no ser evidente de inmediato la manera en que puede convertirse en una fuente de voltaje equivalente. Al volver a dibujar el circuito en una forma más fácil de observar, como se muestra en la figura 8-27, se observa que la fuente de corriente de 2 mA está en paralelo con un resistor de 6 kΩ. La conversión de la fuente también se ilustra en la figura 8-27.

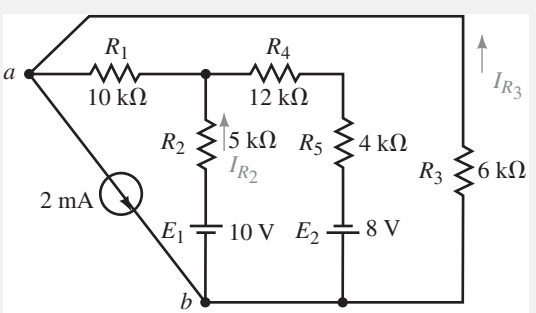


FIGURA 8-26

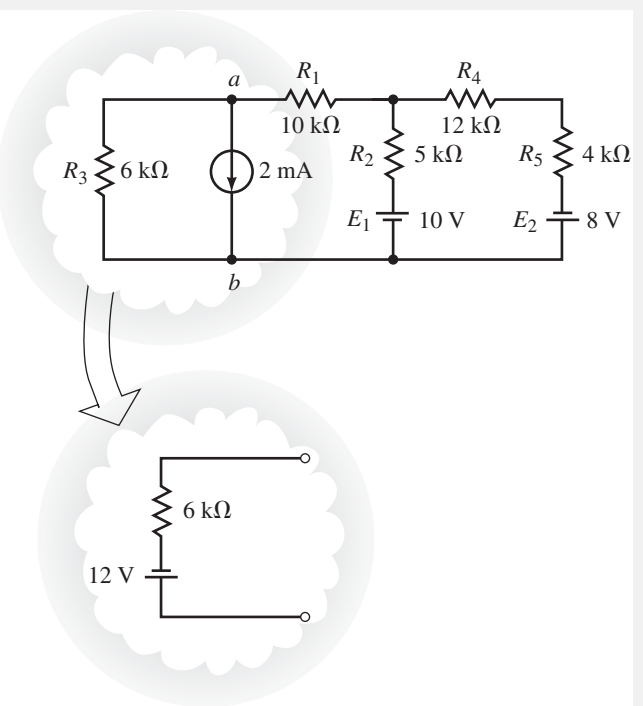


FIGURA 8-27

Paso 2: al volver a dibujar el circuito se simplifica aún más, en él se marcan algunos de los nodos, en este caso *a* y *b*. Después de realizar la conversión de la fuente, se tienen los dos lazos que se observan en la figura 8-28. También se ilustran las direcciones de las corrientes I_1 e I_2.

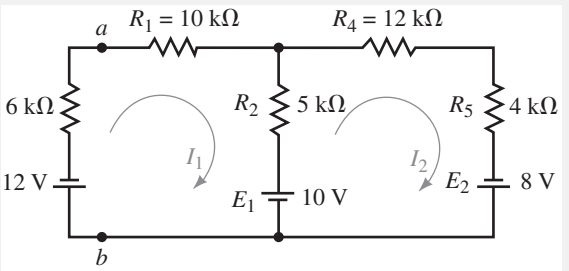


FIGURA 8-28

Paso 3: Las ecuaciones de lazo son:

$$\text{Lazo 1:} \quad (6\ \text{k}\Omega + 10\ \text{k}\Omega + 5\ \text{k}\Omega)I_1 - (5\ \text{k}\Omega)I_2 = -12\ \text{V} - 10\ \text{V}$$
$$\text{Lazo 2:} \quad -(5\ \text{k}\Omega)I_1 + (5\ \text{k}\Omega + 12\ \text{k}\Omega + 4\ \text{k}\Omega)I_2 = 10\ \text{V} + 8\ \text{V}$$

En el lazo 1 ambos voltajes son negativos, ya que aparecen como caídas de voltaje cuando se sigue la dirección de la corriente de lazo.

Estas ecuaciones se vuelven a escribir como

$$(21\ \text{k}\Omega)I_1 - (5\ \text{k}\Omega)I_2 = -22\ \text{V}$$
$$-(5\ \text{k}\Omega)I_1 + (21\ \text{k}\Omega)I_2 = 18\ \text{V}$$

Paso 4: para simplificar la solución de las ecuaciones lineales anteriores, se puede eliminar las unidades (kΩ y V) de los cálculos. Por inspección se observa que la unidad para la corriente debe estar en miliamperes. Al resolver para conocer las corrientes I_1 e I_2 resulta en:

$$I_1 = -0.894\ \text{mA}$$

y

$$I_2 = 0.644\ \text{mA}$$

La corriente a través del resistor R_2 se determina con facilidad como

$$I_2 - I_1 = 0.644\ \text{mA} - (-0.894\ \text{mA}) = 1.54\ \text{mA} \quad \text{(hacia arriba)}$$

La corriente a través de R_3 no se encuentra tan fácilmente. Un error común es decir que la corriente en R_3 es la misma que fluye a través del resistor de 6 kΩ en el circuito de la figura 8-28. **Este no es el caso,** y ya que este resistor fue parte de la conversión de la fuente, ya no está ubicado en el mismo lugar que en el circuito original.

Aunque existen varias formas de encontrar la corriente requerida, el método que se usa aquí aplica la ley de Ohm. Si se examina la figura 8-26, se observa que el voltaje en R_3 es igual que V_{ab}. A partir de la figura 8-28, se ve que V_{ab} se determina con el valor que se calculó de I_1.

$$V_{ab} = -(6\ \text{k}\Omega)I_1 - 12\ \text{V} = -(6\ \text{k}\Omega)(-0.894\ \text{mA}) - 12\ \text{V} = -6.64\ \text{V}$$

El cálculo anterior indica que la corriente a través de R_3 va hacia arriba (ya que el punto *a* es negativo con respecto al punto *b*). La corriente tiene una valor de

$$I_{R_3} = \frac{6.64\ \text{V}}{6\ \text{k}\Omega} = 1.11\ \text{mA}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 3

Use el análisis de mallas para determinar las corrientes de lazo de la figura 8-29.

Respuestas
$I_1 = 3.00$ A, $I_2 = 2.00$ A, $I_3 = 5.00$ A

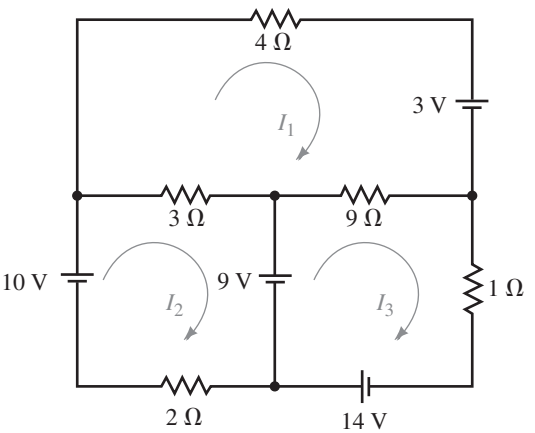


FIGURA 8-29

8-6 Análisis de nodos

En la sección anterior se aplicó la ley de voltaje de Kirchhoff para obtener las corrientes de lazo en una red. En esta sección se aplicará la ley de corriente de Kirchhoff para determinar la diferencia de potencial (voltaje) en cualquier nodo con respecto a algún punto de referencia arbitrario en una red. Una vez que los potenciales de todos los nodos se conocen, es una cuestión simple determinar otras cantidades, como la corriente y la potencia dentro de la red.

Los pasos que se siguen para resolver un circuito mediante el **análisis de nodos** son los siguientes:

1. Asigne de manera arbitraria un nodo de referencia dentro del circuito e indíquelo como **tierra**. El nodo de referencia, por lo general, se ubica en la parte inferior del circuito, aunque puede estar localizado en cualquier lugar.
2. Convierta cada fuente de voltaje en la red en su fuente de corriente equivalente. Este paso, aunque no es absolutamente necesario, hace los cálculos posteriores más fáciles de entender.
3. Asigne de manera arbitraria los voltajes (V_1, V_2, . . . , V_n) a los restantes nodos en el circuito. (Recuerde que ya se ha asignado un nodo de referencia, de manera que esos voltajes estarán en relación con la referencia seleccionada.)
4. Asigne de manera arbitraria una dirección de corriente a cada rama en la cual no haya fuente de corriente. Use las direcciones de corriente asignadas para indicar las correspondientes polaridades de las caídas de voltaje en todos los resistores.
5. Con excepción del nodo de referencia (tierra), aplique la ley de corriente de Kirchhoff en cada uno de los nodos. Si un circuito tiene un total de $n + 1$ nodos (incluido el nodo de referencia), habrá n ecuaciones lineales simultáneas.
6. Vuelva a escribir cada una de las corrientes asignadas de manera arbitraria en términos de la diferencia de potencial en una resistencia conocida.
7. Resuelva las ecuaciones lineales simultáneas resultantes para los voltajes (V_1, V_2, . . . , V_n).

EJEMPLO 8-14

En el circuito de la figura 8-30, use el análisis de nodos para calcular el voltaje V_{ab}.

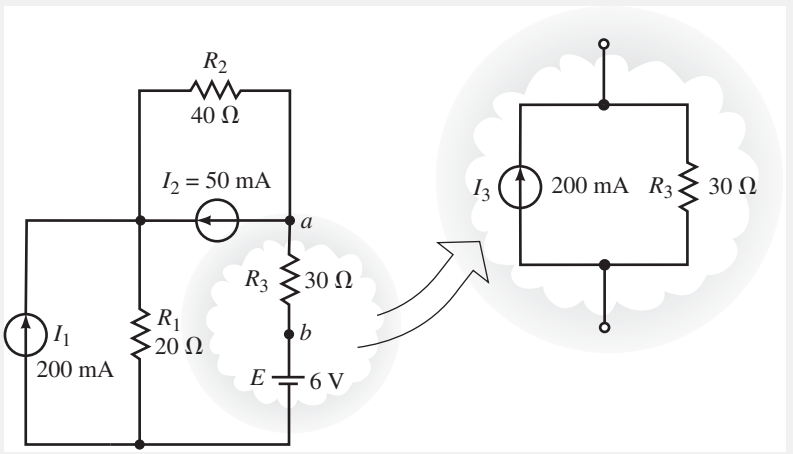


FIGURA 8-30

Solución

Paso 1: selecciones un nodo de referencia conveniente.

Paso 2: convierta todas las fuente de voltaje en fuentes de corriente equivalentes. El circuito resultante se muestra en la figura 8-31.

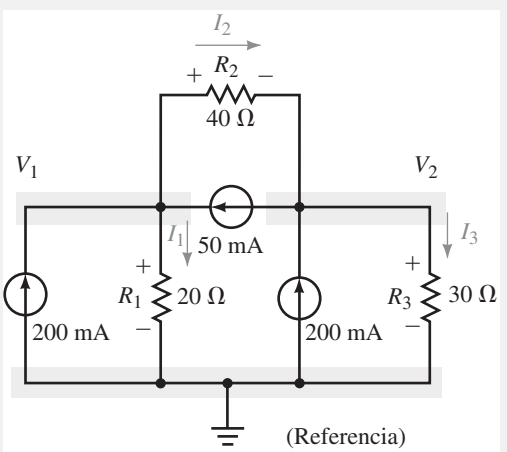


FIGURA 8-31

Pasos 3 y 4: asigne de manera arbitraria los voltajes de nodo y las corrientes de rama. Indique las polaridades de voltaje en todos los resistores de acuerdo con las direcciones de corriente supuestas.

Paso 5: ahora se aplica la ley de corriente de Kirchhoff en los nodos marcados como V_1 y V_2:

Nodo V_1:
$$\sum I_{\text{que entra}} = \sum I_{\text{que sale}}$$
$$200 \text{ mA} + 50 \text{ mA} = I_1 + I_2$$

Nodo V_2:
$$\sum I_{\text{que entra}} = \sum I_{\text{que sale}}$$
$$200 \text{ mA} + I_2 = 50 \text{ mA} + I_3$$

Paso 6: las corrientes se vuelven a escribir en términos de los voltajes en los resistores como sigue:

$$I_1 = \frac{V_1}{20\ \Omega}$$

$$I_2 = \frac{V_1 - V_2}{40\ \Omega}$$

$$I_3 = \frac{V_2}{30\ \Omega}$$

Y las ecuaciones de nodos son

$$200\text{ mA} + 50\text{ mA} = \frac{V_1}{20\ \Omega} + \frac{V_1 - V_2}{40\ \Omega}$$

$$200\text{ mA} + \frac{V_1 - V_2}{40\ \Omega} = 50\text{ mA} + \frac{V_2}{30\ \Omega}$$

Al sustituir las expresiones de voltaje en las ecuaciones de nodo originales, se tienen las siguientes ecuaciones lineales simultáneas:

$$\left(\frac{1}{20\ \Omega} + \frac{1}{40\ \Omega}\right)V_1 - \left(\frac{1}{40\ \Omega}\right)V_2 = 0.25\text{ A}$$

$$-\left(\frac{1}{40\ \Omega}\right)V_1 + \left(\frac{1}{30\ \Omega} + \frac{1}{40\ \Omega}\right)V_2 = 0.15\text{ A}$$

Si regresamos al circuito original de la figura 8-30, se observa que el voltaje V_2 es igual que el voltaje V_a, esto es

$$V_a = 4.67\text{ V} = 6.0\text{ V} + V_{ab}$$

Por tanto, el voltaje V_{ab} se encuentra simplemente como

$$V_{ab} = 4.67\text{ V} - 6.0\text{ V} = -1.33\text{ V}$$

Sugerencia para el uso de la calculadora: la calculadora TI-86 es capaz de trabajar fácilmente con las ecuaciones lineales de este ejemplo sin tener que realizar cálculos intermedios. El siguiente paso muestra que al usar la función inversa (x^{-1}), los coeficientes de la primera ecuación pueden ingresarse en forma directa en la calculadora.

```
a1,1x1+a1,2x2=b1
 a1,1=20^-1+40^-1
 a1,2=-40^-1
 b1=0.25
```

Después de introducir los coeficientes de la segunda ecuación, se obtiene la solución como sigue:

```
 x1=4.88888888889
 x2=4.66666666667
```

Por tanto, las soluciones de las ecuaciones lineales dadas son, $V_1 = 4.89$ V y $V_2 = 4.67$ V

EJEMPLO 8-15

Determine los voltajes de nodo para el circuito que se muestra en la figura 8-32.

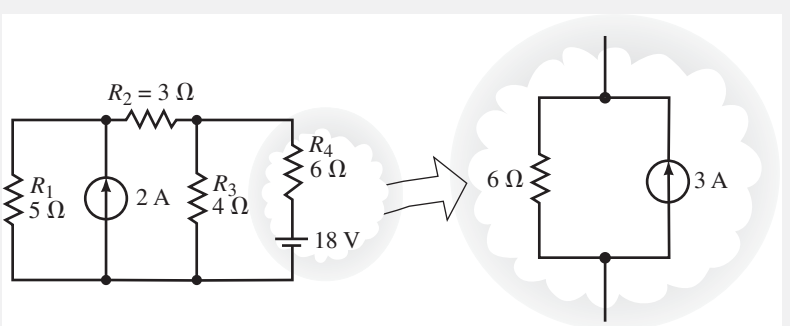


FIGURA 8-32

Solución Al seguir los pasos descritos, el circuito puede volver a dibujarse como se muestra en la figura 8-33.

EJEMPLO 8-14

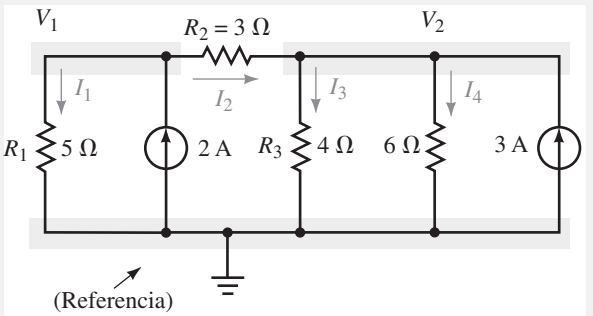


FIGURA 8-33

Al aplicar la ley de corriente de Kirchhoff a los nodos correspondientes a V_1 y V_2, se obtienen las siguientes ecuaciones de nodo:

$$\sum I_{\text{que sale}} = \sum I_{\text{que entra}}$$

Nodo V_1: $$I_1 + I_2 = 2\ \text{A}$$

Nodo V_2: $$I_3 + I_4 = I_2 + 3\ \text{A}$$

Las corrientes pueden, una vez más, reescribirse en términos de los voltajes en los resistores.

$$I_1 = \frac{V_1}{5\ \Omega}$$

$$I_2 = \frac{V_1 - V_2}{3\ \Omega}$$

$$I_3 = \frac{V_2}{4\ \Omega}$$

$$I_4 = \frac{V_2}{6\ \Omega}$$

Las ecuaciones de nodo se vuelven

Nodo V_1: $$\frac{V_1}{5\ \Omega} + \frac{(V_1 - V_2)}{3\ \Omega} = 2\ \text{A}$$

Nodo V_2: $$\frac{V_2}{4\ \Omega} + \frac{V_2}{6\ \Omega} = \frac{(V_1 - V_2)}{3\ \Omega} + 3\ \text{A}$$

Estas ecuaciones pueden simplificarse ahora como

Nodo V_1: $$\left(\frac{1}{5\ \Omega} + \frac{1}{3\ \Omega}\right)V_1 - \left(\frac{1}{3\ \Omega}\right)V_2 = 2\ \text{A}$$

Nodo V_2: $$-\left(\frac{1}{3\ \Omega}\right)V_1 + \left(\frac{1}{4\ \Omega} + \frac{1}{6\ \Omega} + \frac{1}{3\ \Omega}\right)V_2 = 3\ \text{A}$$

Se puede usar cualquiera de los métodos anteriores para resolver las ecuaciones lineales simultáneas. En consecuencia, las soluciones para V_1 y V_2 son:

$$V_1 = 8.65\ \text{V}$$

y

$$V_2 = 7.85\ \text{V}$$

En los dos ejemplos anteriores se observó que las ecuaciones lineales simultáneas tienen un formato similar al que se desarrolló en el análisis de mallas. Cuando se plantean las ecuaciones de nodo para el nodo V_1, el coeficiente de la variable V_1 fue positivo, y tenía una magnitud dada por la suma de la conductancia conectada a este nodo. El coeficiente para la variable V_2 fue negativo y tenía una magnitud dada por la conductancia mutua entre los nodos V_1 y V_2.

Método sistemático

Se puede usar un método sistemático simple para plantear las ecuaciones de nodo para cualquier red que tenga $n + 1$ nodos. Debido a que uno de estos nodos se denota como el de referencia, habrá n ecuaciones lineales simultáneas, las cuales aparecerán como:

$$\begin{aligned} G_{11}V_1 - G_{12}V_2 - G_{13}V_3 - \cdots - R_{1n}V_n &= I_1 \\ -G_{21}V_1 + G_{22}V_2 - G_{23}V_3 - \cdots - R_{2n}V_n &= I_2 \\ &\vdots \\ -G_{n1}V_1 - G_{n2}V_2 - G_{n3}V_3 - \cdots + R_{nn}V_n &= I_n \end{aligned}$$

Los coeficientes (constantes) $G_{11}, G_{22}, G_{33}, \ldots, G_{nn}$ representan la suma de las conductancias conectadas al nodo particular. Los restantes coeficientes se llaman términos de **conductancia mutua**. Por ejemplo, la conductancia mutua G_{23} es la que está conectada al nodo V_2, la cual es común al nodo V_3. Si no hay conductancias que sean comunes a dos nodos, entonces este término será cero. Observe que los términos $G_{11}, G_{22}, G_{33}, \ldots, G_{nn}$ son positivos y que los términos de conductancia mutua son negativos. Además, si las ecuaciones se escriben correctamente, luego entonces los términos serán simétricos con respecto a la diagonal principal, esto es, $G_{23} = G_{32}$.

Los términos $V_1, V_2, \ldots, V_n$ son los voltajes de nodo desconocidos. Cada voltaje representa la diferencia de potencial entre el nodo en cuestión y el nodo de referencia.

Los términos $I_1, I_2, \ldots, I_n$ son la suma de las fuentes de corriente que entran en el nodo. Si una fuente de corriente tiene una corriente tal que sale del nodo, entonces la corriente se designa simplemente como negativa. Si una fuente de corriente particular está compartida entre dos nodos, entonces esta corriente debe incluirse en ambas ecuaciones de nodo.

El método sistemático que se usa al aplicar este formato en el análisis de nodos es el siguiente:

1. Convierta las fuentes de voltaje en las fuentes de corriente equivalentes.
2. Marque el nodo de referencia como $\perp$. Marque los restantes voltajes de nodo como $V_1, V_2, \ldots, V_n$.
3. Escriba las ecuaciones lineales para cada nodo con el formato descrito.
4. Resuelva las ecuaciones lineales simultáneas para $V_1, V_2, \ldots, V_n$.

Los siguientes ejemplos ilustran cómo se usa el método sistemático para resolver problemas de circuitos.

EJEMPLO 8-16

Determine los voltajes de nodo para el circuito de la figura 8-34.

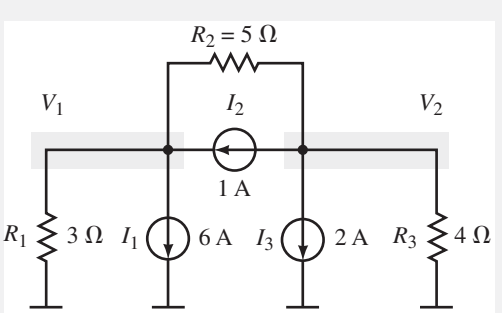


FIGURA 8-34

Solución El circuito tiene un total de tres nodos: el nodo de referencia (con un potencial de cero volts) y los otros dos nodos, V_1 y V_2.

Al aplicar el método sistemático para plantear las ecuaciones de nodos se obtienen dos ecuaciones:

$$\text{Nodo } V_1: \quad \left(\frac{1}{3\ \Omega} + \frac{1}{5\ \Omega}\right)V_1 - \left(\frac{1}{5\ \Omega}\right)V_2 = -6\ \text{A} + 1\ \text{A}$$

$$\text{Nodo } V_2: \quad -\left(\frac{1}{5\ \Omega}\right)V_1 + \left(\frac{1}{5\ \Omega} + \frac{1}{4\ \Omega}\right)V_2 = -1\ \text{A} - 2\ \text{A}$$

En el lado derecho de las ecuaciones anteriores las corrientes que salen de los nodos tienen signo negativo.

La solución de las ecuaciones lineales anteriores da:

$$V_1 = -14.25\ \text{V}$$

y

$$V_2 = -13.00\ \text{V}$$

EJEMPLO 8-17

Use el análisis de nodos para determinar los voltajes en el circuito de la figura 8-35. Use las respuestas para calcular la corriente a través de R_1.

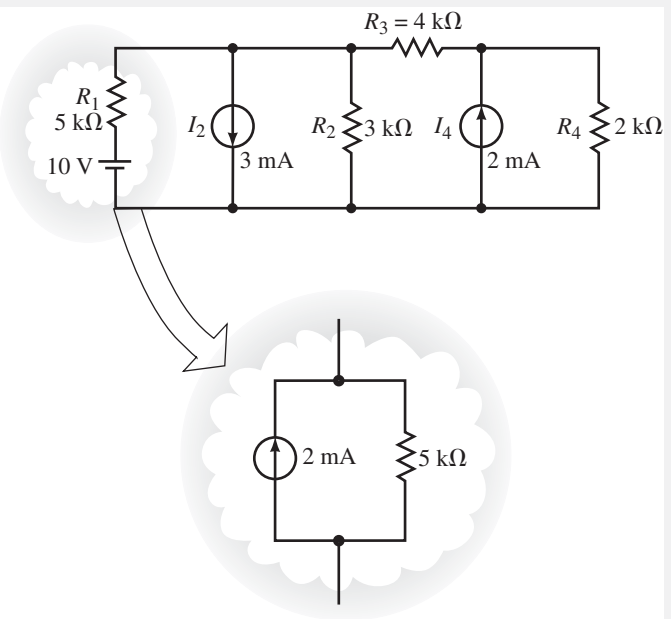


FIGURA 8-35

Solución Para aplicar el análisis de nodos primero se debe convertir la fuente de voltaje en su fuente de corriente equivalente. El circuito resultante se muestra en la figura 8-36.

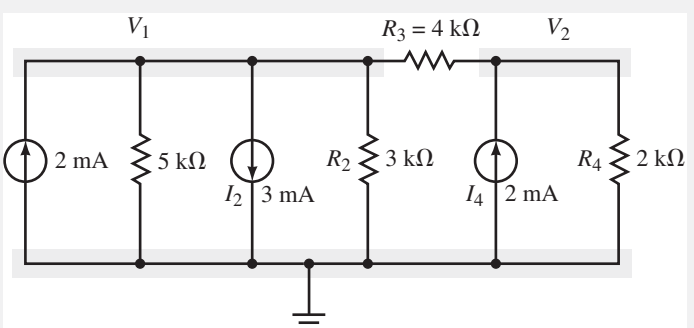


FIGURA 8-36

Una vez que se marcan los nodos y se escriben las ecuaciones de nodos se obtiene lo siguiente:

$$\text{Nodo } V_1: \quad \left(\frac{1}{5\ \text{k}\Omega}+\frac{1}{3\ \text{k}\Omega}+\frac{1}{4\ \text{k}\Omega}\right)V_1-\left(\frac{1}{4\ \text{k}\Omega}\right)V_2=2\ \text{mA}-3\ \text{mA}$$

$$\text{Nodo } V_2: \quad -\left(\frac{1}{4\ \text{k}\Omega}\right)V_1+\left(\frac{1}{4\ \text{k}\Omega}+\frac{1}{2\ \text{k}\Omega}\right)V_2=2\ \text{mA}$$

NOTAS . . .

Un error común es calcular la corriente con el circuito equivalente en lugar del circuito original. Se debe recordar que los circuitos son solo equivalentes externos a la conversión.

Ya que es inconveniente usar kilohms y miliamperes en todo el cálculo, se pueden eliminar las unidades. Se ha visto que algún voltaje obtenido al usar estas cantidades resultará en unidades que son "volts". Por lo tanto, cuando se introducen valores en una calculadora se pueden omitir las unidades.

Las soluciones son las siguientes:

$$V_1 = -0.476\ \text{V}$$

y

$$V_2 = 2.51\ \text{V}$$

Si se usan los valores obtenidos para los voltajes de nodos, ahora es posible calcular las otras cantidades en el circuito. Para determinar la corriente a través del resistor $R_1 = 5\ \text{k}\Omega$, primero se vuelve a ensamblar el circuito como aparecía originalmente. Ya que el voltaje de nodo V_1 es el mismo en ambos circuitos, se utiliza para determinar la corriente deseada. El resistor puede aislarse como se muestra en la figura 8-37.

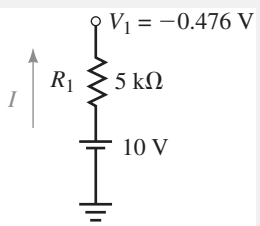


FIGURA 8-37

La corriente se determina fácilmente como sigue

$$I = \frac{10\ \text{V} - (-0.476\ \text{V})}{5\ \text{k}\Omega} = 2.10\ \text{mA} \quad \text{(hacia arriba)}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 4

Use el análisis de nodos para determinar los voltajes de los nodos en el circuito de la figura 8-38.

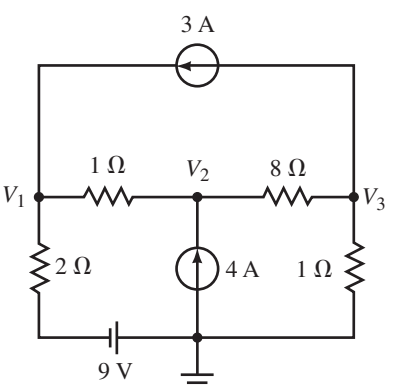


FIGURA 8-38

Respuestas
$V_1 = 3.00\ \text{V},\ V_2 = 6.00\ \text{V},\ V_3 = -2.00\ \text{V}$

8-7 Conversión delta-Y (Pi-T)

Conversión delta-Y

Ya se han examinado antes las redes de resistores que involucran combinaciones en serie, en paralelo y en serie-paralelo. En seguida se examinarán las redes que no pueden colocarse en ninguna de las categorías mencionadas. Aunque estos circuitos pueden analizarse con las técnicas que se desarrollaron antes en

este capítulo, hay un método más sencillo. Por ejemplo, considere el circuito que se muestra en la figura 8-39.

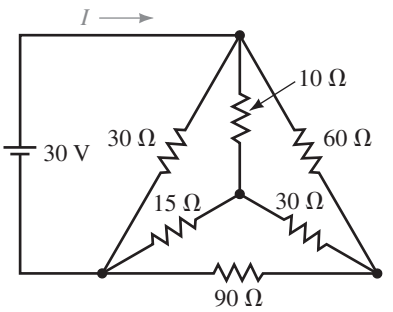
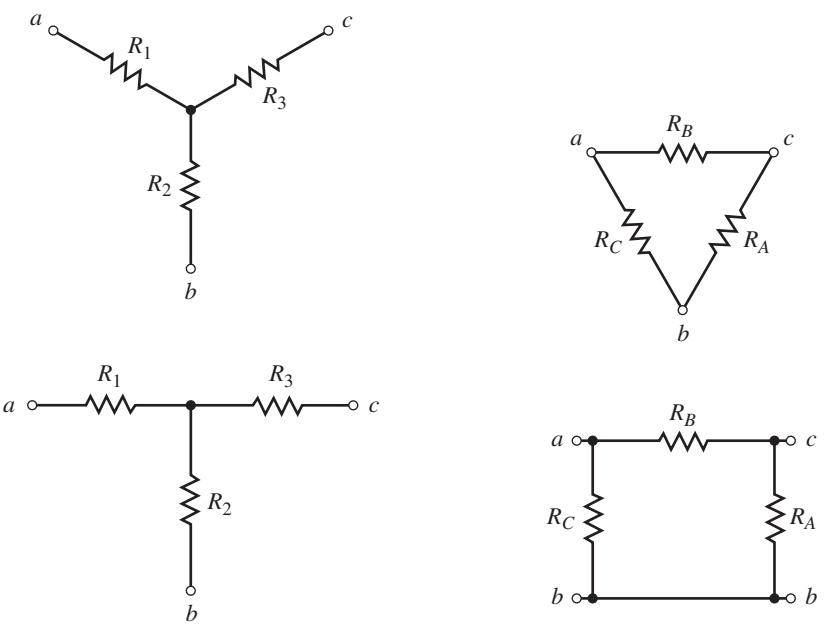


FIGURA 8-39

En este circuito se puede utilizar el análisis de mallas; sin embargo, se observa que este método puede involucrar la solución de cuatro ecuaciones lineales simultáneas porque hay cuatro lazos separados en el circuito. Si se usara el análisis de nodos la solución requeriría determinar tres voltajes de nodo, ya que hay tres nodos además del nodo de referencia. A menos que se use una computadora, ambas técnicas consumen tiempo y favorecen la posibilidad de cometer errores.

Como ya lo ha visto, en ocasiones es más fácil examinar un circuito después de que se le ha convertido en alguna forma equivalente. Ahora se desarrollará una técnica para convertir un circuito **delta** (o **pi**) en un circuito equivalente **Y** (o **T**). Considere los circuitos de la figura 8-40. Se inicia haciendo la suposición de que las redes que se muestran en la figura 8-40(a) son equivalentes a las de la figura 8-40(b). Entonces, de acuerdo con esta suposición, se determinarán las relaciones matemáticas entre varios resistores en los circuitos equivalentes.



(a) Red "Y" o "T" (b) Red delta ("Δ") o Pi ("Π")

FIGURA 8-40

El circuito de la figura 8-40(a) es equivalente al de la figura 8-40(b) sólo si la resistencia "vista" entre cualesquiera dos terminales es exactamente la misma. Si se conectara una fuente entre las terminales *a* y *b* de la "Y", la resistencia entre las terminales sería

$$R_{ab} = R_1 + R_2 \tag{8-5}$$

Pero la resistencia entre las terminales *a* y *b* de la "Δ" es

$$R_{ab} = R_C \| (R_A + R_B) \tag{8-6}$$

Al combinar las ecuaciones 8-5 y 8-6, se obtiene

$$R_1 + R_2 = \frac{R_C(R_A + R_B)}{R_A + R_B + R_C}$$
$$R_1 + R_2 = \frac{R_A R_C + R_B R_C}{R_A + R_B + R_C} \tag{8-7}$$

Con un análisis similar entre las terminales *b* y *c* se obtiene

$$R_2 + R_3 = \frac{R_A R_B + R_A R_C}{R_A + R_B + R_C} \tag{8-8}$$

y entre las terminales *c* y *a* se obtiene

$$R_1 + R_3 = \frac{R_A R_B + R_B R_C}{R_A + R_B + R_C} \tag{8-9}$$

Si se resta la ecuación 8-8 de la 8-7, entonces

$$\begin{aligned} R_1 + R_2 - (R_2 + R_3) &= \frac{R_A R_C + R_B R_C}{R_A + R_B + R_C} - \frac{R_A R_B + R_A R_C}{R_A + R_B + R_C} \\ R_1 - R_3 &= \frac{R_B R_C - R_A R_B}{R_A + R_B + R_C} \end{aligned} \tag{8-10}$$

Si se suman las ecuaciones 8-9 y 8-10 se obtiene

$$\begin{aligned} R_1 + R_3 + R_1 - R_3 &= \frac{R_A R_B + R_B R_C}{R_A + R_B + R_C} + \frac{R_B R_C - R_A R_B}{R_A + R_B + R_C} \\ 2R_1 &= \frac{2R_B R_C}{R_A + R_B + R_C} \\ R_1 &= \frac{R_B R_C}{R_A + R_B + R_C} \end{aligned} \tag{8-11}$$

Mediante un análisis similar, se llega a

$$R_2 = \frac{R_A R_C}{R_A + R_B + R_C} \tag{8-12}$$

$$R_3 = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B + R_C} \tag{8-13}$$

Observe que cualquier resistor conectado a un punto de la "Y" se obtiene al determinar el producto de los resistores conectados al mismo punto en la "Δ" y dividir el resultado entre la suma de todas las resistencia en la "Δ".

Si todos los resistores en un circuito Δ tienen el mismo valor R_Δ, entonces los resistores resultantes en la red equivalente Y también serán iguales y tendrán un valor dado por

$$R_Y = \frac{R_\Delta}{3} \tag{8-14}$$

EJEMPLO 8-18

Encuentre el circuito equivalente Y para un circuito Δ que se muestra en la figura 8-41.

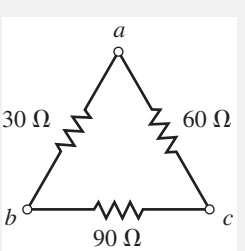


FIGURA 8-41

Solución A partir del circuito de la figura 8-41, se observa que se tienen los siguientes valores de resistores:

$$R_A = 90\ \Omega$$
$$R_B = 60\ \Omega$$
$$R_C = 30\ \Omega$$

Al aplicar las ecuaciones 8-11 a 8-13 se tiene los siguientes valores de resistores equivalentes en "Y".

$$R_1 = \frac{(30\ \Omega)(60\ \Omega)}{30\ \Omega + 60\ \Omega + 90\ \Omega}$$
$$= \frac{1800\ \Omega}{180} = 10\ \Omega$$
$$R_2 = \frac{(30\ \Omega)(90\ \Omega)}{30\ \Omega + 60\ \Omega + 90\ \Omega}$$
$$= \frac{2700\ \Omega}{180} = 15\ \Omega$$
$$R_3 = \frac{(60\ \Omega)(90\ \Omega)}{30\ \Omega + 60\ \Omega + 90\ \Omega}$$
$$= \frac{5400\ \Omega}{180} = 30\ \Omega$$

El circuito resultante se muestra en la figura 8-42.

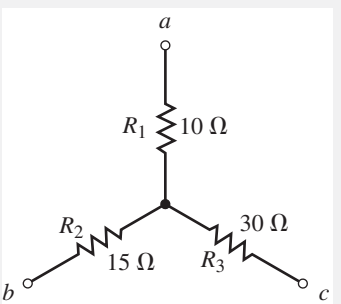


FIGURA 8-42

Conversión Y-delta

Al usar las ecuaciones 8-11 a 8-13 es posible deducir otro conjunto de ecuaciones que permitan la conversión de un "Y" en uno equivalente "Δ". Al examinar las ecuaciones 8-11 a 8-13 se observa que lo siguiente debe ser verdad:

$$R_A + R_B + R_C = \frac{R_A R_B}{R_3} = \frac{R_A R_C}{R_2} = \frac{R_B R_C}{R_1}$$

A partir de esta expresión se pueden escribir las siguientes dos ecuaciones:

$$R_B = \frac{R_A R_1}{R_2} \qquad \textbf{(8-15)}$$

$$R_C = \frac{R_A R_1}{R_3} \qquad \textbf{(8-16)}$$

Ahora, al sustituir las ecuaciones 8-15 y 8-16 en la ecuación 8-11 se obtiene lo siguiente:

$$R_1 = \frac{\left(\frac{R_A R_1}{R_2}\right)\left(\frac{R_A R_1}{R_3}\right)}{R_A + \left(\frac{R_A R_1}{R_2}\right) + \left(\frac{R_A R_1}{R_3}\right)}$$

Al factorizar R_A de cada término en el denominador, se llega a

$$R_1 = \frac{\left(\frac{R_A R_1}{R_2}\right)\left(\frac{R_A R_1}{R_3}\right)}{R_A\left[1 + \left(\frac{R_1}{R_2}\right) + \left(\frac{R_1}{R_3}\right)\right]}$$

$$R_1 = \frac{\left(\frac{R_A R_1 R_1}{R_2 R_3}\right)}{\left[1 + \left(\frac{R_1}{R_2}\right) + \left(\frac{R_1}{R_3}\right)\right]}$$

$$= \frac{\left(\frac{R_A R_1 R_1}{R_2 R_3}\right)}{\left(\frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_2 R_3}\right)}$$

$$= \frac{R_A R_1 R_1}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

Al reescribir la expresión anterior se llega a

$$R_A = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_1} \tag{8-17}$$

De manera similar,

$$R_B = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_2} \tag{8-18}$$

y

$$R_C = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_3} \tag{8-19}$$

En general se observa que el resistor en cualquier lado de una "Δ" se encuentra mediante la suma de todas las combinaciones de dos productos de los valores de los resistores en "Y" y se divide entre la resistencia en la "Y", la cual se ubica directamente en el lado opuesto al resistor que se está calculando.

Si los resistores en una red Y son todos iguales, entonces los resistores resultantes en el circuito Δ equivalente también serán iguales y estarán dados por

$$R_\Delta = 3R_Y \tag{8-20}$$

EJEMPLO 8-19

Encuentre la red Δ equivalente a la red Y de la figura 8-43.

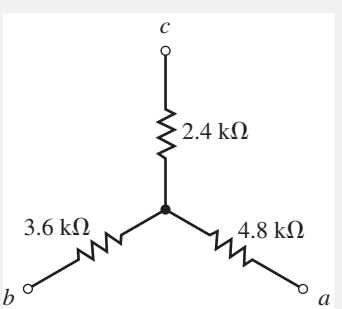


FIGURA 8-43

Solución La red equivalente Δ se muestra en la figura 8-44.
Los valores de los resistores se determinan como sigue:

$$R_A = \frac{(4.8\ \text{k}\Omega)(2.4\ \text{k}\Omega) + (4.8\ \text{k}\Omega)(3.6\ \text{k}\Omega) + (2.4\ \text{k}\Omega)(3.6\ \text{k}\Omega)}{4.8\ \text{k}\Omega}$$
$$= 7.8\ \text{k}\Omega$$

$$R_B = \frac{(4.8\ \text{k}\Omega)(2.4\ \text{k}\Omega) + (4.8\ \text{k}\Omega)(3.6\ \text{k}\Omega) + (2.4\ \text{k}\Omega)(3.6\ \text{k}\Omega)}{3.6\ \text{k}\Omega}$$
$$= 10.4\ \text{k}\Omega$$

$$R_C = \frac{(4.8\ \text{k}\Omega)(2.4\ \text{k}\Omega) + (4.8\ \text{k}\Omega)(3.6\ \text{k}\Omega) + (2.4\ \text{k}\Omega)(3.6\ \text{k}\Omega)}{2.4\ \text{k}\Omega}$$
$$= 15.6\ \text{k}\Omega$$

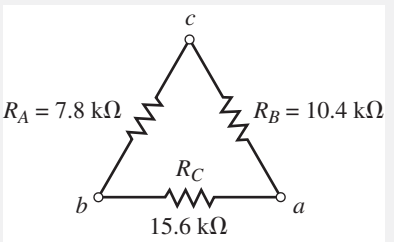


FIGURA 8-44

EJEMPLO 8-20

Dado el circuito de la figura 8-45, encuentre la resistencia total R_T, y la corriente total I.

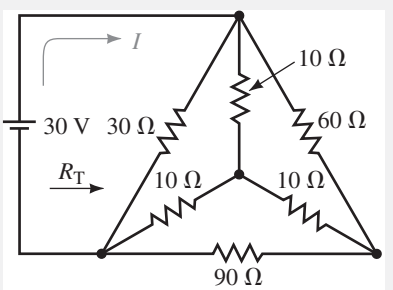
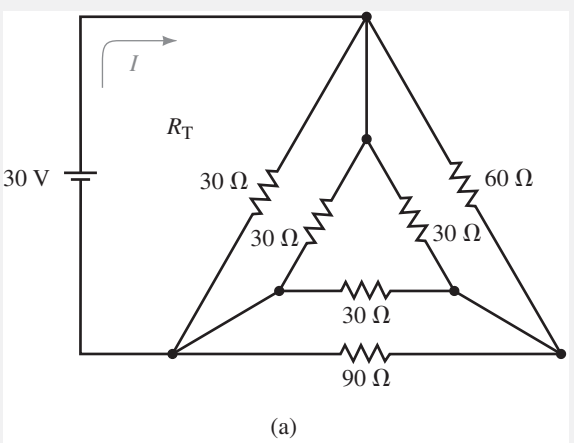


FIGURA 8-45

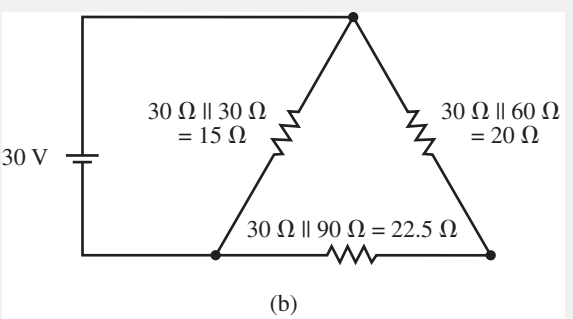
Solución Como es frecuente, el circuito puede resolverse en una de dos formas. Se puede convertir la "Δ" en su equivalente "Y" y resolver el circuito colocando las ramas resultantes en paralelo, o se puede convertir la "Y" en su equivalente "Δ". En este ejemplo se selecciona la segunda opción ya que los resistores en la "Y" tienen el mismo valor. El equivalente "Δ" tendrá los resistores dados por

$$R_\Delta = 3(10\ \Omega) = 30\ \Omega$$

El circuito resultante se muestra en la figura 8-46(a).



(a)



(b)

FIGURA 8-46

Se observa que los lados de la "Δ" están en paralelo, lo cual permite simplificar el circuito aún más, como se muestra en la figura 8-46(b). La resistencia total del circuito se determina ahora con facilidad como sigue

$$R_T = 15\ \Omega \| (20\ \Omega + 22.5\ \Omega)$$
$$= 11.09\ \Omega$$

Esto resulta en una corriente de circuito de

$$I = \frac{30\ \text{V}}{11.09\ \Omega} = 2.706\ \text{A}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 5

Convierta la red Δ de la figura 8-44 en una red equivalente Y. Verifique que el resultado que obtenga sea el mismo que el se encontró en la figura 8-43.

Respuestas
$R_1 = 4.8\ \text{k}\Omega,\ R_2 = 3.6\ \text{k}\Omega,\ R_3 = 2.4\ \text{k}\Omega$

8-8 Redes puente

En esta sección se presentará la **red puente**, la cual se usa en equipo de medición electrónico para medir con precisión la resistencia en circuitos de cd y cantidades similares en circuitos de ca. El circuito puente fue usado originalmente por Sir Charles Wheatstone a mediados del siglo XIX para medir la resistencia mediante el balance de pequeñas corrientes. El puente de Wheatstone aún se usa para medir resistencia de manera muy exacta. El puente digital que se muestra en la figura 8-47 es un ejemplo de uno de estos instrumentos.

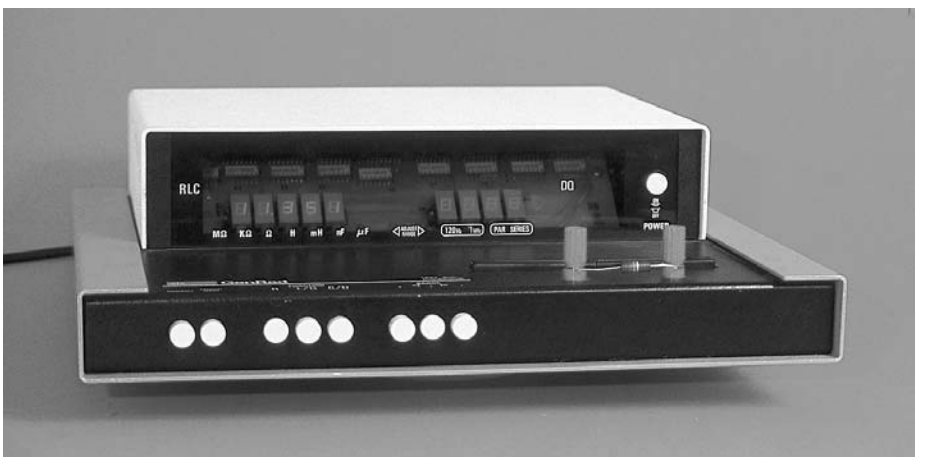


FIGURA 8-47 El puente digital se usa para medir de manera precisa resistencia, inductancia y capacitancia.

Usted usará las técnicas que se han desarrollado antes en el capítulo para analizar la operación de estas redes. Los circuitos puente pueden tener varias configuraciones, como se ve en la figura 8-48.

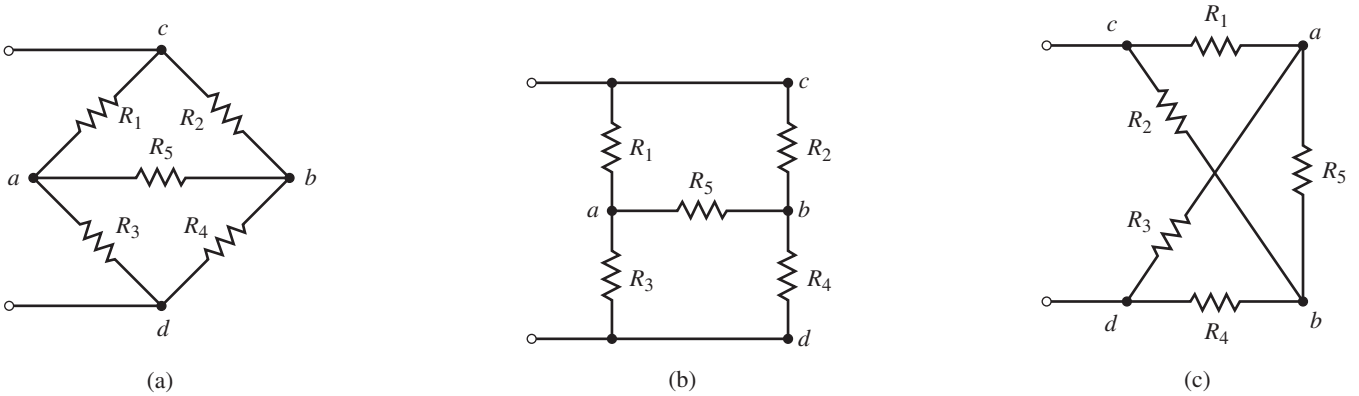


FIGURA 8-48

Aunque un circuito puente puede aparecer en una de tres formas, puede observar que son equivalentes. Existen, sin embargo, dos diferentes estados de puentes: el puente balanceado y el puente no balanceado.

En un **puente balanceado** la corriente a través de la resistencia R_5 es igual a cero. En circuitos prácticos, R_5 es por lo general un resistor variable en serie con un galvanómetro sensible. Cuando la corriente a través de R_5 es cero, se obtiene que

$$V_{ab} = (R_5)(0\text{ A}) = 0\text{ V}$$

$$I_{R_1} = I_{R_3} = \frac{V_{cd}}{R_1 + R_3}$$

$$I_{R_2} = I_{R_4} = \frac{V_{cd}}{R_2 + R_4}$$

Pero el voltaje V_{ab} se encuentra como

$$V_{ab} = V_{ad} - V_{bd} = 0$$

Por tanto, $V_{ad} = V_{bd}$ y

$$R_3 I_{R_3} = R_4 I_{R_4}$$

$$R_3\left(\frac{V_{cd}}{R_1 + R_3}\right) = R_4\left(\frac{V_{cd}}{R_2 + R_4}\right),$$

la cual se simplifica en

$$\frac{R_3}{R_1 + R_3} = \frac{R_4}{R_2 + R_4}$$

Ahora, si se invierten ambos lados de la ecuación y se simplifica, se obtiene lo siguiente:

$$\frac{R_1 + R_3}{R_3} = \frac{R_2 + R_4}{R_4}$$

$$\frac{R_1}{R_3} + 1 = \frac{R_2}{R_4} + 1$$

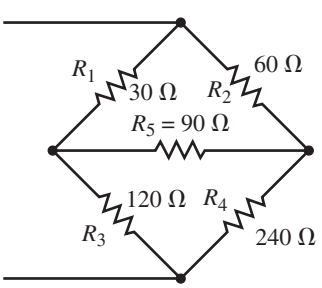
Finalmente, al restar 1 de cada lado, se obtiene la razón para un puente balanceado:

$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4} \qquad \textbf{(8-21)}$$

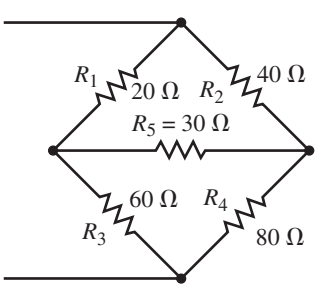
A partir de la ecuación 8-21 se observa que una red puente está balanceada cuando las razones entre los resistores en ambos miembros son iguales.

En un **puente desbalanceado** la corriente a través de R_5 no es cero, de manera que la razón de la ecuación 8-21 no se aplica a una red de puente desbalanceado. La figura 8-49 ilustra cada condición de una red puente.

Si un puente balanceado aparece como parte de un circuito completo, su análisis es muy simple ya que el resistor R_5 puede eliminarse y reemplazarse con un corto (ya que $V_{R5} = 0$) o dejarse abierto (ya que $I_{R5} = 0$).



(a) Puente balanceado



(b) Puente desbalanceado

FIGURA 8-49

Sin embargo, si un circuito contiene un puente desbalanceado, el análisis es más complicado. En tales casos es posible determinar las corrientes y voltajes mediante el análisis de mallas, de nodos o usando la conversión Δ en Y. Los siguientes ejemplos ilustran cómo pueden ser analizados los puentes.

EJEMPLO 8-21

Resuelva para conocer las corrientes a través de R_1 y R_4 en el circuito de la figura 8-50.

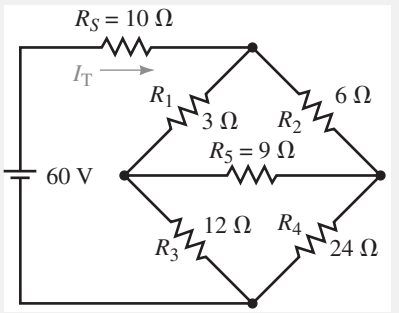


FIGURA 8-50

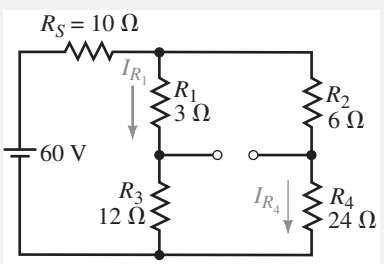


FIGURA 8-51

Solución Se observa que el puente del circuito anterior está balanceado, ya que $R_1/R_3 = R_2/R_4$, por lo que se puede eliminar R_5 y reemplazarlo con un cortocircuito (debido a que el voltaje en el corto es cero) o con un circuito abierto (debido a que la corriente a través del circuito abierto es cero). El circuito restante se resuelve entonces mediante uno de los métodos que se han desarrollado en los capítulos anteriores. Ambos métodos se ilustrarán para mostrar que los resultados son exactamente los mismos.

Método 1: si R_5 se reemplaza por un circuito abierto, el circuito resultante se muestra en la figura 8-51.

La resistencia total se encuentra como sigue

$$\begin{aligned} R_T &= 10\ \Omega + (3\ \Omega + 12\ \Omega) \| (6\ \Omega + 24\ \Omega) \\ &= 10\ \Omega + 15\ \Omega \| 30\ \Omega \\ &= 20\ \Omega \end{aligned}$$

La corriente del circuito es

$$I_T = \frac{60\ \text{V}}{20\ \Omega} = 3.0\ \text{A}$$

La corriente en cada rama se calcula entonces con la regla del divisor de corriente:

$$I_{R_1} = \left(\frac{30\ \Omega}{30\ \Omega + 15\ \Omega}\right)(3.0\ \text{A}) = 2.0\ \text{A}$$

$$I_{R_4} = \frac{10\ \Omega}{24\ \Omega + 6\ \Omega}(3.0\ \text{A}) = 1.0\ \text{A}$$

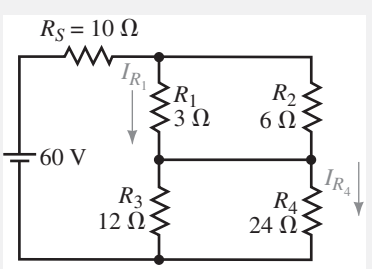


FIGURA 8-52

Método 2: si R_5 se reemplaza con un cortocircuito, el circuito resultante se muestra en la figura 8-52.

La resistencia total de circuito se encuentra como

$$\begin{aligned} R_T &= 10\ \Omega + (3\ \Omega \| 6\ \Omega) + (12\ \Omega \| 24\ \Omega) \\ &= 10\ \Omega + 2\ \Omega + 8\ \Omega \\ &= 20\ \Omega \end{aligned}$$

El resultado anterior es exactamente el mismo al que se llegó con el Método 1. Por tanto, la corriente permanecerá como $I_T = 3.0$ A.

Las corrientes a través de R_1 y R_4 se encuentran mediante la regla del divisor de corriente como

$$I_{R_1} = \left(\frac{6\ \Omega}{6\ \Omega + 3\ \Omega}\right)(3.0\ \text{A}) = 2.0\ \text{A}$$

y

$$I_{R_4} = \left(\frac{12\ \Omega}{12\ \Omega + 24\ \Omega}\right)(3.0\ \text{A}) = 1.0\ \text{A}$$

Es claro que estos resultados son precisamente los que se obtuvieron con el Método 1, lo cual ilustra que los procedimientos son equivalentes. Debe recordar que aunque R_5 puede reemplazarse con un corto o un circuito abierto, esto sólo se realiza cuando el puente está balanceado.

EJEMPLO 8-22

Use el análisis de mallas para determinar las corrientes a través de R_1 y R_5 en el circuito puente desbalanceado de la figura 8-53.

Solución Después de asignar las corrientes de lazo como se muestra, se plantean las ecuaciones de lazo como

Lazo 1: $(15\ \Omega)I_1 - (6\ \Omega)I_2 - (3\ \Omega)I_3 = 30\ \text{V}$

Lazo 2: $-(6\ \Omega)I_1 + (36\ \Omega)I_2 - (18\ \Omega)I_3 = 0$

Lazo 3: $-(3\ \Omega)I_1 - (18\ \Omega)I_2 + (24\ \Omega)I_3 = 0$

Las corrientes de lazos se evalúan como

$$I_1 = 2.586\ \text{A}$$
$$I_2 = 0.948\ \text{A}$$

y

$$I_3 = 1.034\ \text{A}$$

La corriente a través de R_1 se encuentra como

$$I_{R_1} = I_1 - I_2 = 2.586\ \text{A} - 0.948\ \text{A} = 1.638\ \text{A}$$

La corriente a través de R_5 se encuentra como

$$I_{R_5} = I_3 - I_2 = 1.034\ \text{A} - 0.948\ \text{A} = 0.086\ \text{A} \quad \text{a la derecha}$$

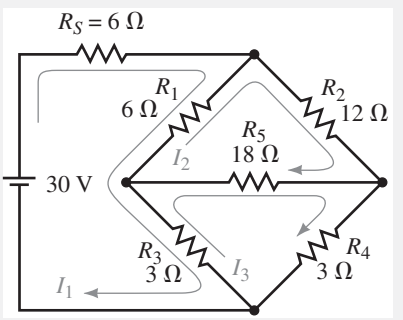


FIGURA 8-53

El ejemplo anterior ilustra que si el puente no está balanceado, siempre habrá alguna corriente a través del resistor R_5. El circuito desbalanceado se analiza fácilmente mediante el análisis de nodos, como en el siguiente ejemplo.

EJEMPLO 8-23

Determine los voltajes de nodo y el voltaje V_{R_5} para el circuito de la figura 8-54.

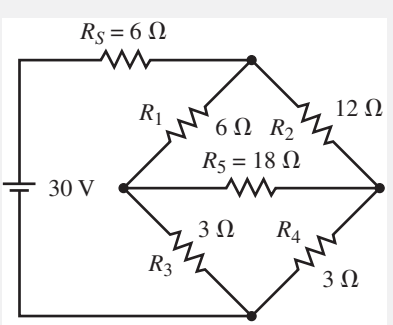


FIGURA 8-54

Solución Al convertir la fuente de voltaje en una fuente de corriente equivalente, se obtiene el circuito de la figura 8-55.

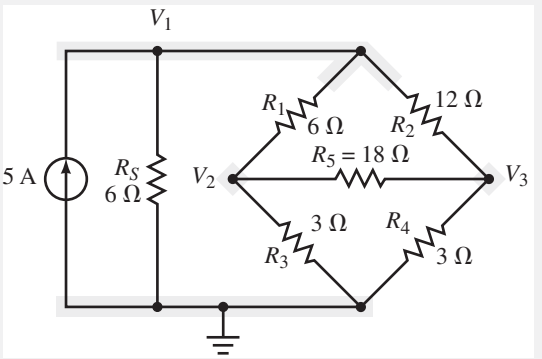


FIGURA 8-55

Las ecuaciones de nodos para el circuito son las siguientes:

$$\text{Nodo 1:} \quad \left(\frac{1}{6\ \Omega} + \frac{1}{6\ \Omega} + \frac{1}{12\ \Omega}\right)V_1 - \left(\frac{1}{6\ \Omega}\right)V_2 - \left(\frac{1}{12\ \Omega}\right)V_3 = 5\ \text{A}$$

$$\text{Nodo 2:} \quad -\left(\frac{1}{6\ \Omega}\right)V_1 + \left(\frac{1}{6\ \Omega} + \frac{1}{3\ \Omega} + \frac{1}{18\ \Omega}\right)V_2 - \left(\frac{1}{18\ \Omega}\right)V_3 = 0\ \text{A}$$

$$\text{Nodo 3:} \quad -\left(\frac{1}{12\ \Omega}\right)V_1 - \left(\frac{1}{18\ \Omega}\right)V_2 + \left(\frac{1}{3\ \Omega} + \frac{1}{12\ \Omega} + \frac{1}{18\ \Omega}\right)V_3 = 0\ \text{A}$$

De nuevo tenga en cuenta que los elementos en la diagonal principal son positivos y que el determinante es simétrico con respecto a la diagonal principal.

Los voltajes de nodos se calculan como

$$V_1 = 14.48\ \text{A}$$

$$V_2 = 4.66\ \text{V}$$

y

$$V_3 = 3.10\ \text{V}$$

Usando los resultados anteriores se encuentra el voltaje en R_5:

$$V_{R_5} = V_2 - V_3 = 4.655\ \text{V} - 3.103\ \text{V} = 1.55\ \text{V}$$

y la corriente a través de R_5 es

$$I_{R_5} = \frac{1.55\ \text{V}}{18\ \Omega} = 0.086\ \text{A} \quad \text{a la derecha}$$

Como se esperaba, los resultados son los mismos si se usa el análisis de mallas o de nodos. Por tanto, es una cuestión de preferencia personal qué método usar.

Un método final para analizar las redes puente involucra el uso de la conversión Δ en Y. El siguiente ejemplo ilustra el método.

EJEMPLO 8-24

Determine la corriente a través de R_5 para el circuito de la figura 8-56.

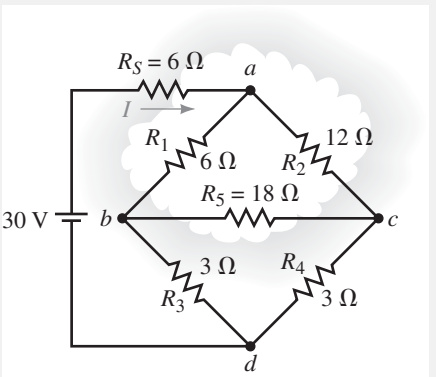


FIGURA 8-56

Solución Por inspección se ve que este circuito no está balanceado, ya que

$$\frac{R_1}{R_3} \neq \frac{R_2}{R_4}$$

Por tanto, la corriente a través de R_5 no puede ser cero. Observe también que el circuito contiene dos posibles configuraciones Δ. Si se elige convertir la Δ superior en su equivalente Y, se obtiene el circuito que se muestra en la figura 8-57.

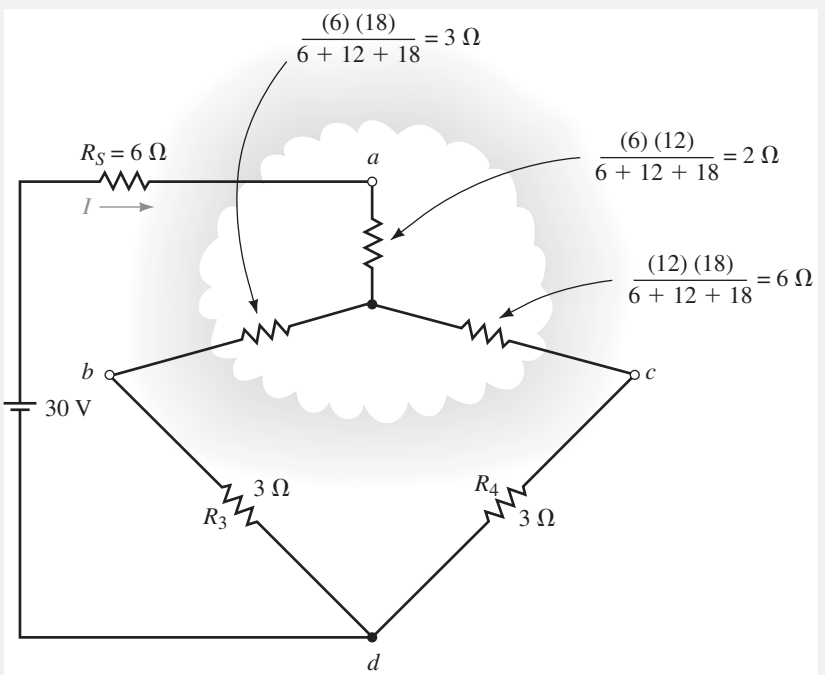


FIGURA 8-57

Al combinar los resistores es posible reducir el circuito complicado al circuito en serie simple de la figura 8-58, el cual se analiza con facilidad para obtener una corriente total del circuito de

$$I = \frac{30\ \text{V}}{6\ \Omega + 2\ \Omega + 3.6\ \Omega} = 2.59\ \text{A}$$

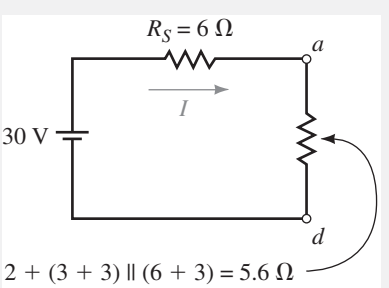


FIGURA 8-58

Usando la corriente calculada, se puede trabajar regresando al circuito original. Las corrientes en los resistores R_3 y R_4 se encuentran mediante la regla del divisor de corriente para las correspondientes ramas, como se muestra en la figura 8-57.

$$I_{R_3} = \frac{(6\ \Omega + 3\ \Omega)}{(6\ \Omega + 3\ \Omega) + (3\ \Omega + 3\ \Omega)}(2.59\ \text{A}) = 1.55\ \text{A}$$

$$I_{R_4} = \frac{(3\ \Omega + 3\ \Omega)}{(6\ \Omega + 3\ \Omega) + (3\ \Omega + 3\ \Omega)}(2.59\ \text{A}) = 1.03\ \text{A}$$

Estos resultados son exactamente los mismos que se encontraron en los ejemplos 8-21 y 8-22. Con estas corrientes ahora es posible determinar el voltaje V_{bc} como

$$\begin{aligned} V_{bc} &= -(3\ \Omega)I_{R_4} + (3\ \Omega)I_{R_3} \\ &= (-3\ \Omega)(1.034\ \text{A}) + (3\ \Omega)(3.103\ \text{A}) \\ &= 1.55\ \text{V} \end{aligned}$$

La corriente a través de R_5 se calcula como sigue

$$I_{R_5} = \frac{1.55\ \text{V}}{18\ \Omega} = 0.086\ \text{A} \quad \text{a la derecha}$$

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 2

(Las respuestas están al final del capítulo)

1. Para un puente balanceado, ¿cuál será el valor del voltaje entre los puntos intermedios de los brazos del puente?
2. Si un resistor o un galvanómetro sensible se coloca entre los brazos del puente balanceado, ¿cuál será la corriente a través del resistor?
3. Para simplificar el análisis de un puente balanceado, ¿con qué se puede reemplazar la resistencia R_5, colocada entre los brazos del puente?

PROBLEMAS PRÁCTICOS 5

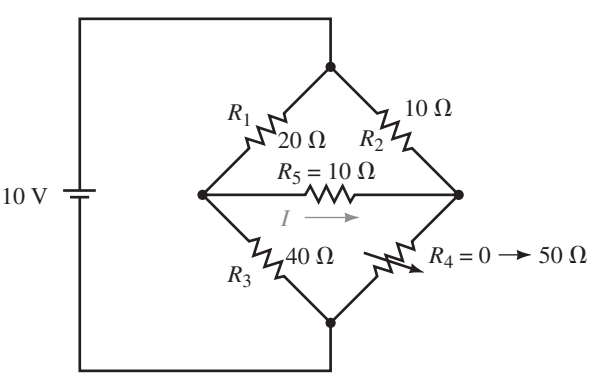


FIGURA 8-59

1. Para el circuito que se muestra en la figura 8-59, ¿qué valor de R_4 asegurará que el puente esté balanceado?
2. Determine la corriente I a través de R_5 en la figura 8-59 cuando $R_4 = 0\ \Omega$ y cuando $R_4 = 50\ \Omega$.

Respuestas
1. 20 V; 2. 286 mA, −52.6 mA

8-9 Análisis de circuitos por computadora

MULTISIM

PSpice

Multisim y PSpice son capaces de analizar un circuito sin la necesidad de convertir las fuentes de voltaje y corriente o tener que plantear largas ecuaciones lineales. Es posible tener en la salida del programa el valor del voltaje o la corriente en cualquier elemento de un circuito. Los siguientes ejemplos se analizaron antes con los métodos que se han descrito en este capítulo.

EJEMPLO 8-25

Dado el circuito de la figura 8-60 use Multisim para encontrar el voltaje V_{ab} y la corriente a través de cada resistor.

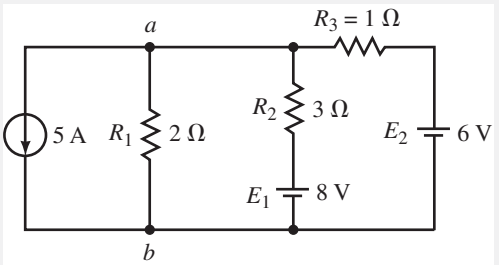


FIGURA 8-60

Solución Se introduce el circuito como se muestra en la figura 8-61. La fuente de corriente se obtiene haciendo clic en el botón Sources en la barra de herramientas Parts bin. Al igual que antes, es necesario incluir un símbolo de tierra en el esquema aunque el circuito original de la figura 8-60 no lo tenga. Asegúrese de cambiar todos los valores preestablecidos por los valores que requiere el circuito.

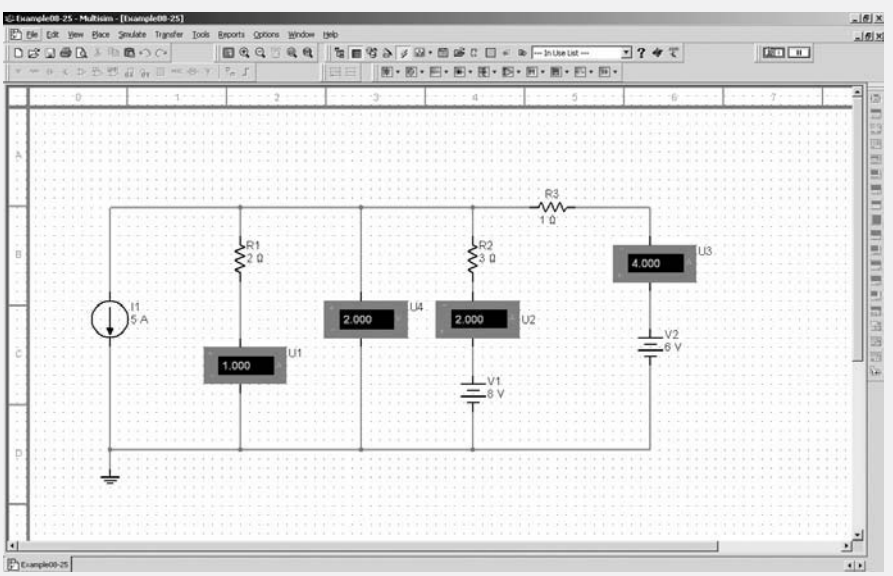


FIGURA 8-61

MULTISIM

A partir de los resultados anteriores, se obtienen los siguientes valores:

$$V_{ab} = 2.00\ \text{V}$$
$$I_{R_1} = 1.00\ \text{A} \quad \text{(hacia abajo)}$$
$$I_{R_2} = 2.00\ \text{A} \quad \text{(hacia arriba)}$$
$$I_{R_3} = 4.00\ \text{A} \quad \text{(a la izquierda)}$$

PSpice

EJEMPLO 8-26

Use PSpice para encontrar las corrientes a través de R_1 y R_5 en el circuito de la figura 8-62.

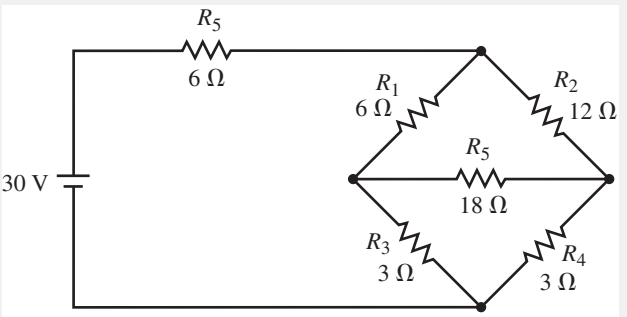


FIGURA 8-62

Solución El archivo de PSpice se ingresa como se muestra en la figura 8-63.

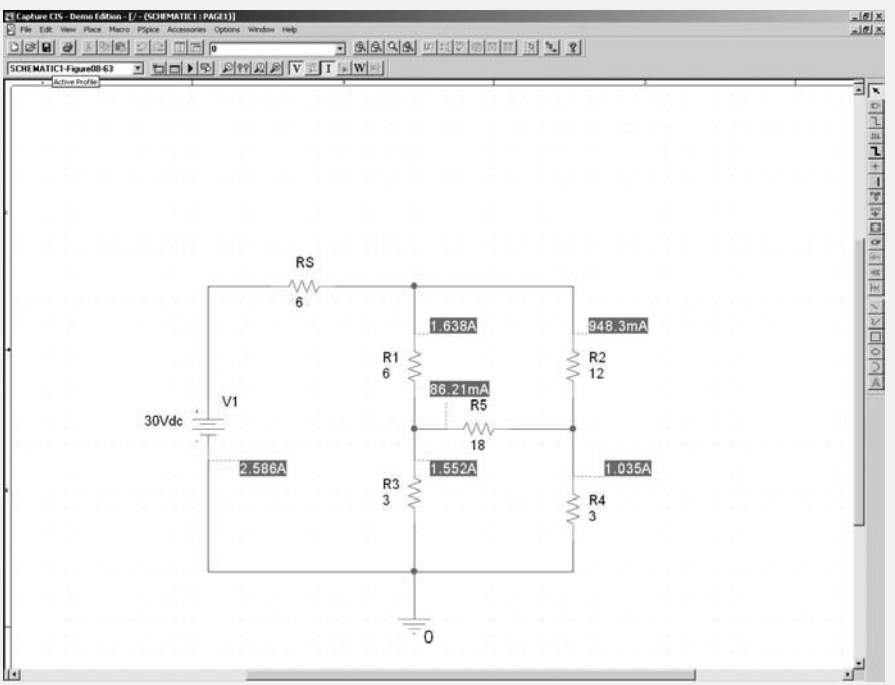


FIGURA 8-63

Una vez que se ha seleccionado un Perfil de nueva Simulación (New Simulation Profile), haga clic en el icono Run. Seleccione View y Output File para ver los resultados de la simulación. Las corrientes son $I_{R_1} = 1.64$ A e $I_{R_5} = 86.2$ mA. Estos resultados son consistentes con los que se obtuvieron en el ejemplo 8-22.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 7

Use Multisim para determinar las corrientes I_T, I_{R_1} y I_{R_4} en el circuito de la figura 8-50. Compare sus resultados con los del ejemplo 8-21.

Respuestas
$I_T = 3.00$ A, $I_{R_1} = 2.00$ A e $I_{R_4} = 1.00$ A

PROBLEMAS PRÁCTICOS 8

Use PSpice para simular el circuito de la figura 8-50. Determine el valor de I_{R_5} cuando $R_4 = 0\ \Omega$ y cuando $R_4 = 48\ \Omega$.
Nota: ya que PSpice no permite asignar $R_4 = 0\ \Omega$, se necesitará ingresar un valor muy pequeño como 1 μΩ (1e-6).

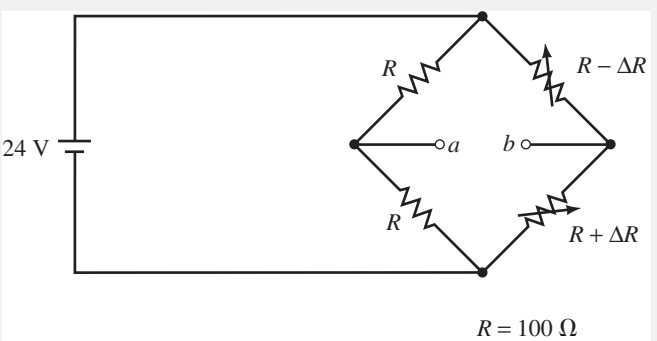
Respuestas
$I_{R_5} = 1.08$ A cuando $R_4 = 0\ \Omega$ e $I_{R_5} = 0.172$ A cuando $R_4 = 48\ \Omega$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 9

Use PSpice para simular el circuito de la figura 8-54, de manera que el archivo de salida proporcione las corrientes a través de R_1, R_2 y R_5. Compare sus resultados con los del ejemplo 8-23.

PUESTA EN PRÁCTICA

Los medidores de deformación se fabrican de alambre muy fino montado en superficies aisladas que se pegan a grandes estructuras de metal. Los ingenieros civiles usan estos instrumentos para medir el movimiento y la masa de grandes objetos como puentes y edificios. Cuando el alambre muy fino de un medidor de deformación se somete a un esfuerzo, su longitud efectiva se incrementa (debido al estiramiento) o disminuye (debido a la compresión). Este cambio en la longitud provoca un cambio diminuto en la resistencia. Al colocar uno o más medidores de deformación en un circuito puente es posible detectar la variación en la resistencia ΔR, la cual puede calibrarse para que corresponda a una fuerza aplicada. En consecuencia, es posible usar un puente como un medio para medir masas muy grandes. Considere que tiene dos medidores de deformación montados en un puente, como se muestra en la siguiente figura:



Puente medidor de deformación

Los resistores variables R_2 y R_4 son medidores de deformación que se montan en los lados opuestos de una viga de acero que se usa para medir masas muy grandes. Cuando una masa se aplica a la viga, el medidor de deformación en un lado de la viga se comprimirá, reduciendo la resistencia; en tanto, el otro lado de la viga se estirará, incrementando la resistencia. Cuando no se aplica ninguna masa, no habrá ni compresión ni estiramiento de manera que el puente estará balanceado, resultando en un voltaje $V_{ab} = 0$ V.

Plantee una expresión para ΔR en función de V_{ab}. Suponga que la escala está calibrada de manera que la variación de resistencia de $\Delta R = 0.02\ \Omega$ corresponde a una masa de 5 000 kg. Determine la masa medida si $V_{ab} = -4.2$ mV.

PROBLEMAS

8-1 Fuentes de corriente constante

1. Encuentre el voltaje V_S para el circuito de la figura 8-64.
2. Encuentre el voltaje V_S para el circuito de la figura 8-65.

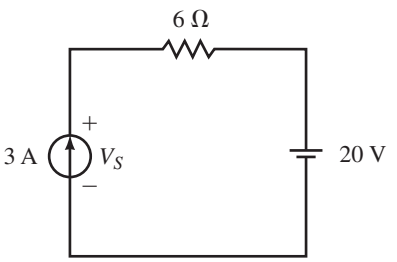


FIGURA 8-64

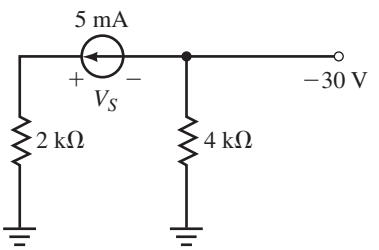


FIGURA 8-65

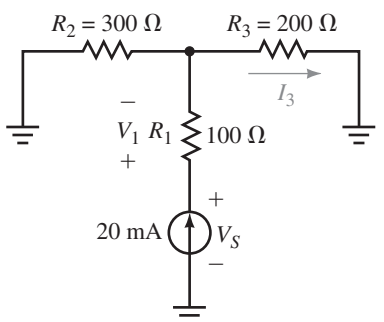


FIGURA 8-66

3. Vea el circuito de la figura 8-66:
   a. Encuentre la corriente I_3.
   b. Determine los voltajes V_S y V_1.
4. Considere el circuito de la figura 8-67:
   a. Calcule los voltajes V_2 y V_S.
   b. Encuentre las corrientes I e I_3.

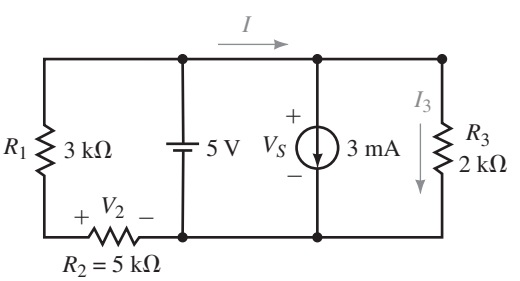


FIGURA 8-67

5. Para el circuito de la figura 8-68 encuentre las corrientes I_1 e I_2.
6. Vea del circuito de la figura 8-69:
   a. Encuentre los voltajes V_S y V_2.
   b. Determine la corriente I_4.

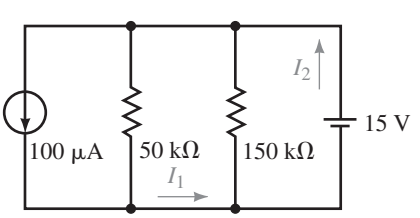


FIGURA 8-68

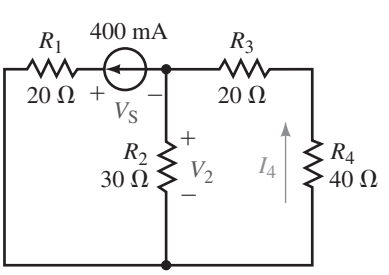


FIGURA 8-69

7. Verifique que la potencia suministrada por las fuentes es igual a la suma de las potencias disipadas por los resistores en el circuito de la figura 8-68.
8. Verifique que la potencia suministrada por la fuente en el circuito de la figura 8-69 es igual a la suma de las potencias disipadas por los resistores.

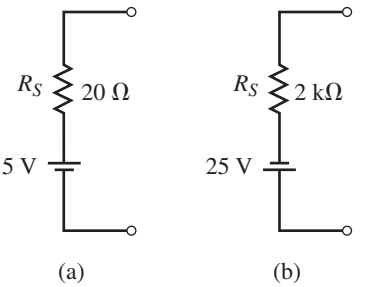


FIGURA 8-70

8-2 Conversiones de fuente

9. Convierta cada fuente de voltaje de la figura 8-70 en su fuente de corriente equivalente.
10. Convierta cada fuente de corriente de la figura 8-71 en su fuente de voltaje equivalente.

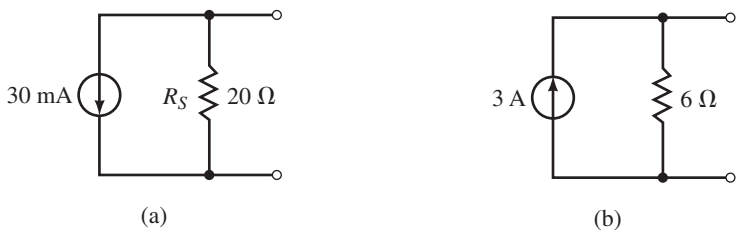


FIGURA 8-71

11. Vea el circuito de la figura 8-72:
    a. Encuentre la corriente a través del resistor de carga con la regla del divisor de corriente.
    b. Convierta la fuente de corriente en su fuente de voltaje equivalente y determine, otra vez, la corriente a través de la carga.
12. Encuentre V_{ab} e I_2 para la red de la figura 8-73.

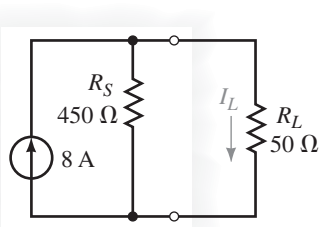


FIGURA 8-72

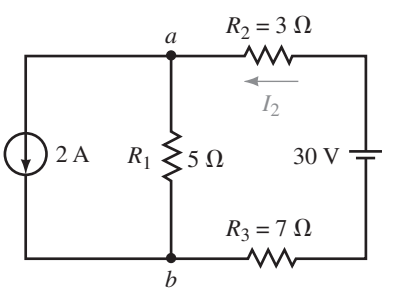


FIGURA 8-73

13. Vea el circuito de la figura 8-74:
    a. Convierta la fuente de corriente y el resistor de 330 Ω en su fuente de voltaje equivalente.
    b. Encuentre la corriente I a través de R_L.
    c. Determine el voltaje V_{ab}.

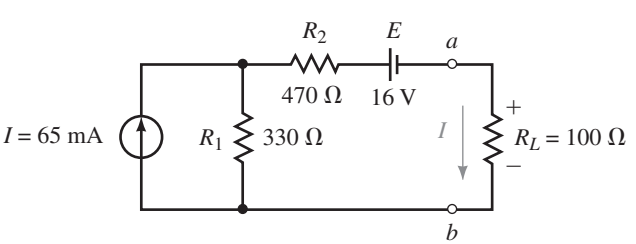


FIGURA 8-74

14. Vea el circuito de la figura 8-75:
    a. Convierta la fuente de voltaje y el resistor de 36 Ω en fuente de corriente equivalente.
    b. Encuentre la corriente a través de R_L.
    c. Determine el voltaje V_{ab}.

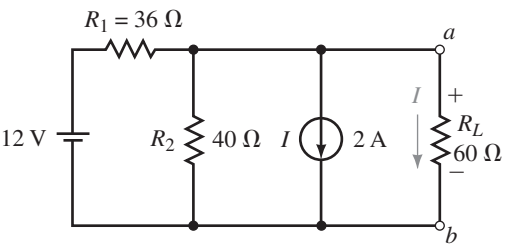
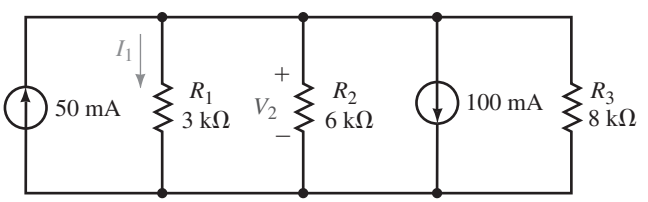


FIGURA 8-75

8-3 Fuentes de corriente en paralelo y en serie

15. Encuentre el voltaje V_2 y la corriente I_1 para el circuito de la figura 8-76.



MULTISIM

FIGURA 8-76

16. Convierta las fuentes de voltaje de la figura 8-77 en sus fuentes de corriente equivalentes y calcule la corriente I_1 y el voltaje V_{ab}.
17. Para el circuito de la figura 8-78 convierta la fuente de corriente y el resistor de 2.4 kΩ en una fuente de voltaje y calcule el voltaje V_{ab} y la corriente I_3.
18. Para el circuito de la figura 8-78 convierta la fuente de voltaje y los resistores en serie en una fuente de corriente equivalente.
    a. Determine la corriente I_2.
    b. Encuentre el voltaje V_{ab}.

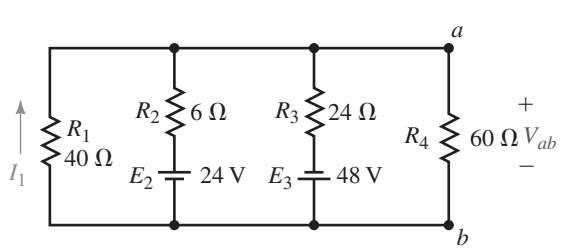


FIGURA 8-77

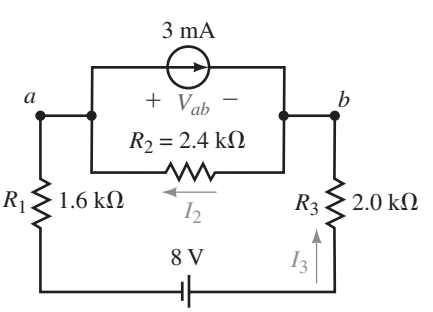


FIGURA 8-78

8-4 Análisis de corriente de rama

19. Escriba las ecuaciones de corriente de rama para el circuito de la figura 8-79 y encuentre las corrientes de rama mediante determinantes.
20. Vea el circuito de la figura 8-80:
    a. Encuentre la corriente I_1, use el análisis de corriente de rama.
    b. Encuentre el voltaje V_{ab}.

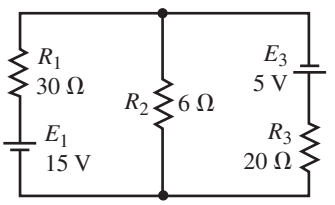


FIGURA 8-79

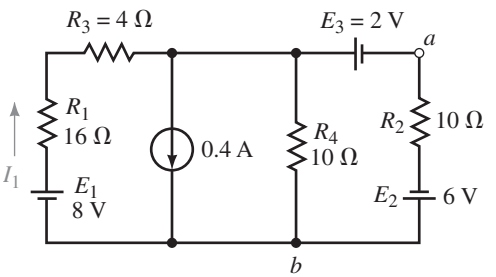


FIGURA 8-80

21. Escriba las ecuaciones de corriente de rama para el circuito de la figura 8-81 y encuentre la corriente I_2.

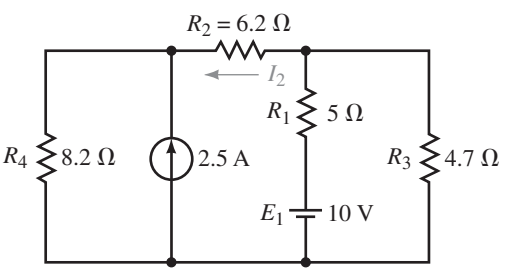


FIGURA 8-81

22. Vea el circuito que se muestra en la figura 8-82:
    a. Escriba las ecuaciones de corriente de rama.
    b. Encuentre las corrientes I_1 e I_2.
    c. Determine el voltaje V_{ab}.
23. Vea el circuito de la figura 8-83:
    a. Escriba las ecuaciones de corriente de rama.
    b. Encuentre la corriente I_2.
    c. Determine el voltaje V_{ab}.

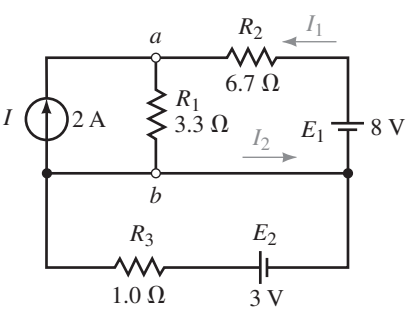


FIGURA 8-82

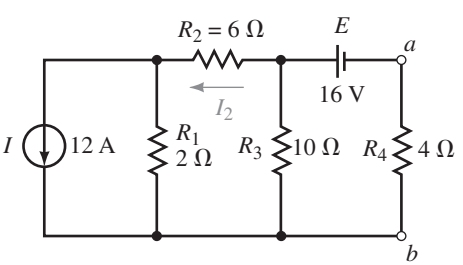


FIGURA 8-83

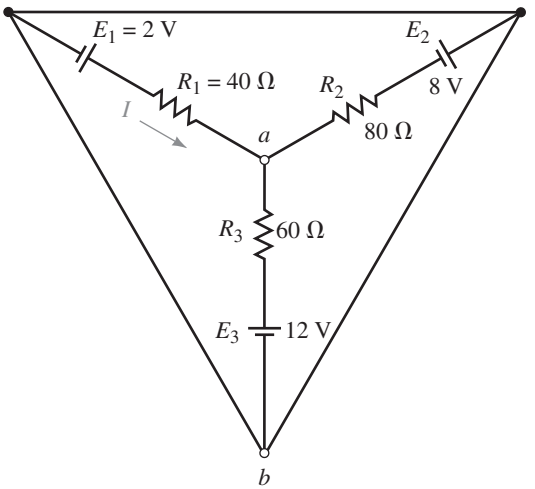


FIGURA 8-84

24. Vea el circuito de la figura 8-84:
    a. Escriba las ecuaciones de corriente de rama.
    b. Encuentre la corriente I.
    c. Determine el voltaje V_{ab}.

8-5 Análisis de mallas (lazos)

25. Escriba las ecuaciones de malla para el circuito que se muestra en la figura 8-79 y encuentre las corrientes de lazo.
26. Utilice el análisis de mallas en el circuito de la figura 8-80 para encontrar la corriente I_1.
27. Utilice el análisis de malla para encontrar la corriente I_2 en el circuito de la figura 8-81.
28. Utilice el análisis de malla para encontrar las corrientes de lazo en el circuito de la figura 8-83. Use sus resultados para determinar I_2 y V_{ab}.
29. Utilice el análisis de malla para encontrar las corrientes de lazo en el circuito de la figura 8-84. Use sus resultados para determinar I y V_{ab}.
30. Utilice el análisis de malla para determinar la corriente a través del resistor de 6 Ω en el circuito de la figura 8-85.
31. Escriba las ecuaciones de malla para la red de la figura 8-86. Encuentre las corrientes de lazo con determinantes.
32. Repita el problema 31 para la red de la figura 8-87.

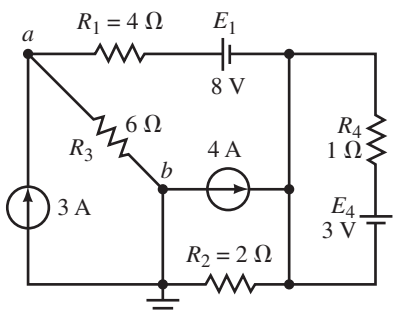


FIGURA 8-85

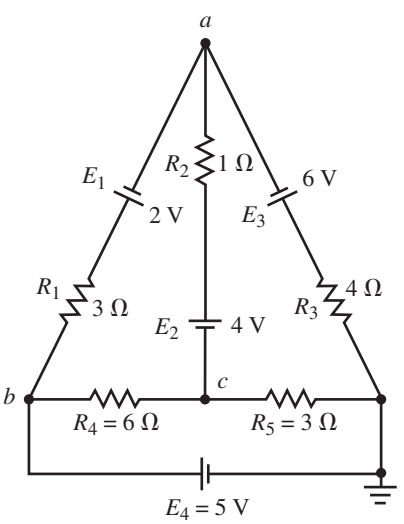


FIGURA 8-86

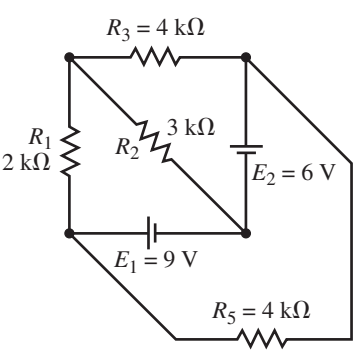


FIGURA 8-87

MULTISIM

8-6 Análisis de nodos

33. Escriba las ecuaciones de nodos para el circuito de la figura 8-88 y encuentre los voltajes en los nodos.
34. Escriba las ecuaciones de nodos para el circuito de la figura 8-89 y determine el voltaje V_{ab}.
35. Repita el problema 33 para el circuito de la figura 8-90.

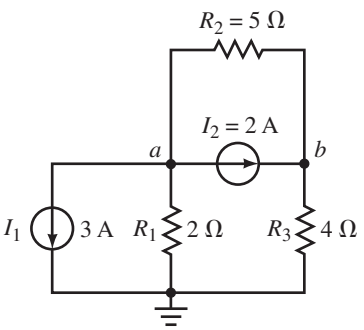


FIGURA 8-88

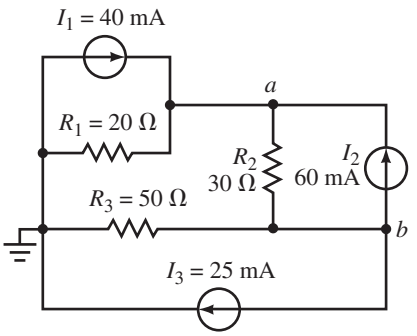


FIGURA 8-89

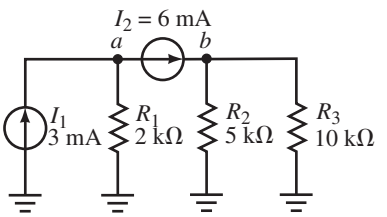


FIGURA 8-90

MULTISIM

36. Repita el problema 34 para el circuito de la figura 8-91.
37. Escriba las ecuaciones de nodos para el circuito de la figura 8-86 y encuentre $V_{6\,\Omega}$.
38. Escriba las ecuaciones de nodos para el circuito de la figura 8-85 y encuentre $V_{6\,\Omega}$.

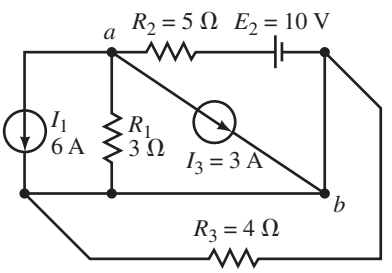
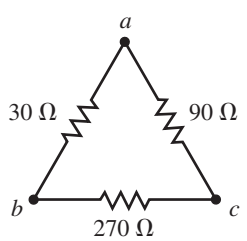


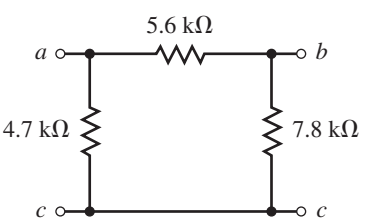
FIGURA 8-91

8-7 Conversiones delta-Y (Pi-T)

39. Convierta cada una de las redes Δ de la figura 8-92 en su configuración Y equivalente.
40. Convierta cada una de las redes Δ de la figura 8-93 en su configuración Y equivalente.

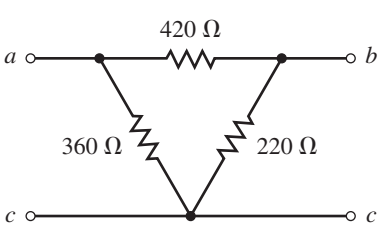


(a)

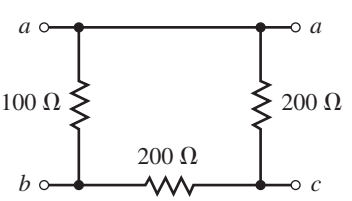


(b)

FIGURA 8-92



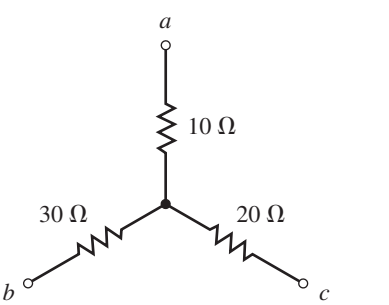
(a)



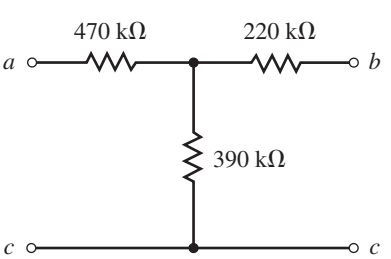
(b)

FIGURA 8-93

41. Convierta cada una de las redes Y de la figura 8-94 en su configuración Δ equivalente.



(a)



(b)

FIGURA 8-94

42. Convierta cada una de las redes Y de la figura 8-95 en su configuración Δ equivalente.

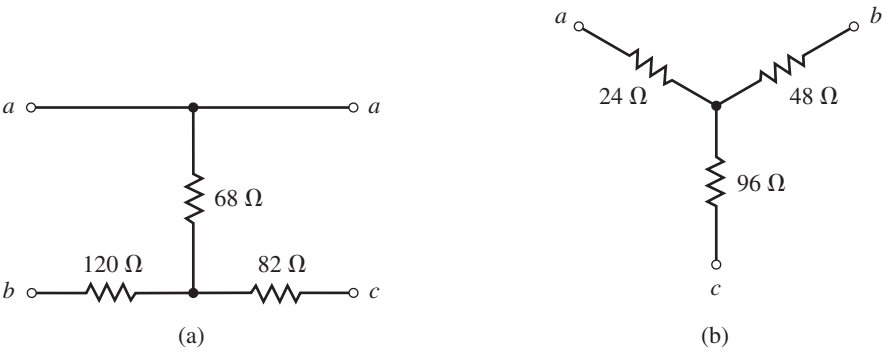
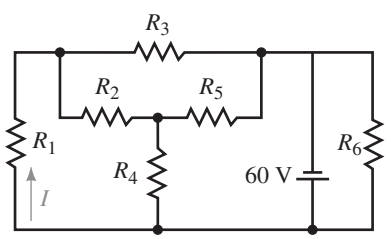


FIGURA 8-95

43. Utilice las conversiones Δ-Y o Y-Δ, para encontrar la corriente *I* para el circuito de la figura 8-96.
44. Utilice las conversiones Δ-Y o Y-Δ, para encontrar la corriente *I* y el voltaje V_{ab} para el circuito de la figura 8-97.



Todos los resistores son de 4.5 kΩ

FIGURA 8-96

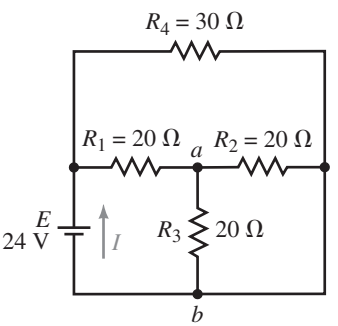


FIGURA 8-97

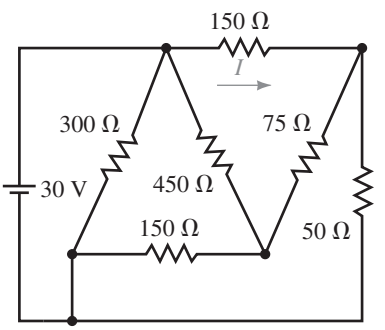


FIGURA 8-98

45. Repita el problema 43 para el circuito de la figura 8-98.
46. Repita el problema 44 para el circuito de la figura 8-99.

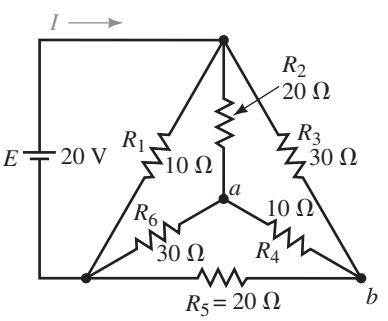


FIGURA 8-99

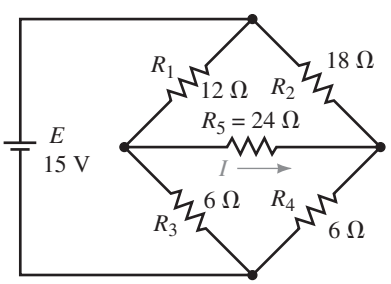


FIGURA 8-100

MULTISIM

8-8 Redes puente

47. Vea el circuito puente de la figura 8-100:
    a. ¿El puente está balanceado? Explique.
    b. Escriba las ecuaciones de malla.
    c. Calcule la corriente a través de R_5.
    d. Determine el voltaje en R_5.

48. Considere el circuito puente de la figura 8-101:
    a. ¿El puente está balanceado? Explique.
    b. Escriba las ecuaciones de mallas.
    c. Calcule la corriente a través de R_5.
    d. Determine el voltaje en R_5.
49. En el circuito puente de la figura 8-102 encuentre la corriente a través de cada resistor.
50. Vea el circuito puente de la figura 8-103:
    a. Determine el valor de la resistencia R_x cuando el puente está balanceado.
    b. Calcule la corriente a través de R_5 cuando $R_x = 0\ \Omega$ y cuando $R_x = 10\ \text{k}\Omega$.

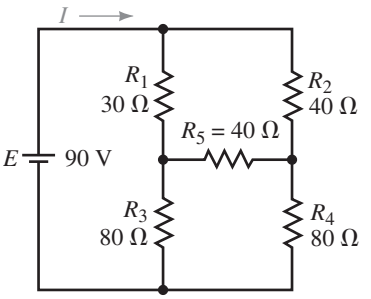


FIGURA 8-101

MULTISIM

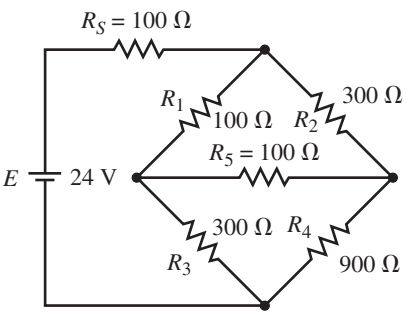


FIGURA 8-102

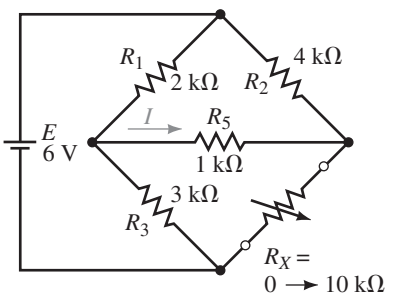


FIGURA 8-103

8-9 Análisis de circuitos por computadora

51. Utilice Multisim para encontrar las corrientes a través de todos los resistores del circuito que se muestra en la figura 8-86.
52. Utilice Multisim para encontrar el voltaje en un resistor de 5 kΩ en el circuito de la figura 8-87.
53. Utilice PSpice para encontrar las corrientes a través de todos los resistores del circuito de la figura 8-96.
54. Utilice PSpice para encontrar las corrientes a través de todos los resistores del circuito de la figura 8-97.

MULTISIM

MULTISIM

PSpice

PSpice

✓ RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 1

1. Una fuente de voltaje E en serie con un resistor R equivale a una fuente de corriente que tiene una fuente de corriente $I = E/R$ en paralelo con el mismo resistor R.
2. Las fuentes de corriente nunca se conectan en serie.

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 2

1. El voltaje es cero.
2. La corriente es cero.
3. R_5 puede reemplazarse con un cortocircuito o con un circuito abierto.

■ TÉRMINOS CLAVE

Teorema de Millman
Teorema de Norton
Teorema de reciprocidad
Teorema de superposición
Teorema de sustitución
Teorema de Thévenin
Transferencia de máxima potencia

■ PLAN GENERAL

Teorema de superposición
Teorema de Thévenin
Teorema de Norton
Teorema de transferencia de máxima potencia
Teorema de sustitución
Teorema de Millman
Teorema de reciprocidad
Análisis de circuitos por computadora

■ OBJETIVOS

Después de estudiar este capítulo será capaz de:

- aplicar el teorema de superposición para determinar la corriente o el voltaje en cualquier resistencia en una red dada,
- establecer el teorema de Thévenin y determinar el circuito equivalente de Thévenin en cualquier red resistiva,
- establecer el teorema de Norton y determinar el circuito equivalente de Norton en cualquier red resistiva,
- determinar la resistencia de carga requerida en cualquier circuito para asegurar que la carga reciba la máxima potencia del circuito,
- aplicar el teorema de Millman para determinar la corriente o el voltaje en cualquier resistor suministrado por cualquier número de fuentes en paralelo,
- establecer el teorema de reciprocidad y demostrar que se aplica a un circuito de una sola fuente,
- establecer el teorema de sustitución y aplicarlo para la simplificación de la operación de un circuito dado.

Teoremas de redes

9

RESUMEN DEL CAPÍTULO

En este capítulo aprenderá a utilizar algunos de los teoremas básicos que le permitirán analizar incluso las redes resistivas más complejas. Los teoremas que son más útiles en el análisis de redes son el de superposición, el de Thévenin, el de Norton y el de máxima transferencia de potencia.

También se presentarán otros teoremas que, si bien son útiles para tener una apreciación completa del análisis de circuitos, tienen un uso limitado. Estos teoremas, que se aplican a circuitos específicos, son el de sustitución, el de reciprocidad y el de Millman. El profesor podrá omitir el estudio de estos temas sin perder la continuidad. ■

PERSPECTIVA HISTÓRICA

André Marie Ampère



ANDRÉ MARIE AMPÈRE NACIÓ en Polémieux, Rhone, cerca de Lyon, Francia, el 22 de enero de 1775. En su juventud fue un brillante matemático, capaz de dominar las matemáticas avanzadas a la edad de doce años. Sin embargo, la Revolución Francesa y la anarquía que se extendió por Francia de 1789 a 1799 no excluyeron a la familia Ampère. El padre de Ampère, quien era un prominente comerciante y funcionario de la ciudad de Lyon, fue ejecutado en la guillotina en 1793. El joven André sufrió una crisis nerviosa de la que nunca se recuperó del todo. Su sufrimiento se agravó más en 1804 cuando, después de sólo cinco años de matrimonio, su esposa murió.

Aún así, Ampère fue capaz de hacer importantes contribuciones en el campo de las matemáticas, la química y la física. De joven fue nombrado profesor de química y física en Bourg. Napoleón fue un gran seguidor del trabajo de Ampère, aunque tenía la reputación de ser un "profesor distraído". Más tarde se mudó a París, donde se dedicó a enseñar matemáticas.

Ampère demostró que dos alambres que llevan corriente se atraían uno al otro cuando la corriente iba en la misma dirección, y cuando las corrientes en los alambres tenían dirección opuesta, se repelían. Este trabajo estableció la etapa para el descubrimiento de los principios de la teoría del campo eléctrico y magnético. Ampère fue el primer científico en usar los principios electromagnéticos para medir la corriente en un alambre. En reconocimiento a su contribución al estudio de la electricidad, la corriente se mide con la unidad llamada ampere.

A pesar de su sufrimiento personal, Ampère fue un ser humano popular y amistoso. Murió de neumonía en Marsella el 10 de junio de 1836 después de una breve enfermedad. ■

9-1 Teorema de superposición

El **teorema de superposición** es un método que permite determinar la corriente o el voltaje en cualquier resistor o rama en una red. La ventaja de usar este método en lugar de los análisis de malla o de nodos es que no es necesario usar determinantes o álgebra de matrices para estudiar un circuito. El teorema establece lo siguiente:

La corriente total o el voltaje en un resistor o una rama puede determinarse mediante la suma de los efectos debidos a cada fuente independiente.

Para aplicar el teorema de superposición es necesario eliminar todas las fuentes menos la que se está examinando. Para poner en "cero" la fuente de voltaje, **se reemplaza con un cortocircuito,** ya que el voltaje en este último es cero volts. Una fuente de corriente se hace cero al **reemplazarla con un circuito abierto**, a través del cual la corriente es de cero amperes.

Si se desea determinar la potencia disipada por cualquier resistor, se debe primero encontrar el voltaje o la corriente en el resistor:

$$P = I^2R = \frac{V^2}{R}$$

NOTAS . . .

El teorema de superposición no se aplica a la potencia debido a que no es una cantidad lineal, más bien es proporcional al cuadrado de la corriente o el voltaje.

EJEMPLO 9-1

Considere el circuito de la figura 9-1:

a. Determine la corriente en el resistor de carga R_L.
b. Compruebe que el teorema de superposición no se aplica a la potencia.

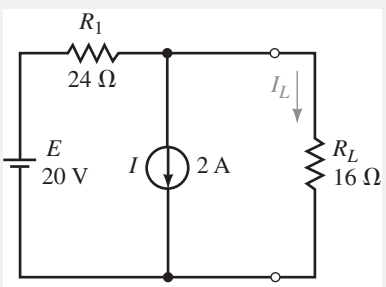


FIGURA 9-1

Solución

a. Primero se determina la corriente a través de R_L debida a la fuente de voltaje, se elimina la fuente de corriente y se le reemplaza con un circuito abierto (cero amperes) como se muestra en la figura 9-2.

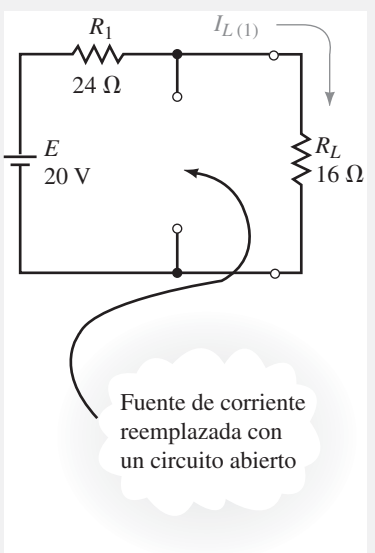


FIGURA 9-2

La corriente resultante a través de R_L se determina a partir de la ley de Ohm como

$$I_{L(1)} = \frac{20\text{ V}}{16\ \Omega + 24\ \Omega} = 0.500\text{ A}$$

Enseguida se determina la corriente a través de R_L debida a la fuente de corriente, se elimina la fuente de voltaje y se le reemplaza con un cortocircuito (cero volts) como se muestra en la figura 9-3.

La corriente resultante a través de R_L se encuentra con la regla del divisor de corriente como

$$I_{L(2)} = -\left(\frac{24\ \Omega}{24\ \Omega + 16\ \Omega}\right)(2\ \text{A}) = -1.20\ \text{A}$$

La corriente resultante a través de R_L se encuentra al aplicar el teorema de superposición:

$$I_L = 0.5\ \text{A} - 1.2\ \text{A} = -0.700\ \text{A}$$

El signo negativo indica que el sentido de la corriente a través de R_L es opuesto a la dirección de referencia que se supuso. En consecuencia, la corriente a través de R_L irá, de hecho, hacia arriba con la magnitud de 0.7 A.

b. Si se considera (de manera incorrecta) que el teorema de superposición es válido para la potencia, se tendría la potencia debida a la primera fuente como

$$P_1 = I_{L(1)}^2 R_L = (0.5\ \text{A})^2(16\ \Omega) = 4.0\ \text{W}$$

y la potencia debida a la segunda fuente como

$$P_2 = I_{L(2)}^2 R_L = (1.2\ \text{A})^2(16\ \Omega) = 23.04\ \text{W}$$

La potencia total, si se aplica el teorema de superposición sería

$$P_\text{T} = P_1 + P_2 = 4.0\ \text{W} + 23.04\ \text{W} = 27.04\ \text{W}$$

Es claro que este resultado es erróneo, ya que la potencia real disipada por el resistor de carga está correctamente dada por

$$P_L = I_L^2 R_L = (0.7\ \text{A})^2(16\ \Omega) = 7.84\ \text{W}$$

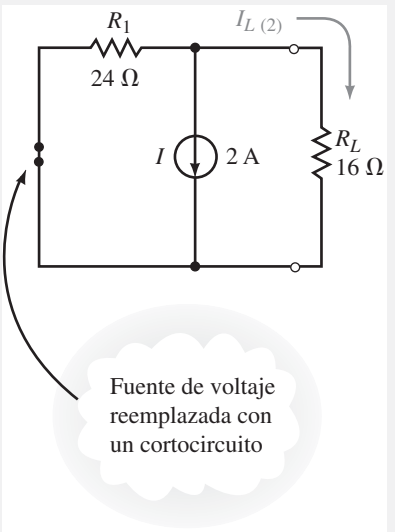


FIGURA 9-3

El teorema de superposición se puede usar también para determinar el voltaje en cualquier componente o rama dentro del circuito.

EJEMPLO 9-2

Determine la caída de voltaje en el resistor R_2 del circuito que se muestra en la figura 9-4.

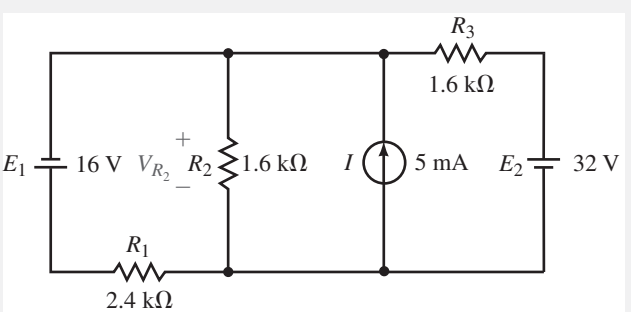


FIGURA 9-4

Solución Ya que el circuito tiene tres fuentes separadas, es necesario determinar el voltaje en R_2 debido a cada fuente individual.

Primero se considera el voltaje en R_2 debido a la fuente de 16 V, como se muestra en la figura 9-5.

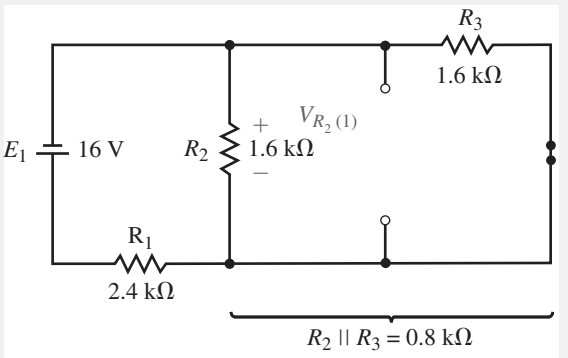


FIGURA 9-5

El voltaje en R_2 será igual que el voltaje en la combinación en paralelo de $R_2 \| R_3 = 0.8\ \text{k}\Omega$. Por tanto,

$$V_{R_{2(1)}} = -\left(\frac{0.8\ \text{k}\Omega}{0.8\ \text{k}\Omega + 2.4\ \text{k}\Omega}\right)(16\ \text{V}) = -4.00\ \text{V}$$

El signo negativo en la ecuación anterior simplemente indica que el voltaje en el resistor debido a la primera fuente es opuesto a la polaridad de referencia supuesta.

Enseguida se considera la fuente de corriente. El circuito resultante se muestra en la figura 9-6, a partir de él se puede observar que la resistencia total "vista" por la fuente de corriente es

$$R_\text{T} = R_1 \| R_2 \| R_3 = 0.6\ \text{k}\Omega$$

El voltaje resultante en R_2 es

$$V_{R_{2(2)}} = (0.6\ \text{k}\Omega)(5\ \text{mA}) = 3.00\ \text{V}$$

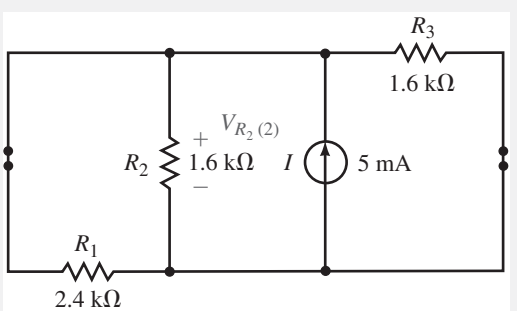


FIGURA 9-6

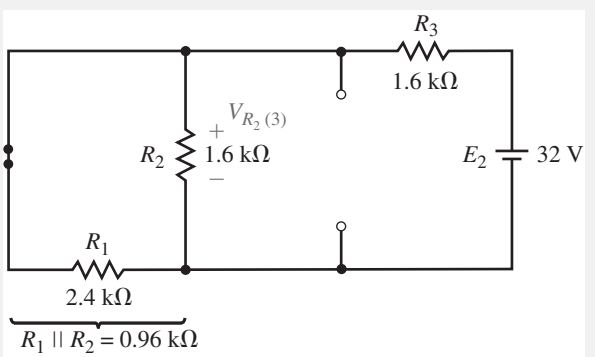


FIGURA 9-7

Por último, el voltaje debido a la fuente de 32 V se encuentra al analizar el circuito de la figura 9-7, en el que el voltaje en R_2 es

$$V_{R_{2(3)}} = \left(\frac{0.96\ \text{k}\Omega}{0.96\ \text{k}\Omega + 1.6\ \text{k}\Omega}\right)(32\ \text{V}) = 12.0\ \text{V}$$

Por superposición, el voltaje resultante es

$$V_{R_2} = -4.0\ \text{V} + 3.0\ \text{V} + 12.0\ \text{V} = 11.0\ \text{V}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 1

Use el teorema de superposición para determinar el voltaje en R_1 y R_3 en el circuito de la figura 9-4.

Respuestas
$V_{R_1} = 27.0\text{ V},\ V_{R_3} = 21.0\text{ V}$

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 1

(Las respuestas están al final del capítulo)

Use los resultados finales del ejemplo 9-2 y los Problemas prácticos 1 para determinar la potencia disipada por los resistores en el circuito de la figura 9-4. Compruebe que el teorema de superposición no se aplica a la potencia.

9-2 Teorema de Thévenin

En esta sección se aplicará uno de los más importantes teoremas de los circuitos eléctricos. El **teorema de Thévenin** permite reducir incluso el circuito más complicado a una sola fuente de voltaje y una sola resistencia. Su importancia se hace evidente cuando se trata de analizar un circuito como el que se muestra en la figura 9-8.

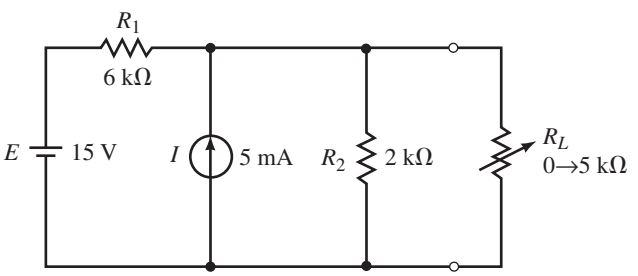


FIGURA 9-8

NOTAS . . .

Electrónica en el futuro

Para mayor información o para usar su computadora para explorar de manera interactiva las ideas presentadas, véase el CD que se incluye en este libro. Haga clic en el botón 1 (Button 1), *Electronics into the Future* y seleccione el módulo Teoremas de Redes (*Network Theorems*).

Si se desea encontrar la corriente a través del resistor de carga variable cuando $R_L = 0$, $R_L = 2\text{ k}\Omega$ y $R_L = 5\text{ k}\Omega$ con los métodos que se han estudiado, se necesitaría analizar el circuito completo tres veces. Sin embargo, si se puede reducir el circuito completo externo al resistor de carga a una sola fuente de voltaje en serie con un resistor, la solución se vuelve muy fácil.

El teorema de Thévenin es una técnica de análisis de circuitos que reduce cualquier red bilateral lineal a un circuito equivalente que tiene sólo una fuente de voltaje y un resistor en serie. El circuito resultante de dos terminales equivale al circuito original cuando se conecta a cualquier rama o componente externos. En resumen, el teorema de Thévenin se simplifica como sigue:

Cualquier red bilateral lineal puede reducirse a un circuito simplificado de dos terminales que se compone de una sola fuente de voltaje en serie con un solo resistor, como se muestra en la figura 9-9.

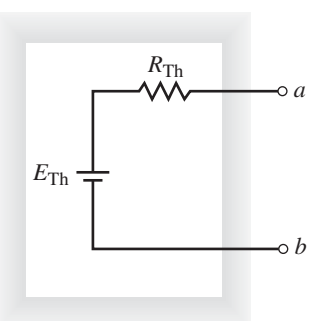


FIGURA 9-9 Circuito equivalente de Thévenin.

Recuerde que una red lineal está integrada por componentes que tienen una relación lineal (línea recta) entre el voltaje y la corriente. Un resistor es un buen ejemplo de un componente lineal, ya que el voltaje en un resistor se incrementa de manera proporcional con un incremento de corriente a través del resistor. Las fuentes de voltaje y de corriente también son componentes lineales. En el caso de una fuente de voltaje, el voltaje permanece constante aunque la corriente a través de la fuente pueda cambiar.

Una red bilateral opera de la misma manera sin importar la dirección de la corriente en la red. De nuevo, un resistor es un buen ejemplo de un componente bilateral, ya que la magnitud de la corriente a través del resistor no depende de la polaridad del voltaje en el componente. (Un diodo no es un componente bilateral, ya que la magnitud de la corriente a través del dispositivo depende de la polaridad del voltaje que se le aplica.)

Los siguientes pasos proporcionan una técnica que convierte cualquier circuito en su equivalente de Thévenin:

1. Identifique y elimine la carga del circuito.
2. Marque las dos terminales resultantes. Aquí se marcarán con *a* y *b*, aunque se puede usar cualquier notación.
3. Fije todas las fuentes en el circuito en cero.

   Las fuentes de voltaje se fijan en cero al reemplazarlas con un cortocircuito (cero volts).

   Las fuentes de corriente se fijan en cero al reemplazarlas con un circuito abierto (cero amperes).
4. Determine la resistencia equivalente de Thévenin, R_{Th}, al calcular la resistencia "vista" entre las terminales *a* y *b*. Puede ser necesario volver a dibujar el circuito para simplificar este paso.
5. Coloque las fuentes eliminadas en el Paso 3 y determine el voltaje a circuito abierto entre las terminales. Si el circuito tiene más de una fuente, puede ser necesario usar el teorema de superposición. En ese caso será necesario determinar el voltaje a circuito abierto debido a cada fuente y entonces determinar el efecto combinado. El voltaje a circuito abierto resultante será el valor del voltaje de Thévenin E_{Th}.
6. Dibuje el circuito equivalente de Thévenin usando la resistencia determinada en el paso 4 y el voltaje calculado en el paso 5. Como parte del circuito resultante, incluya la porción de la red que eliminó en el paso 1.

EJEMPLO 9-3

Determine el circuito equivalente de Thévenin externo al resistor R_L para el circuito de la figura 9-10. Use el circuito equivalente de Thévenin para calcular la corriente a través de R_L.

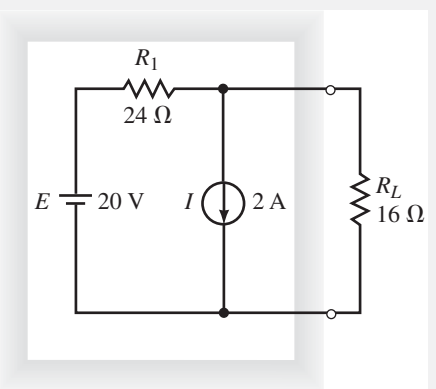


FIGURA 9-10

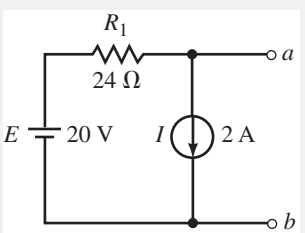


FIGURA 9-11

Solución

Pasos 1 y 2: elimine el resistor de carga del circuito y marque las terminales, se obtiene el circuito que se muestra en la figura 9-11.

Paso 3: fije las fuentes en cero, aquí se tiene el circuito que se muestra en la figura 9-12.

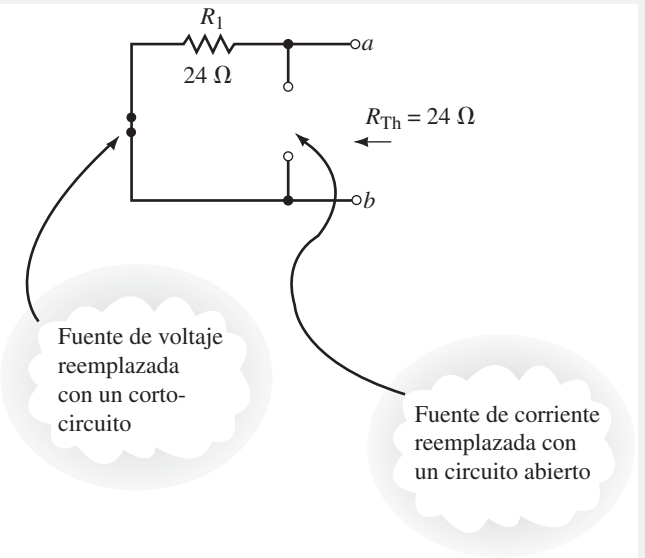


FIGURA 9-12

Paso 4: la resistencia de Thévenin entre las terminales es $R_{Th} = 24\ \Omega$.

Paso 5: a partir de la figura 9-11, el voltaje a circuito abierto entre las terminales *a* y *b* se encuentra como

$$V_{ab} = 20\ \text{V} - (24\ \Omega)(2\ \text{A}) = -28.0\ \text{V}$$

Paso 6: el circuito equivalente de Thévenin resultante se muestra en la figura 9-13.

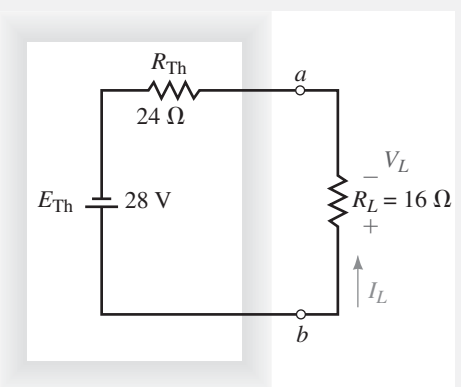


FIGURA 9-13

Con el circuito equivalente de Thévenin se determina con facilidad la corriente a través de R_L como

$$I_L = \left(\frac{28\ \text{V}}{24\ \Omega + 16\ \Omega}\right) = 0.700\ \text{A} \quad \text{(hacia arriba)}$$

Este resultado es el mismo que se obtuvo al usar el teorema de superposición en el ejemplo 9-1.

EJEMPLO 9-4

Encuentre el circuito equivalente de Thévenin del área indicada en la figura 9-14. Use el circuito equivalente para determinar la corriente a través del resistor de carga cuando $R_L = 0$, $R_L = 2\ \text{k}\Omega$ y $R_L = 5\ \text{k}\Omega$.

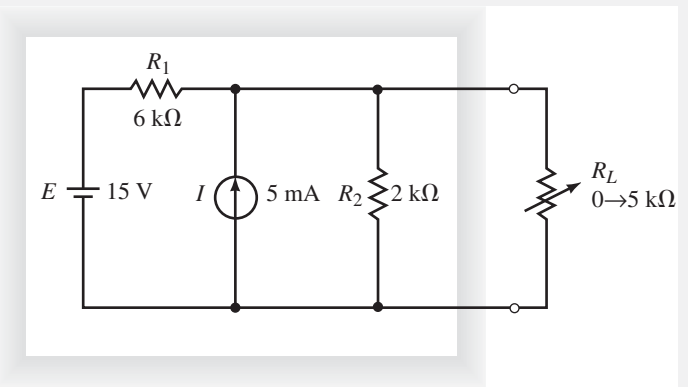


FIGURA 9-14

Solución

Pasos 1, 2 y 3: después de eliminar la carga, marcar las terminales y fijar las fuentes en cero, se tiene el circuito que se muestra en la figura 9-15.

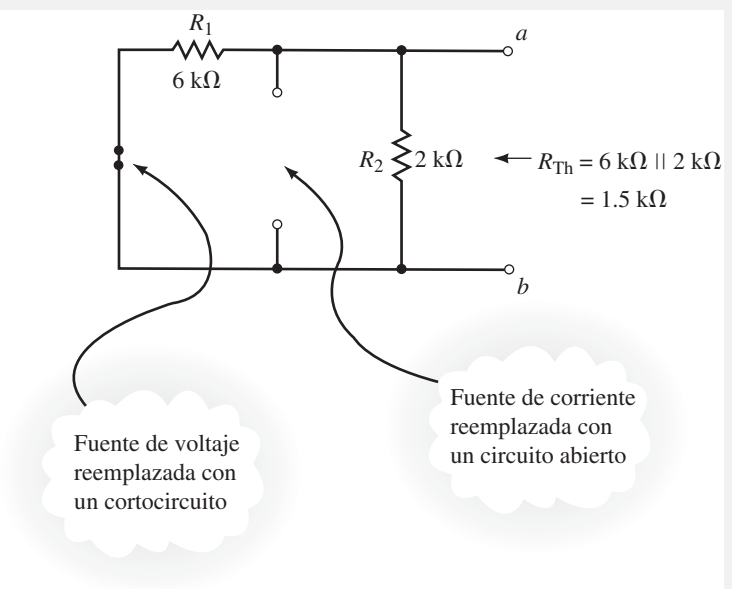


FIGURA 9-15

Paso 4: la resistencia de Thévenin del circuito es

$$R_{\text{Th}} = 6\ \text{k}\Omega \| 2\ \text{k}\Omega = 1.5\ \text{k}\Omega$$

Paso 5: aunque son posibles varios métodos, se usará aquí el teorema de superposición para encontrar el voltaje a circuito abierto V_{ab}. La figura 9-16 muestra el circuito para determinar la contribución debida a la fuente de 15 V.

$$V_{ab(1)} = \left(\frac{2\,\text{k}\Omega}{2\,\text{k}\Omega + 6\,\text{k}\Omega}\right)(15\ \text{V}) = +3.75\ \text{V}$$

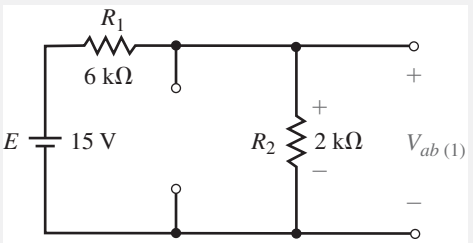


FIGURA 9-16

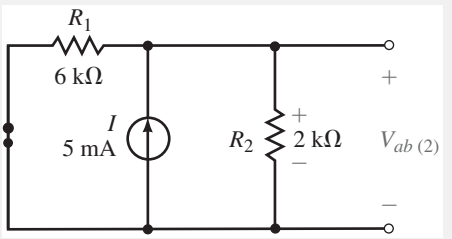


FIGURA 9-17

La figura 9-17 muestra el circuito para determinar la contribución debida a la fuente de 5 mA.

$$V_{ab(2)} = \left(\frac{(2\ \text{k}\Omega)(6\ \text{k}\Omega)}{2\ \text{k}\Omega + 6\ \text{k}\Omega}\right)(5\ \text{mA}) = +7.5\ \text{V}$$

El voltaje equivalente de Thévenin es

$$E_{\text{Th}} = V_{ab(1)} + V_{ab(2)} = +3.75\ \text{V} + 7.5\ \text{V} = 11.25\ \text{V}$$

Paso 6: el circuito equivalente de Thévenin resultante se muestra en la figura 9-18. A partir de éste es fácil determinar ahora la corriente para cualquier valor del resistor de carga.

$R_L = 0\ \Omega$: $$I_L = \frac{11.25\ \text{V}}{1.5\ \text{k}\Omega} = 7.5\ \text{mA}$$

$R_L = 2\ \text{k}\Omega$: $$I_L = \frac{11.25\ \text{V}}{1.5\ \text{k}\Omega + 2\ \text{k}\Omega} = 3.21\ \text{mA}$$

$R_L = 5\ \text{k}\Omega$: $$I_L = \frac{11.25\ \text{V}}{1.5\ \text{k}\Omega + 5\ \text{k}\Omega} = 1.73\ \text{mA}$$

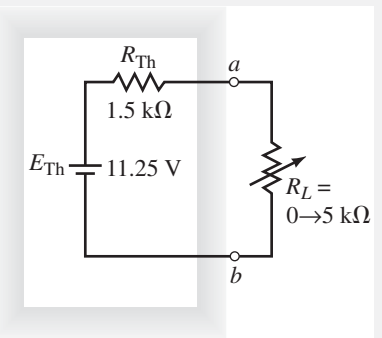


FIGURA 9-18

EJEMPLO 9-5

Determine el circuito equivalente de Thévenin externo a R_5 en el circuito de la figura 9-19. Use el circuito equivalente para determinar la corriente a través del resistor.

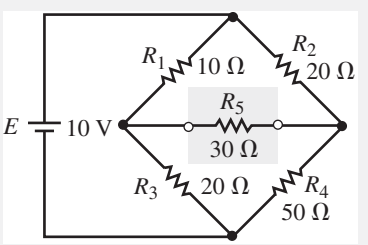


FIGURA 9-19

Solución Observe que el circuito es un puente desbalanceado. Si se usaran las técnicas del capítulo anterior sería necesario resolver tres ecuaciones de malla o tres ecuaciones de nodo.

Pasos 1 y 2: se elimina el resistor R_5 del circuito y se marcan las dos terminales *a* y *b* para obtener el circuito que se muestra en la figura 9-20.

Al examinar el circuito de la figura 9-20 se observa que no es una tarea simple determinar el circuito equivalente entre las terminales *a* y *b*. El proceso se simplifica al volver a dibujar el circuito como se ilustra en la figura 9-21.

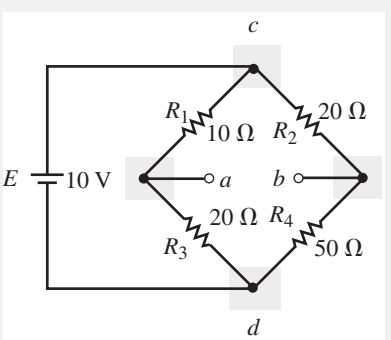


FIGURA 9-20

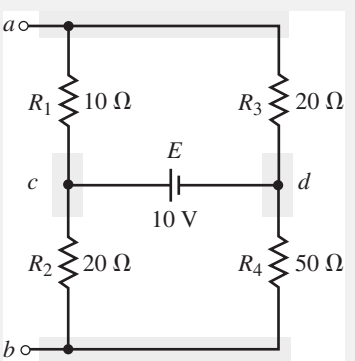


FIGURA 9-21

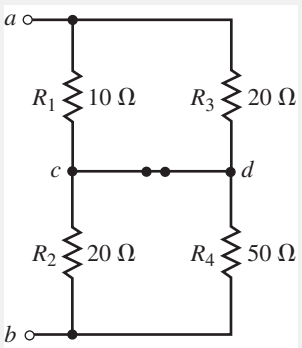


FIGURA 9-22

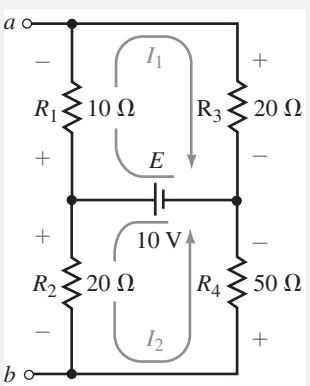


FIGURA 9-23

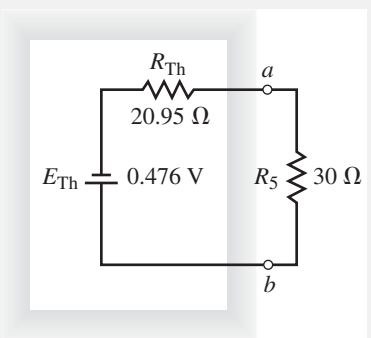


FIGURA 9-24

Observe que el circuito de la figura 9-21 tiene los nodos *a* y *b* convenientemente colocados en la parte superior e inferior del circuito. Los nodos adicionales (nodos *c* y *d*) se agregan para simplificar la tarea de colocar en forma correcta los resistores entre los nodos.

Después de simplificar el circuito es siempre una buena idea asegurarse de que el circuito resultante sea en efecto equivalente. Se puede verificar la equivalencia de dos circuitos al confirmar que cada componente está conectado entre los mismos nodos en cada circuito.

Ahora que se tiene un circuito que es más fácil de analizar, se encuentra el equivalente de Thévenin del circuito resultante.

Paso 3: fije la fuente de voltaje en cero reemplazándola con un corto, se obtiene el circuito que se observa en la figura 9-22.

Paso 4: la resistencia de Thévenin resultante es

$$\begin{aligned} R_{\text{Th}} &= 10\ \Omega \| 20\ \Omega + 20\ \Omega \| 50\ \Omega \\ &= 6.67\ \Omega + 14.29\ \Omega = 20.95\ \Omega \end{aligned}$$

Paso 5: el voltaje a circuito abierto entre las terminales *a* y *b* se encuentra al indicar primero las corrientes de lazo I_1 e I_2 en el circuito de la figura 9-23.

Debido a que la fuente de voltaje *E* proporciona un voltaje constante en las combinaciones R_1-R_3 y R_2-R_4, simplemente se usa la regla del divisor de voltaje para determinar el voltaje en varios componentes.

$$\begin{aligned} V_{ab} &= -V_{R_1} + V_{R_2} \\ &= -\frac{(10\ \Omega)(10\ \text{V})}{30\ \Omega} + \frac{(20\ \Omega)(10\ \text{V})}{70\ \Omega} \\ &= -0.476\ \text{V} \end{aligned}$$

Nota: la técnica anterior no puede usarse si la fuente tiene alguna resistencia en serie, ya que entonces el voltaje suministrado a las combinaciones de resistores R_1-R_3 y R_2-R_4 no sería el voltaje suministrado total, sino que dependería del valor de la resistencia en serie de la fuente.

Paso 6: el circuito de Thévenin resultante se muestra en la figura 9-24.

A partir de este circuito ahora es posible calcular la corriente a través del resistor R_5 como

$$I = \frac{0.476\ \text{V}}{20.95\ \Omega + 30\ \Omega} = 9.34\ \text{mA} \quad \text{(de } b \text{ a } a\text{)}$$

Este ejemplo ilustra la importancia de marcar las terminales que permanecen después de que un componente o rama se ha eliminado. Si no se hubieran marcado las terminales y dibujado un circuito equivalente, la corriente a través de R_5 no se habría encontrado tan fácilmente.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 2

Encuentre el circuito equivalente de Thévenin externo al resistor R_1 en el circuito de la figura 9-1.

Respuesta
$R_{\text{Th}} = 16\ \Omega,\ E_{\text{Th}} = 52\ \text{V}$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 3

Use el teorema de Thévenin para determinar la corriente a través del resistor de carga R_L en el circuito de la figura 9-25.

Respuesta
$I_L = 10.0\ \text{mA}$ hacia arriba

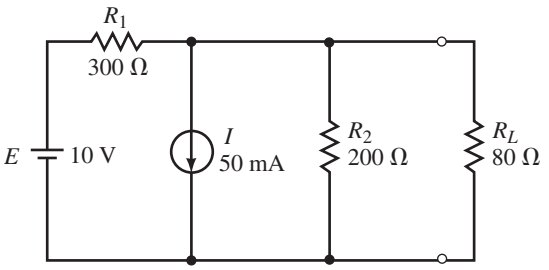


FIGURA 9-25

MULTISIM

En el circuito de la figura 9-25 ¿cuál debería ser el valor de R_1 para que la resistencia de Thévenin sea igual a $R_L = 80\ \Omega$?

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 2

(Las respuestas están al final del capítulo)

9-3 Teorema de Norton

El teorema de Norton es una técnica de análisis de circuitos similar al teorema de Thévenin. Al usar este teorema el circuito se reduce a una sola fuente de corriente y un resistor en paralelo. Al igual que con el circuito equivalente de Thévenin, el circuito resultante de dos terminales es equivalente al circuito original cuando se conecta a cualquier rama o componente externos. En resumen, el **teorema de Norton** se simplifica como sigue:

Cualquier red bilateral lineal puede reducirse a un circuito simplificado de dos terminales que se compone de una sola fuente de corriente y un solo resistor en paralelo como se muestra en la figura 9-26.

Los siguientes pasos proporcionan una técnica que permite la conversión de cualquier circuito en su equivalente de Norton:

1. Identifique y elimine la carga del circuito.
2. Marque las dos terminales resultantes. Aquí se marcarán como *a* y *b*, aunque se puede usar cualquier notación.
3. Fije todas las fuentes en cero. Como antes, las fuentes de voltaje se fijan en cero al reemplazarlas con un cortocircuito y las fuentes de corriente se fijan en cero al reemplazarlas con un circuito abierto.
4. Determine la resistencia equivalente de Norton, R_N, al calcular la resistencia vista entre las terminales *a* y *b*. Puede ser necesario volver a dibujar el circuito para simplificar este paso.
5. Vuelva a colocar las fuentes que eliminó en el paso 3 y determine la corriente que ocurriría en un corto si estuviera conectado entre las terminales *a* y *b*. Si el circuito original tiene más de una fuente, puede ser necesario determinar la corriente de cortocircuito debida a cada fuente por separado y entonces determinar el efecto combinado. La corriente de cortocircuito resultante será el valor de la corriente de Norton I_N.
6. Dibuje el circuito equivalente de Norton, use la resistencia determinada en el paso 4 y la corriente que calculó en el paso 5. Como parte del circuito resultante incluya la porción de la red que eliminó en el paso 1.

El circuito equivalente de Norton también puede determinarse directamente a partir del circuito equivalente de Thévenin al usar la técnica de conversión de fuentes que se desarrolló en el capítulo 8. Como resultado, los circuitos de Thévenin y de Norton que se muestran en la figura 9-27 son equivalentes.

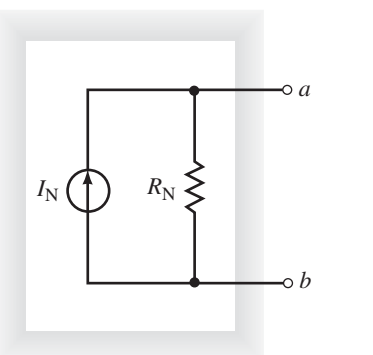
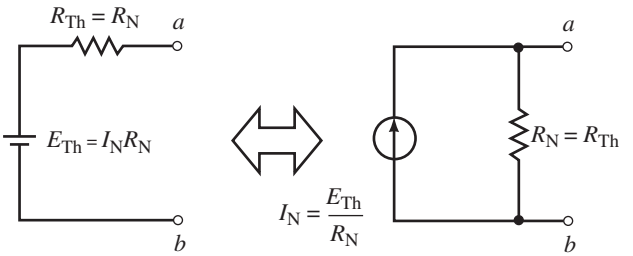


FIGURA 9-26 Circuito equivalente de Norton.



Circuito equivalente de Thévenin Circuito equivalente de Norton

FIGURA 9-27

A partir de la figura 9-27 se observa que la relación entre los circuitos es la siguiente:

$$E_{Th} = I_N R_N \tag{9–1}$$

$$I_N = \frac{E_{Th}}{R_{Th}} \tag{9–2}$$

EJEMPLO 9-6

Determine el circuito equivalente de Norton externo al resistor R_L para el circuito de la figura 9-28. Use el circuito equivalente de Norton para calcular la corriente a través de R_L. Compare los resultados con los que se obtuvieron mediante el teorema de Thévenin en el ejemplo 9-3.

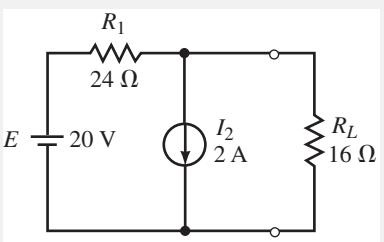


FIGURA 9-28

Solución

Pasos 1 y 2: elimine el resistor de carga R_L del circuito y marque las terminales restantes como *a* y *b*. El circuito resultante se muestra en la figura 9-29.

Paso 3: fije en cero las fuentes de voltaje y de corriente en el circuito, como se muestra en la figura 9-30.

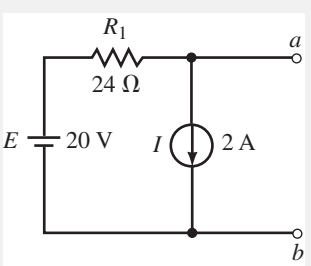


FIGURA 9-29

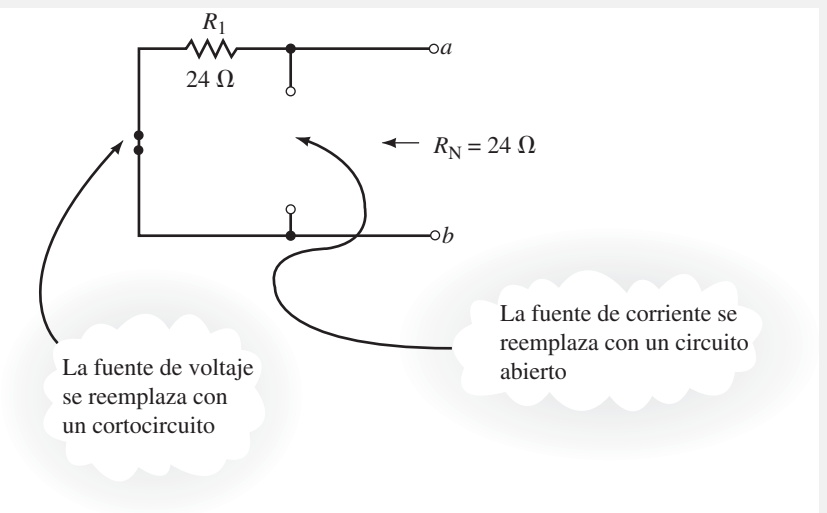


FIGURA 9-30

Paso 4: la resistencia de Norton resultante entre las terminales es

$$R_N = R_{ab} = 24\ \Omega$$

Paso 5: la corriente de cortocircuito se determina calculando primero la corriente a través del corto debido a cada fuente. El circuito para cada cálculo se ilustra en la figura 9-31.

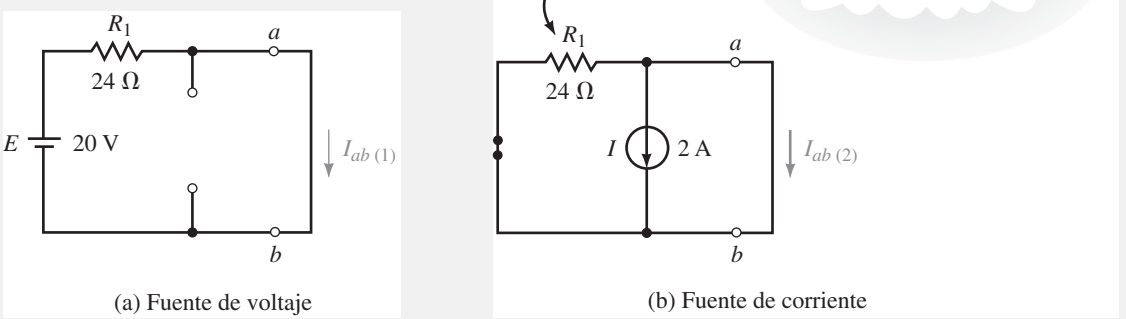


FIGURA 9-31

Fuente de voltaje E: la corriente en el corto entre las terminales *a* y *b* [figura 9-31(a)] se encuentra a partir de la ley de Ohm como

$$I_{ab(1)} = \frac{20\text{ V}}{24\ \Omega} = 0.833\text{ A}$$

Fuente de corriente I: al examinar el circuito para la fuente de corriente [figura 9-31(b)] se observa que el cortocircuito entre las terminales *a* y *b* efectivamente remueve R_1 del circuito. Por lo tanto, la corriente a través del corto será

$$I_{ab(2)} = -2.00\text{ A}$$

Observe que la corriente I_{ab} está indicada como una cantidad negativa. Como se ha visto antes, este resultado indica sólo que la corriente real es opuesta a la dirección de referencia supuesta.

Ahora, al aplicar el teorema de superposición se encuentra la corriente de Norton como

$$I_N = I_{ab(1)} + I_{ab(2)} = 0.833\text{ A} - 2.0\text{ A} = -1.167\text{ A}$$

Como antes, el signo negativo indica que la corriente de cortocircuito va en realidad desde la terminal *b* hacia la *a*.

Paso 6: el circuito equivalente de Norton que resulta se muestra en la figura 9-32. Ahora se puede encontrar con facilidad la corriente a través del resistor de carga R_L con la regla del divisor de corriente:

$$I_L = \left(\frac{24\ \Omega}{24\ \Omega + 16\ \Omega}\right)(1.167\text{ A}) = 0.700\text{ A} \quad \text{(hacia arriba)}$$

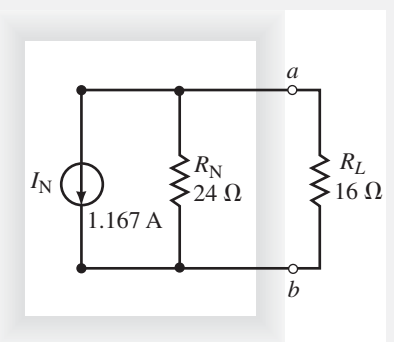


FIGURA 9-32

En referencia al ejemplo 9-3 se ve que se obtuvo el mismo resultado al encontrar el circuito equivalente de Thévenin. Otra manera de determinar el circuito equivalente de Norton es convertir el circuito de Thévenin que se encontró en el ejemplo 9-3 en el circuito equivalente de Norton que se muestra en la figura 9-33.

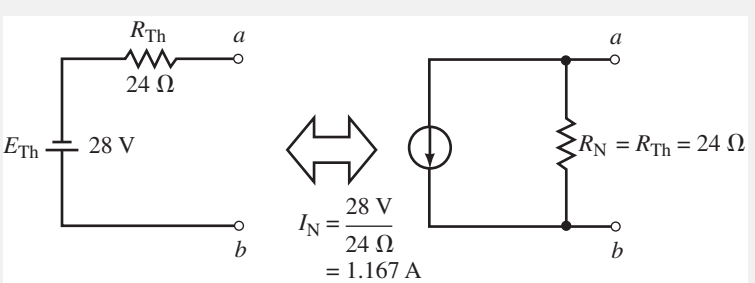


FIGURA 9-33

EJEMPLO 9-7

Determine el equivalente de Norton del circuito externo al resistor R_L en el circuito de la figura 9-34. Use el circuito equivalente para determinar la corriente de carga I_L cuando $R_L = 0$, 2 kΩ y 5 kΩ.

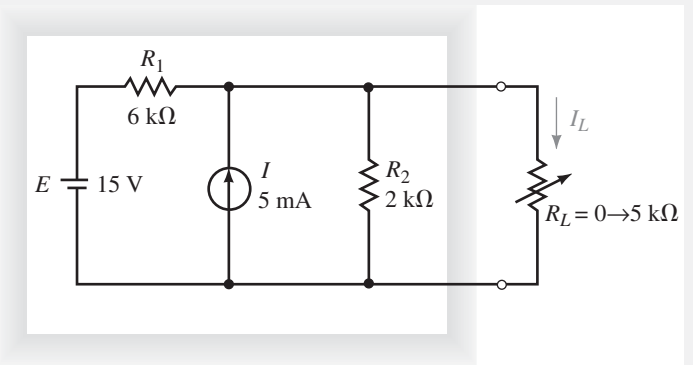


FIGURA 9-34

Solución

Pasos 1, 2 y 3: después de eliminar el resistor de carga, de marcar las dos terminales restantes *a* y *b*, y de fijar las fuentes en cero, se obtiene el circuito de la figura 9-35.

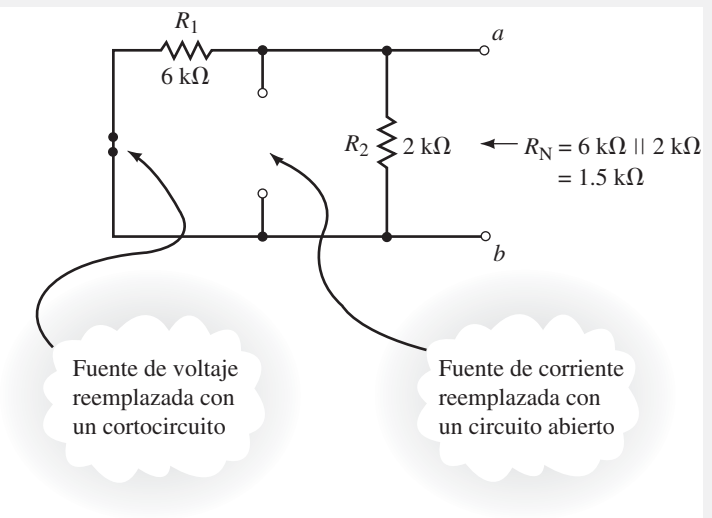


FIGURA 9-35

Paso 4: la resistencia de Norton del circuito se encuentra como

$$R_N = 6\ \text{k}\Omega \| 2\ \text{k}\Omega = 1.5\ \text{k}\Omega$$

Paso 5: el valor de la fuente de corriente constante de Norton se encuentra al determinar los efectos de la corriente debidos a cada fuente independiente que actúa en el cortocircuito entre las terminales *a* y *b*.

Fuente de voltaje E: en referencia a la figura 9-36(a), el cortocircuito entre las terminales *a* y *b* elimina al resistor R_2 del circuito. La corriente de cortocircuito debida a la fuente de voltaje es

$$I_{ab(1)} = \frac{15\ \text{V}}{6\ \text{k}\Omega} = 2.50\ \text{mA}$$

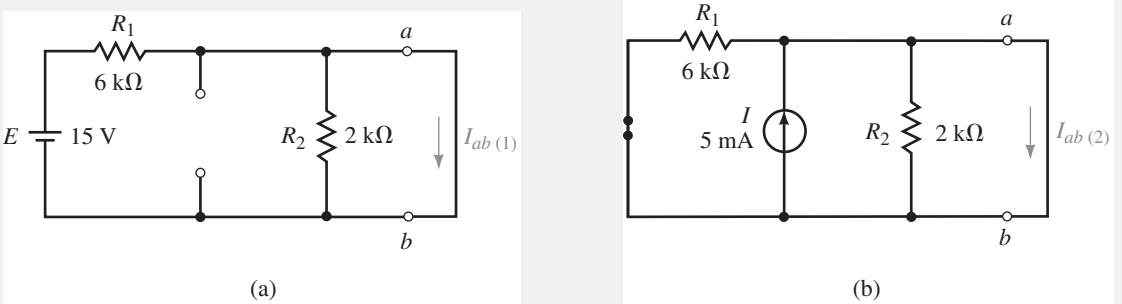


FIGURA 9-36

Fuente de corriente I: en referencia a la figura 9-36(b), el cortocircuito entre las terminales *a* y *b* elimina a ambos resistores R_1 y R_2. La corriente de cortocircuito debida a la fuente de corriente es por tanto

$$I_{ab(2)} = 5.00 \text{ mA}$$

La corriente de Norton resultante se encuentra a partir de la superposición como

$$I_N = I_{ab(1)} + I_{ab(2)} = 2.50 \text{ mA} + 5.00 \text{ mA} = 7.50 \text{ mA}$$

Paso 6: el circuito equivalente de Norton se muestra en la figura 9-37.

Sea $R_L = 0$: la corriente I_L debe ser igual a la corriente de la fuente, de manera que

$$I_L = 7.50 \text{ mA}$$

Sea $R_L = 2 \text{ k}\Omega$: la corriente I_L se calcula a partir de la regla del divisor de corriente como

$$I_L = \left(\frac{1.5 \text{ k}\Omega}{1.5 \text{ k}\Omega + 2 \text{ k}\Omega}\right)(7.50 \text{ mA}) = 3.21 \text{ mA}$$

Sea $R_L = 5 \text{ k}\Omega$: si se usa de nuevo la regla del divisor de corriente, I_L se encuentra como

$$I_L = \left(\frac{1.5 \text{ k}\Omega}{1.5 \text{ k}\Omega + 5 \text{ k}\Omega}\right)(7.50 \text{ mA}) = 1.73 \text{ mA}$$

Al comparar los resultados anteriores con los que se obtuvieron en el ejemplo 9-4 se ve que son exactamente los mismos.

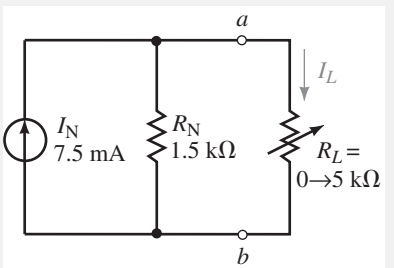


FIGURA 9-37

EJEMPLO 9-8

Considere el circuito de la figura 9-38:

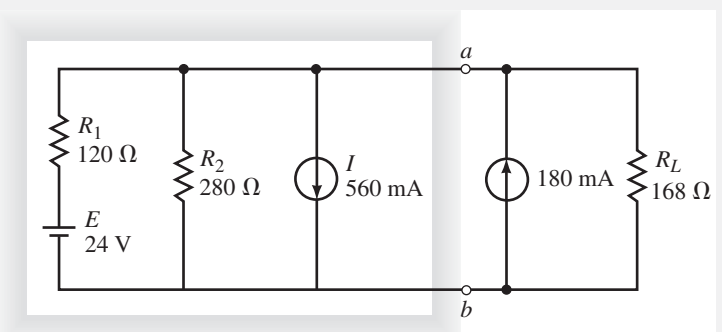


FIGURA 9-38

a. Determine el circuito equivalente de Norton externo a las terminales *a* y *b*.
b. Determine la corriente a través de R_L.

Solución

a. **Pasos 1 y 2:** después de quitar la carga (la cual consiste en una fuente de corriente en paralelo con un resistor), se tiene el circuito de la figura 9-39.

Paso 3: después de fijar en cero las fuentes, se tiene la red de la figura 9-40.

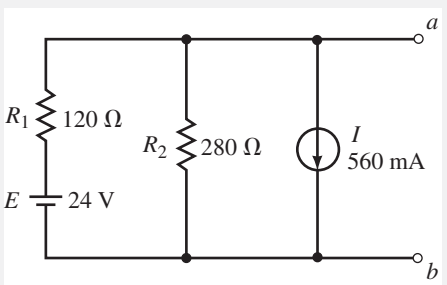


FIGURA 9-39

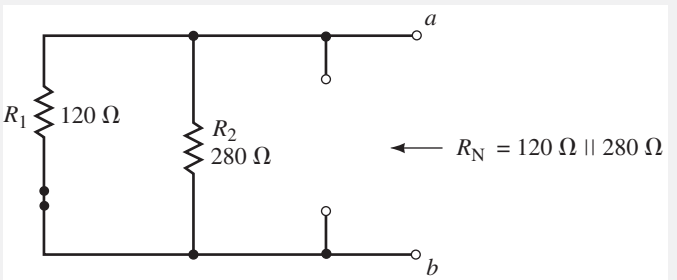


FIGURA 9-40

Paso 4: la resistencia equivalente de Norton se encuentra como

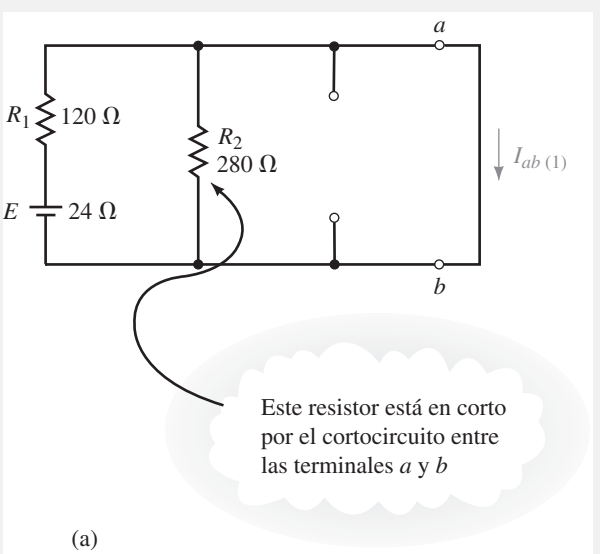
$$R_N = 120\ \Omega \| 280\ \Omega = 84\ \Omega$$

Paso 5: para determinar la corriente de Norton, de nuevo se debe determinar la corriente de cortocircuito debida a cada fuente por separado y entonces combinar el resultado mediante el teorema de superposición.

Fuente de voltaje E: con referencia a la figura 9-41(a), observe que el resistor R_2 está en corto por el cortocircuito entre las terminales *a* y *b*, de manera que la corriente en el cortocircuito es

$$I_{ab(1)} = \frac{24\ \text{V}}{120\ \Omega} = 0.2\ \text{A} = 200\ \text{mA}$$

Fuente de corriente I: con referencia a la figura 9-41(b), el cortocircuito entre las terminales *a* y *b* eliminará ahora ambos resistores. Este resistor está en corto por el cortocircuito entre las terminales *a* y *b.* Ambos resistores



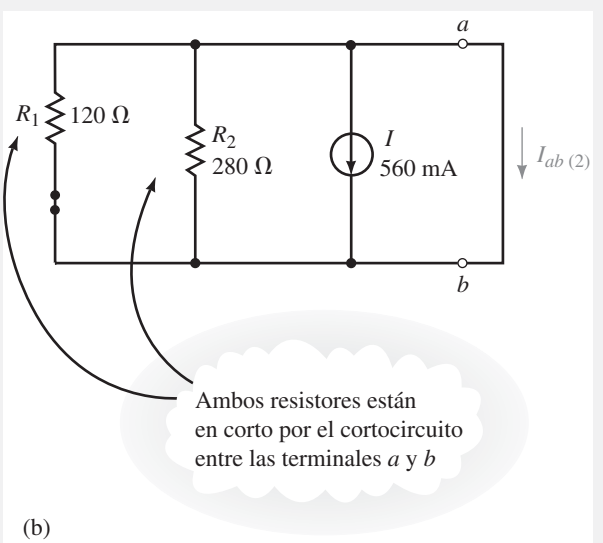


FIGURA 9-41

están en corto por el cortocircuito entre las terminales *a* y *b*. La corriente a través de corto será simplemente la de la fuente. Sin embargo, la corriente no será de *a* hacia *b*, sino en la dirección opuesta, esto es

$$I_{ab(2)} = -560 \text{ mA}$$

Ahora, la corriente de Norton se encuentra al sumar las corrientes de cortocircuito debidas a cada fuente:

$$I_N = I_{ab(1)} + I_{ab(2)} = 200 \text{ mA} + (-560 \text{ mA}) = -360 \text{ mA}$$

El signo negativo en el cálculo anterior de la corriente indica que si un cortocircuito se colocara entre las terminales *a* y *b*, la corriente iría en realidad de *b* hacia *a*. El circuito equivalente de Norton se muestra en la figura 9-42.

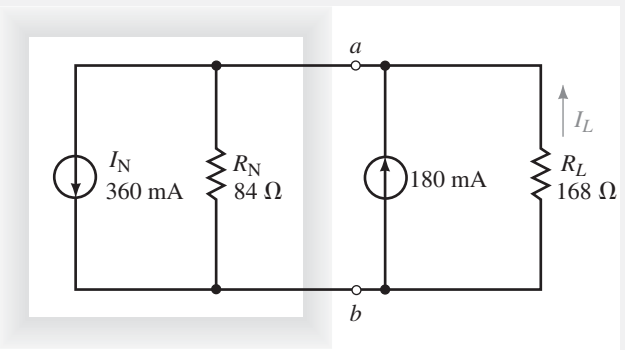


FIGURA 9-42

b. La corriente a través del resistor de carga se encuentra al aplicar la regla del divisor de corriente:

$$I_L = \left(\frac{84\ \Omega}{84\ \Omega + 168\ \Omega}\right)(360 \text{ mA} - 180 \text{ mA}) = 60 \text{ mA} \quad \text{(hacia arriba)}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 4

Encuentre el equivalente de Norton del circuito de la figura 9-43. Use la técnica de conversión de fuente para determinar el equivalente de Thévenin del circuito entre los puntos *a* y *b*.

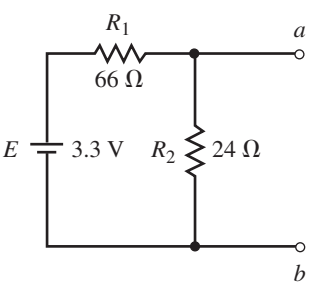


FIGURA 9-43

Respuestas
$R_N = R_{Th} = 17.6\ \Omega,\ I_N = 0.05$ A, $E_{Th} = 0.88$ V

PROBLEMAS PRÁCTICOS 5

Determine el equivalente de Norton externo a R_L en el circuito de la figura 9-44. Encuentre la corriente I_L cuando $R_L = 0$, 10kΩ, 50 kΩ y 100 kΩ.

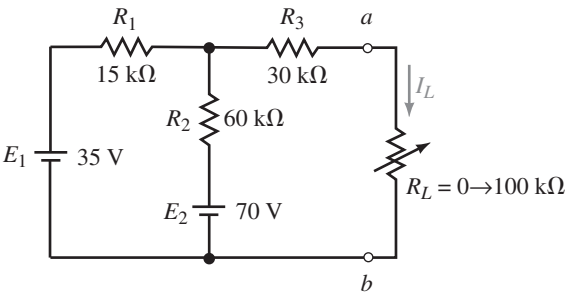


FIGURA 9-44

Respuestas
$R_N = 42$ kΩ, $I_N = 1.00$ mA
Para $R_L = 0$: $I_L = 1.00$ mA
Para $R_L = 10$ kΩ: $I_L = 0.808$ mA
Para $R_L = 50$ kΩ: $I_L = 0.457$ mA
Para $R_L = 100$ kΩ: $I_L = 0.296$ mA

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 3

(Las respuestas están al final del capítulo)

1. Muestre la relación entre el circuito equivalente de Thévenin y el circuito equivalente de Norton. Dibuje cada circuito.
2. Si un circuito equivalente de Thévenin tiene $E_{Th} = 100$ mV y $R_{Th} = 500\ \Omega$, dibuje el correspondiente circuito equivalente de Norton.
3. Si un circuito equivalente de Norton tiene $I_N = 10\ \mu$A y $R_N = 20$ kΩ dibuje el correspondiente circuito equivalente de Thévenin.

9-4 Teorema de transferencia de máxima potencia

En amplificadores y en la mayoría de los circuitos de comunicación, como los receptores de radio y los transmisores, se desea con frecuencia que la carga reciba la máxima cantidad de potencia de una fuente.

El **teorema de transferencia de máxima potencia** establece lo siguiente:

Una resistencia de carga recibirá la máxima potencia de un circuito cuando la resistencia de la carga es exactamente igual que la resistencia de Thévenin (Norton) vista hacia atrás en el circuito.

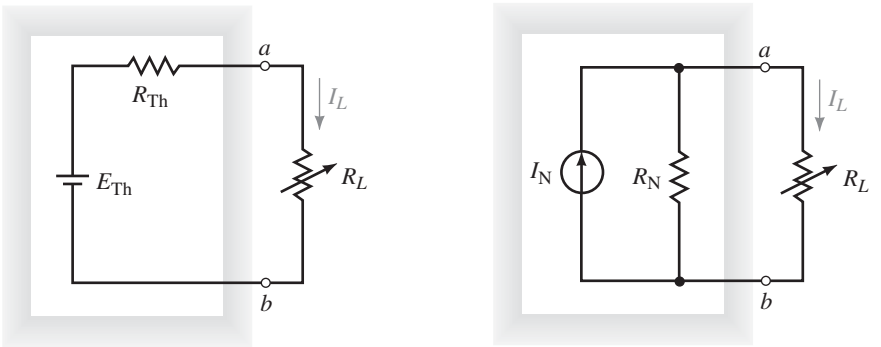
La prueba del teorema de transferencia de máxima potencia se determina a partir del circuito equivalente de Thévenin e involucra el uso del cálculo. Este teorema se prueba en el apéndice C.

En la figura 9-45 se ve que una vez que se ha simplificado con el uso del teorema de Thévenin o el de Norton, la máxima potencia ocurre cuando

$$R_L = R_{Th} = R_N \tag{9–3}$$

Al examinar los circuitos equivalentes de la figura 9-45 se demuestra que las siguientes ecuaciones determinan la potencia suministrada a la carga:

$$P_L = \frac{\left(\dfrac{R_L}{R_L + R_{Th}} \times E_{Th}\right)^2}{R_L}$$



(a) (b)

FIGURA 9-45

lo cual da

$$P_L = \frac{E_{Th}^2 R_L}{(R_L + R_{Th})^2} \qquad \textbf{(9–4)}$$

De manera similar

$$P_L = \left(\frac{I_N R_N}{R_L + R_N}\right)^2 \times R_L \qquad \textbf{(9–5)}$$

En condiciones de máxima potencia ($R_L = R_{Th} = R_N$), las ecuaciones anteriores se usan para determinar la máxima potencia suministrada a la carga y pueden escribirse como

$$P_{máx} = \frac{E_{Th}^2}{4R_{Th}} \qquad \textbf{(9–6)}$$

$$P_{máx} = \frac{I_N^2 R_N}{4} \qquad \textbf{(9–7)}$$

EJEMPLO 9-9

Para el circuito de la figura 9-46 elabore las gráficas de V_L, I_L y P_L como funciones de R_L.

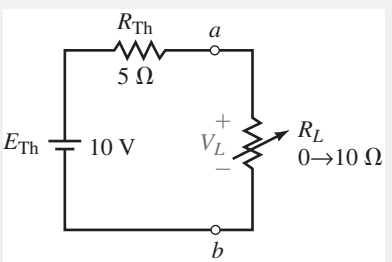


FIGURA 9-46

Solución Primero se puede hacer una tabla de datos para varios valores de resistencia R_L, como se indica en la tabla 9-1. Los valores de voltaje y corriente se determinan con la regla del divisor de voltaje y la ley de Ohm, respectivamente. La potencia P_L para cada valor de resistencia se determina mediante el producto $P_L = V_L I_L$ o con la ecuación 9-4.

TABLA 9-1

R_L (Ω)	V_L (V)	I_L (A)	P_L (W)
0	0	2.000	0
1	1.667	1.667	2.778
2	2.857	1.429	4.082
3	3.750	1.250	4.688
4	4.444	1.111	4.938
5	5.000	1.000	5.000
6	5.455	0.909	4.959
7	5.833	0.833	4.861
8	6.154	0.769	4.734
9	6.429	0.714	4.592
10	6.667	0.667	4.444

Si los datos de la tabla 9-1 se representan en gráficas lineales, aparecen como se muestra en las figuras 9-47, 9-48 y 9-49.

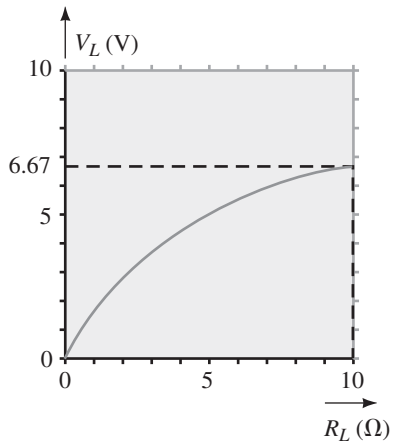


FIGURA 9-47 Voltaje contra R_L.

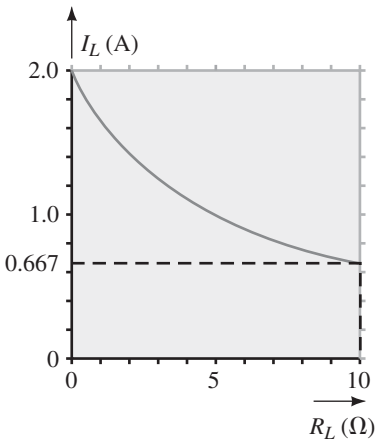


FIGURA 9-48 Corriente contra R_L.

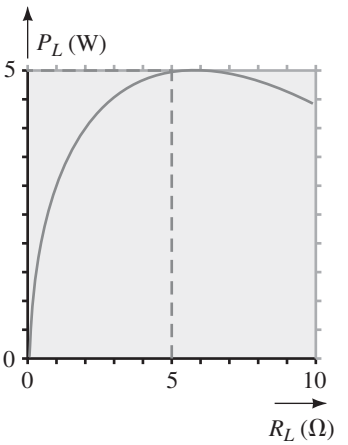


FIGURA 9-49 Potencia contra R_L.

Observe en las gráficas que aunque el voltaje en la carga aumenta conforme R_L se incrementa, la potencia suministrada a la carga será máxima cuando $R_L = R_{\text{Th}} = 5\ \Omega$. La razón de esta contradicción aparente es que conforme R_L se incrementa, la reducción en la corriente compensa con creces el correspondiente incremento en el voltaje.

EJEMPLO 9-10

Considere el circuito de la figura 9-50:

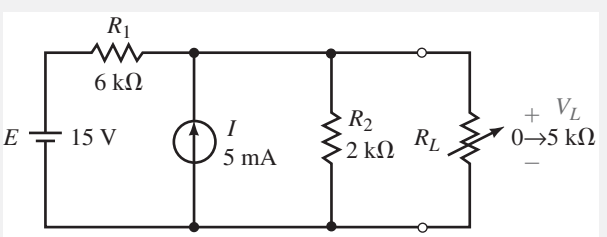


FIGURA 9-50

a. Determine el valor de la resistencia de carga requerido para asegurar que la máxima potencia es transferida a la carga.
b. Encuentre V_L, I_L y P_L cuando se suministra la máxima potencia a la carga.

Solución

a. Con el fin de determinar las condiciones de transferencia de máxima potencia, primero es necesario determinar el circuito equivalente externo a la carga. Se puede hacer con el circuito equivalente de Thévenin o el circuito equivalente de Norton. Este circuito ya se analizó en el ejemplo 9-4 con el teorema de Thévenin y se llegó el circuito equivalente que se muestra en la figura 9-51.

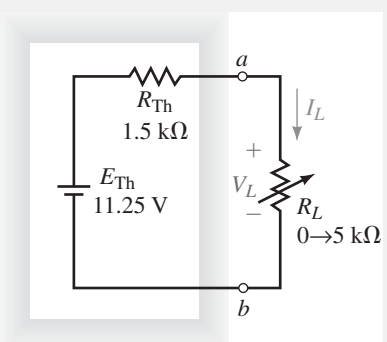


FIGURA 9-51

La máxima potencia será transferida a la carga cuando $R_L = 1.5\ \text{k}\Omega$.

b. Si se establece $R_L = 1.5\ \text{k}\Omega$, se observa que la mitad del voltaje de Thévenin aparece en el resistor de carga y la otra mitad en la resistencia de Thévenin. De manera que a máxima potencia,

$$V_L = \frac{E_{\text{Th}}}{2} = \frac{11.25\ \text{V}}{2} = 5.625\ \text{V}$$

$$I_L = \frac{5.625\ \text{V}}{1.5\ \text{k}\Omega} = 3.750\ \text{mA}$$

La potencia suministrada a la carga se encuentra como

$$P_L = \frac{V_L^2}{R_L} = \frac{(5.625\ \text{V})^2}{1.5\ \text{k}\Omega} = 21.1\ \text{mW}$$

O, de otra manera, si se usa la corriente, la potencia se calcula como

$$P_L = I_L^2 R_L = (3.75\ \text{mA})^2(1.5\ \text{k}\Omega) = 21.1\ \text{mW}$$

En la solución de este problema se pudo haber usado el circuito equivalente de Norton, igual de fácil, para determinar los valores requeridos.

Recuerde que la eficiencia se definió como la razón entre la potencia de salida y la potencia de entrada:

$$\eta = \frac{P_{\text{sal}}}{P_{\text{ent}}}$$

o como un porcentaje:

$$\eta = \frac{P_{\text{sal}}}{P_{\text{ent}}} \times 100\%$$

Si se usando el teorema de transferencia de máxima potencia se ve que en la condición de máxima potencia, la eficiencia del circuito es

$$\eta = \frac{P_{\text{sal}}}{P_{\text{ent}}} \times 100\% = \frac{\dfrac{E_{\text{Th}}^2}{4R_{\text{Th}}}}{\dfrac{E_{\text{Th}}^2}{2R_{\text{Th}}}} \times 100\% = 0.500 \times 100\% = 50\% \qquad \textbf{(9–8)}$$

Para los circuitos de comunicaciones y para muchos circuitos amplificadores, 50% representa la eficiencia máxima posible. En este nivel de eficiencia, el voltaje que se presenta en la siguiente etapa sería solo la mitad del voltaje de terminal máximo.

En la transmisión de potencia tal como el suministro doméstico de 115 Vca a 60 Hz, la condición de máxima potencia no es un requerimiento. Para la condición de transferencia de máxima potencia, el voltaje en la carga se reducirá a la mitad del voltaje de terminales máximo disponible. Es claro que si se está trabajando con suministros de potencia, nos gustaría asegurar que la eficiencia se lleva tan cerca de 100% como sea posible. En tales casos la resistencia de carga R_L se mantiene mucho más grande que la resistencia interna de la fuente de voltaje (por lo común $R_L \geq 10R_{\text{int}}$) para asegurar que el voltaje que aparezca en la carga sea muy cercano o igual al voltaje de terminales máximo de la fuente de voltaje.

EJEMPLO 9-11

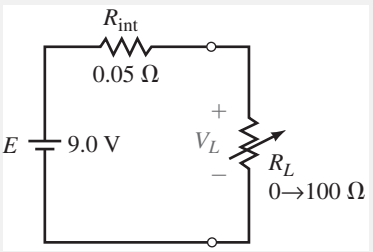


FIGURA 9-52

Vea el circuito de la figura 9-52 que representa una fuente de potencia común.

a. Determine el valor necesario de R_L para una máxima transferencia de potencia.
b. Determine el voltaje de terminales V_L y la eficiencia cuando el valor del resistor de carga es $R_L = 50\ \Omega$.
c. Determine el voltaje de terminales V_L y la eficiencia cuando el valor del resistor de carga es $R_L = 100\ \Omega$.

Solución

a. Para una transferencia de máxima potencia, el resistor de carga estará dado como $R_L = 0.05\ \Omega$. En este valor, la eficiencia será de solo 50%.

b. Para $R_L = 50\ \Omega$, el voltaje que aparece en las terminales de salida de la fuente de voltaje es

$$V_L = \left(\frac{50\ \Omega}{50\ \Omega + 0.05\ \Omega}\right)(9.0\ \text{V}) = 8.99\ \text{V}$$

La eficiencia es

$$\eta = \frac{P_{\text{sal}}}{P_{\text{ent}}} \times 100\%$$

$$= \frac{\dfrac{(8.99\ \text{V})^2}{50\ \Omega}}{\dfrac{(9.0\ \text{V})^2}{50.05\ \Omega}} \times 100\%$$

$$= \frac{1.6168\ \text{W}}{1.6184\ \text{W}} \times 100\% = 99.90\%$$

c. Para $R_L = 100\ \Omega$, el voltaje que aparece en las terminales de salida de la fuente de voltaje es

$$V_L = \left(\frac{100\ \Omega}{100\ \Omega + 0.05\ \Omega}\right)(9.0\ \text{V}) = 8.995\ 50\ \text{V}$$

La eficiencia es

$$\eta = \frac{P_{\text{sal}}}{P_{\text{ent}}} \times 100\%$$

$$= \frac{\dfrac{(8.9955\ \text{V})^2}{100\ \Omega}}{\dfrac{(9.0\ \text{V})^2}{100.05\ \Omega}} \times 100\%$$

$$= \frac{1.6168\ \text{W}}{1.6184\ \text{W}} \times 100\% = 99.95\%$$

A partir de este ejemplo se ve que si la eficiencia es importante, como es el caso en la transmisión de potencia, entonces la resistencia de carga debe ser mucho más grande que la resistencia de la fuente (por lo común $R_L \geq 10R_{\text{int}}$). Si, por otro lado, es más importante asegurar la transferencia de máxima potencia, entonces la resistencia de la carga debe ser igual a la resistencia interna de la fuente ($R_L = R_{\text{int}}$).

PROBLEMAS PRÁCTICOS 6

En referencia al circuito de la figura 9-44, ¿para qué valor de R_L la carga recibirá la máxima potencia? Determine la potencia cuando $R_L = R_N$, cuando $R_L = 25\ \text{k}\Omega$ y cuando $R_L = 50\ \text{k}\Omega$.

Respuestas
$R_L = 42\ \text{k}\Omega$: $P_L = 10.5\ \text{mW}$
$R_L = 25\ \text{k}\Omega$: $P_L = 9.82\ \text{mW}$
$R_L = 50\ \text{k}\Omega$: $P_L = 10.42\ \text{mW}$

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 4

(Las respuestas están al final del capítulo)

Un circuito equivalente de Thévenin se compone de $E_{\text{Th}} = 10\ \text{V}$ y $R_{\text{Th}} = 2\ \text{k}\Omega$. Determine la eficiencia del circuito cuando
a. $R_L = R_{\text{Th}}$
b. $R_L = 0.5R_{\text{Th}}$
c. $R_L = 2R_{\text{Th}}$

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 5

(Las respuestas están al final del capítulo)

1. ¿En qué casos la transferencia de máxima potencia es una característica deseable en un circuito?
2. ¿En qué casos la transferencia de máxima potencia es una característica indeseable en un circuito?

9-5 Teorema de sustitución

El **teorema de sustitución** establece lo siguiente:

Cualquier rama dentro de un circuito puede reemplazarse con una rama equivalente, siempre que la rama sustituta tenga la misma corriente y voltaje que la original.

Este teorema se ilustra mejor al examinar la operación de un circuito. Considere el de la figura 9-53.

El voltaje V_{ab} y la corriente I en el circuito de la figura 9-53 están dados como

$$V_{ab} = \left(\frac{6\ \text{k}\Omega}{4\ \text{k}\Omega + 6\ \text{k}\Omega}\right)(10\ \text{V}) = +6.0\ \text{V}$$

y

$$I = \frac{10\ \text{V}}{4\ \text{k}\Omega + 6\ \text{k}\Omega} = 1\ \text{mA}$$

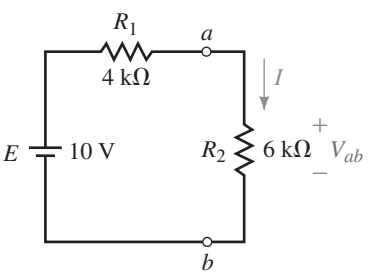


FIGURA 9-53

El resistor R_2 puede reemplazarse con una combinación de componentes siempre que mantengan las condiciones anteriores. Observe que las ramas de la figura 9-54 son cada una equivalentes a la rama original entre las terminales *a* y *b* del circuito de la figura 9-53.

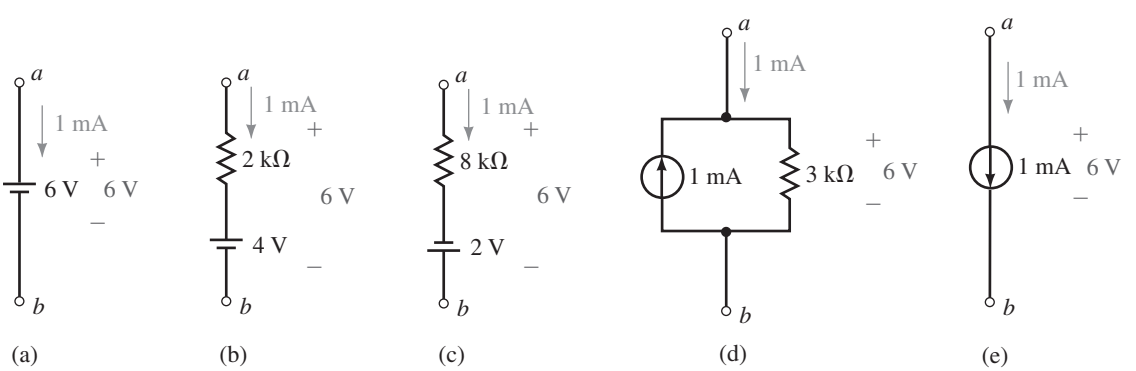


FIGURA 9-54

Aunque cada una de las ramas en la figura 9-54 es diferente, la corriente que entra o sale de cada una será la misma que la de la rama original. De manera similar, el voltaje en cada rama será el mismo. Si alguna de estas ramas se sustituye en el circuito original, el balance del circuito operará en la misma forma que el original. Se deja como un ejercicio para el estudiante comprobar que cada circuito se comporta igual que el original.

Este teorema nos permite sustituir cualquier rama dentro de un circuito dado, con una rama equivalente, simplificando así el análisis del circuito.

EJEMPLO 9-12

Si la porción indicada en el circuito de la figura 9-55 se reemplaza con una fuente de corriente y una resistencia en paralelo de 240 Ω, determine la magnitud y dirección de la fuente de corriente requerida.

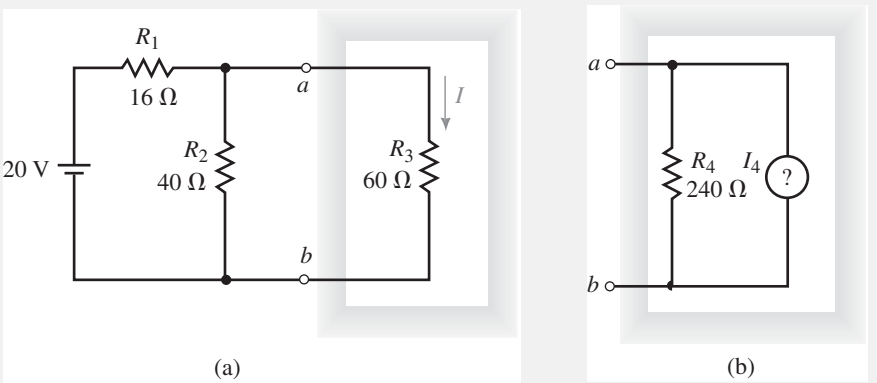


FIGURA 9-55

Solución El voltaje en la rama en el circuito original es

$$V_{ab} = \left(\frac{40\ \Omega \| 60\ \Omega}{16\ \Omega + (40\ \Omega \| 60\ \Omega)}\right)(20\ \text{V}) = \left(\frac{24\ \Omega}{16\ \Omega + 24\ \Omega}\right)(20\ \text{V}) = 12.0\ \text{V}$$

lo cual da como resultado una corriente de

$$I = \frac{12.0\ \text{V}}{60\ \Omega} = 0.200\ \text{A} = 200\ \text{mA}$$

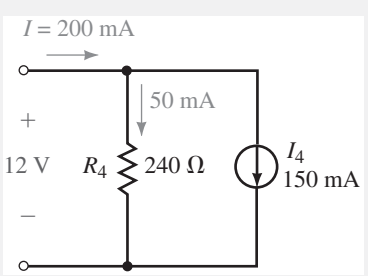


FIGURA 9-56

Con el fin de mantener el mismo voltaje de terminales, $V_{ab} = 12.0$ V, la corriente a través del resistor $R_4 = 240\ \Omega$ debe ser

$$I_{R_4} = \frac{12.0\ \text{V}}{240\ \Omega} = 0.050\ \text{A} = 50\ \text{mA}$$

Por último, se sabe que la corriente que entra en la terminal a es $I = 200$ mA. Para que la ley de corriente de Kirchhoff se satisfaga en este nodo, la fuente de corriente debe tener una magnitud de 150 mA y la dirección debe ser hacia abajo, como se observa en la figura 9-56.

9-6 Teorema de Millman

El **teorema de Millman** se usa para simplificar circuitos que tienen varias fuentes de voltaje en paralelo, como se ilustra en la figura 9-57. Aunque cualquiera de los otros teoremas que se han desarrollado en este capítulo puede utilizarse en este caso, el teorema de Millman proporciona un equivalente muchos más simple y más directo.

En circuitos como el de la figura 9-57, las fuentes de voltaje pueden reemplazarse con una sola fuente equivalente, como se muestra en la figura 9-58.

Para encontrar los valores de la fuente de voltaje equivalente E_{eq} y la resistencia en serie R_{eq}, se necesita convertir cada una de las fuentes de voltaje de la figura 9-57 en su fuente de corriente equivalente mediante la técnica que se desarrolló en el capítulo 8. El valor de cada fuente de corriente se determina con la ley de Ohm (es decir, $I_1 = E_1/R_1$, $I_2 = E_2/R_2$, etc.). Después de que se han completado las conversiones, el circuito aparece como se muestra en la figura 9-59.

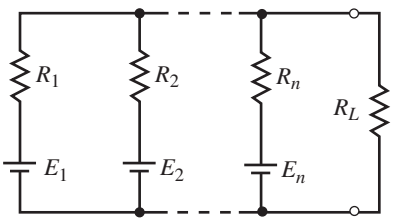


FIGURA 9-57

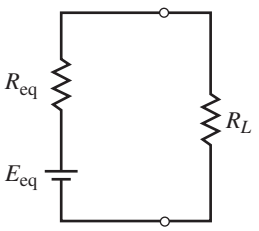


FIGURA 9-58

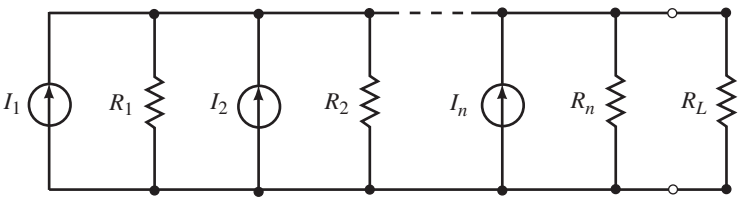


FIGURA 9-59

A partir del circuito de la figura 9-59 se ve que todas las fuentes de corriente tienen la misma dirección. Es claro que éste no es siempre el caso, ya que la dirección de cada fuente de corriente estará determinada por la polaridad inicial de la correspondiente fuente de voltaje.

Ahora es posible reemplazar las n fuentes de corriente con una sola que tiene una magnitud dada por

$$I_{eq} = \sum_{x=0}^{n} I_x = I_1 + I_2 + I_3 + \cdots + I_n \qquad \textbf{(9–9)}$$

la cual también puede escribirse como

$$I_{eq} = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3} + \cdots + \frac{E_n}{R_n} \qquad \textbf{(9–10)}$$

Si la dirección de cualquier fuente de corriente es opuesta a la dirección que se muestra, entonces la correspondiente magnitud se resta en lugar de sumarse. En la figura 9-59 se ve que la eliminación de las fuentes de corriente da como resultado una resistencia equivalente que está determinada por

$$R_{eq} = R_1 \| R_2 \| R_3 \| \cdots \| R_n \qquad \textbf{(9–11)}$$

la cual se determina como sigue

$$R_{eq} = \frac{1}{G_{eq}} = \frac{1}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3} + \cdots + \dfrac{1}{R_n}} \qquad \textbf{(9–12)}$$

La expresión general para el voltaje equivalente es

$$E_{eq} = I_{eq}R_{eq} = \frac{\dfrac{E_1}{R_1} + \dfrac{E_2}{R_2} + \dfrac{E_3}{R_3} + \cdots + \dfrac{E_n}{R_n}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3} + \cdots + \dfrac{1}{R_n}} \qquad \textbf{(9–13)}$$

EJEMPLO 9-13

Use el teorema de Millman para simplificar el circuito de la figura 9-60 de manera que tenga nada más una fuente. Use el circuito simplificado para encontrar la corriente en el resistor de carga R_L.

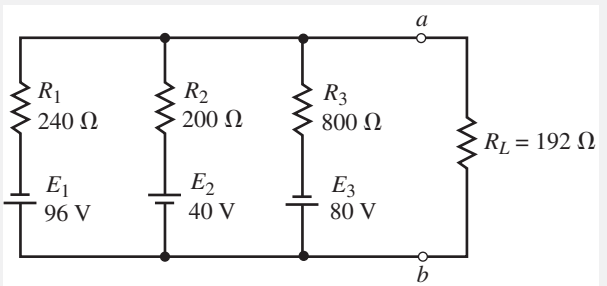


FIGURA 9-60

Solución A partir de la ecuación 9-13, se expresa la fuente de voltaje equivalente como

$$V_{ab} = E_{\text{eq}} = \frac{\dfrac{-96\text{ V}}{240\ \Omega} + \dfrac{40\text{ V}}{200\ \Omega} + \dfrac{-80\text{ V}}{800\ \Omega}}{\dfrac{1}{240\ \Omega} + \dfrac{1}{200\ \Omega} + \dfrac{1}{800\ \Omega}}$$

$$V_{ab} = \frac{-0.300}{10.42\text{ mS}} = -28.8\text{ V}$$

La resistencia equivalente es

$$R_{\text{eq}} = \frac{1}{\dfrac{1}{240\ \Omega} + \dfrac{1}{200\ \Omega} + \dfrac{1}{800\ \Omega}} = \frac{1}{10.42\text{ mS}} = 96\ \Omega$$

El circuito equivalente basado en el teorema de Millman se muestra en la figura 9-61. Observe que la fuente de voltaje equivalente tiene una polaridad que es opuesta a la que se supuso originalmente. Esto se debe a que las fuentes de voltaje E_1 y E_3 tienen magnitudes que sobrepasan la polaridad y magnitud de la fuente E_2.

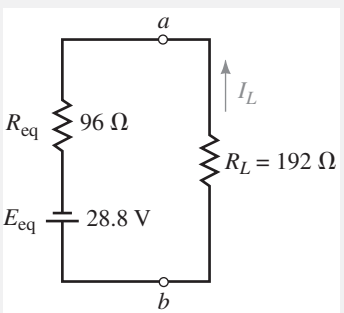


FIGURA 9-61

A partir del circuito equivalente de la figura 9-61, es una cuestión simple determinar la corriente a través del resistor de carga:

$$I_L = \frac{28.8\text{ V}}{96\ \Omega + 192\ \Omega} = 0.100\text{ A} = 100\text{ mA} \quad \text{(hacia arriba)}$$

9-7 Teorema de reciprocidad

El **teorema de reciprocidad** sólo se puede usar con circuitos que contengan una sola fuente, ya sea de voltaje o de corriente. El teorema establece lo siguiente:

Fuentes de voltaje

Una fuente de voltaje que causa una corriente I *en cualquier rama de un circuito puede quitarse de su ubicación original y colocarse en la rama por la cual circula la corriente* I. *La fuente de voltaje en la nueva localización producirá una corriente en el lugar donde originalmente estaba la fuente, que es exactamente igual a la corriente* I *que se calculó en un principio.*

Cuando se aplica el teorema de reciprocidad para una fuente de voltaje, deben seguirse los siguientes pasos:

1. La fuente de voltaje se reemplaza por un cortocircuito en el lugar que ocupaba en un principio.
2. La polaridad de la fuente en la nueva localización es tal que la dirección de la corriente en la rama permanece sin cambio.

Fuentes de corriente

Una fuente de corriente que causa un voltaje V *en cualquier nodo de un circuito puede quitarse de su ubicación original y conectarse a ese nodo. La fuente de*

corriente en el nuevo lugar producirá un voltaje en el sitio que ocupaba en un principio que es exactamente igual al voltaje V *que se calculó originalmente.*

Cuando se aplica el teorema de reciprocidad a una fuente de corriente, se deben cumplir las siguientes condiciones:

1. La fuente de corriente se reemplaza por un circuito abierto en la ubicación original.
2. La dirección de la fuente en la nueva localización es tal que la polaridad del voltaje en el nodo al cual está ahora conectada la fuente de corriente permanece sin cambio.

Los siguientes ejemplos ilustran cómo se usa el teorema de reciprocidad dentro de un circuito.

EJEMPLO 9-14

Considere el circuito de la figura 9-62:

a. Calcule la corriente *I*.
b. Quite la fuente de voltaje *E* y colóquela en la rama con R_3. Demuestre que la corriente a través de la rama en la cual antes estaba *E* es ahora la misma que la corriente *I*.

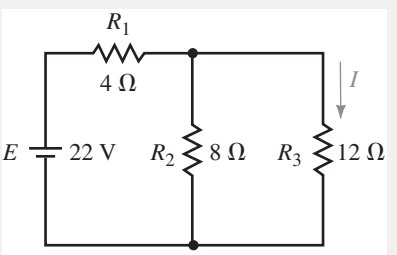


FIGURA 9-62

Solución

a. $$V_{12\,\Omega} = \left(\frac{8\ \Omega \| 12\ \Omega}{4\ \Omega + (8\ \Omega \| 12\ \Omega)}\right)(22\ \text{V}) = \left(\frac{4.8}{8.8}\right)(22\ \text{V}) = 12.0\ \text{V}$$

$$I = \frac{V_{12\,\Omega}}{12\ \Omega} = \frac{12.0\ \text{V}}{12\ \Omega} = 1.00\ \text{A}$$

b. Ahora se quita la fuente de voltaje del lugar donde estaba en un principio y se mueve hacia la rama que contiene la corriente *I*, con lo cual se obtiene el circuito de la figura 9-63.

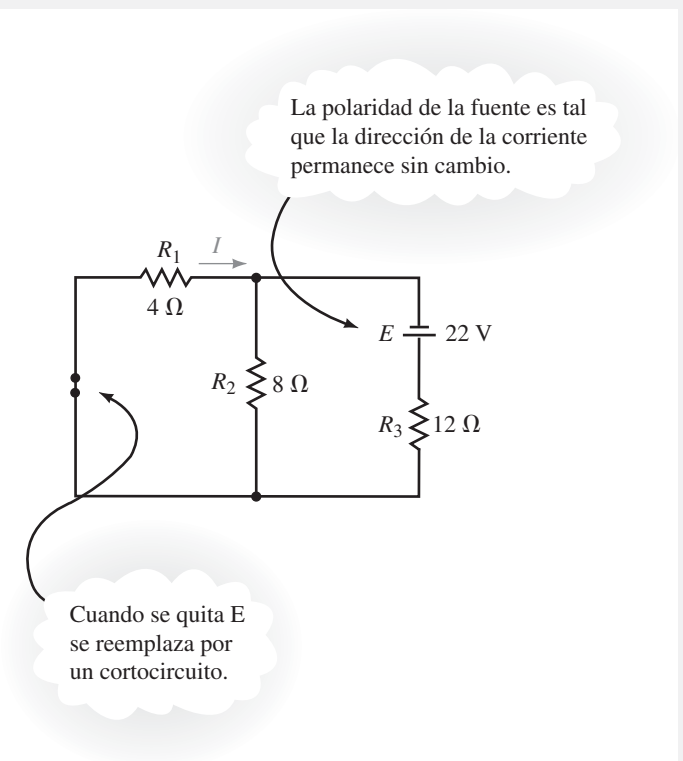


FIGURA 9-63

Para el circuito de la figura 9-63 la corriente I se determina como sigue:

$$V_{4\,\Omega} = \left(\frac{4\ \Omega \| 8\ \Omega}{12\ \Omega + (4\ \Omega \| 8\ \Omega)}\right)(22\ \text{V}) = \left(\frac{2.\overline{6}}{14.\overline{6}}\right)(22\ \text{V}) = 4.00\ \text{V}$$

$$I = \frac{V_{4\,\Omega}}{4\ \Omega} = \frac{4.00\ \text{V}}{4\ \Omega} = 1.00\ \text{A}$$

A partir de este ejemplo se observa que el teorema de reciprocidad se aplica de manera efectiva.

EJEMPLO 9-15

Considere el circuito que se muestra en la figura 9-64:

a. Determine el voltaje V en el resistor R_3.
b. Quite la fuente de corriente I y colóquela entre el nodo b y el nodo de referencia. Demuestre que el voltaje en la ubicación original de la fuente de corriente (nodo a) es ahora igual que el voltaje V.

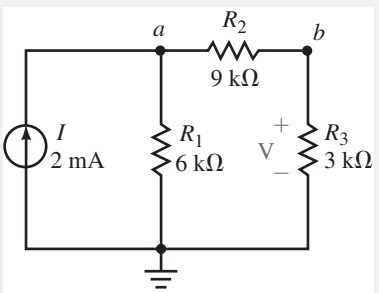


FIGURA 9-64

Solución

a. Los voltajes de nodo para el circuito de la figura 9-64 se determinan como sigue:

$$R_{\text{T}} = 6\ \text{k}\Omega \| (9\ \text{k}\Omega + 3\ \text{k}\Omega) = 4\ \text{k}\Omega$$
$$V_a = (2\ \text{mA})(4\ \text{k}\Omega) = 8.00\ \text{V}$$
$$V_b = \left(\frac{3\ \text{k}\Omega}{3\ \text{k}\Omega + 9\ \text{k}\Omega}\right)(8.0\ \text{V}) = 2.00\ \text{V}$$

b. Después de quitar la fuente de corriente de su posición original y conectarla entre el nodo b y tierra, se obtiene el circuito que se muestra en la figura 9-65.

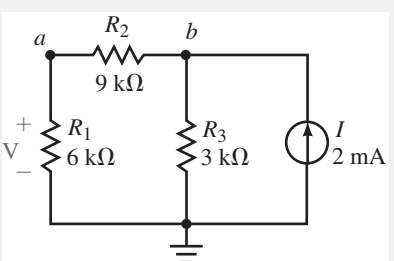


FIGURA 9-65

Los voltajes de nodo que resultan se encuentran como sigue:

$$R_{\text{T}} = 3\ \text{k}\Omega \| (6\ \text{k}\Omega + 9\ \text{k}\Omega) = 2.50\ \text{k}\Omega$$
$$V_b = (2\ \text{mA})(2.5\ \text{k}\Omega) = 5.00\ \text{V}$$
$$V_a = \left(\frac{6\ \text{k}\Omega}{6\ \text{k}\Omega + 9\ \text{k}\Omega}\right)(5.0\ \text{V}) = 2.00\ \text{V}$$

A partir de los resultados anteriores, se concluye de nuevo que el teorema de reciprocidad se aplica al circuito.

9-8 Análisis de circuitos por computadora

MULTISIM

PSpice

Multisim y PSpice se usan con facilidad para ilustrar los teoremas importantes que se desarrollaron en este capítulo. Se usará cada paquete de software con algún método diferente para verificar los teoremas. Multisim permite "construir y probar" un circuito justamente como se haría en el laboratorio. Cuando se usa PSpice se tiene que activar el postprocesador Probe para proporcionar un despliegue gráfico del voltaje, la corriente y la potencia en función de la resistencia de carga.

Multisim

EJEMPLO 9-16

Use Multisim para encontrar los circuitos equivalentes de Thévenin y Norton externos al resistor de carga en el circuito de la figura 9-66:

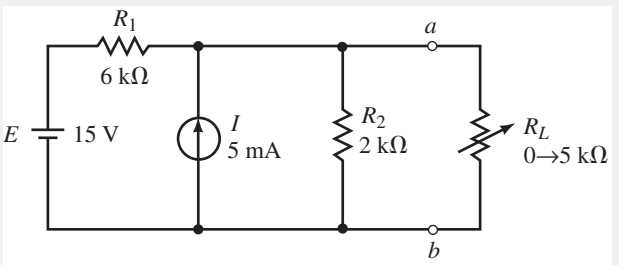


FIGURA 9-66

Solución

1. Use Multisim para construir el circuito como se muestra en la figura 9-67.

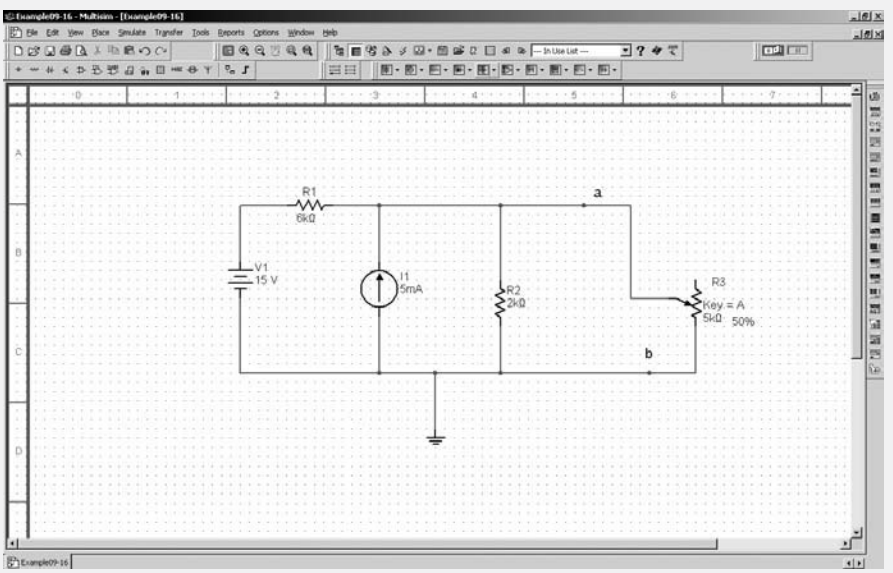


FIGURA 9-67

MULTISIM

2. Igual que en el laboratorio, se usará un multímetro para medir el voltaje (Thévenin) a circuito abierto y la corriente (Norton) de cortocircuito. Asimismo, el multímetro se usa para medir la resistencia de Thévenin (Norton). Los pasos en estas mediciones son en esencia los mismos que se usaron en la determinación teórica de los circuitos equivalentes.
   a. Se inicia quitando el resistor de carga R_L del circuito (se usa el menú Edit y el apartado Cut/Paste). Las terminales que quedan se marcan con *a* y *b*.

b. El voltaje de Thévenin se mide simplemente conectando el multímetro entre las terminales *a* y *b*. Después de activar el interruptor de potencia, se obtiene la lectura de $E_{Th} = 11.25$ V como se muestra en la figura 9-68.

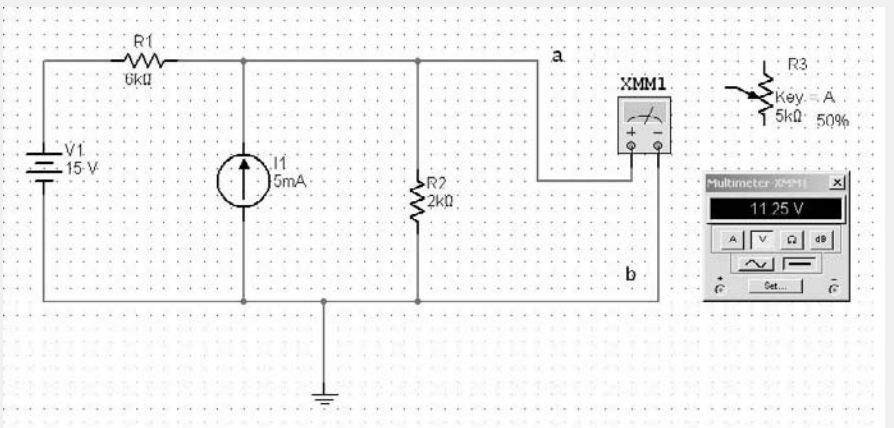


FIGURA 9-68

c. Con el multímetro entre las terminales *a* y *b*, la corriente de Norton se mide fácilmente al cambiar el multímetro a su posición de amperímetro. Después de activar el interruptor de potencia se obtiene una lectura de $I_N = 7.5$ mA, como se muestra en la figura 9-69.

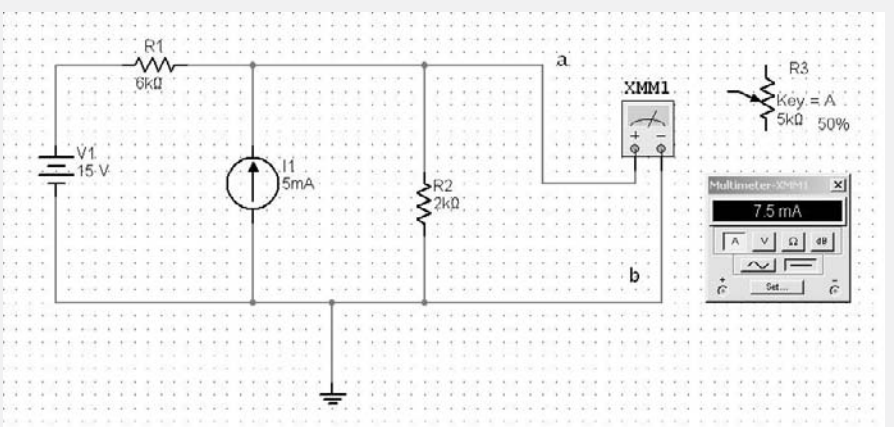


FIGURA 9-69

d. Para medir la resistencia de Thévenin, la fuente de voltaje se elimina y se reemplaza por un cortocircuito (con alambre) y la fuente de corriente se elimina y se reemplaza por un circuito abierto. Ahora, con el multímetro conectado entre las terminales *a* y *b* se fija para medir resistencia (al hacer clic en el botón Ω). Después de activar el interruptor de potencia se tiene la imagen que se muestra en la figura 9-70. El multímetro proporciona la resistencia de Thévenin como $R_{Th} = 1.5$ kΩ.

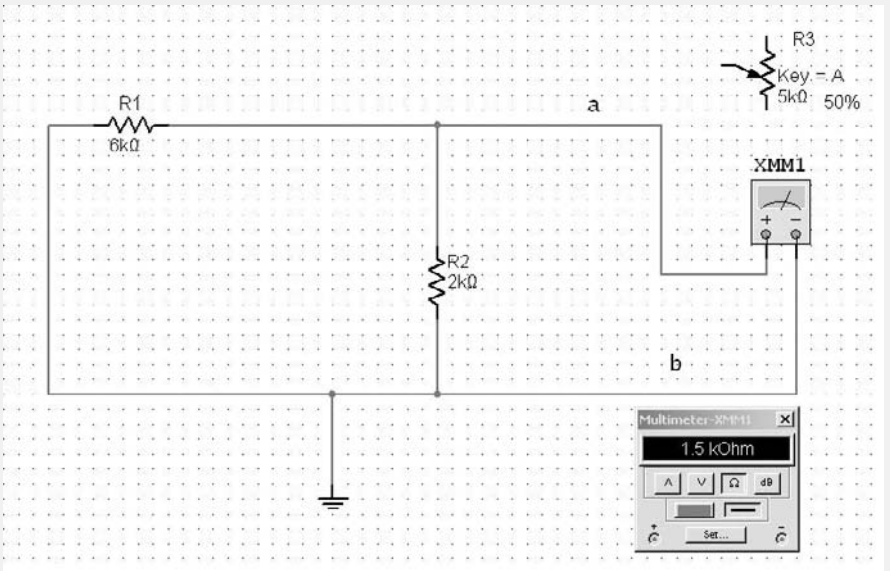
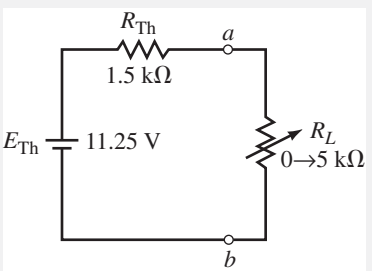
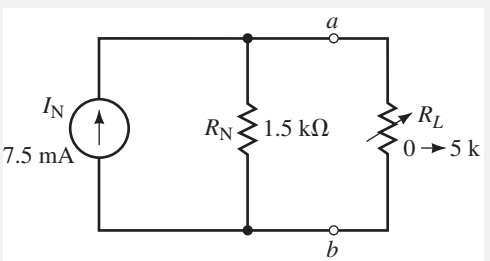


FIGURA 9-70

3. Al usar los resultados medidos se es capaz de bosquejar el circuito equivalente de Thévenin y el circuito equivalente de Norton como se ilustra en la figura 9-71.



(a) Circuito equivalente de Thévenin



(b) Circuito equivalente de Norton

FIGURA 9-71

Estos resultados son consistentes con los que se obtuvieron en el ejemplo 9-4.

Nota: a partir del ejemplo anterior se ve que no es necesario medir en forma directa la resistencia de Thévenin (Norton) ya que el valor puede calcularse con facilidad a partir del voltaje de Thévenin y la corriente de Norton. La siguiente ecuación es una aplicación de la ley de Ohm y siempre se aplica cuando se encuentra un circuito equivalente.

$$R_{Th} = R_N = \frac{E_{Th}}{I_N} \qquad \textbf{(9–14)}$$

Al aplicar la ecuación 9-14 a las mediciones del ejemplo 9-16 se obtiene

$$R_{Th} = R_N = \frac{11.25\ \text{V}}{7.50\ \text{mA}} = 1.50\ \text{k}\Omega$$

Está claro que este es el mismo resultado que se obtuvo cuando se realizó el paso adicional de quitar las fuentes de voltaje y de corriente. Este método es el más práctico y se suele usar cuando en realidad se mide la resistencia de Thévenin (Norton) de un circuito.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 7

Use Multisim para encontrar los circuitos equivalentes de Thévenin y Norton externos al resistor de carga en el circuito de la figura 9-25.

Respuestas
$E_{Th} = 2.00$ V, $I_N = 16.67$ mA, $R_{Th} = R_N = 120\ \Omega$

PSpice

Como se ha visto, PSpice tiene un postprocesador adicional llamado Probe, que es capaz de proporcionar un despliegue gráfico de numerosas variables. El siguiente ejemplo usa PSpice para ilustrar el teorema de transferencia de máxima potencia.

EJEMPLO 9-17

Use PSpice para dar entrada al circuito de la figura 9-72 y use el postprocesador Probe para desplegar el voltaje de salida, la corriente y la potencia en función de la resistencia de carga.

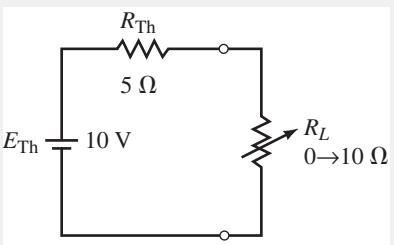


FIGURA 9-72

PSpice

Solución El circuito se construye como se muestra en la figura 9-73.

- Haga doble clic en cada resistor en el circuito y cambie las celdas de referencia a RTH y RL. Haga clic en Apply para aceptar los cambios.
- Haga doble clic en el valor de RL e ingrese **{Rx}**. Coloque la parte PARAM junto a RL. Use Property Editor para asignar un valor predeterminado de 10 Ω a Rx. Haga clic en Apply. Modifique para que en la pantalla se muestre el nombre y el valor y salga del Property Editor.

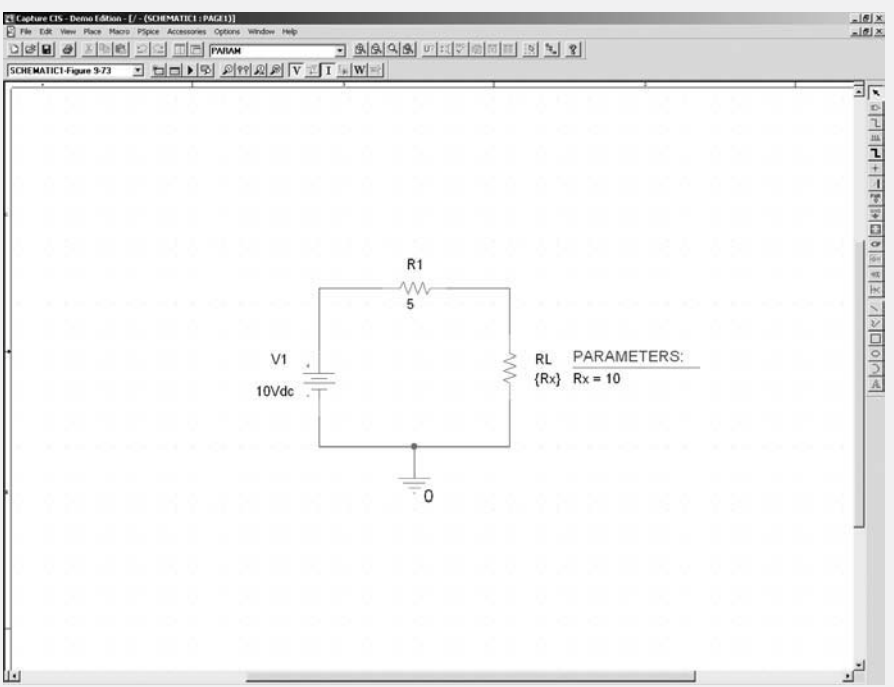


FIGURA 9-73

- Ajuste la configuración Simulation Settings para que se haga un barrido de cd del resistor de carga desde 0.1 Ω hasta 10 Ω en incrementos de 0.1 Ω. (Véase en el ejemplo 7.15 el procedimiento completo.)
- Haga clic en el icono Run una vez que el circuito se ha completado.
- Una vez que se ha simulado, se verá una pantalla en blanco con la abscisa (eje horizontal) mostrando RX en una escala de 0 a 10 Ω.
- Ya que es conveniente tener un despliegue simultáneo del voltaje, la corriente y la potencia, es necesario hacer lo siguiente:

  Para desplegar V_L: haga clic en Trace y después en Add Trace. Seleccione **V(RL:1).** Haga clic en OK y el voltaje de carga aparecerá como una función de la resistencia de carga.

  Para desplegar I_L: primero agregue otro eje haciendo clic en Plot y en Add Y Axis. Enseguida haga clic en Trace y después en Add Trace. Seleccione **I(RL).** Haga clic en OK y la corriente de carga aparecerá como una función de la resistencia de carga.

  Para desplegar P_L: agregue otro eje Y. Haga clic en Trace y después en Add Trace. Ahora, ya que la potencia no es una de las opciones que pueden seleccionarse de manera automática, es necesario ingresar la potencia en la caja Trace Expression. Un método para hacerlo es ingresar **I(RL)*V(RL:1)** y dar clic en OK. Ajuste los límites del eje Y haciendo clic en Plot y Axis Settings. Haga clic en la pestaña Y Axis y seleccione User Defined Data Range. Fije los límites entre 0 W y 5 W. La pantalla aparecerá como se muestra en la figura 9-74.

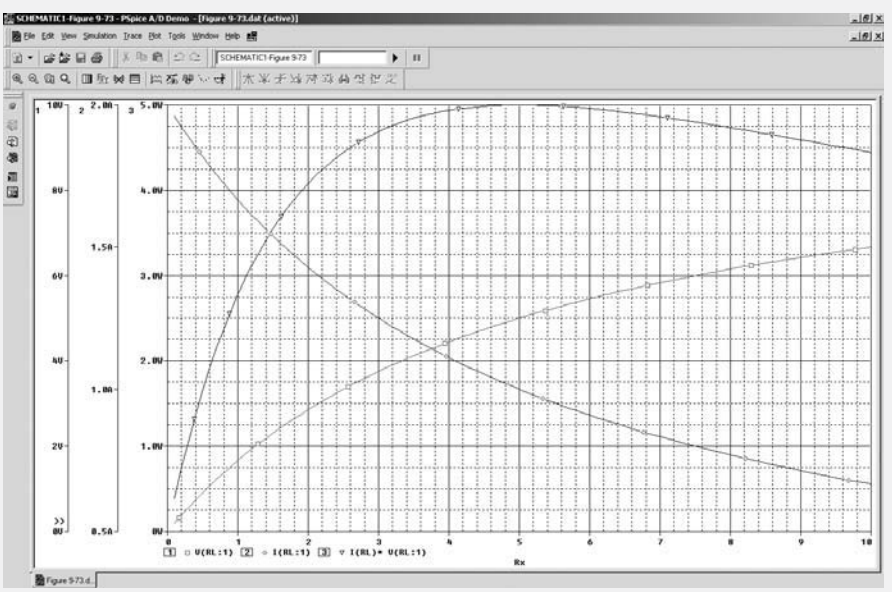
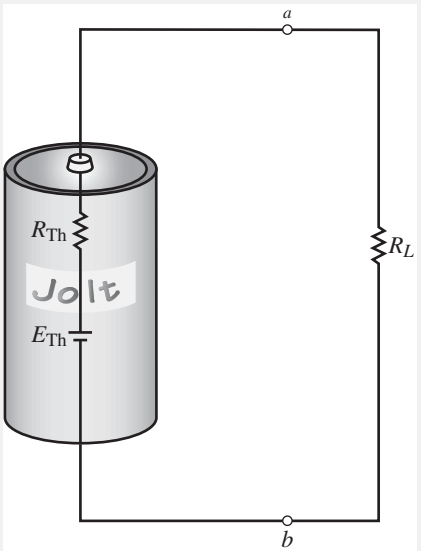


FIGURA 9-74

Use PSpice para ingresar el circuito de la figura 9-66. Use el postprocesador Probe para obtener el voltaje, la corriente y la potencia para el resistor de carga conforme varía de 0 a 5 kΩ.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 8

PUESTA EN PRÁCTICA



Una celda de batería simple (como una celda "D") se puede representar como un circuito equivalente de Thévenin como se indica en la figura.

El voltaje de Thévenin representa el voltaje a circuito abierto (o sin carga) de la batería, mientras que la resistencia de Thévenin es la resistencia interna de la batería. Cuando una resistencia de carga se conecta en las terminales de la batería, el voltaje V_{ab} disminuye debido a la caída de voltaje en el resistor interno. Al tomar dos mediciones es posible encontrar el circuito equivalente de Thévenin de la batería.

Cuando no se conecta una carga en las terminales de la batería el voltaje de terminales es $V_{ab} = 1.493$ V. Cuando se conecta una resistencia de $R_L = 10.6\ \Omega$ en las terminales, el voltaje medido es $V_{ab} = 1.430$ V. Determine el circuito equivalente de Thévenin de la batería. Use la medición para determinar la eficiencia de la batería para la carga dada.

PROBLEMAS

9-1 Teorema de superposición

1. Dado el circuito de la figura 9-75, use la superposición para calcular la corriente a través de cada uno de los resistores.
2. Use la superposición para determinar la caída de voltaje en cada uno de los resistores del circuito de la figura 9-76.
3. Use la superposición para encontrar el voltaje V_a y la corriente I en el circuito de la figura 9-77.

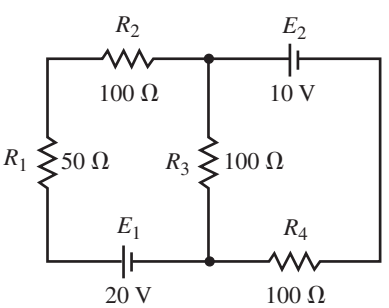


FIGURA 9-75

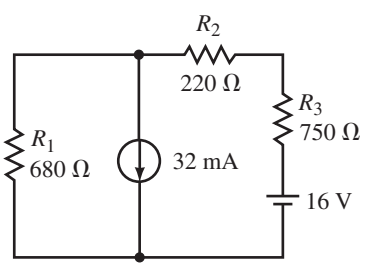


FIGURA 9-76

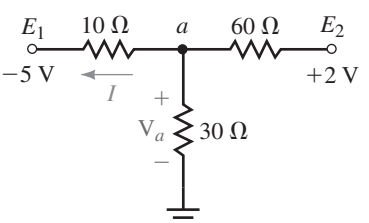


FIGURA 9-77

4. Use la superposición para encontrar la corriente a través del resistor de 480 Ω en el circuito de la figura 9-78.
5. En el circuito de la figura 9-79, ¿cuál debe ser el valor de la fuente de voltaje desconocida para asegurar que la corriente a través de la carga sea $I_L = 5$ mA, tal y como se muestra? Verifique los resultados mediante la superposición.
6. Si el resistor de carga en el circuito de la figura 9-80 disipa 120 W, determine el valor de la fuente de voltaje desconocida. Verifique los resultados mediante la superposición.

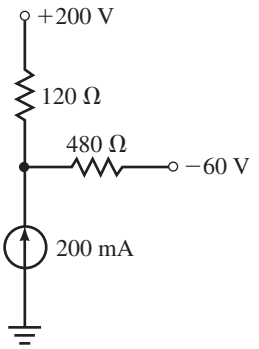


FIGURA 9-78

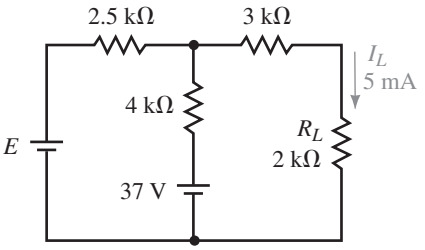


FIGURA 9-79

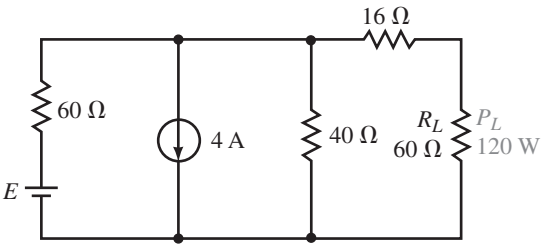


FIGURA 9-80

9-2 Teorema de Thévenin

7. Encuentre el equivalente de Thévenin externo a R_L en el circuito de la figura 9-81. Use el circuito equivalente para encontrar V_{ab}.
8. Repita el problema 7 para el circuito de la figura 9-82.
9. Repita el problema 7 para el circuito de la figura 9-83.

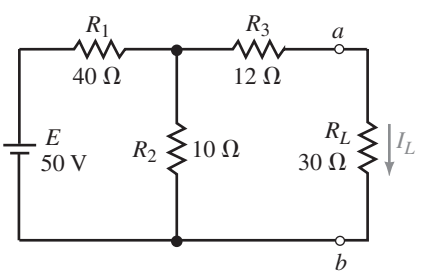


FIGURA 9-81

MULTISIM

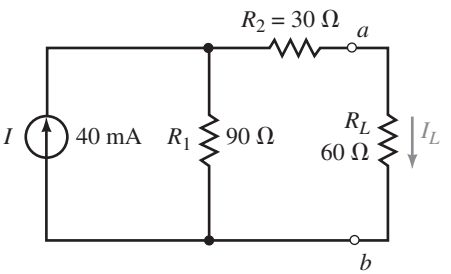


FIGURA 9-82

MULTISIM

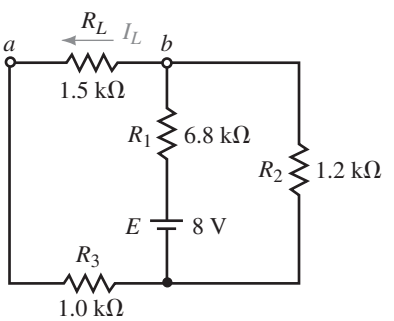


FIGURA 9-83

10. Repita el problema 7 para el circuito de la figura 9-84.
11. Vea el circuito de la figura 9-85:
    a Encuentre el circuito equivalente de Thévenin externo a R_L.
    b. Use el circuito equivalente para determinar V_{ab} cuando $R_L = 20\ \Omega$ y cuando $R_L = 50\ \Omega$.

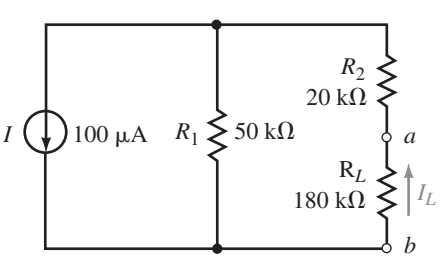


FIGURA 9-84

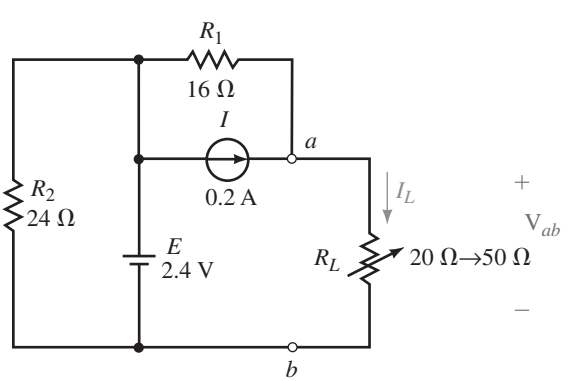


FIGURA 9-85

12. Vea el circuito de la figura 9-86:
    a. Encuentre el circuito equivalente de Thévenin externo a R_L.
    b. Use el circuito equivalente para determinar V_{ab} cuando $R_L = 10\ \text{k}\Omega$ y cuando $R_L = 20\ \text{k}\Omega$.
13. Vea el circuito de la figura 9-87:
    a. Encuentre el circuito equivalente de Thévenin externo a las terminales indicadas.
    b. Use el circuito equivalente de Thévenin para determinar la corriente a través de las ramas indicadas.

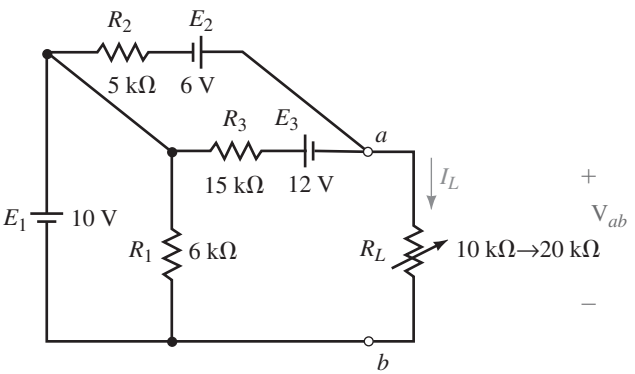


FIGURA 9-86

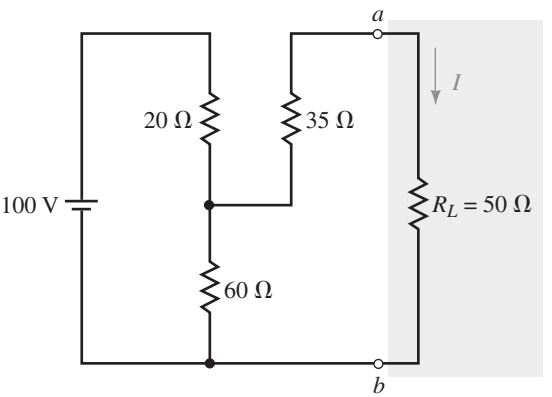
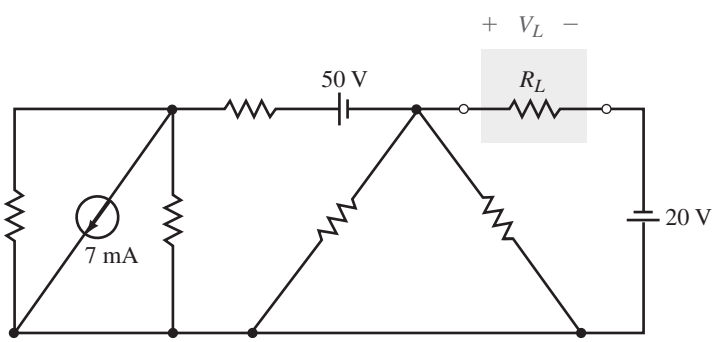


FIGURA 9-87

MULTISIM

14. Vea el circuito de la figura 9-88:
    a. Encuentre el circuito equivalente de Thévenin externo a R_L.
    b. Use el circuito equivalente de Thévenin para encontrar V_L.
15. Vea el circuito de la figura 9-89:
    a. Encuentre el circuito equivalente de Thévenin externo a las terminales que se indican.
    b. Use el circuito equivalente de Thévenin para determinar la corriente a través de las ramas que se indican.



Todos los resistores son de 3.3 kΩ.

FIGURA 9-88

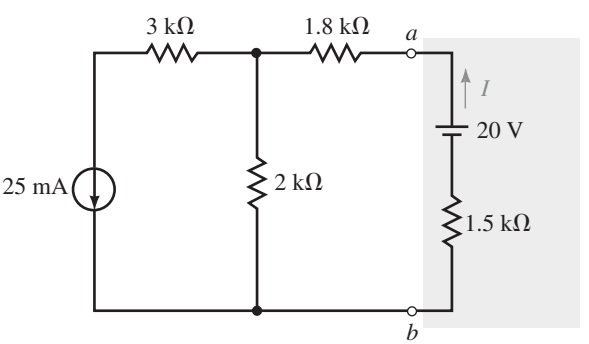


FIGURA 9-89

MULTISIM

16. Vea el circuito de la figura 9-90:
    a. Encuentre el circuito equivalente de Thévenin externo a las terminales indicadas.
    b. Si $R_5 = 1\ \text{k}\Omega$, use el circuito equivalente de Thévenin para determinar el voltaje V_{ab} y la corriente a través de este resistor.

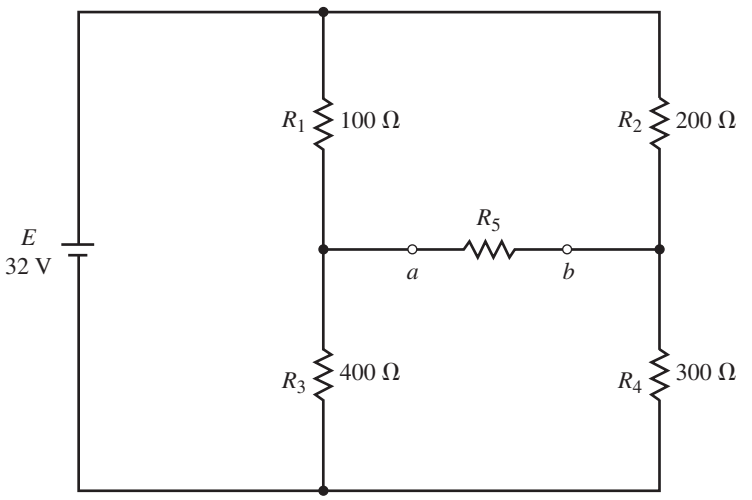


FIGURA 9-90

17. Vea el circuito de la figura 9-91:
    a. Encuentre el circuito equivalente de Thévenin externo a R_L.
    b. Use el circuito equivalente de Thévenin para encontrar la corriente I cuando $R_L = 0$, 10 kΩ y 50 kΩ.
18. Vea el circuito de la figura 9-92:
    a. Encuentre el circuito equivalente de Thévenin externo a R_L.
    b. Utilice el circuito equivalente de Thévenin para encontrar la potencia disipada por R_L.

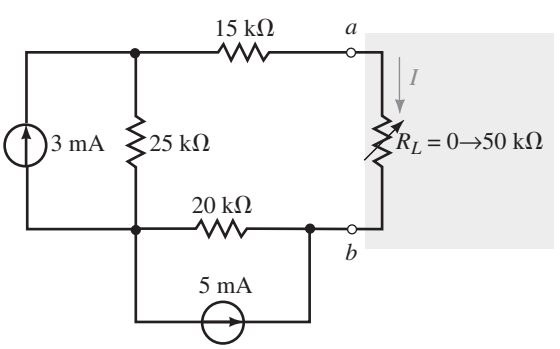


FIGURA 9-91

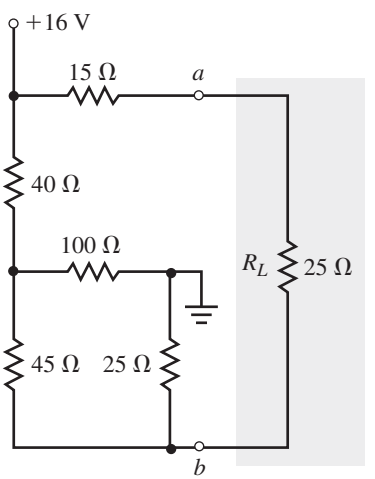


FIGURA 9-92

19. Repita el problema 17 para el circuito de la figura 9-93.
20. Repita el problema 17 para el circuito de la figura 9-94.
21. Encuentre el circuito equivalente de Thévenin de la red externa a las ramas que se indican, como se muestra en la figura 9-95.
22. Vea el circuito de la figura 9-96:
    a. Encuentre el circuito equivalente de Thévenin para las terminales que se indican.
    b. Use el circuito equivalente Thévenin para determinar la corriente a través de las ramas que se indican.
23. Repita el problema 22 para el circuito de la figura 9-97.

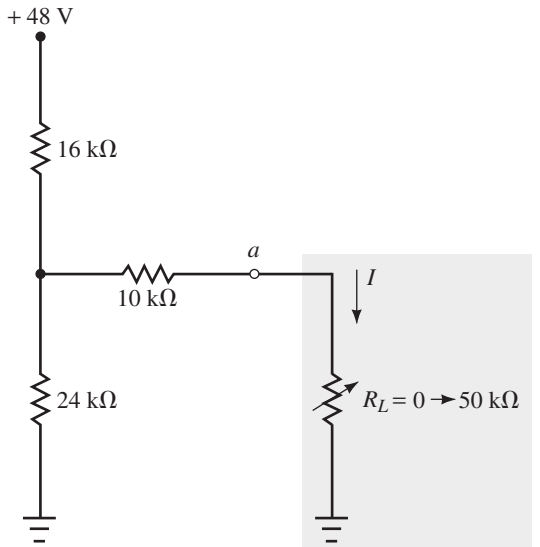


FIGURA 9-93

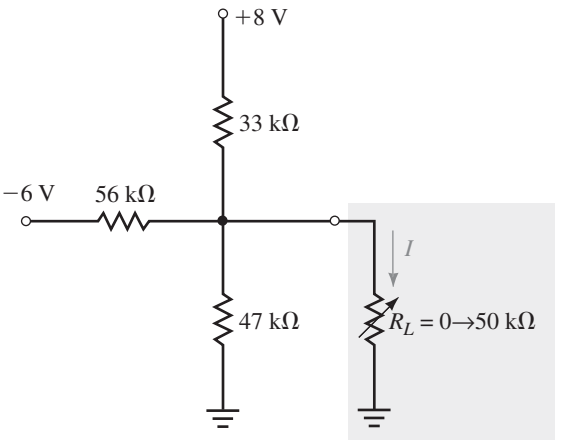


FIGURA 9-94

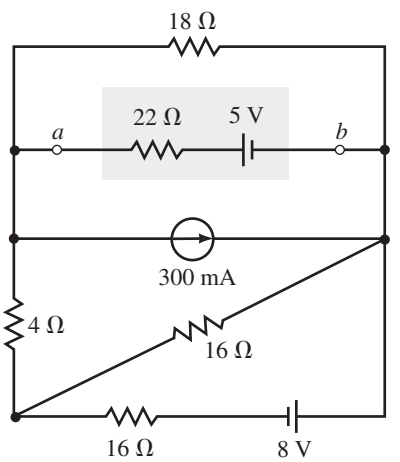


FIGURA 9-95

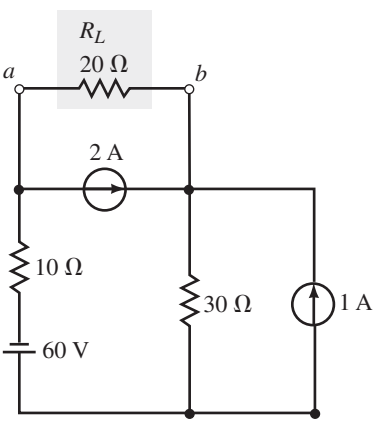


FIGURA 9-96

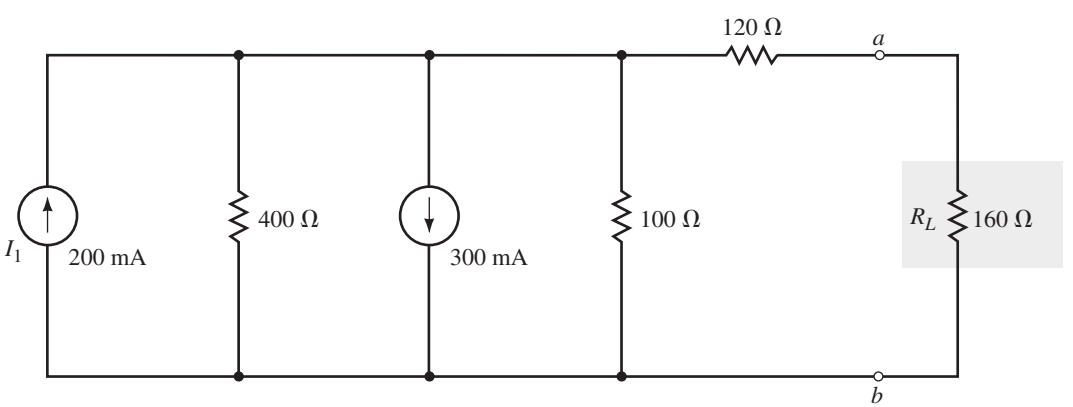


FIGURA 9-97

24. Repita el problema 22 para el circuito de la figura 9-98.

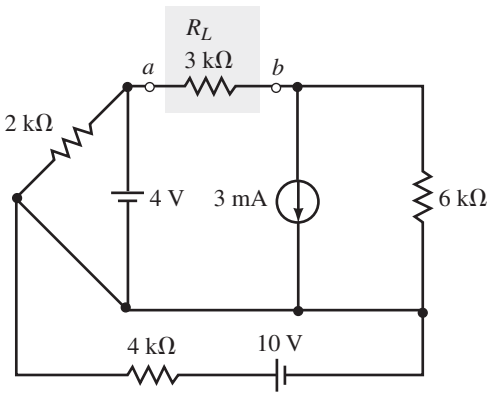


FIGURA 9-98

9-3 Teorema de Norton

25. Encuentre el circuito equivalente de Norton externo a R_L en el circuito de la figura 9-81. Use el circuito equivalente para encontrar I_L para el circuito.
26. Repita el problema 25 para el circuito de la figura 9-82.
27. Repita el problema 25 para el circuito de la figura 9-83.
28. Repita el problema 25 para el circuito de la figura 9-84.
29. Vea el circuito de la figura 9-85:
    a. Encuentre el circuito equivalente de Norton externo a R_L.
    b. Use el circuito equivalente para determinar I_L cuando $R_L = 20\ \text{k}\Omega$ y cuando $R_L = 50\ \text{k}\Omega$.
30. Vea el circuito de la figura 9-86:
    a. Encuentre el circuito equivalente de Norton externo a R_L.
    b. Use el circuito equivalente para determinar I_L cuando $R_L = 10\ \text{k}\Omega$ y cuando $R_L = 20\ \text{k}\Omega$.
31. a. Encuentre el circuito equivalente de Norton externo a las terminales que se indican en la figura 9-87.
    b. Convierta el circuito equivalente de Thévenin del problema 13 en su equivalente de Norton.
32. a. Encuentre el circuito equivalente de Norton externo a R_L en el circuito de la figura 9-88.
    b. Convierta el circuito equivalente de Thévenin del problema 14 en su equivalente Norton.
33. Repita el problema 31 para el circuito de la figura 9-91.
34. Repita el problema 31 para el circuito de la figura 9-92.
35. Repita el problema 31 para el circuito de la figura 9-95.
36. Repita el problema 31 para el circuito de la figura 9-96.

9-4 Teorema de transferencia de máxima potencia

37. a. Para el circuito de la figura 9-91 determine el valor de R_L para que se suministre la máxima potencia a la carga.
    b. Calcule el valor de la máxima potencia que puede ser suministrada a la carga.
    c. Dibuje la curva de potencia contra resistencia cuando R_L se ajusta de 0 Ω a 50 kΩ en incrementos de 5 kΩ.

38. Repita el problema 37 para el circuito de la figura 9-94.

39. a. Para el circuito de la figura 9-99 encuentre el valor de R de manera que $R_L = R_{\text{Th}}$.

b. Calcule la máxima potencia disipada por R_L.

40. Repita el problema 39 para el circuito de la figura 9-100.

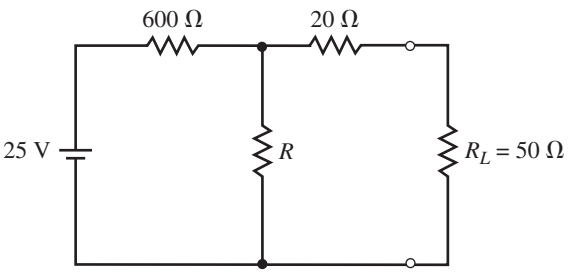


FIGURA 9-99

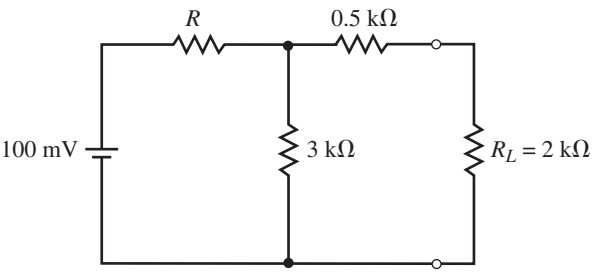


FIGURA 9-100

41. a. Para el circuito de la figura 9-101 determine los valores de R_1 y R_2 de manera que la carga de 32 kΩ reciba la máxima potencia.

b. Calcule la máxima potencia suministrada por R_L.

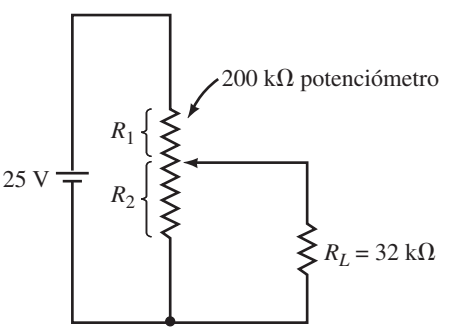


FIGURA 9-101

42. Repita el problema 41 si el resistor de carga tiene un valor de $R_L = 25$ kΩ.

9-5 Teorema de sustitución

43. Si la porción indicada del circuito de la figura 9-102 se reemplaza con una fuente de voltaje y un resistor en serie de 50 Ω, determine la magnitud y polaridad de la fuente de voltaje resultante.

44. Si la porción indicada del circuito de la figura 9-102 se reemplaza con una fuente de corriente y un resistor en paralelo de 200 Ω, determine la magnitud y dirección de la fuente de corriente resultante.

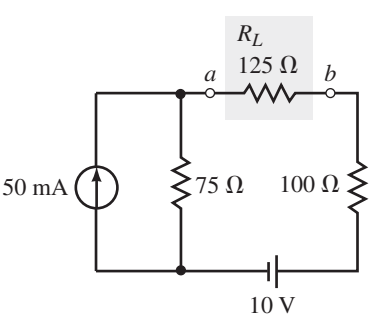


FIGURA 9-102

9-6 Teorema de Millman

45. Use el Teorema de Millman para encontrar la corriente y la potencia disipada por R_L en el circuito de la figura 9-103.
46. Repita el problema 45 para el circuito de la figura 9-104.
47. Repita el problema 45 para el circuito de la figura 9-105.
48. Repita el problema 45 para el circuito de la figura 9-106.

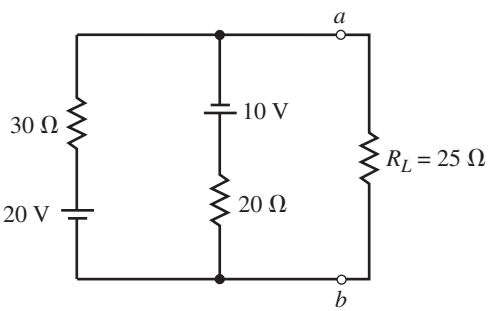


FIGURA 9-103

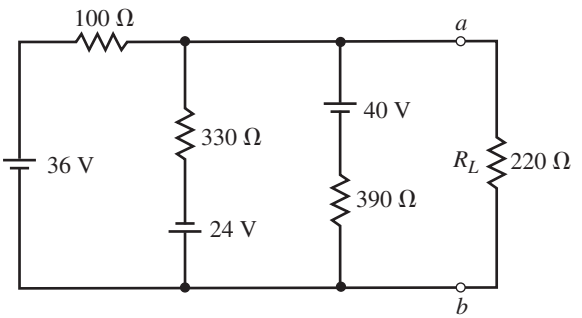


FIGURA 9-104

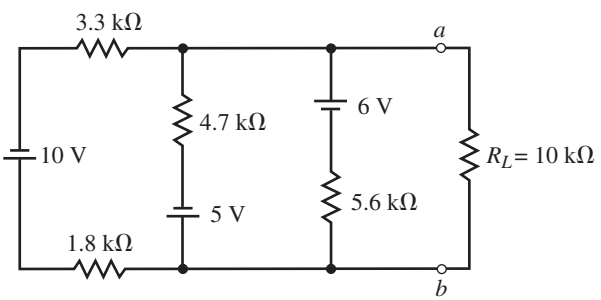


FIGURA 9-105

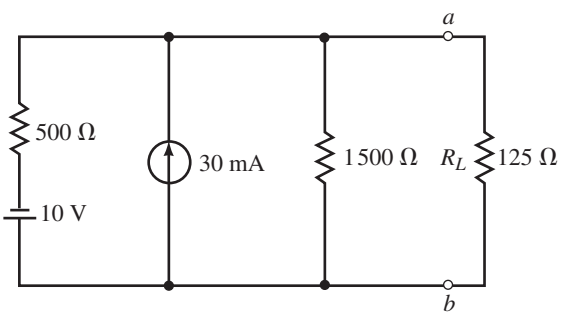


FIGURA 9-106

9-7 Teorema de reciprocidad

49. a. Determine la corriente I en el circuito de la figura 9-107.
    b. Demuestre que la reciprocidad se aplica en el circuito dado.
50. Repita el problema 49 para el circuito de la figura 9-108.

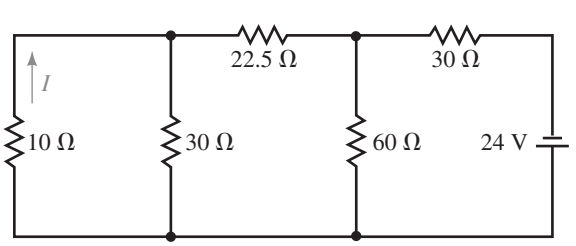


FIGURA 9-107

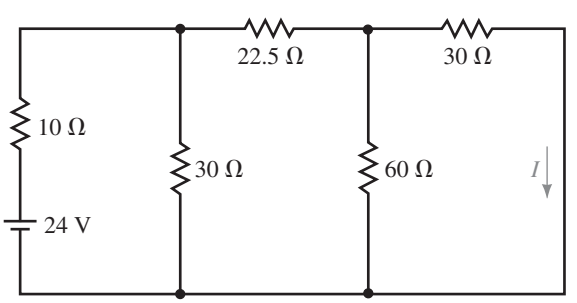


FIGURA 9-108

51. a. Determine el voltaje V en el circuito de la figura 9-109.
    b. Demuestre que la reciprocidad se aplica en el circuito dado.
52. Repita el problema 51 para el circuito de la figura 9-110.

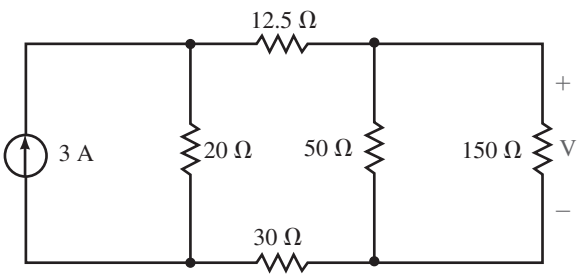


FIGURA 9-109

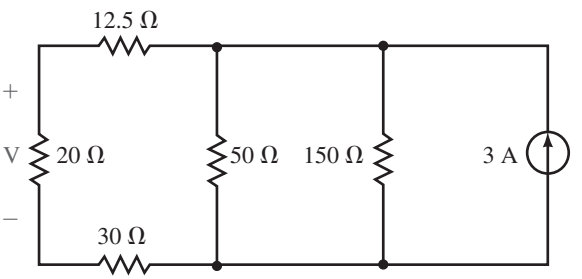


FIGURA 9-110

9-8 Análisis de circuitos por computadora

MULTISIM

53. Use Multisim para encontrar los circuitos equivalentes de Thévenin y Norton externos al resistor de carga en el circuito de la figura 9-81.

MULTISIM

54. Repita el problema 53 para el circuito de la figura 9-82.

PSpice

55. Use el editor de esquema del PSpice para introducir el circuito de la figura 9-83 y utilice el postprocesador Probe para desplegar el voltaje, la corriente y la potencia de salida como una función de la resistencia de carga. Use el cursor en el postprocesador Probe para determinar el valor de la resistencia de carga para la cual la carga recibirá la máxima potencia. Establezca que la resistencia de carga varíe desde 100 Ω hasta 4 000 Ω en incrementos de 100 Ω.

PSpice

56. Repita el problema 55 para el circuito de la figura 9-84. Establezca que la resistencia de carga varíe desde 1 kΩ hasta 100 kΩ en incrementos de 1 kΩ.

✓ RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 1

$P_{R_1} = 304$ mW, $P_{R_2} = 76$ mW, $P_{R_3} = 276$ mW
Si se supone que la superposición se aplica a la potencia:
$P_{R_1(1)} = 60$ mW, $P_{R_1(2)} = 3.75$ mW, $P_{R_1(3)} = 60$ mW
Pero $P_{R_1} = 304\text{ mW} \neq 123.75\text{ mW} = P_{R_1(1)} + P_{R_1(2)} + P_{R_1(3)}$

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 2

$R_1 = 133\ \Omega$

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 3

1. Refiérase a la figura 9-27.
2. $I_N = 200\ \mu$A, $R_N = 500\ \Omega$
3. $E_{Th} = 0.2$ V, $R_{Th} = 20$ kΩ

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 4

a. $\eta = 50\%$.
b. $\eta = 33.3\%$.
c. $\eta = 66.7\%$.

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 5

1. En circuitos de comunicaciones y algunos amplificadores, la transferencia de máxima potencia es una característica deseable.
2. En la transmisión de potencia y fuentes de voltaje de cd la transferencia de máxima potencia no es deseable.

Capacitancia e inductancia

III

Resistencia, inductancia y capacitancia son las tres propiedades básicas de los circuitos que se usan para controlar los voltajes y las corrientes en circuitos eléctricos y electrónicos. Sin embargo, cada una se comporta de una manera diferente. La resistencia, por ejemplo (como ya lo aprendió en capítulos anteriores), se opone a la corriente, mientras que la inductancia (como pronto se verá) se opone a cualquier cambio en la corriente, y la capacitancia se opone a cualquier cambio en el voltaje. Además, la resistencia disipa energía, mientras que la inductancia y la capacitancia la almacenan, la inductancia en su campo magnético y la capacitancia en su campo eléctrico.

Los elementos de circuito que se construyen para poseer capacitancia se llaman capacitores, en tanto que los que se construyen para tener inductancia se conocen como inductores. En la parte III de este libro se explorarán estos elementos, sus propiedades y su comportamiento en los circuitos eléctricos.

Nota

La parte III de este libro aborda las bases de capacitores, inductores, circuitos magnéticos, y transitorios simples. Sin embargo, en algunos colegios y universidades se estudian algunos de estos temas en un orden diferente al que se presenta aquí, por ejemplo, enseñan ca antes que los transitorios. Para dar flexibilidad, la parte III se ha organizado para que los capítulos 11, 12 y 14 puedan ser aplazados si así se desea (sin perder continuidad) para adecuarse a los planes de estudio individuales. ■

10 Capacitores y capacitancia

11 Carga, descarga del capacitor y circuitos formadores de onda simples

12 Magnetismo y circuitos magnéticos

13 Inductancia e inductores

14 Transitorios inductivos

■ TÉRMINOS CLAVE

Absorción dieléctrica
Autorreparables
Campo eléctrico
Cantidades instantáneas
Capacitancia
Capacitor
Capacitor de ajuste fino (*trimmer* o *padder*)
Cargado
Coeficiente de temperatura cero
Coeficiente de temperatura negativo
Coeficiente de temperatura positivo
Constante dieléctrica
Densidad de flujo eléctrico
Dieléctrico
Dispositivos de montaje superficial
Electrolítico
Farad
Flujo eléctrico
Fuga
Intensidad de campo eléctrico
Película metalizada
Película/Hoja de metal
Periodo de almacenaje
Permitividad
Polarizado
Resistencia dieléctrica
Ruptura dieléctrica
Ruptura por voltaje
Voltaje de trabajo

■ PLAN GENERAL

Capacitancia
Factores que afectan la capacitancia
Campos eléctricos
Dieléctricos
Efectos no ideales
Tipos de capacitores
Capacitores en paralelo y en serie
Corriente y voltaje en el capacitor
Energía almacenada por un capacitor
Fallas en el capacitor y solución de problemas

■ OBJETIVOS

Después de estudiar este capítulo será capaz de:

- describir la construcción básica de los capacitores,
- explicar cómo los capacitores almacenan energía,
- definir capacitancia,
- describir qué factores afectan la capacitancia y en qué forma,
- describir el campo eléctrico de un capacitor,
- calcular el voltaje de ruptura de varios materiales,
- describir varios tipos de capacitores comerciales,
- calcular la capacitancia de combinación de capacitores en serie y en paralelo,
- calcular el voltaje y corriente de capacitores para formas de onda simples que varían en el tiempo,
- determinar la energía almacenada,
- describir las fallas en capacitores y la solución de problemas básicos de los capacitores.

Capacitores y capacitancia

10

Un capacitor es un componente de circuito diseñado para almacenar carga eléctrica. Si se conecta una fuente de voltaje de cd a un capacitor, por ejemplo, éste se "cargará" al voltaje de la fuente. Si se desconecta la fuente, el capacitor permanecerá cargado, es decir, su voltaje permanecerá constante en el valor que adquirió mientras estuvo conectado a la fuente (si se supone que no hubo fugas). Debido a esta tendencia de mantener el voltaje, *un capacitor se opone a los cambios en el voltaje*. Es esta característica la que le da a los capacitores sus propiedades únicas.

Los capacitores se usan ampliamente en aplicaciones eléctricas y electrónicas. Se les utiliza en sistemas de radio y televisión, por ejemplo, para sintonizar señales, en cámaras fotográficas para almacenar la carga que dispara el *flash*, para bombas y en motores de refrigeración para aumentar el par de arranque, en sistemas eléctricos de potencia para incrementar la eficiencia de operación, etc. A la derecha se muestra una fotografía de algunos capacitores comunes.

La capacitancia es la propiedad eléctrica de los capacitores: es una medida de cuánta carga puede mantener un capacitor. En este capítulo se explicará la capacitancia y sus propiedades básicas. En el capítulo 11 se verán los capacitores en circuitos de cd y de pulso; en los capítulos siguientes se mostrarán las aplicaciones de ca de los capacitores.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

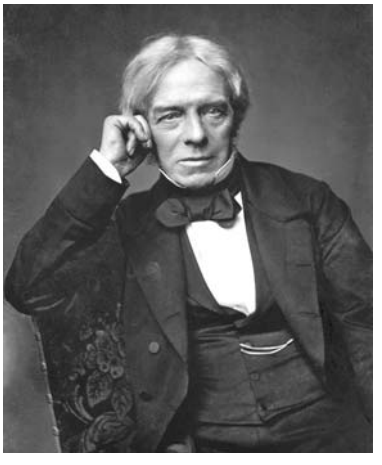


Capacitores típicos.

Michael Faraday y el concepto de campo

PERSPECTIVA HISTÓRICA

LA UNIDAD DE CAPACITANCIA, el farad, es nombrada en honor de Michael Faraday (1791-1867). Nacido en Inglaterra en el seno de una familia de clase trabajadora, Faraday recibió una educación limitada. No obstante, fue el responsable de muchos de los descubrimientos fundamentales sobre electricidad y magnetismo. A falta de habilidades matemáticas, usó su talento intuitivo en vez de modelos matemáticos para desarrollar imágenes conceptuales de fenómenos básicos. Su desarrollo del concepto de campo fue el que hizo posible proyectar los campos que existen alrededor de los polos magnéticos y las cargas eléctricas.



Para llegar a esa idea, recuerde que en el capítulo 2 aprendió que cargas distintas se atraen y cargas iguales se repelen, es decir, existe una fuerza entre las cargas eléctricas. A la región donde actúa esta fuerza se le llama campo eléctrico. Para visualizar este campo, se utiliza el concepto de campo de Faraday y se dibujan líneas de fuerza (o líneas de flujo) que muestran la magnitud y dirección de la fuerza en cada punto del espacio. Ahora, en vez de suponer que una carga ejerce fuerza sobre otra, se visualizará que las cargas originales crean un campo en el espacio y que otras cargas introducidas en dicho campo experimentan una fuerza debida a él. Este concepto es útil en el estudio de ciertos aspectos sobre los capacitores, como se verá a lo largo de este capítulo.

El desarrollo del concepto de campo tuvo un impacto significativo en la ciencia. Ahora se explicarán varios fenómenos importantes en términos de campos, incluyendo campos eléctricos, gravitación y magnetismo. Cuando Faraday publicó su teoría en 1844, no fue tomada en serio, justo como ocurrió con el trabajo de Ohm dos décadas antes. Es interesante notar que el desarrollo del concepto de campo surgió de la investigación de Faraday sobre el magnetismo, no del estudio de la carga eléctrica. ■

10-1 Capacitancia

Un **capacitor** está compuesto de dos conductores separados por un aislante. Una de sus formas básicas es el capacitor de placas paralelas que se muestra en la figura 10-1. Consiste en dos placas de metal separadas por un material no conductor (es decir, un aislante) llamado **dieléctrico**, el cual puede ser aire, aceite, mica, plástico, cerámica u otro material aislante disponible.

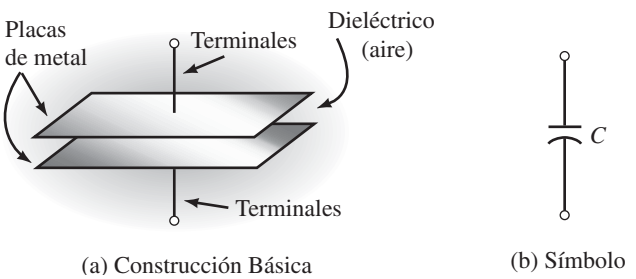


FIGURA 10-1 Capacitor de placas paralelas.

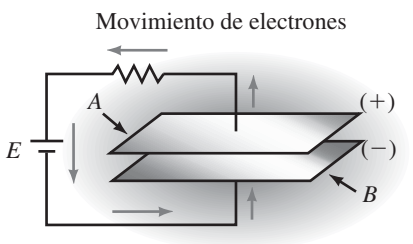


FIGURA 10-2 El capacitor durante la carga. En el instante en el que se conecta la fuente, hay un incremento súbito momentáneo de corriente conforme los electrones son atraídos desde la placa A y se depositan en la placa B. Esto deja a la placa superior con carga positiva y a la placa inferior con carga negativa. Cuando se ha completado la carga, no hay más movimiento de electrones y la corriente es cero.

Ya que las placas del capacitor son de metal, contienen una inmensa cantidad de electrones libres. Sin embargo, en su estado normal están sin carga, esto es, no hay exceso o deficiencia de electrones en ninguna de las placas. Si se conecta una fuente de cd (figura 10-2), los electrones son atraídos de la placa superior por el potencial positivo de la batería y se depositan en la placa inferior. Esto deja a la placa superior con una deficiencia de electrones (es decir, carga positiva) y la placa inferior con un exceso (es decir, carga negativa). En este estado, se dice que el capacitor está **cargado**. (Observe que ninguna corriente puede pasar a través del dieléctrico entre las placas; por tanto, el movimiento de electrones que se ilustra en la figura 10-2 cesará cuando el capacitor alcance la carga total.)

Si Q coulombs de electrones se mueven durante el proceso de carga (dejando la placa superior con una deficiencia de Q electrones y la inferior con un exceso de Q), se dice que el capacitor tiene una carga de Q.

Si ahora se desconecta la fuente (figura 10-3), el exceso de electrones que fueron movidos hacia la placa inferior permanecen atrapados, ya que no tienen manera de retornar a la placa superior. Por tanto, el capacitor permanece cargado con un voltaje E en sus terminales aun cuando la fuente no esté presente. Debido a esto se dice que *un capacitor puede almacenar carga*. Los capacitores con poca fuga (sección 10-5) pueden mantener su carga por un tiempo considerable, algunas veces por años.

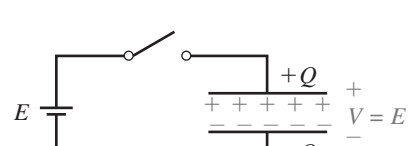


FIGURA 10-3 El capacitor después de que se ha cargado. Cuando se desconecta la fuente, los electrones son atrapados en la placa inferior y no pueden retornar, entonces, se almacena la carga.

Los capacitores de gran valor cargados a altos voltajes contienen una gran cantidad de energía y pueden almacenar una carga potencialmente letal; por eso se debe ser muy cuidadoso con ellos. Incluso las unidades de alto valor y bajo voltaje pueden contener bastante energía para vaporizar un desarmador y esparcir el metal en los ojos si se intenta poner en corto las terminales. Si el lector intenta manejar los capacitores o trabajar con ellos, siempre debe descargarlos después de que la alimentación se ha quitado. Esto se puede hacer conectando un resistor de alta potencia (algunas veces conocido como resistor de drenaje) de cerca de 50 Ω/V del voltaje especificado del capacitor, entre las terminales de este último hasta que se descargue, pero debe ser cuidadoso y protegerse de un choque eléctrico.

Observe también que algún voltaje puede saltar de regreso debido a la absorción del dieléctrico después de que el resistor de descarga es removido, véase la sección 10-5.

Definición de capacitancia

La cantidad de carga Q que un capacitor puede almacenar depende del voltaje aplicado. Los experimentos muestran que para un determinado capacitor, Q es proporcional al voltaje. Sea C la constante de proporcionalidad. Entonces,

$$Q = CV \tag{10-1}$$

Al reordenar los términos se obtiene

$$C = \frac{Q}{V} \quad \text{(farads, F)} \tag{10-2}$$

El término C se define como la capacitancia del capacitor. Como se indica, su unidad es el **farad**. Por definición, *la **capacitancia** de un capacitor es un farad si almacena un coulomb de carga cuando el voltaje en sus terminales es de un volt.* Sin embargo, el farad es una unidad muy grande; la mayoría de los capacitores prácticos varían en tamaño, desde picofarads (pF o 10^{-12} F) hasta microfarads (μF o 10^{-6} F). Entre más grande sea el valor de C, más carga podrá mantener el capacitor para un determinado voltaje.

EJEMPLO 10-1

a. Cuánta carga se almacena en un capacitor de 10 μF cuando se conecta a una fuente de 24 V?
b. La carga en un capacitor de 20 nF es de 1.7 μC. ¿Cuál su voltaje?

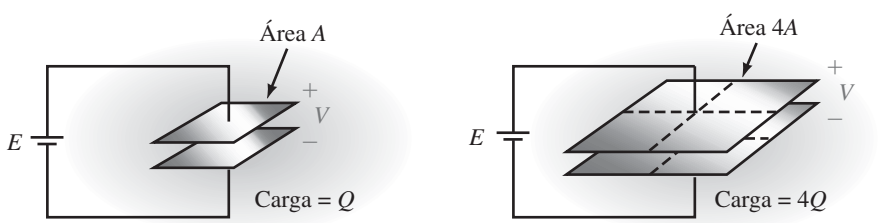
Solución

a. A partir de la ecuación 10-1, $Q = CV$. Entonces, $Q = (10 \times 10^{-6}\ \text{F})(24\ \text{V}) = 240\ \mu\text{C}$.
b. Al reordenar la ecuación 10-1, $V = Q/C = (1.7 \times 10^{-6}\ \text{C})/(20 \times 10^{-9}\ \text{F}) = 85\ \text{V}$.

10-2 Factores que afectan la capacitancia

Efecto de área

Como se muestra en la ecuación 10-2, la capacitancia es directamente proporcional a la carga. Esto significa que entre más carga se puede poner en las placas de un capacitor para un determinado voltaje, mayor será su capacitancia. Considere la figura 10-4, el capacitor de (b) tiene cuatro veces el área de (a). Ya que tiene el mismo número de electrones libres por unidad de área, tiene cuatro veces la carga total y por tanto cuatro veces la capacitancia. En general esto resulta ser cierto, esto es, la capacitancia es directamente proporcional al área de la placa.



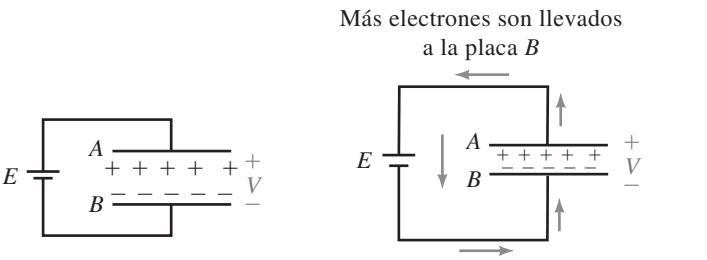
(a) El capacitor con área A y carga Q

(b) Placas con cuatro veces el área tienen cuatro veces la carga y por tanto, cuatro veces la capacitancia

FIGURA 10-4 Para una separación fija, la capacitancia es proporcional al área de la placa.

Efecto del espaciamiento

Ahora considere la figura 10-5; ya que la placa superior tiene una deficiencia de electrones y la placa inferior un exceso de ellos, existe una fuerza de atracción en el espacio entre placas. Para un espaciamiento fijo como en (a), las cargas están en equilibrio. Ahora se colocan las placas más cerca como en (b). Conforme disminuye el espaciamiento, la fuerza de atracción se incrementa, jalando más electrones desde el interior del material de la placa *B* hacia su superficie. Esto crea una deficiencia de electrones en los niveles más bajos de *B*. Para reponerlos, la fuente mueve electrones adicionales por el circuito, dejando a *A* con una mayor deficiencia y a *B* con un exceso aún mayor. Por tanto, la carga en las placas se incrementa de acuerdo con la ecuación 10-2 y en consecuencia la capacitancia. Se concluye entonces que al disminuir el espaciamiento se incrementa la capacitancia, y viceversa. De hecho, como se mostrará más adelante, *la capacitancia es inversamente proporcional al espaciamiento entre las placas*.



(a) Cargas en equilibrio

(b) Conforme el espaciamiento disminuye, más electrones se mueven desde *A* hacia *B*, incrementando la carga en las placas y por tanto, su capacitancia

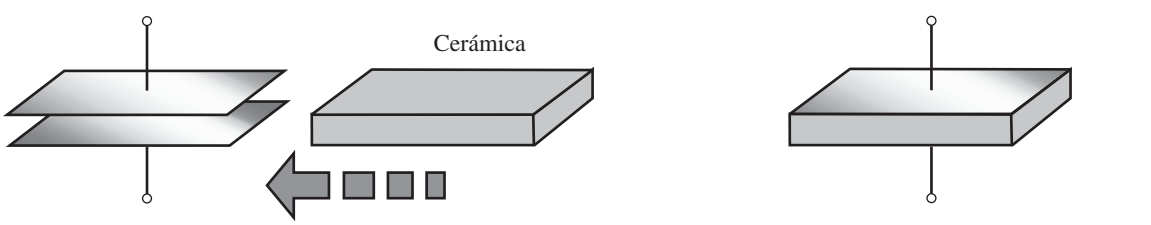
FIGURA 10-5 La disminución del espaciamiento incrementa la capacitancia.

TABLA 10-1 Constantes dieléctricas relativas (también llamadas permitividades relativas)

Material	$\in_r$ (valores nominales)
Vacío	1
Aire	1.0006
Cerámica	30-7 500
Mica	5.5
Mylar	3
Aceite	4
Papel (seco)	2.2
Poliestireno	2.6
Teflón	2.1

Efecto del dieléctrico

La capacitancia también depende del dieléctrico. Considere la figura 10-6(a), la cual muestra un capacitor con aire como dieléctrico. Si se sustituye el aire por un material diferente, la capacitancia se incrementa. La tabla 10-1 muestra el factor por el cual se incrementa la capacitancia para diferentes materiales. Por ejemplo, si se usa Teflón® en lugar del aire, la capacitancia se incrementa por un factor de 2.1. Este factor se llama **constante dieléctrica relativa** o **permitividad** relativa del material. (La permitividad es una medida de qué tan fácil se establece el flujo eléctrico en un material.) Observe que la cerámica de alta permitividad incrementa la capacitancia por un factor de 7500, como se indica en la figura 10-6(b).



(a) C = 200 pF con aire como dieléctrico

(b) C = 1.5 μF con dieléctrico de cerámica de alta permitividad

FIGURA10-6 El factor por el cual un dieléctrico causa que la capacitancia se incremente se llama *constante dieléctrica relativa*. La cerámica usada aquí tiene un valor de 7 500.

Capacitancia de un capacitor de placas paralelas

A partir de las observaciones anteriores se ve que la capacitancia es directamente proporcional al área de la placa, inversamente proporcional a la separación de las placas y dependiente del dieléctrico. En forma de ecuación,

$$C = \in \frac{A}{d} \quad \text{(F)} \tag{10-3}$$

donde el área A está en metros cuadrados y el espaciamiento d en metros.

NOTAS . . .

En realidad, la ecuación 10-3 es válida en general, es decir, se cumple para otras formas tan bien como para la configuración de placas paralelas. Es más difícil determinar el área efectiva de otras geometrías.

Constante dieléctrica

La constante $\in$ en la ecuación 10-3 es la **constante dieléctrica absoluta** del material aislante. Sus unidades son farad por metro (F/m). Para aire o vacío, $\in$ tiene un valor de $\in_o = 8.854 \times 10^{-12}$ F/m. Para otros materiales, $\in$ se expresa como el producto de la constante dieléctrica relativa $\in_r$ (que se muestra en la tabla 10-1), por $\in_o$. Esto es

$$\in = \in_r \in_o \tag{10-4}$$

De nuevo, considere la ecuación 10-3: $C = \in A/d = \in_r \in_o A/d$. Observe que $\in_o A/d$ es la capacitancia de un capacitor con dieléctrico de vacío (o aire). Si se denota mediante C_o, entonces, para cualquier otro dieléctrico,

$$C = \in_r C_o \tag{10-5}$$

EJEMPLO 10-2

Calcule la capacitancia de un capacitor de placas paralelas con placas de 10 cm por 20 cm, separadas 5 mm, y

a. aire como dieléctrico
b. dieléctrico de cerámica con una permitividad relativa de 7500.

Solución Se convierten las dimensiones a metros. Entonces, A = (0.1 m)(0.2 m) = 0.02 m^2, y $d = 5 \times 10^{-3}$ m.

a. Para aire, $C = \in_o A/d = (8.854 \times 10^{-12})(2 \times 10^{-2})/(5 \times 10^{-3}) = 35.4 \times 10^{-12}$ F = 35.4 pF.
b. Para cerámica con $\in_r = 7500$, $C = 7500(35.4 \text{ pF}) = 0.266$ μF.

EJEMPLO 10-3

Un capacitor de placas paralelas con aire como dieléctrico tiene un valor de $C = 12$ pF. ¿Cuál es la capacitancia de un capacitor que tiene lo siguiente?

a. La misma separación y dieléctrico pero cinco veces el área de las placas.
b. El mismo dieléctrico pero cuatro veces el área y un quinto de la separación entre las placas.
c. Un dieléctrico de papel seco, seis veces el área de las placas y el doble del espaciamiento entre placas.

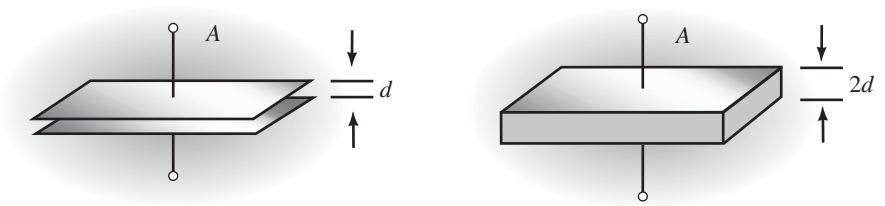
Solución

a. Ya que el área de las placas se ha incrementado por un factor de cinco y lo demás permanece igual, C se incrementa por un factor de cinco. Entonces, $C = 5(12 \text{ pF}) = 60$ pF.
b. Con cuatro veces el área de las placas, C se incrementa por un factor de cuatro. Con un quinto de separación de placas, C se incrementa por un factor de cinco. Entonces, $C = (4)(5)(12 \text{ pF}) = 240$ pF.
c. El papel seco incrementa a C por un factor de 2.2. Con el aumento en el área C se incrementa por un factor de seis. El doble del espaciamiento entre placas reduce a C a un medio. Por tanto, $C = (2.2)(6)(1/2)(12 \text{ pF}) = 79.2$ pF.

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 1

(Las respuestas están al final del capítulo)

1. Un capacitor con placas de 7.5 cm × 8 cm y separación entre ellas de 0.1 mm tiene aceite como dieléctrico:
   a. Calcule su capacitancia.
   b. Si la carga en este capacitor es de 0.424 μC, ¿cuál es el voltaje entre sus placas?
2. Para un capacitor de placas paralelas, si se triplica el área de las placas y el espaciamiento entre ellas se reduce a la mitad, ¿en cuánto cambia la capacitancia?
3. Para el capacitor de la figura 10-6, si se usa mica en lugar de cerámica, ¿cuál será la capacitancia?
4. ¿Cuál es el dieléctrico para el capacitor de la figura 10-7(b)?



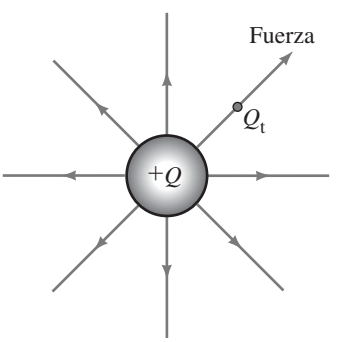
(a) C = 24 pF con aire como dieléctrico (b) C = 66 pF

FIGURA 10-7

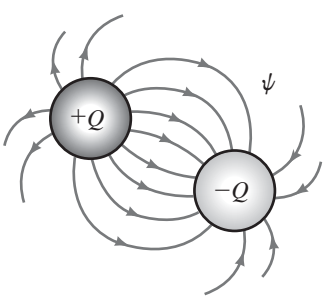
10-3 Campos eléctricos

Flujo eléctrico

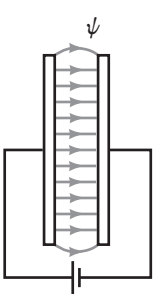
En el capítulo 2 aprendió que cargas diferentes se atraen mientras que cargas iguales se repelen; es decir, existe una fuerza entre ellas. La región en la cual existe esta fuerza se llama **campo eléctrico**. Para visualizarlo, Faraday introdujo la idea de usar una pequeña carga positiva de prueba Q_t para hacer un mapa de las fuerzas. Él definió la dirección de un campo como la dirección de la fuerza sobre la carga de prueba, y la intensidad del campo como la fuerza por unidad de carga (la cual se considera más adelante). Entonces hizo el mapa del campo como líneas de fuerza donde su dirección representaba la dirección de la fuerza, y la densidad de las líneas representaba su intensidad. Para ilustrarlo, considere la figura 10-8(a). Debido a que cargas iguales se repelen, la fuerza en la carga de prueba se dirige hacia fuera, lo que resulta en un campo radial como se indica. Ahora considere (b), la carga de prueba será repelida por la carga $+Q$ y atraída por la carga $-Q$, lo que resulta en el campo curveado que se muestra. Faraday determinó que las líneas nunca se cruzan y que entre más fuerte es el campo más densas son las líneas. La figura 10-8(c) muestra otro ejemplo: el campo de un capacitor de placas paralelas. En este caso, el campo es uniforme a lo largo de la brecha entre las placas con algo de ribeteado cerca de sus bordes. Las **líneas del campo eléctrico** (también llamadas **líneas de flujo**) se denotan mediante la letra griega ψ (psi).



(a) Fuerza en una carga de prueba Q_t



(b) Campo en un par de cargas positiva y negativa



(c) Campo de un capacitor de placas paralelas

FIGURA 10-8 Campos eléctricos.

Intensidad de campo eléctrico

Como se mencionó antes, la intensidad de un campo eléctrico se define como la fuerza por unidad de carga que el campo ejerce sobre una pequeña carga positiva de prueba Q_t. La intensidad de campo se denota con la letra $\mathscr{E}$. Entonces, por definición

$$\mathscr{E} = F/Q_t \quad \text{(newton/coulomb, N/C)} \tag{10-6}$$

Para ilustrarlo, se determinará el campo en la carga puntual Q de la figura 10-8(a). Cuando la carga de prueba se coloca cerca, Q experimenta una fuerza de $F = kQQ_t/r^2$ (ley de Coulomb, capítulo 2). La constante en la ley de Coulomb es en realidad igual a $1/4\pi\in$. Entonces, $F = QQ_t/4\pi\in r^2$, y a partir de la ecuación 10-6,

$$\mathscr{E} = \frac{F}{Q_t} = \frac{Q}{4\pi\in r^2} \quad \text{(N/C)} \tag{10-7}$$

Densidad de flujo eléctrico

Debido a la presencia de $\in$ en la ecuación 10-7, la intensidad del campo eléctrico depende del medio en el cual se localiza la carga. Se define una nueva cantidad D, que es independiente del medio:

$$D = \in \mathscr{E} \tag{10-8}$$

D se conoce como la **densidad de flujo eléctrico**. Como se muestra en la física, D representa la densidad de las líneas de flujo en el espacio, esto es,

$$D = \frac{\text{flujo total}}{\text{área}} = \frac{\psi}{A} \tag{10-9}$$

Donde ψ es el flujo que pasa a través del área A.

Flujo eléctrico (revisión)

Considere la figura 10-9, el flujo ψ se debe a la carga Q. De nuevo, como se muestra en la física, en el sistema SI el número de líneas de flujo que salen de una carga Q es igual a la carga misma, esto es,

$$\psi = Q \quad \text{(C)} \tag{10-10}$$

Una manera fácil de visualizar esto es pensar en una línea de flujo que sale de cada carga positiva en el cuerpo, como se muestra en la figura 10-9. Entonces, como se indica, el número total de líneas es igual al número total de cargas.

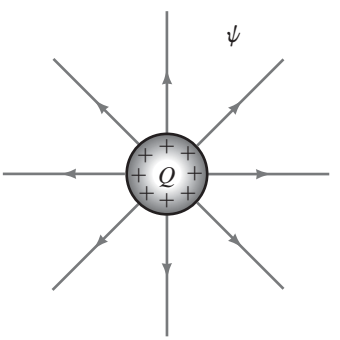


FIGURA 10-9 En el sistema SI, el flujo total ψ es igual a la carga Q.

Campo de un capacitor de placas paralelas

Ahora considere un capacitor de placas paralelas (figura 10-10). Aquí, el campo es creado por la carga distribuida sobre sus placas. Ya que la placa A tiene una deficiencia de electrones, parece una capa de cargas positivas, mientras que la placa B parece una capa de cargas negativas. Una carga positiva de prueba Q_t entre estas capas es, por tanto, repelida por la hoja positiva y atraída por la hoja negativa.

Ahora se mueve la carga de prueba desde la placa B hacia la placa A. El trabajo W que se requiere para mover la carga contra la fuerza F es la fuerza por la distancia. Esto es,

$$W = Fd \quad \text{(J)} \tag{10-11}$$

En el capítulo 2 se definió el voltaje como el trabajo dividido por la carga, es decir, $V = W/Q$. Ya que en este caso la carga es la carga de prueba Q_t, el voltaje entre las placas A y B es

$$V = W/Q_t = (Fd)/Q_t \quad \text{(V)} \tag{10-12}$$

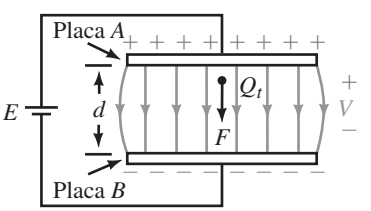


FIGURA 10-10 El trabajo para mover la carga de prueba Q_t es la fuerza por la distancia.

Ahora se dividen ambos lados por d. Esto produce $V/d = F/Q_t$. Pero $F/Q_t = \mathscr{E}$, a partir de la ecuación 10-6. Entonces,

$$\mathscr{E} = V/d \quad \text{(V/m)} \tag{10-13}$$

La ecuación 10-13 muestra que la intensidad del campo eléctrico entre las placas del capacitor es igual al voltaje entre las placas dividido por la distancia entre ellas. Entonces, si $V = 30$ V y $d = 10$ mm, $\mathscr{E} = 3000$ V/m.

EJEMPLO 10-4

Suponga que la intensidad del campo eléctrico entre las placas de un capacitor es de 50 000 V/m cuando se aplican 80 V:

a. ¿Cuál es el espaciamiento de las placas si el dieléctrico es aire?, ¿y si el dieléctrico es cerámica?
b. ¿Cuál es el valor de $\mathscr{E}$ si el espaciamiento de las placas se reduce a la mitad?

Solución

a. $\mathscr{E} = V/d$, independiente del dieléctrico. Entonces,

$$d = \frac{V}{\mathscr{E}} = \frac{80\text{ V}}{50 \times 10^3\text{ V/m}} = 1.6 \times 10^{-3}\text{ m}$$

b. Ya que $\mathscr{E} = V/d$, $\mathscr{E}$ será el doble de 100 000 V/m.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 1

1. ¿Qué pasa con la intensidad del campo eléctrico de un capacitor si se hace lo siguiente?
   a. Se duplica el voltaje aplicado.
   b. Se triplica el voltaje aplicado y se duplica el espaciamiento entre las placas.
2. Si la intensidad del campo eléctrico de un capacitor con poliestireno como dieléctrico y tamaño de placas de 2 cm por 4cm es de 100 kV/m cuando se aplican 50 V, ¿cuál es su capacitancia?

Respuestas
1. a. Se duplica, b. Se incrementa por un factor de 1.5; 2. 36.8 pF

Capacitancia (revisión)

Con el conocimiento adquirido hasta ahora se puede examinar la capacitancia de manera más rigurosa. Recuerde que $C = Q/V$, si se usan las relaciones anteriores se obtiene

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\psi}{V} = \frac{AD}{\mathscr{E}d} = \frac{D}{\mathscr{E}}\left(\frac{A}{d}\right) = \in\frac{A}{d}$$

Esto confirma la ecuación 10-3 que se desarrolló de manera intuitiva en la sección 10-2.

10-4 Dieléctricos

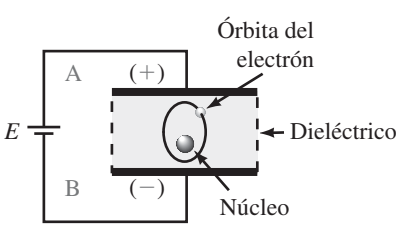


FIGURA 10-11 Efecto del campo eléctrico del capacitor sobre un átomo de su dieléctrico.

Como se vio en la figura 10-6, un dieléctrico incrementa la capacitancia, ahora se examina por qué. Considere la figura 10-11; para un capacitor cargado, las órbitas de los electrones (las cuales son, por lo general, circulares) se vuelven elípticas conforme los electrones son atraídos hacia la placa positiva (+) y repelidos desde la placa negativa (−). Esto hace que el extremo del átomo más próximo a la placa positiva parezca negativo mientras que su otro extremo parece positivo. Estos átomos están **polarizados**. En todo el grosor del dieléctrico, el extremo negativo de un átomo polarizado es adyacente al extremo positivo de otro átomo polarizado y los efectos se cancelan. Sin embargo, en la superficie del dieléctrico no hay átomos que cancelar y el efecto neto es como si una capa de carga negativa existiese en la superficie del dieléctrico en la placa positiva y una capa de carga positiva en la placa negativa. Esto hace que las placas parezcan estar más cercanas, lo cual incrementa la capacitancia. Los materiales para los cuales el efecto es mayor dan como resultado un incremento mayor en la capacitancia.

Ruptura por voltaje

Si el voltaje en la figura 10-11 se incrementa más allá de un valor crítico, la fuerza en los electrones es tan grande que, literalmente, son sacados de su órbita. Esto se llama **ruptura del dieléctrico** y la intensidad del campo eléctrico (ecuación 10-13) en la ruptura se llama **resistencia dieléctrica** del material. Para el aire, la ruptura ocurre cuando el gradiente del voltaje alcanza 3 kV/mm. Las intensidades de ruptura para otros materiales se muestran en la tabla 10-2. Ya que la calidad de un dieléctrico depende de muchos factores, la resistencia dieléctrica varía de muestra a muestra.

La ruptura no está limitada a los capacitores; puede ocurrir con cualquier tipo de aparato eléctrico cuyo aislamiento se someta a una tensión más allá de los límites de seguridad. (Por ejemplo, con la ruptura del aire se producen chispazos en las líneas de transmisión de alto voltaje cuando son golpeadas por un rayo.) La forma de los conductores también afecta el voltaje de ruptura. La ruptura ocurre a voltajes más bajos en puntos agudos más que en puntos romos. Se hace uso de este efecto en los pararrayos.

TABLA 10-2 Fuerza dieléctrica*

Material	kV/mm
Aire	3
Cerámica (alta $\in_r$)	3
Mica	40
Mylar	16
Aceite	15
Poliestireno	24
Hule	18
Teflón®	60

*Los valores dependen de la composición del material. Estos son los valores que se usan en este libro.

EJEMPLO 10-5

Un capacitor con dimensiones de placas de 2.5 cm por 2.5 cm y un dieléctrico de cerámica con $\in_r = 7500$ experimenta una ruptura a 2400 V. ¿Cuál es el valor de C?

Solución A partir de la tabla 10-2, la fuerza dieléctrica = 3 kV/mm. Entonces, $d = 2400\text{ V}/3000\text{ V/mm} = 0.8\text{ mm} = 8 \times 10^{-4}$ m. Así que

$$\begin{aligned} C &= \in_r \in_o A/d \\ &= (7500)(8.854 \times 10^{-12})(0.025\text{ m})^2/(8 \times 10^{-4}\text{ m}) \\ &= 51.9\text{ nF} \end{aligned}$$

NOTAS PRÁCTICAS . . .

La ruptura en los dieléctricos sólidos es por lo general, destructiva. Resulta en una perforación carbonizada y ya que ésta es una trayectoria conductiva, el dieléctrico deja de ser un aislante útil. Por otro lado, el aire, el vacío y los líquidos aislantes como el aceite se recuperan de los chispazos por ruptura una vez que se ha extinguido.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 2

1. ¿A qué voltaje ocurrirá la ruptura para un capacitor con dieléctrico de mylar con espaciamiento de placas de 0.25 cm?
2. Un capacitor con aire como dieléctrico tiene una ruptura a 500 V. Si el espaciamiento de placas se duplica y el capacitor se llena con aceite, ¿a qué voltaje ocurrirá la ruptura?

Respuestas
1. 40 kV; 2. 5 kV

Especificación de voltaje del capacitor

Debido a la ruptura dieléctrica, los fabricantes especifican los capacitores para un voltaje de operación máximo (llamado **voltaje de trabajo**), el cual se indica en los capacitores como **voltaje de trabajo de cd** o WVDC (por sus siglas en inglés). Si se opera un capacitor más allá de su voltaje de trabajo, se puede dañar.

10-5 Efectos no ideales

Hasta aquí se ha supuesto que los capacitores son ideales. Sin embargo, los capacitores reales tienen varias características no ideales.

Corrientes de fuga

Cuando un capacitor cargado se desconecta de su fuente, a la larga se descargará. Esto es porque ningún aislador es perfecto y una pequeña cantidad de carga se

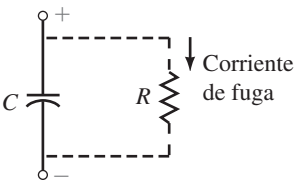


FIGURA 10-12 Corriente de fuga.

"fuga" a través del dieléctrico. De manera similar, una pequeña corriente de fuga pasará a través del dieléctrico cuando un capacitor se conecta a una fuente.

El efecto de **fuga** se modela mediante un resistor en la figura 10-12. Excepto por los capacitores electrolíticos (véase la sección 10-6), la fuga es muy pequeña y R es muy grande, por lo común de cientos de megaohms. Entre más grande sea R, más tiempo puede mantener su carga el capacitor. Para la mayoría de las aplicaciones, la fuga puede despreciarse y se puede operar el capacitor como ideal.

Absorción dieléctrica

Cuando se descarga un capacitor colocando temporalmente un resistor en sus terminales, debe tener cero volts (o casi cero) después de que se ha quitado el resistor. Sin embargo, voltajes residuales considerables pueden aparecer de repente. Para ver por qué, recuerde la polarización, en la figura 10-11. En algunos dieléctricos, cuando se quita la fuente de voltaje, la relajación de los átomos a su estado no polarizado puede tomar un tiempo considerable, y es la carga residual de estos átomos polarizados restantes la que crea el voltaje residual. Este efecto se conoce como **absorción dieléctrica**. En los circuitos electrónicos, el voltaje debido a la absorción dieléctrica puede alterar los niveles de voltaje del circuito; en tubos de TV y aparatos de potencia eléctrica, puede resultar en voltajes grandes y potencialmente peligrosos. Se debe poner el resistor en corto y completar de nuevo la descarga.

Coeficiente de temperatura

Debido a que los dieléctricos son afectados por la temperatura, la capacitancia puede cambiar. Si la capacitancia aumenta con los incrementos de temperatura, se dice que el capacitor tiene un **coeficiente de temperatura positivo**; si disminuye, el capacitor tiene un **coeficiente de temperatura negativo**; si en esencia permanece constante, el capacitor tiene un **coeficiente de temperatura cero**.

El coeficiente de temperatura se especifica como un cambio en la capacitancia en partes por millón (ppm) por grado Celsius. Considere un capacitor de 1 μF; ya que 1 μF = 1 millón pF, 1 ppm es 1 pF. Por tanto, un capacitor de 1 μF con un coeficiente de temperatura de 200 ppm/°C puede cambiar tanto como 200 pF por grado Celsius. Si el circuito que se está diseñando es sensible a un valor del capacitor, se tendrá que usar un capacitor con un coeficiente de temperatura pequeño.

10-6 Tipos de capacitores

Ya que no hay un tipo de capacitor que sea adecuado para todas las aplicaciones, se fabrican en una gran variedad de tipos y tamaños. Entre ellos están los tipos fijos y variables con diferentes dieléctricos y áreas de aplicación recomendadas.

Capacitores fijos

Los capacitores fijos con frecuencia se identifican por su dieléctrico. Entre los materiales dieléctricos comunes se incluyen la cerámica, el plástico y la mica, además, para los capacitores electrolíticos, están el aluminio y el óxido de tantalio. Las variaciones de diseño incluyen el tubular y el de placas intercaladas, como se muestra en la figura 10-13, que usa múltiples placas para incrementar el área efectiva de la placa. Una capa de aislante separa las placas alternadas que se conectan juntas. El diseño tubular, figura 10-14, usa hojas de metal separadas por un aislante, como una película de plástico. Los capacitores fijos se encapsulan en plástico, resina epóxica u otro material aislante y se identifica con valor, tolerancia y otros datos apropiados, ya sea mediante marcas en el cuerpo o un código de colores. Las características eléctricas y el tamaño físico dependen del dieléctrico usado.

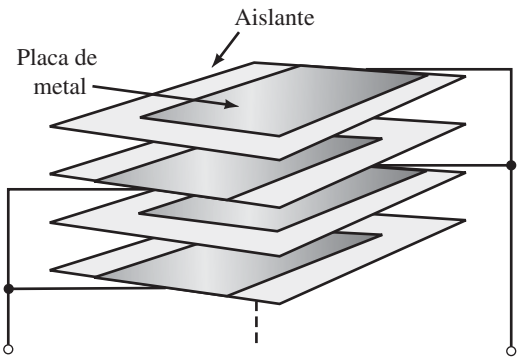


FIGURA 10-13 Construcción del capacitor apilado. La pila se comprime, las terminales se unen y la unidad se cubre con resina epóxica u otro material aislante.

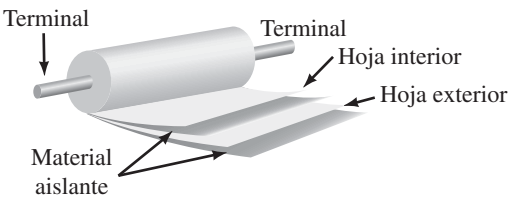


FIGURA 10-14 Capacitor tubular con terminales axiales.

Capacitores de cerámica

Primero considere la cerámica. La permitividad de la cerámica varía ampliamente (como se indica en la tabla 10-1). Por un lado hay cerámicas con permitividad muy alta, las cuales permiten empaquetar una gran cantidad de capacitancia en un espacio pequeño, pero produce capacitores cuyas características varían ampliamente con la temperatura y el voltaje de operación. Sin embargo, son comunes en aplicaciones en las que las variaciones de temperatura son mínimas y el tamaño pequeño y el costo son importantes. En el otro extremo están las cerámicas con características altamente estables; con ellas se producen capacitores cuyos valores cambian poco con la temperatura, el voltaje o el envejecimiento. Sin embargo, ya que sus constantes dieléctricas son relativamente bajas (por lo común 30 a 80), estos capacitores son físicamente más grandes que los equivalentes construidos con cerámica de alta permitividad. Muchos capacitores de montaje superficial (considerados más adelante en esta sección) usan dieléctricos de cerámica.

Capacitores de película plástica

Los capacitores de película plástica son de dos tipos básicos: **película/hoja de metal** y los de **película metalizada**. Los primeros usan una hoja de metal separada por una película plástica, como en la figura 10-14, mientras que en los segundos el material metálico se deposita al vacío directamente sobre la película de plástico. Los capacitores de película/hoja de metal, por lo general, son más grandes que las unidades de película metalizada, pero tienen mejor estabilidad de capacitancia y resistencia de aislamiento mucho más alta. Los materiales de película comunes son poliestireno, mylar, polipropileno y policarbonato. La figura 10-15 muestra una selección de capacitores de película plástica.

Los capacitores de película metalizada son autorreparables, esto quiere decir que si la tensión en una imperfección excede el voltaje de ruptura, ocurre un arco que evapora el área metalizada alrededor de la falla, aislando el defecto. (Los capacitores de película/hoja de metal no son autorreparables.)

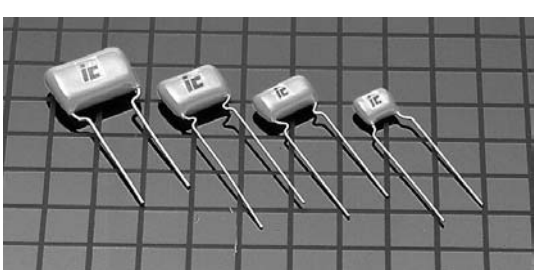


FIGURA 10-15 Capacitores de película de terminales radiales. *(Cortesía de Illinois Capacitor Inc.)*



FIGURA 10-16 Símbolo para un capacitor electrolítico.

Capacitores de mica

Los capacitores de mica son de bajo costo, baja fuga y buena estabilidad. Están disponibles en una amplia gama de valores desde unos pocos de picofarads hasta cerca de 0.1 μF.

Capacitores electrolíticos

Los capacitores **electrolíticos** proporcionan una gran capacitancia (es decir, hasta de varios cientos de miles de microfarads) a un costo relativamente bajo. (Su capacitancia es grande porque tienen una capa muy delgada de óxido como dieléctrico.) Sin embargo, su fuga es relativamente alta y el voltaje de ruptura relativamente bajo. Las placas de los capacitares electrolíticos están hechos de aluminio o tantalio. Los dispositivos de tantalio son más pequeños de los de aluminio, tienen menos fuga y son más estables.

La construcción básica del capacitor electrolítico de aluminio es similar al de la figura 10-14, con bandas de hoja de aluminio separadas por gasa saturada con un electrolito. Durante la fabricación, la acción química crea una delgada capa de óxido que actúa como dieléctrico. Esta capa debe mantenerse durante el uso. Por esta razón, los capacitores electrolíticos están polarizados (marcados con los signos + y −) y la terminal mas (+) siempre debe mantenerse positiva con respecto a la terminal menos (−). Los capacitores electrolíticos tienen un **periodo de almacenamiento**; esto es, si no se usan por un lapso amplio, pueden fallar cuando se alimentan de nuevo con energía. La figura 10-16 muestra el símbolo para un capacitor electrolítico, mientras que la figura 10-17 muestra una selección de dispositivos reales.

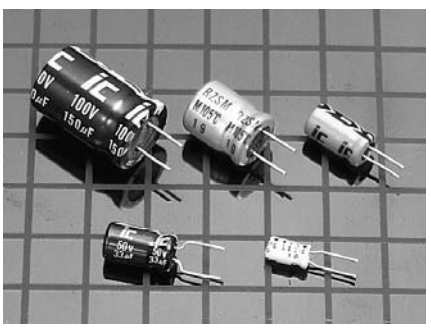


FIGURA 10-17 Capacitores electrolíticos de aluminio con terminales radiales *(Cortesía de Illinois Capacitor Inc.)*

Los capacitores de tantalio vienen en dos tipos básicos: de cartucho húmedo y de dieléctrico sólido. La figura 10-18 muestra una vista cortada de una unidad de tantalio sólido. El cartucho, hecho de polvo de tantalio, es altamente poroso y proporciona una superficie interna grande que se cubre con un óxido para formar el dieléctrico. Los capacitores de tantalio están polarizados y deben insertarse en un circuito de manera correcta.

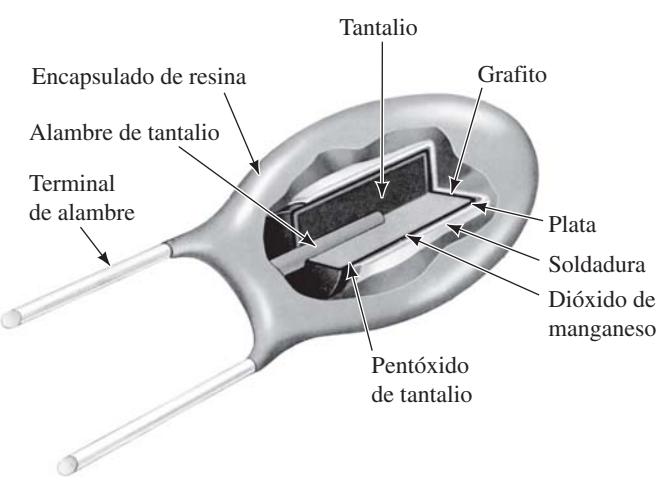
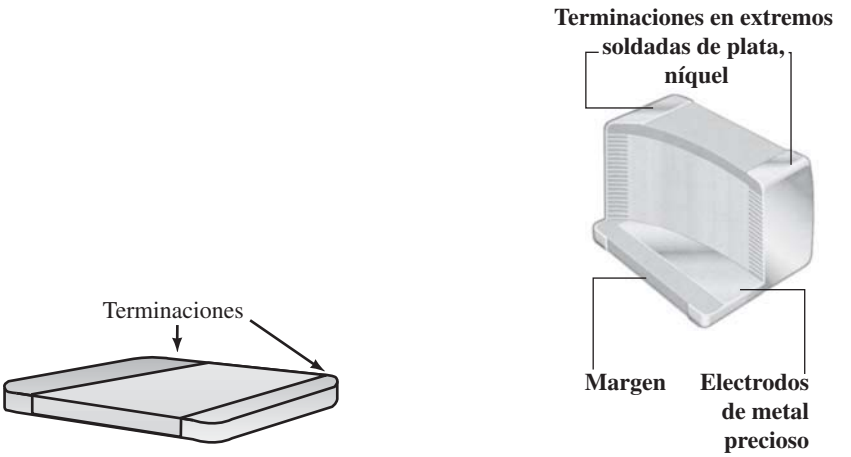


FIGURA 10-18 Vista cortada de un capacitor de tantalio sólido. *(Cortesía de AVX Corporation.)*

Capacitores de montaje superficial

Muchos productos electrónicos usan ahora **dispositivos de montaje superficial** (SMD, por sus siglas en inglés). Los DMS no tienen terminales de conexión, sino que se sueldan directamente en las tarjetas de circuito impreso. La figura 10-19 muestra un chip capacitor de cerámica de montaje superficial; estos dispositivos son pequeños en extremo y proporcionan alta densidad de empaque, recuerde la figura 1.4 del capítulo 1.



(a) El tamaño común es de 2 mm × 1 mm (véase la figura 1.4)

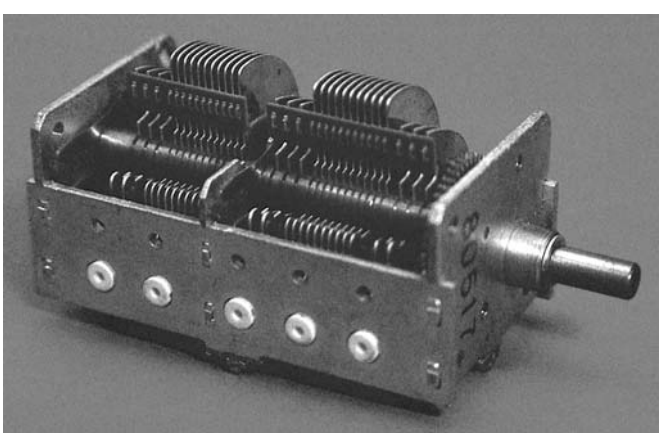
(b) Vista cortada (*Cortesía de AVX Corporation*)

FIGURA 10-19 Chip capacitor de cerámica de montaje superficial.

Capacitores variables

El capacitor variable más común es el que se usa en los circuitos de sintonización de radio (figura 10-20). Tiene un conjunto de placas estacionarias y un conjunto de placas movibles que están sujetas juntas y montadas sobre un eje. Cuando el usuario gira el eje, las placas movibles quedan alternadas con las estacionarias, con lo cual cambia el área de la superficie efectiva y, por tanto, la capacitancia.

Otro tipo ajustable es el capacitor de ajuste fino (*trimmer* o *padder*) a lo largo de un intervalo muy pequeño. En contraste con el capacitor variable (el cual es cambiado con frecuencia por el usuario), un capacitor de ajuste fino por lo general se fija en el valor requerido y nunca se vuelve a tocar.



(a) Capacitor variable del tipo que se usa en los radios



(b) Símbolo

FIGURA 10-20

Un capacitor de 2.5 μF tiene una tolerancia de +80% y −20%. Determine cuáles serían sus valores máximo y mínimo.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 3

Respuestas
4.5 μF y 2 μF

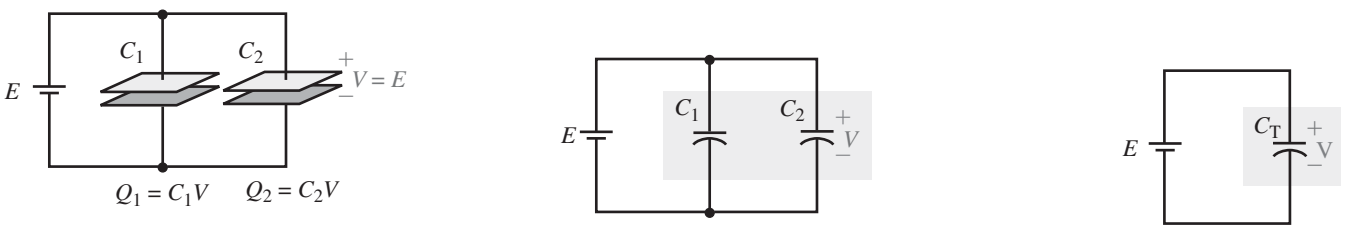
10-7 Capacitores en paralelo y en serie

Capacitores en paralelo

Para los capacitores en paralelo, el área de las placas efectiva es la suma de las áreas de las placas individuales, la capacitancia total es la suma de las capacitancias individuales. Esto se demuestra matemáticamente de una forma sencilla. Considere la figura 10-21, la carga en cada capacitor está dada por la ecuación 10-1, es decir $Q_1 = C_1V$ y $Q_2 = C_2V$. Entonces, $Q_T = Q_1 + Q_2 = C_1V + C_2V = (C_1 + C_2)\,V$. Pero $Q_T = C_TV$., por tanto, $C_T = C_1 + C_2$. Para más de dos capacitores,

$$C_T = C_1 + C_2 + \cdots + C_N \qquad \textbf{(10-14)}$$

Esto es, *la capacitancia total de los capacitores en paralelo es la suma de sus capacitancias individuales*.



(a) Capacitores paralelos (b) $C_T = C_1 + C_2$ (c) Equivalente

FIGURA 10-21 Capacitores en paralelo. La capacitancia total es la suma de las capacitancias individuales.

EJEMPLO 10-6

Tres capacitores de 10 μF, 15 μF y 100 μF, están conectados en paralelo con una fuente de 50 V. Determine lo siguiente:

a. Capacitancia total
b. Carga total almacenada.
c. Carga en cada capacitor.

Solución

a. $C_T = C_1 + C_2 + C_3 = 10\ \mu F + 15\ \mu F + 100\ \mu F = 125\ \mu F$
b. $Q_T = C_TV = (125\ \mu F)(50\ V) = 6.25\ mC$
c. $Q_1 = C_1V = (10\ \mu F)(50\ V) = 0.5\ mC$
$Q_2 = C_2V = (15\ \mu F)(50\ V) = 0.75\ mC$
$Q_3 = C_3V = (100\ \mu F)(50\ V) = 5.0\ mC$
Se verifica: $Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 = (0.5 + 0.75 + 5.0)\ mC = 6.25\ mC$.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 4

1. Tres capacitores están conectados en paralelo. Si $C_1 = 20\ \mu F$, $C_2 = 10\ \mu F$ y $C_T = 32.2\ \mu F$, ¿cuál es el valor de C_3?
2. Tres capacitores están en paralelo con una fuente de 80 V, con $Q_T = 0.12$ C. Si $C_1 = 200\ \mu F$ y $C_2 = 300\ \mu F$, ¿cuál es el valor de C_3?
3. Tres capacitores están en paralelo, si el valor del segundo capacitor es el doble del primero y el valor del tercero es un cuarto del segundo y la capacitancia total es de 70 μF, ¿cuál es el valor de cada capacitor?

Respuestas
1. 2.2 μF; 2. 1000 μF; 3. 20 μF, 40 μF y 10 μF

Capacitores en serie

Para los capacitores en serie (figura 10-22), la misma carga aparece en cada uno. Entonces, $Q = C_1V_1$, $Q = C_2V_2$, etc. Al despejar los voltajes se obtiene $V_1 = Q/C_1$, $V_2 = Q/C_2$ y así sucesivamente. Al aplicar la LVK, se obtiene $V = V_1 + V_2 + \cdots + V_N$. Entonces,

$$V = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \cdots + \frac{Q}{C_N} = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_N}\right)$$

Pero $V = Q/C_T$. Al igualarla con el lado derecho y cancelando Q se llega a

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_N} \qquad \textbf{(10-15)}$$

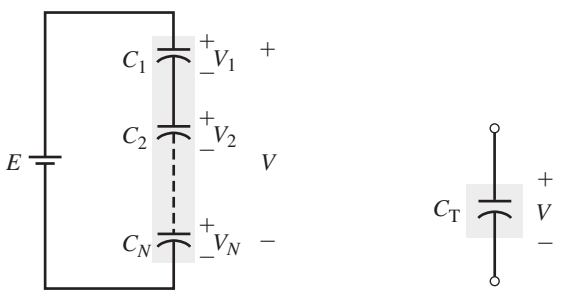
Para dos capacitores en serie, se reduce a

$$C_T = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2} \qquad \textbf{(10-16)}$$

Para N capacitores iguales en serie, la ecuación 10-15 da $C_T = C/N$.

NOTAS . . .

1. Para capacitores en paralelo, la capacitancia total siempre es más grande que la capacitancia de valor más grande, mientras que para los capacitores en serie, la capacitancia total siempre es menor que la capacitancia de valor más pequeño.
2. La fórmula para los capacitores en paralelo es similar a la fórmula para los resistores en serie, mientras que la fórmula para los capacitores en serie es similar a la fórmula para los resistores en paralelo.



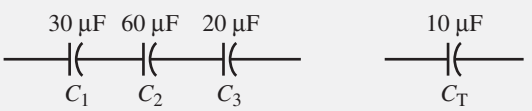
(a) Conexión en serie (b) Equivalente

FIGURA 10-22 Capacitores en serie: $\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_N}$.

EJEMPLO 10-7

Véase la figura 10-23(a)

a. Determine C_T.
b. Si se aplican 50 V en las terminales de los capacitores, determine Q.
c. Determine el voltaje en cada capacitor.



(a) (b)

FIGURA 10-23

Solución

a. $$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{30\ \mu F} + \frac{1}{60\ \mu F} + \frac{1}{20\ \mu F}$$
$$= 0.0333 \times 10^6 + 0.0167 \times 10^6 + 0.05 \times 10^6 = 0.1 \times 10^6$$

Sugerencia para el uso con la calculadora: también puede usar su calculadora para evaluar la ecuación 10-15. Para los capacitores del ejemplo 10-7, la solución para C_T se vería (por ejemplo, en la TI-86) como sigue:

```
30⁻¹+60⁻¹+20⁻¹
                    .1
Ans⁻¹
                    10
```

Por lo que, $C_T = 10\ \mu F$.

Por tanto, como se indica en (b),

$$C_T = \frac{1}{0.1 \times 10^6} = 10\ \mu F$$

b. $Q = C_T V = (10 \times 10^{-6}\ F)(50\ V) = 0.5\ mC$

c. $V_1 = Q/C_1 = (0.5 \times 10^{-3}\ C)/(30 \times 10^{-6}\ F) = 16.7\ V$
$V_2 = Q/C_2 = (0.5 \times 10^{-3}\ C)/(60 \times 10^{-6}\ F) = 8.3\ V$
$V_3 = Q/C_3 = (0.5 \times 10^{-3}\ C)/(20 \times 10^{-6}\ F) = 25.0\ V$
Se verifica: $V_1 + V_2 + V_3 = 16.7 + 8.3 + 25 = 50\ V$.

EJEMPLO 10-8

Para el circuito de la figura 10-24(a), determine C_T.

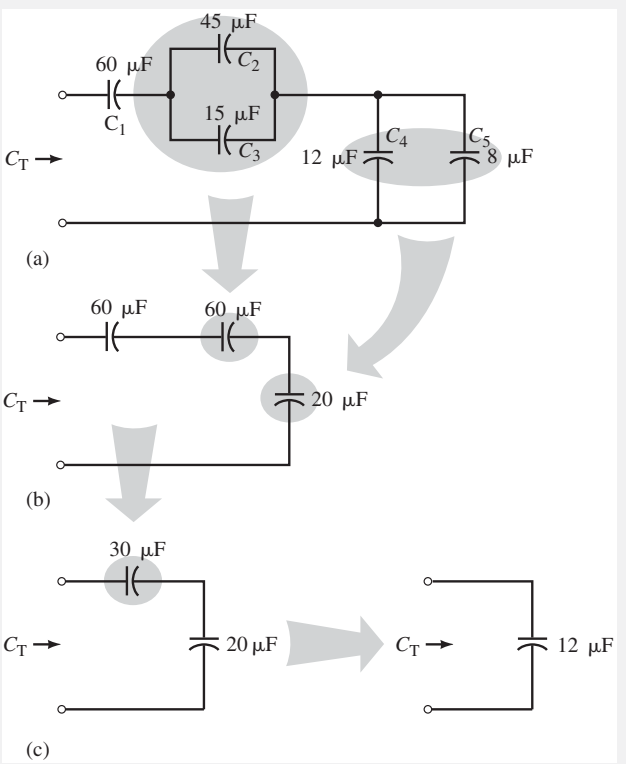


FIGURA 10-24 Reducción sistemática.

Solución El problema se resuelve con facilidad mediante la reducción paso a paso. C_2 y C_3 en paralelo dan 45 μF + 15 μF = 60 μF. C_4 y C_5 en paralelo dan un total de 20 μf. El circuito reducido que se muestra en (b). Las dos capacitancias de 60 μF en serie se reducen a 30 μF. La combinación en serie de 30 μF y 20 μF se determina a partir de la ecuación 10-16. Por tanto,

$$C_T = \frac{30\ \mu F \times 20\ \mu F}{30\ \mu F + 20\ \mu F} = 12\ \mu F$$

De manera alternativa, puede usar la calculadora para reducir (b) como se describe en el ejemplo 10-7.

Regla del divisor de voltaje para los capacitores en serie

Para capacitores en serie (figura 10-25) se puede desarrollar la regla del divisor de voltaje. Recuerde que para capacitores individuales, $Q_1 = C_1V_1$, $Q_2 = C_2V_2$, etc., y para la combinación completa $Q_T = C_TV_T$. Como se anotó antes, $Q_1 = Q_2 = \cdots = Q_T$. Por lo tanto, $C_1V_1 = C_TV_T$. Al despejar V_1 se llega a

$$V_1 = \left(\frac{C_T}{C_1}\right)V_T$$

Esta expresión es válida para todos los capacitores. Entonces,

$$V_x = \left(\frac{C_T}{C_x}\right)V_T \qquad \textbf{(10-17)}$$

A partir de esta ecuación se puede ver que el voltaje en un capacitor es inversamente proporcional a su capacitancia, esto es, entre más pequeña sea la capacitancia, más grande será el voltaje, y viceversa. Otras formas útiles son

$$V_1 = \left(\frac{C_2}{C_1}\right)V_2, \qquad V_1 = \left(\frac{C_3}{C_1}\right)V_3, \qquad V_2 = \left(\frac{C_3}{C_2}\right)V_3, \qquad \text{etc.}$$

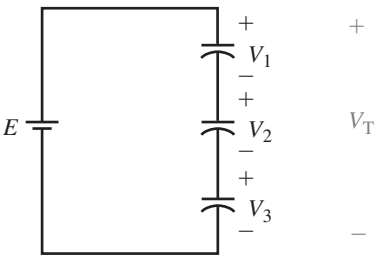


FIGURA 10-25 Divisor de voltaje.



PROBLEMAS PRÁCTICOS 5

1. Verifique los voltajes del ejemplo 10-7 con la regla del divisor de voltaje para los capacitores.
2. Determine el voltaje en cada capacitor de la figura 10-24 si el voltaje en C_5 es 30 V.

Respuesta
1. $V_1 = 16.7$ V, $V_2 = 8.3$ V, $V_3 = 25.0$ V; 2. $V_1 = 10$ V, $V_2 = V_3 = 10$ V, $V_4 = V_5 = 30$ V

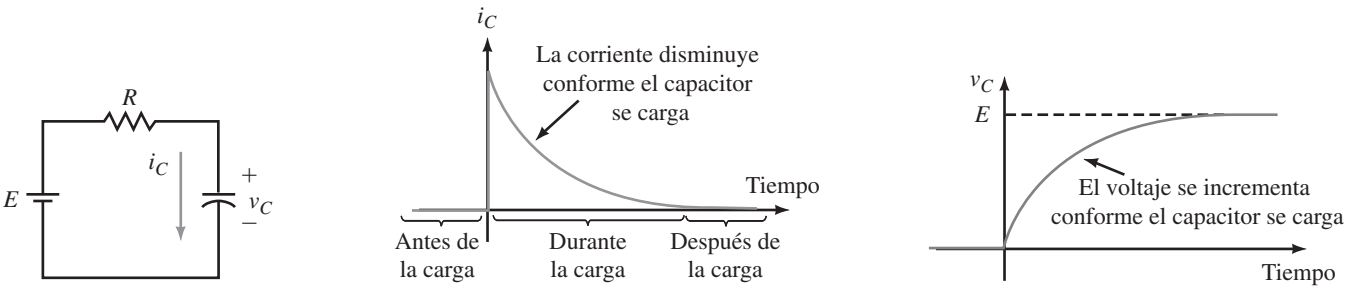
10-8 Corriente y voltaje en el capacitor



Como se mencionó antes (figura 10-2), durante la carga los electrones se mueven de una placa del capacitor a la otra. Deben destacarse varias observaciones.

1. Este movimiento de electrones constituye una corriente.
2. La corriente dura sólo lo suficiente para que el capacitor se cargue. Cuando el capacitor se ha cargado totalmente, la corriente es cero.
3. La corriente en el circuito durante la carga se debe nada más al movimiento de los electrones de una placa a la otra por el circuito externo a través de la batería; ninguna corriente pasa a través del dieléctrico entre las placas.
4. Conforme la carga se deposita en las placas, se incrementa el voltaje en el capacitor. Sin embargo, dicho voltaje no alcanza su valor máximo de inmediato, ya que requiere tiempo mover los electrones de una placa a la otra. (Miles de millones de electrones deben ser movidos.)
5. Ya que el voltaje se acumula conforme progresa la carga, la diferencia de voltaje entre la fuente y el capacitor disminuye y, por tanto, la tasa de movimiento de electrones (es decir, la corriente) disminuye conforme el capacitor se aproxima a la carga completa.

La figura 10-26 muestra que el voltaje y la corriente son similares durante el proceso de carga. Como se indica, la corriente inicia con un aumento súbito, luego disminuye hasta cero mientras el voltaje en el capacitor gradualmente sube desde cero hasta el voltaje máximo. El tiempo de carga varía por lo común de nanosegundos a milisegundos, dependiendo de la resistencia y la capacitancia del circuito. (Estas relaciones se estudiarán con detalle en el capítulo 11.) Un aumento súbito similar (pero en dirección opuesta) ocurre durante la descarga.



(a)

(b) La corriente aumenta de manera súbita durante la carga. La corriente es 0 cuando se ha cargado por completo.

(c) Voltaje del capacitor. $v_C = E$ cuando se ha cargado por completo.

FIGURA 10-26 El capacitor no se carga de manera instantánea, ya que se requiere un tiempo finito para mover los electrones alrededor del circuito.

Como se indica en la figura 10-26, la corriente existe sólo mientras el voltaje del capacitor está cambiando. Esta observación es válida en general. La razón no es difícil de entender. Como se vio antes, el dieléctrico del capacitor es un aislante y en consecuencia la corriente no puede pasar a través de él (suponiendo fuga cero). Por tanto, la única carga que puede moverse son los electrones libres que existen en las placas del capacitor. Cuando el voltaje del capacitor es constante, estas cargas están en equilibrio y no ocurre movimiento neto de cargas, por esa razón la corriente es cero. Sin embargo, si el voltaje de la fuente se incrementa, los electrones adicionales son atraídos desde la placa positiva; de manera inversa, si el voltaje de la fuente disminuye, el exceso de electrones en la placa negativa retornan a la placa positiva. Por tanto, en ambos casos, la corriente del capacitor se produce cuando el voltaje del capacitor cambia. Como se muestra en seguida, esta corriente es proporcional a la tasa de cambio de voltaje. Sin embargo, antes de hacer esto, se necesita observar los símbolos.

NOTAS . . .

El cálculo se introduce en este punto para ayudar al desarrollo de ideas y para explicar los conceptos. Sin embargo, no todos los que usan este libro saben cálculo. Por tanto, el material se presenta de tal manera que nunca descansa del todo en las matemáticas; por eso, donde se usa el cálculo, se acompaña con explicaciones intuitivas. No obstante, para proporcionar la riqueza que ofrece el cálculo, se incluyen las deducciones y los problemas opcionales que están marcados con el icono ∫ de manera que puedan omitirse si se desea.

Símbolos para los voltajes y corrientes que varían en el tiempo

Las cantidades que varían con el tiempo se llaman **cantidades instantáneas**. *La práctica industrial estándar recomienda que se usen las letras minúsculas para las cantidades que varían en el tiempo, en lugar de letras mayúsculas como es el caso para la cd.* Entonces, se usa v_C e i_C para representar los cambios de corriente y voltaje en el capacitor en vez de V_C e I_C. (Con frecuencia se omiten los subíndices y se usa v e i.) Ya que estas cantidades son funciones del tiempo, también pueden expresarse como $v_C(t)$ e $i_C(t)$.

Relación *v-i* del capacitor

La relación entre la carga y el voltaje para un capacitor está dada por la ecuación 10-1. Para el caso en que varían con el tiempo, es

$$q = Cv_C \tag{10-18}$$

Pero la corriente es la tasa del movimiento de carga. En notación de cálculo, esto es $i_C = dq/dt$. Al diferenciar la ecuación 10-18 se obtiene

$$i_C = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(Cv_C) \tag{10-19}$$

Ya que C es constante, se obtiene

$$i_C = C\frac{dv_C}{dt} \quad \text{(A)} \tag{10-20}$$

La ecuación 10-20 muestra que *la corriente a través del capacitor es igual a C veces la tasa de cambio de voltaje en él.* Esto significa que entre más rápido cambie el voltaje, más grande será la corriente, y viceversa. También significa que si el voltaje es constante, la corriente es cero (como se hizo notar antes).

Las convenciones de referencia para el voltaje y la corriente se muestran en la figura 10-27. Como es usual, el signo más va en la cola de la flecha de corriente. Si el voltaje se incrementa, dv_C/dt es positiva y la corriente fluye en la dirección de la flecha de referencia; si el voltaje disminuye, dv_C/dt es negativa y la corriente va en sentido opuesto a la flecha.

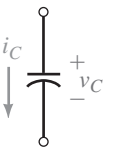


FIGURA 10-27 El signo más para v_C va en la cola de la flecha de la corriente.

La derivada dv_C/dt de la ecuación 10-20 es la pendiente de la curva de voltaje contra tiempo del capacitor. Cuando el voltaje del capacitor varía linealmente con el tiempo (es decir, la relación es una línea recta como en la figura 10-28), la ecuación 10-20 se reduce a

$$i_C = C\frac{\Delta v_C}{\Delta t} = C\,\frac{\text{incremento de voltaje}}{\text{incremento de tiempo}} = C \times \text{pendiente de la línea} \quad \textbf{(10-21)}$$

EJEMPLO 10-9

Un generador de señales aplica voltaje a un capacitor de 5 μF con una forma de onda como la de la figura 10-28(a). El voltaje se eleva linealmente desde 0 a 10 V en 1 ms, cae linealmente a −10 V en $t = 3$ ms, permanece constante hasta $t = 4$ ms, se eleva a 10 V en $t = 5$ ms, y permanece constante a partir de ahí.

a. Determine la pendiente de v_C en cada intervalo de tiempo.
b. Determine la corriente y dibuje su gráfica.

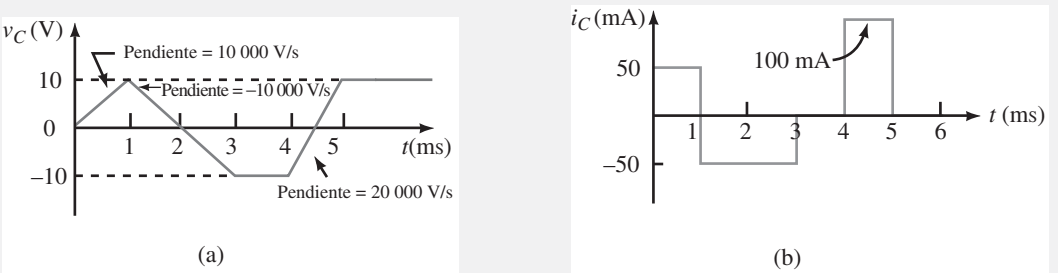


FIGURA 10-28

Solución

a. Se necesita la pendiente de v_C durante cada intervalo de tiempo donde la pendiente = incremento de voltaje/incremento de tiempo = $\Delta v/\Delta t$.

   0 ms a 1 ms: $\Delta v = 10$ V; $\Delta t = 1$ ms; por tanto, la pendiente = 10 V/1 ms = 10 000 V/s.

   1 a 3 ms: pendiente = −20 V/2 ms = −10 000 V/s.

   3 a 4 ms: pendiente = 0 V/s.

   4 a 5 ms: pendiente = 20 V/1 ms = 20 000 V/s.

b. $i_C = Cdv_C/dt = C$ por la pendiente. Entonces,

   0 a 1 ms: $i = (5 \times 10^{-6}\text{ F})(10\,000\text{ V/s}) = 50$ mA.

   1 a 3 ms: $i = -(5 \times 10^{-6}\text{F})(10\,000\text{ V/s}) = -50$ mA.

   3 a 4 ms: $i = (5 \times 10^{-6}\text{ F})(0\text{ V/s}) = 0$ A.

   4 a 5 ms: $i = (5 \times 10^{-6}\text{ F})(20\,000\text{ V/s}) = 100$ mA.

   La corriente está graficada en la figura 10-28(b).

EJEMPLO 10-10

El voltaje en un capacitor de 20 μF es $v_C = 100\,t\,e^{-t}$ V. Determine la corriente i_C.

Solución Al diferenciar por partes usando $\frac{d(uv)}{dt} = u\frac{dv}{dt} + v\frac{du}{dt}$ con $u = 100\,t$ y $v = e^{-t}$ se obtiene

$$i_C = C\frac{d}{dt}(100\ t\,e^{-t}) = 100\,C\frac{d}{dt}(t\,e^{-t}) = 100\,C\left(t\frac{d}{dt}(e^{-t}) + e^{-t}\frac{dt}{dt}\right)$$
$$= 2\,000 \times 10^{-6}(-t\,e^{-t} + e^{-t})\,\text{A} = 2.0\,(1 - t)e^{-t}\,\text{mA}$$

10-9 Energía almacenada por un capacitor

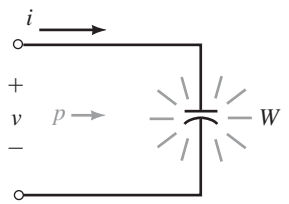


FIGURA 10-29 Almacenamiento de energía en un capacitor.

Un capacitor ideal no disipa potencia. Cuando la potencia se transfiere a un capacitor, toda se almacena como energía en el campo eléctrico del capacitor. Cuando el capacitor se descarga, esta energía almacenada retorna al circuito.

Para determinar la energía almacenada, considere la figura 10-29. La potencia está dada por $p = vi$ watts. Si se usa el cálculo (véase ∫), se puede demostrar que la energía almacenada está dada por

$$W = \frac{1}{2}CV^2 \quad \text{(J)} \qquad \textbf{(10-22)}$$

donde V es el voltaje en el capacitor. Esto significa que la energía en cualquier tiempo depende del valor del voltaje en el capacitor en ese momento.

Derivación de la ecuación 10-22

La potencia en el capacitor (figura 10-29) está dada por $p = vi$, donde $i = Cdv/dt$. Por lo tanto, $p = Cvdv/dt$. Sin embargo, $p = dW/dt$. Al igualar las dos expresiones de p, y después de algunas manipulaciones se puede integrar, para obtener

$$W = \int_0^t pdt = C\int_0^t v\frac{dv}{dt}\,dt = C\int_0^V vdv = \frac{1}{2}CV^2$$

10-10 Fallas en el capacitor y solución de problemas

Aunque los capacitores son totalmente confiables, pueden fallar debido a una mala aplicación, voltaje, corriente o temperatura excesivos, o simplemente por el uso. Se pueden poner en corto internamente, las terminales pueden llegar a abrirse, los dieléctricos pueden llegar a tener fugas excesivas y pueden fallar de manera catastrófica debido al uso incorrecto. (Por ejemplo, si un capacitor electrolítico se conecta con la polaridad invertida, puede explotar.) Los capacitores deben usarse dentro de sus límites especificados. El voltaje excesivo puede dar lugar a una perforación que crea pequeños agujeros y ponen en corto las placas. Las altas temperaturas causan un incremento en la fuga o un desplazamiento permanente en la capacitancia o ambas cosas. Las altas temperaturas pueden ser causadas por enfriamiento inadecuado, corriente excesiva, un dieléctrico malo o una frecuencia de operación que rebase el límite especificado. Por lo general, debido a su bajo costo los capacitores simplemente se pueden reemplazar si se sospecha que están fallando. Para ayudar a localizar capacitores defectuosos, se puede usar, algunas veces, un óhmetro o un probador de capacitores, como se describe enseguida.

Pruebas básicas con un óhmetro

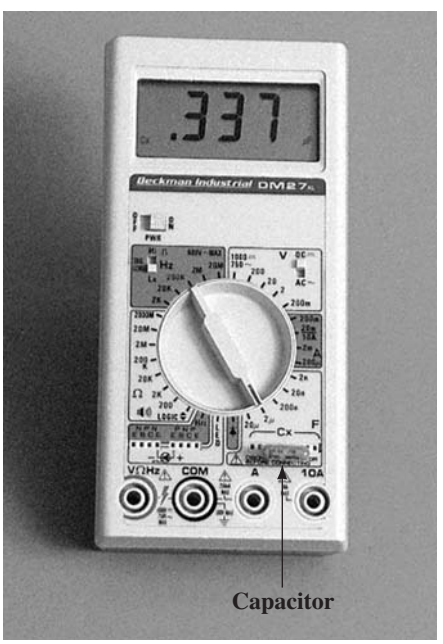
Algunas pruebas básicas (fuera de circuito) se pueden hacer con un óhmetro analógico. El óhmetro detecta circuitos abiertos, cortocircuitos y, hasta cierto punto, dieléctricos con fugas. Primero, asegúrese de que el capacitor esté descargado, entonces fije el óhmetro en su escala más alta y conéctelo al capacitor. (Para dispositivos electrolíticos, asegúrese de que el lado más (+) del óhmetro esté conectado al lado más (+) del capacitor.)

Al inicio, la lectura del óhmetro debe ser baja, entonces, para un buen capacitor gradualmente se incrementará hasta infinito conforme el capacitor se cargue a través del circuito del óhmetro. (O al menos hasta un valor alto, ya que la mayoría de los buenos capacitores, excepto los electrolíticos, tienen una resistencia de cientos de megaohms.) Para los capacitores pequeños es probable que esta prueba sea inútil, ya que el tiempo de carga puede ser demasiado corto para obtener buenos resultados.

Los capacitores defectuosos responden de manera diferente. Si un capacitor está en corto, la lectura de resistencia del medidor estará baja. Si tiene fuga, la lectura será más baja de lo normal. Si está a circuito abierto, el medidor indicará infinito de inmediato, sin pasar por cero cuando se conecta por primera vez.

Probadores de capacitores

La prueba de capacitares con el óhmetro tiene sus limitaciones: puede ser necesario usar otras herramientas. La figura 10-30 muestra dos de ellas. El MMD en (a) mide capacitancia y despliega directamente la lectura. El analizador LCR (inductancia, capacitancia y resistencia) en (b) determina la capacitancia y detecta circuitos abiertos y en corto. Hay probadores más sofisticados que determinan el valor de la capacitancia, la fuga a un voltaje específico, la absorción dieléctrica y otros valores.



(a) Medición de C con un MMD. (No todos los MMD pueden medir capacitancia)



(b) El analizador capacitor/inductor. (*Cortesía de B + K Precision*)

FIGURA 10-30 Probadores de capacitores.

10-1 Capacitancia

1. Para la figura 10-31, determine la carga en el capacitor, su capacitancia o el voltaje en él, según se aplique a cada uno de los siguientes incisos:
   a. $E = 40$ V, $C = 20$ μF
   b. $V = 500$ V, $Q = 1\,000$ μC
   c. $V = 200$ V, $C = 500$ nF
   d. $Q = 3 \times 10^{-4}$ C, $C = 10 \times 10^{-6}$ F
   e. $Q = 6$ mC, $C = 40$ μF
   f. $V = 1\,200$ V, $Q = 1.8$ mC



FIGURA 10-31

2. Repita la pregunta 1 para los siguientes valores:
   a. $V = 2.5$ kV, $Q = 375$ μC
   b. $V = 1.5$ kV, $C = 0.04 \times 10^{-4}$F
   c. $V = 150$ V, $Q = 6 \times 10^{-5}$ C
   d. $Q = 10$ μC, $C = 400$ nF
   e. $V = 150$ V, $C = 40 \times 10^{-5}$ F
   f. $Q = 6 \times 10^{-9}$ C, $C = 800$ pF
3. La carga en un capacitor de 50 μF es de 10×10^{-3} C. ¿Cuál es la diferencia de potencial entre sus terminales?
4. Cuando 10 μC de carga son puestos en un capacitor, su voltaje es de 25 V. ¿Cuál es su capacitancia?
5. Se carga un capacitor 5 μF con 150 V. Su compañero de laboratorio momentáneamente pone un resistor a través de sus terminales y drena suficiente carga para que el voltaje caiga a 84 V. ¿Cuál es la carga final del capacitor?

10-2 Factores que afectan la capacitancia

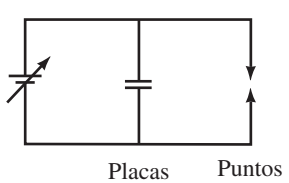
6. Un capacitor con placas circulares con un diámetro de 0.1 m y con aire como dieléctrico tiene un espaciamiento de 0.1 mm entre placas. ¿Cuál es su capacitancia?
7. Un capacitor de placas paralelas con un dieléctrico de mica tiene las siguientes dimensiones 1 cm × 1.5 cm con una separación de 0.1 mm. ¿Cuál es su capacitancia?
8. Para el capacitor del problema 7, si se quita la mica, ¿cuál es la nueva capacitancia?
9. La capacitancia de un capacitor lleno de aceite es de 200 pF. Si la separación entre las placas es de 0.1 mm, ¿cuál es el área de las placas?
10. Un capacitor de 0.01 μF tiene un dieléctrico constante de cerámica de 7 500. Si la cerámica es removida, la separación entre placas se duplica y el espacio entre las placas se llena con aceite, ¿cuál es el nuevo valor de C?
11. Un capacitor con un dieléctrico de Teflón tiene una capacitancia de 33 μF. Un segundo capacitor con dimensiones físicas idénticas pero con un dieléctrico de mylar lleva una carga de 55×10^{-4} C. ¿Cuál es su voltaje?
12. El área de las placas de un capacitor es de 4.5 in^2 y la separación entre las placas es de 5 milésimas de pulgada. Si la permitividad relativa del dieléctrico es 80, ¿cuánto vale C?

10-3 Campos eléctricos

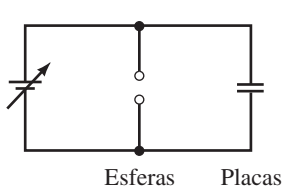
13. a. ¿Cuál es la intensidad del campo eléctrico $\mathscr{E}$ a una distancia de 1 cm de una carga de 100 mC en aceite?
    b. ¿Cuál es $\mathscr{E}$ al doble de la distancia?
14. Suponga que se aplican 150 V a un capacitor de placas paralelas de 100 pF cuyas placas están separadas por 1 mm. ¿Cuál es la intensidad del campo eléctrico $\mathscr{E}$ entre las placas?

10-4 Dieléctricos

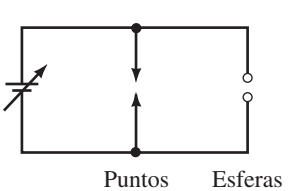
15. Un capacitor con aire como dieléctrico tiene un espaciamiento de placas de 1.5 mm. ¿Cuánto voltaje se le puede aplicar antes de que ocurra una ruptura?
16. Repita el problema 15 si el dieléctrico es de mica y las placas están espaciadas a 2 milésimas de pulgada.
17. Un capacitor con un dieléctrico de mica sufre una ruptura cuando se le aplican E volts. La mica se remueve y el espacio entre las placas se duplica. Si la ruptura ahora ocurre a 500 V, ¿cuál es el valor de E?
18. Determine a qué voltaje un capacitor de 200 nF con dieléctrico de mylar con un área de placa de 0.625 m^2 sufrirá una ruptura.
19. La figura 10-32 muestra varios espaciamientos, entre ellos se incluye un capacitor de placas paralelas, un conjunto de pequeños puntos esféricos y un par de puntos afilados. Todos los espaciamientos miden lo mismo. Conforme el voltaje se incrementa, ¿qué espaciamiento sufre ruptura en cada caso?



(a)



(b)



(c)

FIGURA 10-32 La fuente de voltaje se incrementa hasta que uno de los espaciamientos sufre ruptura. (La fuente tiene una alta resistencia interna para limitar la corriente después de la ruptura.)

20. Si se continúa aumentando el voltaje de la fuente de la figura 10-32 (a), (b) y (c) después de la ruptura del espaciamiento, ¿también habrá ruptura en el segundo de ellos? Justifique su respuesta.

10-5 Efectos no ideales

21. Un capacitor de 25 μF tiene un coeficiente de temperatura negativo de 175 ppm/ºC. ¿Por cuánto y en qué dirección podrá variar si la temperatura aumenta a 50ºC? ¿Cuál será el nuevo valor?

22. Si un capacitor de 4.7 μF cambia a 4.8 μF cuando la temperatura aumenta a 40ºC, ¿cuál es el coeficiente de temperatura?

10-7 Capacitores en paralelo y en serie

23. ¿Cuál es la capacitancia equivalente de 10, 12, 22 y 33 μF conectados en paralelo?
24. ¿Cuál es la capacitancia equivalente de 0.10 μF, 200 nF y 4.7×10^{-7} F conectados en paralelo?
25. Repita el problema 23 si los capacitores están conectados en serie.
26. Repita el problema 24 si los capacitores están conectados en serie.
27. Determine C_T para cada uno de los circuitos de la figura 10-33.

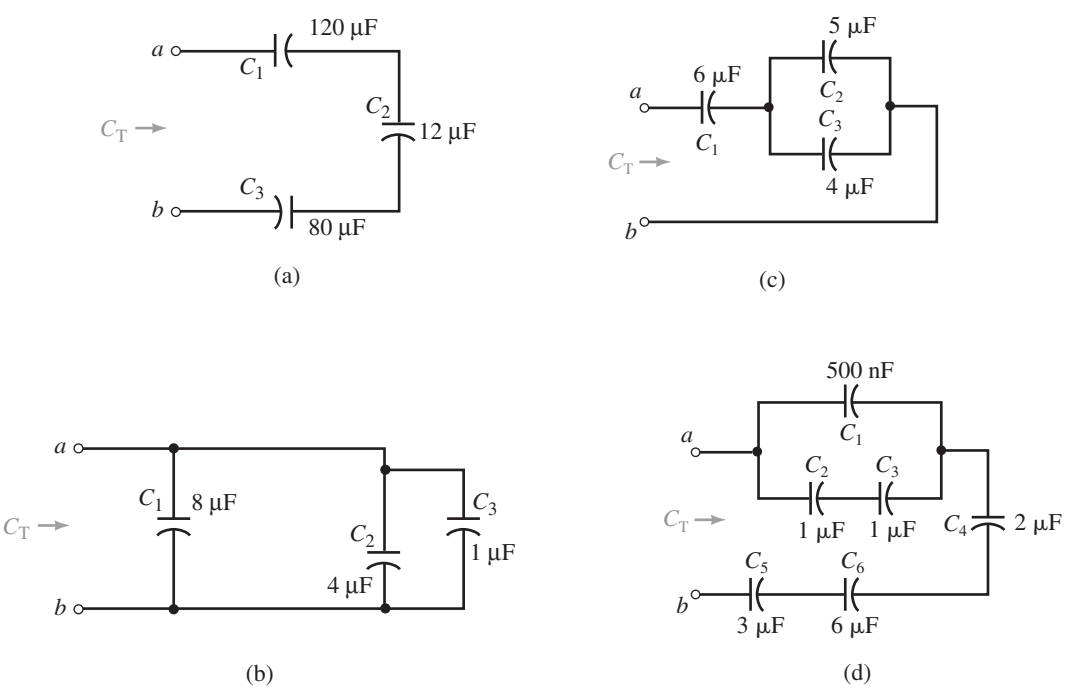
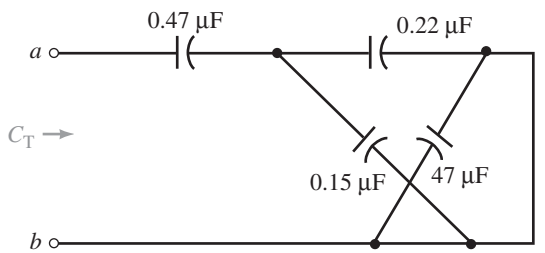


FIGURA 10-33

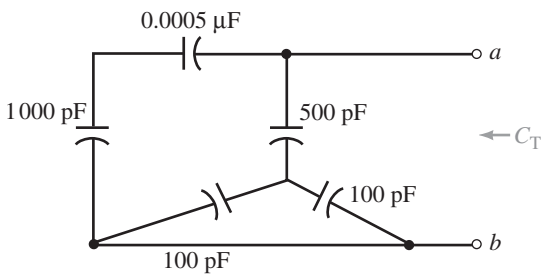
28. Determine la capacitancia total teniendo en cuenta las terminales para cada circuito de la figura 10-34.
29. Un capacitor de 30 μF se conecta en paralelo con un capacitor de 60 μF, y otro de 10 μF se conecta en serie con la combinación en paralelo. ¿Cuál es el valor de C_T?
30. Para la figura 10-35, determine C_x.

31. Para la figura 10-36, determine C_3 y C_4.

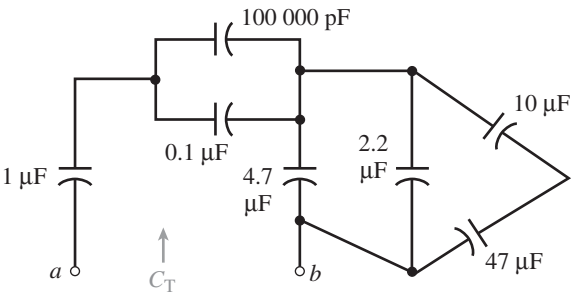
32. Para la figura 10-37, determine C_T.



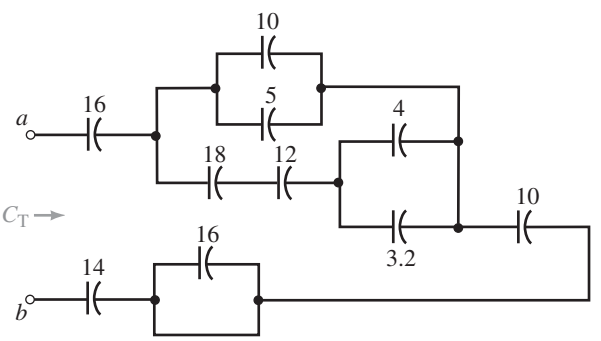
(a)



(b)



(c)



(d) Todos los valores están en μF

FIGURA 10-34

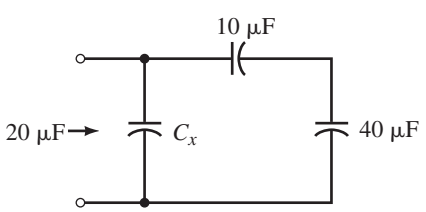


FIGURA 10-35

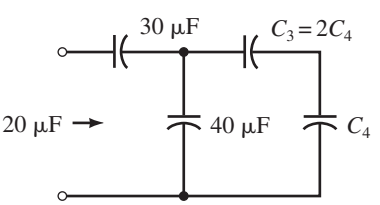


FIGURA 10-36

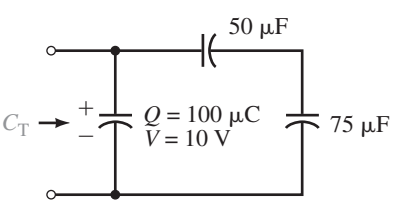


FIGURA 10-37

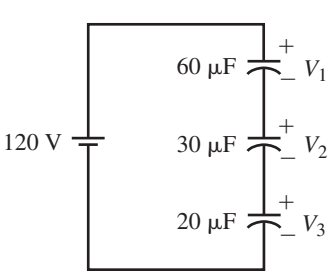


FIGURA 10-38

33. Se tienen capacitores de 22, 47, 2.2 y 10 μF. ¿Cuál es la capacitancia equivalente más grande que se puede obtener conectándolos de la manera que usted prefiera?, ¿y la más pequeña?
34. Un capacitor de 10 μF y otro de 4.7 μF se conectan en paralelo. Después de que un tercer capacitor se agrega al circuito $C_T = 2.695$ μF. ¿Cuál es el valor del tercer capacitor? ¿Cómo están conectados?
35. Considere capacitores de 1, 1.5 y 10 μF. Si $C_T = 10\text{-}6$ μF, ¿cómo están conectados los capacitores?
36. Para los capacitores del problema 35, si $C_T = 2.304$ μF, ¿cómo están conectados los capacitores?
37. Para las figuras 10-33 (c) y (d), encuentre el voltaje en cada capacitor si se aplican 100 V en las terminales *a*-*b*.
38. Utilice la regla de divisor de voltaje para encontrar el voltaje en cada capacitor de la figura 10-38.
39. Repita el problema 38 para el circuito de la figura 10-39.
40. Para la figura 10-40, $V_x = 50$ V. Determine C_x y C_T.
41. Para la figura 10-41, determine C_x.

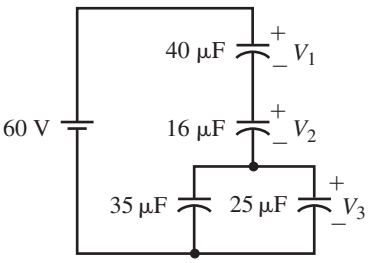


FIGURA 10-39

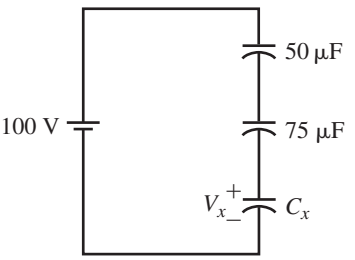


FIGURA 10-40

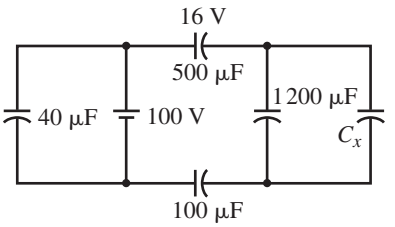


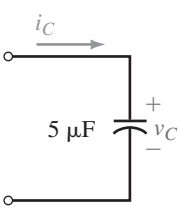
FIGURA 10-41

42. Una fuente de cd se conecta a las terminales *a-b* de la figura 10-35. Si C_x es 12 μF y el voltaje en el capacitor de 40 μF es de 80 V,

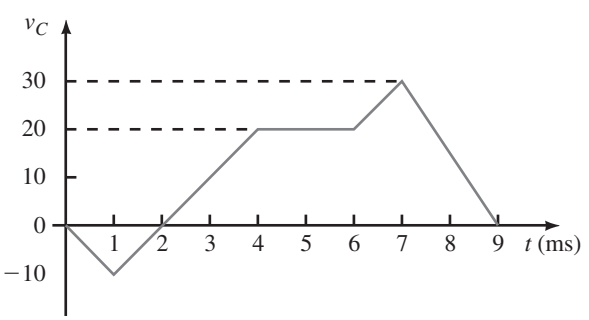
a. ¿Cuál es la fuente de voltaje?
b. ¿Cuál es la carga total en los capacitores?
c. ¿Cuál es la carga en cada capacitor?

10-8 Corriente y voltaje en el capacitor

43. El voltaje en el capacitor de la figura 10-42(a) se muestra en (b). Dibuje la corriente i_C a escala con valores numéricos.



(a)



(b)

FIGURA 10-42

44. La corriente a través de un capacitor de 1 μF se muestra en la figura 10-43. Dibuje el voltaje v_C a escala con valores numéricos. El voltaje en $t = 0$ s es de 0 V.

45. Si el voltaje en un capacitor de 4.7 μF es $v_C = 100e^{-0.05t}$ V, ¿qué valor tiene i_C?

46. La corriente a través de un capacitor de 0.1 μF es $i_C = t\,e^{-t}$ μ A. Si el voltaje del capacitor es 0 V en $t = 0$, determine la ecuación para v_C. Sugerencia: se requiere integrar la ecuación 10-20.

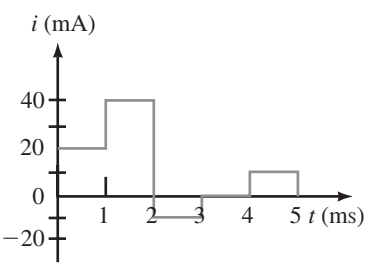


FIGURA 10-43



10-9 Energía almacenada por un capacitor

47. Para la figura 10-42 determine la energía del capacitor en cada uno de los siguientes tiempos: $t = 0$, 1, 4, 5, 7 y 9 ms.
48. Para el circuito de la figura 10-38 determine la energía almacenada en cada capacitor.

10-10 Fallas en el capacitor y solución de problemas

49. Para cada caso mostrado en la figura 10-44, ¿cuál es la falla más probable?

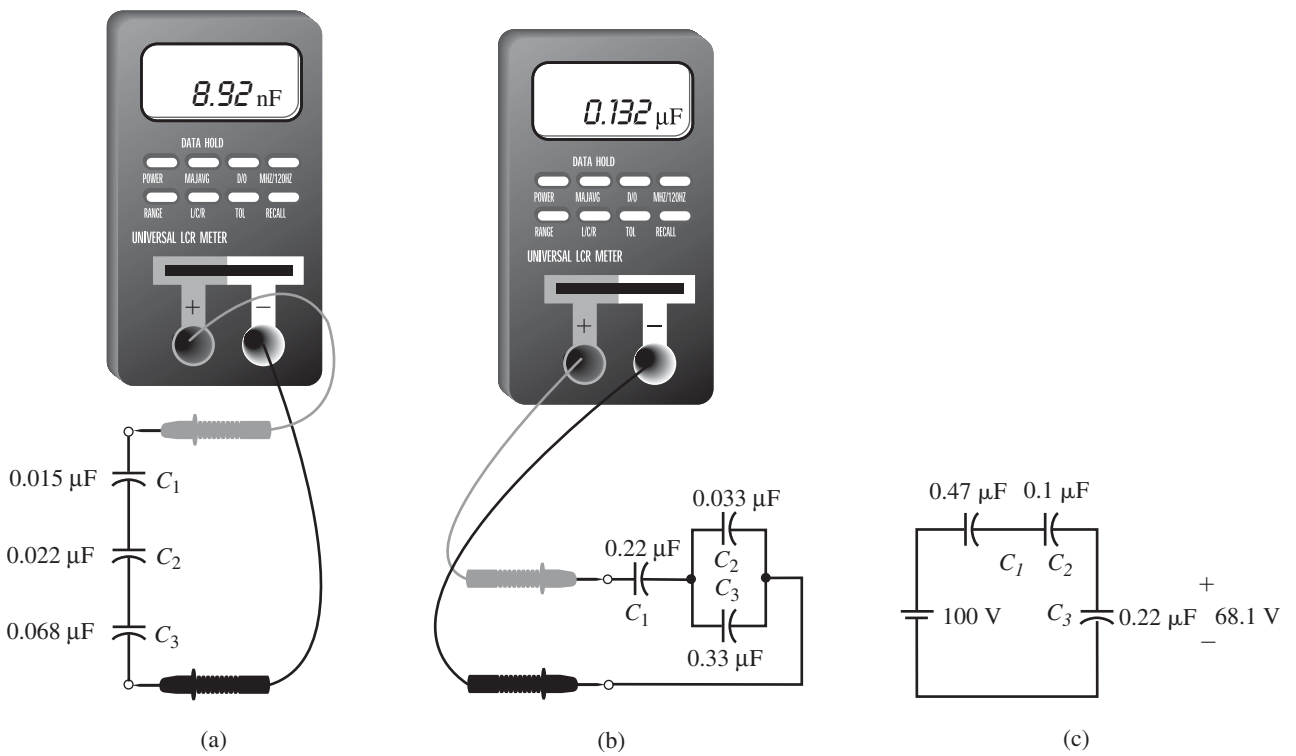


FIGURA 10-44

✓ RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 1

1. a. 2.12 nF
   b. 200 V
2. Se hace seis veces mas grande.
3. 1.1 nF
4. mica

■ TÉRMINOS CLAVE

Ancho del pulso (*tp*)
Capacitancia parásita
Carga capacitiva
Circuito diferenciador
Circuito integrador
Condiciones iniciales
Constante de tiempo ($\tau = Rc$)
Continuo/discontinuo
Curva de la constante de tiempo universal
Duración del transitorio (5τ)
Estado estable
Funciones exponenciales
Onda cuadrada
Periodo
Pulso
Tiempos de subida y bajada (t_r, t_f)
Transitorio
Tren de pulsos
Velocidad de repetición del pulso
Voltajes escalón

■ PLAN GENERAL

Introducción
Ecuaciones de carga del capacitor
Capacitor con un voltaje inicial
Ecuaciones de descarga del capacitor
Circuitos más complejos
Una aplicación de la temporización *RC*
Respuesta al pulso de circuitos *RC*
Análisis transitorio por computadora

■ OBJETIVOS

Después de estudiar este capítulo será capaz de:

- explicar por qué los transitorios ocurren en circuitos *RC*,
- explicar por qué un capacitor descargado parece como un cortocircuito cuando se energiza por primera vez,
- describir por qué un capacitor parece un circuito abierto en estado estable de cd,
- describir la carga y descarga de circuitos *RC* simples con excitación de cd,
- determinar los voltajes y corrientes en circuitos *RC* simples durante la carga y descarga,
- graficar el voltaje y transitorios de corriente,
- entender el papel que desempeñan las constantes de tiempo en determinar la duración de los transitorios,
- calcular constantes de tiempo,
- describir el uso de las formas de onda de carga y descarga en aplicaciones simples de temporización,
- calcular la respuesta al pulso de circuitos *RC* simples,
- resolver problemas simples de transitorios *RC* con PSpice y Multisim.

Carga, descarga del capacitor y circuitos formadores de onda simples

11

RESUMEN DEL CAPÍTULO

Como se vio en el capítulo 10, la figura 10-26, un capacitor no se carga de forma instantánea; en cambio, los voltajes y las corrientes toman tiempo para alcanzar sus nuevos valores. Ese tiempo depende de la capacitancia del circuito y de la resistencia con la cuál se carga: entre más grande sea la resistencia y la capacitancia, más tiempo tomará. (Condiciones similares se cumplen para la descarga). Ya que los voltajes y corrientes que existen durante la carga y la descarga son transitorios por naturaleza, se les llama **transitorios**. Los transitorios no duran mucho, por lo general sólo una fracción de segundo. Sin embargo, son importantes por varias razones, algunas de las cuales se explicarán en este capítulo.

Los transitorios ocurren en los circuitos capacitivos y en los inductivos. En los primeros ocurren debido a que el voltaje en el capacitor no puede cambiar de manera instantánea; en los segundos ocurren debido a que la corriente del inductor no puede cambiar en forma instantánea. En este capítulo se mostrarán los transitorios capacitivos; en el capítulo 14 se verán los transitorios inductivos. Como se verá, muchos de los principios básicos son los mismos. ■

RESUMEN DEL CAPÍTULO

PERSPECTIVA HISTÓRICA

Transitorios deseables e indeseables

Los transitorios ocurren en circuitos capacitivos e inductivos siempre que cambien las condiciones del circuito, por ejemplo, por la aplicación repentina de voltaje, conectar o desconectar un elemento del circuito o el mal funcionamiento de un componente. Algunos transitorios son deseables y útiles; otros ocurren en condiciones anormales y son potencialmente destructivos por naturaleza.

Un ejemplo de estos últimos es el transitorio que resulta cuando un rayo golpea una línea de potencia. Después del golpe, el voltaje de línea, que pudo haber sido de sólo algunos miles de volts antes del golpe, aumenta de manera momentánea a cientos de miles de volts o más, y luego disminuye con rapidez, mientras que la corriente, que pudo haber sido solamente de algunos cientos de amperes, de repente aumenta muchas más veces su valor normal. Aunque estos transitorios no duran mucho, pueden causar serios daños. Este es un ejemplo de un transitorio bastante severo; no obstante, ilustra que durante las condiciones del transitorio pueden surgir muchos de los problemas más difíciles de un circuito o un sistema.

Por otro lado, algunos de los efectos de los transitorios son útiles. Por ejemplo, varios dispositivos y circuitos electrónicos (como osciladores y temporizadores) utilizan como la base de su operación los efectos transitorios debidos a la carga y descarga del capacitor. ■

11-1 Introducción



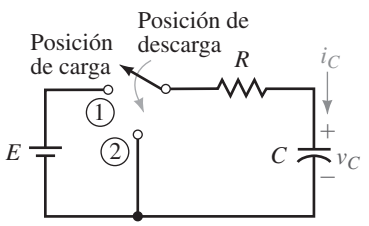
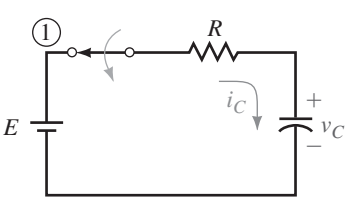


FIGURA 11-1 Circuito para estudiar la carga y descarga del capacitor. Los voltajes y corrientes transitorios resultan cuando se cierra el interruptor del circuito.

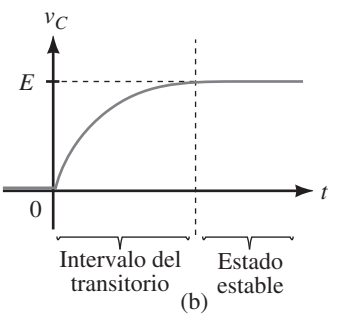
Carga del capacitor

La carga y descarga del capacitor se estudian usando el circuito simple de la figura 11-1. Se iniciará con la carga. Primero se supone que el capacitor está descargado y que el interruptor está abierto. Ahora se mueve el interruptor a la posición de carga, véase figura 11-2(a); en el instante en que el interruptor se cierra la corriente salta a E/R amperes y luego disminuye a cero, mientras el voltaje, que es cero en el instante en el que el interruptor está cerrado, aumenta de manera gradual a E volts. Esto se muestra en (b) y (c). La forma de estas curvas se explica fácilmente.

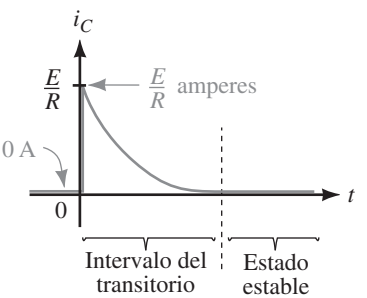
Primero considere el voltaje. Para cambiar el voltaje en el capacitor, los electrones deben moverse de una placa a la otra. Aun para un capacitor relativamente pequeño, deben moverse miles de millones de electrones y esto toma su tiempo. En consecuencia, *el voltaje del capacitor no puede cambiar instantáneamente, es decir, no puede saltar en forma abrupta de un valor a otro*. En cambio, sube gradual y suavemente como se ilustra en la figura 11-2(b). Dicho de otra manera, el voltaje del capacitor debe ser **continuo** en todo momento.



(a)



(b)

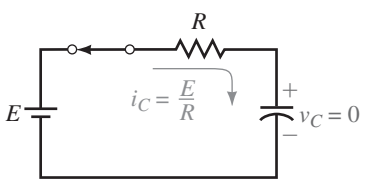


(c)

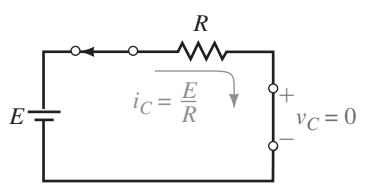
FIGURA 11-2 Voltaje y corriente de un capacitor durante el proceso de carga. El tiempo $t = 0$ se define como el instante en el que el interruptor se mueve a la posición de carga. El capacitor inicialmente está descargado.

Ahora considere la corriente. El movimiento de los electrones mencionado es una corriente. Como se indica en la figura 11-2(c), la corriente salta en forma abrupta de 0 a E/R amperes, es decir, la corriente es **discontinua**. Para entender por qué, considere la figura 11-3(a). Ya que el voltaje del capacitor no puede cambiar instantáneamente, su valor después de que el interruptor se cierra será el mismo que tenía justo antes de que el interruptor se cerrara, esto es 0 V. Ya que el voltaje en el capacitor después de que se cierra el interruptor es cero (aun cuando hay corriente a través de él), *aparece momentáneamente como un cortocircuito*. Esto se indica en (b). La anterior es una observación importante y válida en general, esto es, *un capacitor descargado aparece como un cortocircuito en el instante de conmutación*. Al aplicar la ley de Ohm se obtiene $i_C = E/R$ amperes. Esto concuerda con lo que se indica en la figura 11-2(c).

Finalmente, observe el extremo de la curva de corriente de la figura 11-2(c). Ya que el dieléctrico entre las placas del capacitor es un aislante, la corriente no puede pasar a través de él. Esto significa que la corriente en el circuito, la cual se debe por completo al movimiento de electrones de una placa a la otra a través de la batería, debe disminuir a cero conforme el capacitor se carga.



(a) Así se ve el circuito después de que el interruptor se mueve a la posición de carga; v_C aún es cero

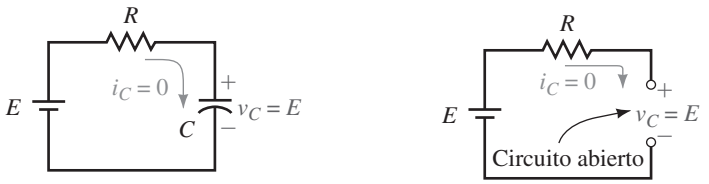


(b) Ya que $v_C = 0$, $i_C = E/R$

FIGURA 11-3 Un capacitor descargado parece un cortocircuito en el instante en que se cierra el interruptor.

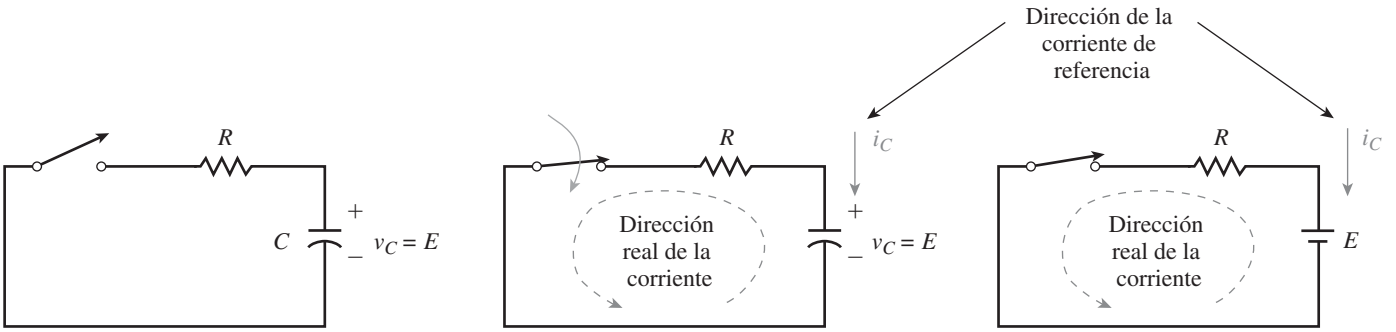
Condiciones de estado estable

Cuando el voltaje y la corriente del capacitor alcanzan sus valores finales y dejan de cambiar (figuras 11-2(b) y (c)), se dice que el circuito está en estado estable. La figura 11-4(a) muestra el circuito después que ha alcanzado el estado estable. Observe que $v_C = E$ e $i_C = 0$. Ya que el capacitor tiene voltaje en él pero no pasa corriente, parece un circuito abierto, como se indica en (b).



(a) $v_C = E$ e $i_C = 0$ (b) Circuito equivalente para el capacitor

FIGURA 11-4 Circuito de carga después que se ha alcanzado el estado estable. Ya que el capacitor tiene voltaje pero no corriente, parece un circuito abierto en estado estable de cd.



(a) Voltaje $v_C = E$ antes de que el interruptor se cierre

(b) Inmediatamente después que el interruptor se cierra, v_C aún es igual a E

(c) Por tanto, el capacitor parece momentáneamente una fuente de voltaje. Con la ley de Ohm se obtiene $i_C = -E/R$

FIGURA 11-5 El capacitor cargado parece una fuente de voltaje en el instante que se cierra el interruptor. La corriente es negativa ya que es opuesta en dirección a la flecha de referencia de la corriente.

La anterior también es una observación importante y válida en general, esto es, *un capacitor parece un circuito abierto mientras está en estado estable de cd*.

Descarga del capacitor

Ahora considere el caso de la descarga en las figuras 11-5 y 11-6. Primero, se supone que el capacitor se carga a E volts y que el interruptor está abierto, véase la figura 11-5(a). Ahora se cierra el interruptor; ya que el capacitor tiene E volts justo antes que el interruptor se cierre, y ya que el voltaje no puede cambiar de manera instantánea, aún tendrá E volts justo después que se cierre el interruptor, esto se indica en (b). Por tanto, el capacitor parece momentáneamente una fuente de voltaje, (c) y entonces la corriente salta inmediatamente a $-E/R$ amperes. (Observe que la corriente es negativa porque es opuesta en dirección a la flecha de referencia.) El voltaje y la corriente entonces disminuyen a cero como se indica en la figura 11-6.

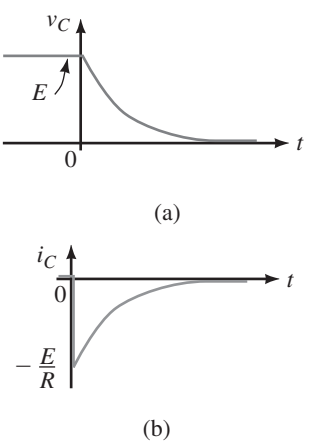


FIGURA 11-6 El voltaje y la corriente durante la descarga. El tiempo $t = 0$ s se define como el instante en el que el interruptor se mueve a la posición de descarga.

EJEMPLO 11-1

En la figura 11-1, $E = 40$ V, $R = 10\ \Omega$, y el capacitor está inicialmente descargado. El interruptor se mueve a la posición de carga y se permite que el capacitor se cargue totalmente. Entonces el interruptor se mueve a la posición de descarga y se deja que el capacitor se descargue totalmente. Grafique los voltajes y las corrientes y determine los valores en el instante que se cierra el interruptor y en estado estable.

Solución Las curvas de corriente y voltaje se muestran en la figura 11-7. Al inicio $i = 0$ A ya que el interruptor está abierto. Inmediatamente después se mueve a la posición de carga, la corriente salta a $E/R = 40$ V/10 $\Omega = 4$ A; luego disminuye a

cero. Al mismo tiempo, v_C inicia en 0 V y se incrementa a 40 V. Cuando el interruptor se mueve a la posición de descarga, el capacitor parece momentáneamente como una fuente de 40 V y la corriente salta a un valor negativo de -40 V/10 Ω $= -4$ A; luego disminuye a cero. Al mismo tiempo, v_C también decae a cero.

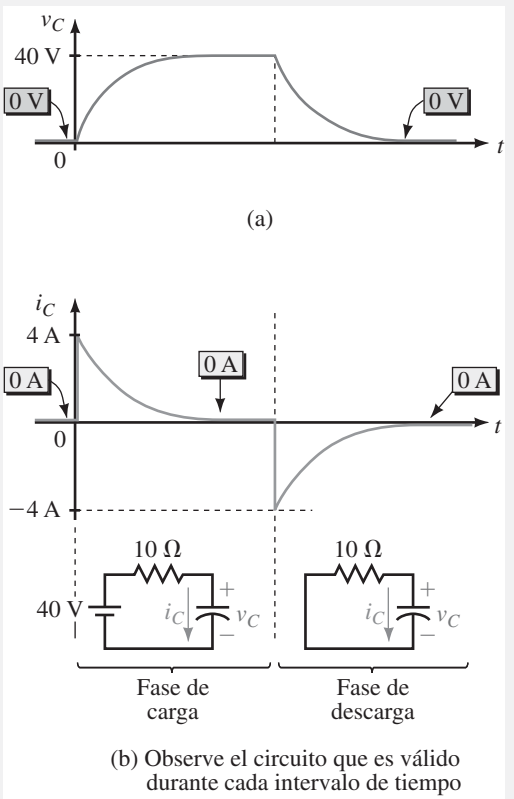


FIGURA 11-7 Un ejemplo de carga y descarga.

NOTAS . . .

El que $v_C(0^+) = v_C(0^-)$ es en realidad una declaración de continuidad para el voltaje del capacitor. Si el cierre del interruptor ocurre en algún tiempo diferente de $t = 0$ s, se cumple una declaración similar. Por ejemplo, si la conmutación ocurre en $t = 20$ s, la declaración de continuidad se vuelve $v_C(20^+) = v_C(20^-)$. Ya que la corriente no es continua, entonces $i_C(0^+) \neq i_C(0^-)$, etc.

El significado de tiempo en el análisis transitorio

El tiempo t que se usa en el análisis transitorio se mide desde el instante que se cierra el interruptor; entonces, $t = 0$ en la figura 11-2 se define como el instante en que el interruptor se mueve a la posición de carga, mientras que en la figura 11-6 se define como el instante en que el interruptor se mueve a la posición de descarga. Después de la conmutación, los voltajes y corrientes pueden representarse como $v_C(t)$ e $i_C(t)$. Por ejemplo, el voltaje en un capacitor en $t = 0$ puede denotarse como $v_C(0)$, mientras que el voltaje en $t = 10$ ms se denota como v_C, (10 ms), etcétera.

Cuando una cantidad es discontinua, como en el caso de la corriente de la figura 11-2(c), surge un problema. Ya que su valor está cambiando en $t = 0$ s, $i_C(0)$ no puede ser definida. Para superar este problema, se definen dos valores en 0 s. Se define $t = 0^-$ s como $t = 0$ s justo antes de que se cierre el interruptor y $t = 0^+$ como $t = 0$ s justo después del cierre del interruptor. En la figura 11-2(c), por tanto, $i_C(0^-) = 0$ A mientras $i_C(0^+) = E/R$ amperes. Para la figura 11-6, $i_C(0^-) = 0$ A e $i_C(0^+) = -E/R$ amperes. Observe que $v_C(0^+) = v_C(0^-)$, véase la nota.

Funciones exponenciales

Como se demostrará pronto, las formas de onda de las figuras 11-2 y 11-6 son exponenciales y varían de acuerdo con e^{-x} o $(1 - e^{-x})$, donde e es la base del

logaritmo natural. Por fortuna, las funciones exponenciales son fáciles de evaluar con calculadoras modernas mediante la función e^x. Se requerirá ser capaz de evaluar tanto e^{-x} como $(1 - e^{-x})$ para cualquier valor de x. La tabla 11-1 muestra una tabulación de valores para ambas funciones. Observe que conforme x se hace más grande, e^{-x} disminuye y se aproxima a cero, mientras que $(1 - e^{-x})$ se hace más grande y se aproxima a 1. Estas observaciones serán importantes en lo que sigue.

TABLA 11-1 Tabla de exponenciales

x	e^{-x}	$1 - e^{-x}$
0	1	0
1	0.3679	0.6321
2	0.1353	0.8647
3	0.0498	0.9502
4	0.0183	0.9817
5	0.0067	0.9933

PROBLEMAS PRÁCTICOS 1

1. Use su calculadora y verifique los valores de la tabla 11-1. Asegúrese de cambiar el signo de x antes de usar la función e^x. Tenga en cuenta que $e^{-0} = e^0 = 1$ ya que cualquier cantidad elevada a la potencia cero es uno.
2. Grafique los valores calculados y verifique que las curvas son como las que se muestran en las figuras 11-2(b) y (c).
3. Suponga que el interruptor de la figura 11-7 se mueve a la posición de descarga en $t = 10$ ms. ¿Cuál es el valor de $i_C(10\ \text{ms}^-)$ e $i_C(10\ \text{ms}^+)$? ¿Cuál es la declaración de continuidad para v_C?

Respuestas

3. $i_C(10\ \text{ms}^-) = 0\ \text{A}$; $i_C(10\ \text{ms}^+) = -4\ \text{A}$; $v_C(10\ \text{ms}^+) = v_C(10\ \text{ms}^-) = 40\ \text{V}$

11-2 Ecuaciones de carga del capacitor

Ahora se desarrollan las ecuaciones para los voltajes y la corriente durante la carga. Considere la figura 11-8, con la LVK se obtiene

$$v_R + v_C = E \tag{11-1}$$

Pero $v_R = Ri_C$ e $i_C = Cdv_C/dt$ (ecuación 10-20). Entonces, $v_R = RCdv_C/dt$. Al sustituir esto en la ecuación 11-1 se obtiene

$$RC\frac{dv_C}{dt} + v_C = E \tag{11-2}$$

La ecuación 11-2 puede resolverse al despejar v_C y usar cálculo básico (véase ∫). El resultado es

$$v_C = E(1 - e^{-t/RC}) \tag{11-3}$$

donde R está en ohms, C en farads, t en segundos y $e^{-t/RC}$ es la función exponencial que se analizó antes. El producto RC tiene unidades de segundos. (Esto se deja como un ejercicio para que el estudiante lo demuestre.)

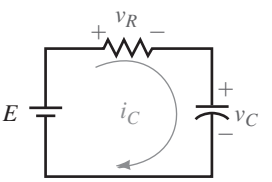


FIGURA 11-8 El circuito para el caso de carga. El capacitor está inicialmente descargado.

Resolución de la ecuación 11-2 (deducción opcional, vea las notas)

∫

Primero, reordene la ecuación 11-2:

$$\frac{dv_C}{dt} = \frac{1}{RC}(E - v_C)$$

Se reordena de nuevo:

$$\frac{dv_C}{E - v_C} = \frac{dt}{RC}$$

Ahora se multiplican ambos lados por -1 y se integra.

$$\int_0^{v_C} \frac{dv_C}{v_C - E} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt$$

$$\left[\ln(v_C - E)\right]_0^{v_C} = \left[-\frac{t}{RC}\right]_0^t$$

NOTAS . . .

Los problemas opcionales y las deducciones en las que se usa cálculo están marcados con un icono ∫. Pueden omitirse sin pérdida de continuidad para quienes no sepan del cálculo.

Enseguida se sustituyen los límites de la integración,

$$\ln(v_C - E) - \ln(-E) = -\frac{t}{RC}$$

$$\ln\left(\frac{v_C - E}{-E}\right) = -\frac{t}{RC}$$

Finalmente, se aplica el logaritmo inverso en ambos lados, entonces,

$$\frac{v_C - E}{-E} = e^{-t/RC}$$

Cuando se reordena, se obtiene la ecuación 11-3, esto es

$$v_C = E(1 - e^{-t/RC})$$

Ahora considere el voltaje del resistor. A partir de la ecuación 11-1, $v_R = E - v_C$. Al sustituir v_C de la ecuación 11-3 se obtiene $v_R = E - E(1 - e^{-t/RC}) = E - E + Ee^{-t/RC}$. Después de la cancelación se llega a

$$v_R = Ee^{-t/RC} \qquad \textbf{(11-4)}$$

Ahora se dividen ambos lados por R. Ya que $i_C = i_R = v_R/R$, esto produce

$$i_C = \frac{E}{R}e^{-t/RC} \qquad \textbf{(11-5)}$$

Las formas de onda se muestran en la figura 11-9, los valores en cualquier instante se pueden determinar por sustitución.

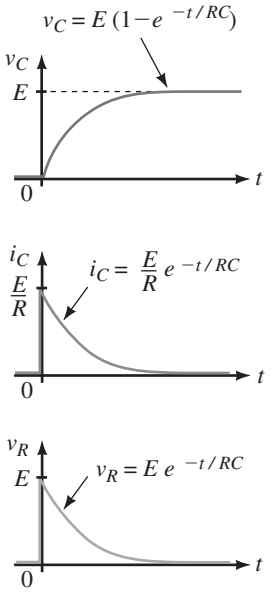


FIGURA 11-9 Curvas para el circuito de la figura 11-8.

EJEMPLO 11-2

Suponga $E = 100$ V, $R = 10$ kΩ y $C = 10$ μF:

a. Determine la expresión para v_C.
b. Determine la expresión para i_C.
c. Calcule el voltaje del capacitor en $t = 150$ ms.
d. Calcule la corriente del capacitor en $t = 150$ ms.
e. Localice los puntos calculados en las curvas.

Solución

a. $RC = (10 \times 10^3\ \Omega)(10 \times 10^{-6}\ \text{F}) = 0.1$ s. A partir de la ecuación 11-3, $v_C = E(1 - e^{-t/RC}) = 100(1 - e^{-t/0.1}) = 100(1 - e^{-10t})$ V.

b. A partir de la ecuación 11-5, $i_C = (E/R)e^{-t/RC} = (100\ \text{V}/10\ \text{k}\Omega)e^{-10t} = 10e^{-10t}$ mA.

c. En $t = 0.15$ s, $v_C = 100(1 - e^{-10t}) = 100(1 - e^{-10(0.15)}) = 100(1 - e^{-1.5}) = 100(1 - 0.223) = 77.7$ V.

d. $i_C = 10e^{-10t}$ mA $= 10e^{-10(0.15)}$ mA $= 10e^{-1.5}$ mA $= 2.23$ mA.

e. Los puntos correspondientes se muestran en la figura 11-10.

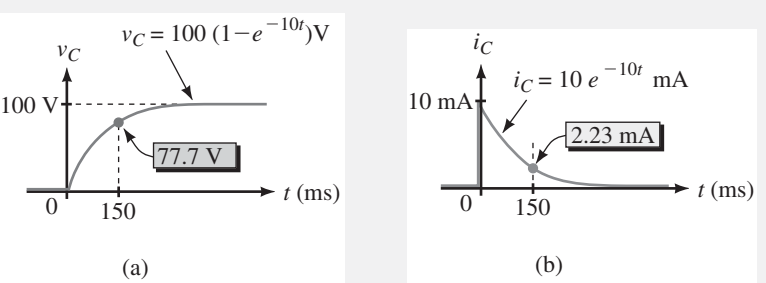


FIGURA 11-10 Los puntos calculados se grafican en las curvas v_C e i_C.

MULTISIM

En el ejemplo anterior se expresó el voltaje como $v_C = 100(1 - e^{-t/0.1})$ y como $100(1 - e^{-10t})$ V. de manera similar, la corriente puede expresarse como $i_C = 10e^{-t/0.1}$ o como $10e^{-10t}$ mA. Aunque algunas personas prefieren una notación más que otra, ambas son correctas y el lector puede usarlas de manera indistinta.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 2

1. Determine los puntos adicionales de voltaje y corriente para la figura 11-10, calcule los valores de v_C e i_C en valores de tiempo desde $t = 0$ s hasta $t = 500$ ms en intervalos de 100 ms. Grafique los resultados.
2. El interruptor de la figura 11-11 se cierra en $t = 0$ s. Si $E = 80$ V, $R = 4$ kΩ y $C = 5$ μF, determine las expresiones para v_C e i_C. Grafique los resultados desde $t = 0$ s hasta $t = 100$ ms en intervalos de 20 ms. Observe que la carga toma menos tiempo aquí que en el problema 1.

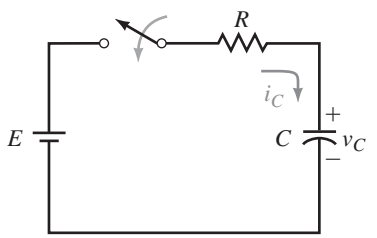


FIGURA 11-11

Respuestas

1.

t(ms)	v_C(V)	i_C(mA)
0	0	10
100	63.2	3.68
200	86.5	1.35
300	95.0	0.498
400	98.2	0.183
500	99.3	0.067

2. $80(1 - e^{-50t})$V $20e^{-50t}$ mA

t(ms)	v_C(V)	i_c(mA)
0	0	20
20	50.6	7.36
40	69.2	2.70
60	76.0	0.996
80	78.6	0.366
100	79.4	0.135

EJEMPLO 11-3

Para el circuito de la figura 11-11, $E = 60$ V, $R = 2$ kΩ y $C = 25$ μF. El interruptor está cerrado en $t = 0$ s, se abre 40 ms después y se deja abierto. Determine las ecuaciones para el voltaje y la corriente del capacitor y grafíquelas.

Solución $RC = (2\text{ k}\Omega)(25\ \mu\text{F}) = 50$ ms. En tanto el interruptor está cerrado (es decir, desde $t = 0$ s hasta 40 ms), se cumplen las siguientes ecuaciones:

$$v_C = E\,(1 - e^{-t/RC}) = 60(1 - e^{-t/50\text{ ms}})\text{ V}$$

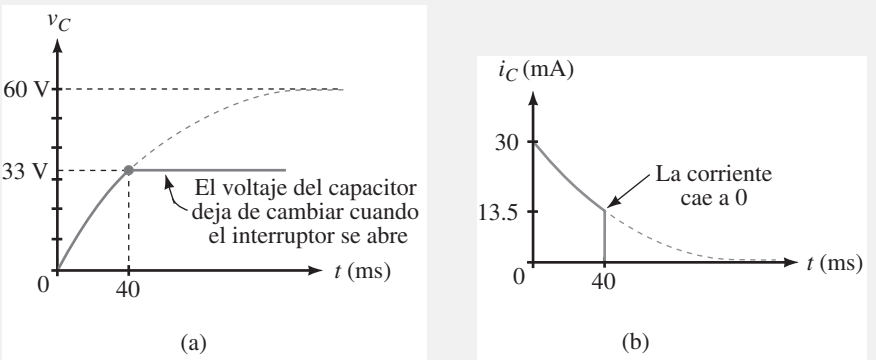
$$i_C = (E/R)e^{-t/RC} = 30e^{-t/50\text{ ms}}\text{ mA}$$

El voltaje inicia en 0 V y aumenta exponencialmente, en $t = 40$ ms, el interruptor se abre, interrumpiendo la carga. En este instante, $v_C = 60(1 - e^{-(40/50)}) = 60(1 - e^{-0.8}) = 33.0$ V. Ya que el interruptor se deja abierto, el voltaje permanece constante en 33 V a partir de entonces, como se indica en la figura 11-12. (La curva punteada muestra cómo seguiría subiendo el voltaje si el interruptor hubiera permanecido cerrado.)

Ahora considere la corriente. La corriente inicia en 30 mA y disminuye a $i_C = 30e^{-(40/50)}$ mA = 13.5 mA en $t = 40$ ms. En este punto, el interruptor se abre y la corriente cae instantáneamente a cero. (La línea punteada muestra cómo la corriente seguiría disminuyendo si el interruptor no hubiera sido abierto.)

NOTAS . . .

Conforme avance a través de los ejemplos y problemas de este capítulo, algunas veces encontrará que no puede simplemente sustituir números en las ecuaciones para obtener la solución correcta, de hecho, tiene que razonar el procedimiento a través de varios pasos. Esto puede verse en este ejemplo donde la conmutación prematura detiene la carga.



MULTISIM

FIGURA 11-12 Carga incompleta. El interruptor de la figura 11-11 fue abierto en $t =$ 40 ms, causando que la carga cese.

La constante de tiempo

La velocidad a la cual un capacitor se carga depende del producto de R y C, al cual se le conoce como la **constante de tiempo** del circuito y se representa con el símbolo τ (la letra griega tau). Como se indicó antes, RC tiene unidades de segundos. Entonces,

$$\tau = RC \text{ (segundos, s)} \tag{11-6}$$

Usando τ, las ecuaciones 11-3 a 11-5 se pueden escribir como

$$v_C = E(1 - e^{-t/\tau}) \tag{11-7}$$

$$i_C = \frac{E}{R}e^{-t/\tau} \tag{11-8}$$

y

$$v_R = Ee^{-t/\tau} \tag{11-9}$$

Duración de un transitorio

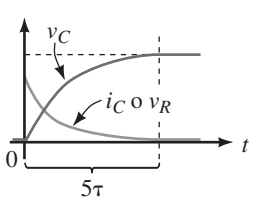


FIGURA 11-13 Los transitorios duran cinco constantes de tiempo.

El tiempo que dura un transitorio depende de la función exponencial $e^{-t/\tau}$. Conforme t se incrementa $e^{-t/\tau}$ disminuye, y cuando llega a cero, el transitorio ha terminado. En teoría, esto toma un tiempo infinito. Sin embargo, en la práctica, cerca de 99% de la transición ocurre durante las primeras cinco constantes de tiempo (es decir, los transitorios están dentro de 1% de su valor final en t = 5 τ). Esto puede verificarse por sustitución directa. En $t = 5\ \tau$, $v_C = E(1 - e^{-t/\tau}) = E(1 - e^{-5}) = E(1 - 0.0067) = 0.993E$, lo que significa que el transitorio ha alcanzado 99.3% de su valor final. De manera similar, la corriente cae a un 1% de su valor final en cinco constantes de tiempo. Por tanto, *para propósitos prácti-*

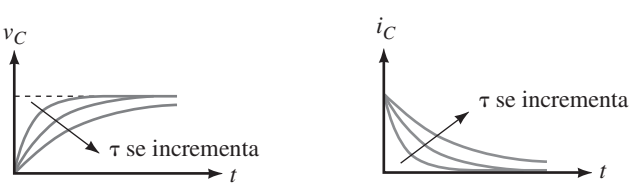


FIGURA 11-14 Se ilustra cómo el voltaje y la corriente en un circuito RC son afectados por su constante de tiempo. Entre mayor es la constante de tiempo, más tiempo tarda el capacitor en cargarse.

cos, se puede considerar que los transitorios duran solo cinco constantes de tiempo (figura 11-13). La figura 11-14 resume como los voltajes y las corrientes transitorios son afectados por la constante de tiempo de un circuito, entre mayor es ésta, mayor es la duración del transitorio.

EJEMPLO 11-4

Para el circuito de la figura 11-11, ¿cuánto tiempo tardará el capacitor en cargarse si $R = 2\ \text{k}\Omega$ y $C = 10\ \mu\text{F}$?

Solución $\tau = RC = (2\ \text{k}\Omega)(10\ \mu\text{F}) = 20$ ms. Por tanto, el capacitor se carga en $5\ \tau = 100$ ms.

EJEMPLO 11-5

El transitorio en un circuito con $C = 40\ \mu\text{F}$ dura 0.5 s. ¿Cuál es el valor de R?

Solución $5\ \tau = 0.5$ s. Entonces, $\tau = 0.1$ s y $R = \tau/C = 0.1\ \text{s}/(40 \times 10^{-6}\ \text{F}) = 2.5\ \text{k}\Omega$.

Curvas de la constante de tiempo universal

Ahora se graficarán el voltaje y la corriente del capacitor con sus ejes de tiempo con escalas de múltiplos de τ y sus ejes verticales con escalas porcentuales. Los resultados, en la figura 11-15, son **curvas de la constante de tiempo universal**.

Los puntos se calculan a partir de $v_C = 100(1 - e^{-t/\tau})$ e $i_C = 100e^{-t/\tau}$. Por ejemplo, en $t = \tau$, $v_C = 100(1 - e^{-t/\tau}) = 100(1 - e^{-\tau/\tau}) = 100(1 - e^{-1}) = 63.2$ V, es decir, 63.2% e $i_C = 100e^{-\tau/\tau} = 100e^{-1} = 36.8$ A, la cual es 36.8%, etc. Estas curvas proporcionan un método fácil para determinar los voltajes y las corrientes con un mínimo de cálculos.

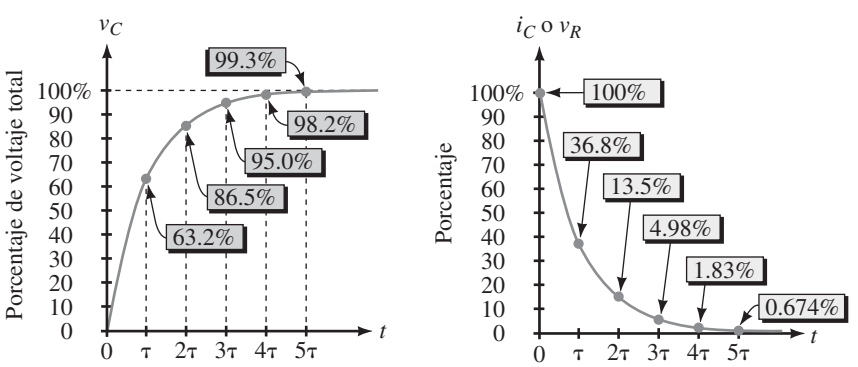


FIGURA 11-15 Curvas de voltaje y corriente universales para los circuitos *RC*.

EJEMPLO 11-6

Use la figura 11-15 para calcular v_C e i_C en dos constantes de tiempo en la carga para un circuito con $E = 25$ V, $R = 5\ \text{k}\Omega$ y $C = 4\ \mu\text{F}$. ¿Cuál es el valor de tiempo correspondiente?

Solución En $t = 2\ \tau$, v_C es igual a 86.5% de E o 0.865(25 V) = 21.6 V; de manera similar, $i_C = 0.135I_0 = 0.135\ (E/R) = 0.675$ mA. Estos valores ocurren en $t = 2\ \tau = 2RC = 40$ ms.

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 1

(Las respuestas están al final del capítulo)

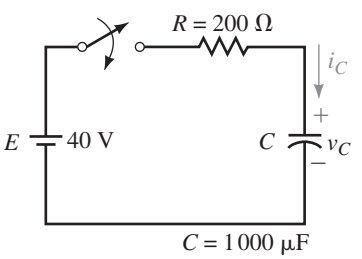


FIGURA 11-16

1. Si el capacitor de la figura 11-16 está descargado, ¿cuál es la corriente inmediatamente después de cerrar el interruptor?
2. Dada $i_C = 50e^{-20t}$ mA
   a. ¿Cuánto vale τ?
   b. Calcule la corriente en $t = 0^+$ s, 25 ms, 50 ms, 75 ms, 100 ms y 250 ms y trace la curva. Verifique la respuesta usando las curvas de la constante de tiempo universal.
3. Dado $v_C = 100(1 - e^{-50t})$ V, calcule v_C en los mismos puntos que el problema 2 y trace las curvas.
4. Para la figura 11-16, determine las expresiones para v_C e i_C. Calcule el voltaje y la corriente del capacitor en $t = 0.6$ s. verifique sus respuestas usando las curvas de la constante de tiempo universal.
5. Vea la figura 11-10:

a. ¿Cuáles son los valores de $v_C(0^-)$ e $v_C(0^+)$?

b. ¿Cuáles son los valores de $i_C(0^-)$ e $i_C(0^+)$?

c. ¿Cuánto valen el voltaje y la corriente en estado estable?

6. Para el circuito de la figura 11-11, la corriente justo después de que el interruptor se cierra es de 2 mA. El transitorio dura 40 ms y el capacitor se carga a 80 V. Determine E, R y C.

11-3 Capacitor con un voltaje inicial

Suponga que un capacitor se ha cargado previamente y que no ha sido descargado, razón por la cual aún tiene un voltaje en él. Dicho voltaje se denota como V_0. Si el capacitor se coloca ahora en un circuito como el de la figura 11-16, el voltaje y la corriente durante la carga se verán afectados por el voltaje inicial. En este caso, las ecuaciones 11-7 y 11-8 cambian a

$$v_C = E + (V_0 - E)e^{-t/\tau} \tag{11-10}$$

$$i_C = \frac{E - V_0}{R} e^{-t/\tau} \tag{11-11}$$

Surgen algunos comentarios acerca de estas ecuaciones. Considere la ecuación 11-10; cuando se fija $t = 0$, se obtiene $v_C = E + (V_0 - E) = V_0$, lo cual concuerda con la afirmación de que el capacitor estaba inicialmente cargado a V_0. Si ahora se establece $t = \infty$, se obtiene $v_C = E$ lo cual confirma que el capacitor se carga a E volts como se esperaba. Considere la ecuación 11-11; cuando se fija $t = 0$, se obtiene $i_C = (E - V_0)/R$. Recuerde que un capacitor inicialmente cargado parece una fuente de voltaje (véase la figura 11-5(c)), se puede ver que si se reemplaza C en la figura 11-16 con una fuente V_0, la corriente en $t = 0$ será $(E - V_0)/R$ como se hace notar. Observe también que esto vuelve a las ecuaciones 11-7 y 11-8 cuando se establece $V_0 = 0$ V.

EJEMPLO 11-7

Suponga que el capacitor de la figura 11-16 tiene 25 volts con la polaridad que se muestra en el momento en que el interruptor se cierra.

a. Determine la expresión para v_C.
b. Determine la expresión para i_C.
c. Calcule v_C e i_C en $t = 0.1$ s.
d. Grafique v_C e i_C.

Solución $\tau = RC = (200\ \Omega)(1\ 000\ \mu\text{F}) = 0.2$ s

a. A partir de la ecuación 11-10,

$$v_C = E + (V_0 - E)e^{-t/\tau} = 40 + (25 - 40)e^{-t/0.2} = 40 - 15e^{-5t}\ \text{V}$$

b. A partir de la ecuación 11-11,

$$i_C = \frac{E - V_0}{R} e^{-t/\tau} = \frac{40 - 25}{200} e^{-5t} = 75e^{-5t}\ \text{mA}$$

c. En $t = 0.1$ s,

$$v_C = 40 - 15e^{-5t} = 40 - 15e^{-0.5} = 30.9\ \text{V}$$
$$i_C = 75e^{-5t}\ \text{mA} = 75e^{-0.5}\ \text{mA} = 45.5\ \text{mA}$$

d. Las formas de onda se muestran en la figura 11-17 con los puntos que se obtuvieron antes.

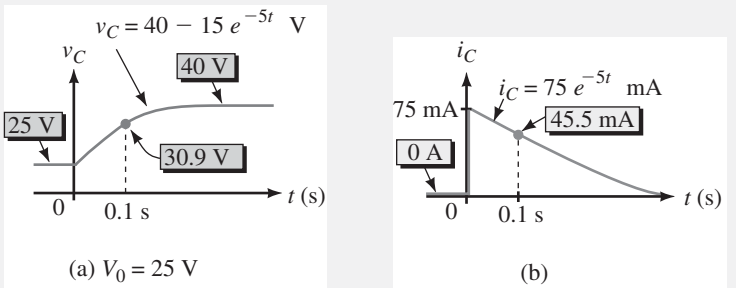


FIGURA 11-17 Capacitor con un voltaje inicial.

MULTISIM

PROBLEMAS PRÁCTICOS 3

1. Para el ejemplo 11-7, calcule el voltaje y la corriente en $t = 0.25$ s.
2. Repita el ejemplo 11-7 para el circuito de la figura 11-16 si $V_0 = -150$ V.

Respuestas

1. 35.7 V, 21.5 mA
2. a. $40 - 190e^{-5t}$ V
   b. $0.95e^{-5t}$ A
   c. −75.2 V; 0.576 A
   d. Las curvas son similares a la figura 11-17 excepto que v_C inicia en −150 V y aumenta a 40 V mientras i_C inicia en 0.95 A y disminuye a cero.

11-4 Ecuaciones de descarga del capacitor

Para determinar las ecuaciones de descarga, se mueve el interruptor a la posición de descarga (figura 11-18). (Observe con cuidado la dirección de referencia para la corriente i_C.) La LVK da $v_R + v_C = 0$. Al sustituir $v_R = RCdv_C/dt$ de la sección 11-2 se obtiene

$$RC\frac{dv_C}{dt} + v_C = 0 \qquad \textbf{(11-12)}$$

Esta se puede resolver al despejar v_C y usar cálculo básico. El resultado es

$$v_C = V_0 e^{-t/RC} \qquad \textbf{(11-13)}$$

donde V_0 es el voltaje en el capacitor en el instante en que el interruptor se mueve a la posición de descarga. Ahora considere el voltaje en el resistor. Ya que $v_R + v_C = 0$, $v_R = -v_C$ y

$$v_R = -V_0 e^{-t/RC} \qquad \textbf{(11-14)}$$

Ahora se dividen ambos lados por R, y ya que $i_C = i_R = v_R/R$

$$i_C = -\frac{V_0}{R} e^{-t/RC} \qquad \textbf{(11-15)}$$

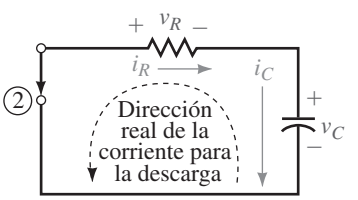
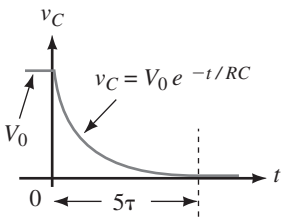


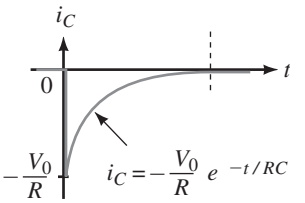
FIGURA 11-18 Caso de descarga. El voltaje inicial del capacitor es V_0. Observe la referencia para i_C. (Para asegurar la convención de referencia estándar voltaje/corriente, i_C debe dibujarse en esta dirección de manera que el signo + para v_C esté en la cola de la flecha de corriente.) Ya que la dirección de corriente real es opuesta a la dirección de referencia, i_C será negativa. Esto se indica en la figura 11.19(b).

Observe que ésta es negativa debido a que durante la descarga la corriente real es opuesta en dirección a la flecha de referencia de la figura 11-18. El voltaje v_C y la corriente i_C se muestran en la figura 11-19. Como en el caso de la carga, *el transitorio de descarga dura cinco constantes de tiempo*. También se pueden escribir estas ecuaciones en términos de τ, esto es, $v_C = V_0 e^{-t/\tau}$, etcétera.

En la ecuaciones 11-13 a 11-15, V_0 representa el voltaje en el capacitor en el instante en que el interruptor se mueve a la posición de descarga. Si el interruptor ha estado en la posición de carga el tiempo suficiente para que el capacitor se cargue por completo, $V_0 = E$ y las ecuaciones 11-13 y 11-15 se vuelven $v_C = Ee^{-t/RC}$ e $i_C = -(E/R)e^{-t/RC}$ respectivamente.



(a)



(b) Durante la descarga, i_C es negativa como se determinó en la figura 11-18.

FIGURA 11-19 Voltaje y corriente del capacitor para el caso de descarga.

EJEMPLO 11-8

Para el circuito de la figura 11-18, suponga que el capacitor está cargado a 100 V antes de que el interruptor se mueva a la posición de descarga. Suponga que $R = 5\ \text{k}\Omega$ y $C = 25\ \mu\text{F}$. Después de que el interruptor se mueve a la posición de descarga,

a. Determine la expresión para v_C.
b. Determine la expresión para i_C.
c. Calcule el voltaje y la corriente a 0.375 s.

Solución $RC = (5\ \text{k}\Omega)(25\ \mu\text{F}) = 0.125$ s y $V_0 = 100$ V. Por tanto,

a. $v_C = V_0 e^{-t/RC} = 100e^{-t/0.125} = 100e^{-8t}$ V.
b. $i_C = -(V_0/R)e^{-t/RC} = -20e^{-8t}$ mA.
c. En $t = 0.375$ s,

$$v_C = 100e^{-8t} = 100e^{-3} = 4.98\ \text{V}$$
$$i_C = -20e^{-8t}\ \text{mA} = -20e^{-3}\ \text{mA} = -0.996\ \text{mA}$$

NOTAS . . .

La curva constante de tiempo universal de la figura 11-15(b) también puede usarse para problemas de descarga ya que tiene la misma forma que las formas de onda de la descarga.

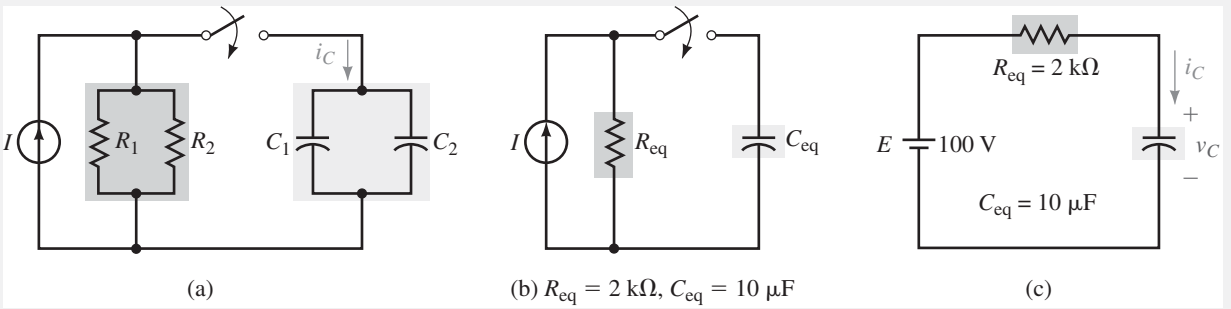
Ahora se verificarán las respuestas del ejemplo 11-8 usando la curva constante de tiempo universal. Como se anotó, $\tau = 0.125$ s, entonces 0.375 s = 3 τ. A partir de la figura 11-15(b), se ve que el voltaje del capacitor se ha reducido a 4.98% de E en τ. Esto es, (0.0498)(100V) = 4.98 V como se calculó antes. La corriente puede verificarse de manera similar. Se dejará esto para que el lector lo realice.

11-5 Circuitos más complejos

Las ecuaciones de carga y descarga y las curvas de la constante de tiempo universal se aplican sólo a circuitos de las formas que se muestran en las figuras 11-2 y 11-5. Por fortuna muchos circuitos pueden reducirse a estas formas usando las técnicas estándar de reducción de circuitos, como las combinaciones en serie y en paralelo, las conversiones de fuentes, el teorema de Thévenin, etc. Una vez que se ha reducido un circuito a su equivalente en serie, se puede usar cualquier técnica que se ha desarrollado hasta ahora.

EJEMPLO 11-9

Para el circuito de la figura 11-20(a), determine las expresiones para v_C e i_C. Los capacitores están inicialmente sin carga.



(a) (b) $R_{eq} = 2\ k\Omega$, $C_{eq} = 10\ \mu F$ (c)

FIGURA 11-20 $I = 50$ mA, $R_1 = 3\ k\Omega$, $R_2 = 6\ k\Omega$, $C_1 = 8\ \mu F$, $C_2 = 2\ \mu F$.

Solución $R_{eq} = 3\ k\Omega \| 6\ k\Omega = 2\ k\Omega$, $C_{eq} = 8\ \mu F \| 2\ \mu F = 10\ \mu F$. El circuito reducido se muestra en (b). Al convertir a una representación de fuente de voltaje se obtiene (c).

$$R_{eq}C_{eq} = (2\ k\Omega)(10 \times 10^{-6}\ F) = 0.020\ s$$

Entonces,

$$v_C = E(1 - e^{-t/R_{eq}C_{eq}}) = 100(1 - e^{-t/0.02}) = 100(1 - e^{-50t})\ V$$

$$i_C = \frac{E}{R_{eq}} e^{-t/R_{eq}C_{eq}} = \frac{100}{2\,000} e^{-t/0.02} = 50\ e^{-50t}\ mA$$

EJEMPLO 11-10

El capacitor de la figura 11-21 está inicialmente sin carga, al cerrar el interruptor en $t = 0$ s.

a. Determine la expresión para v_C.

b. Determine la expresión para i_C.

c. Determine la corriente y el voltaje del capacitor en $t = 5$ ms y $t = 10$ ms.

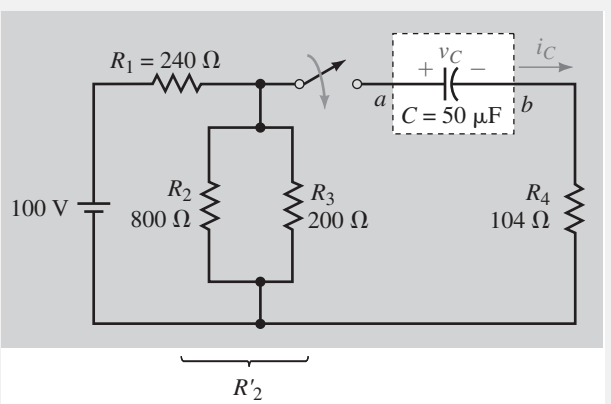


FIGURA 11-21

Solución Se reduce el circuito a su equivalente en serie mediante el teorema de Thévenin:

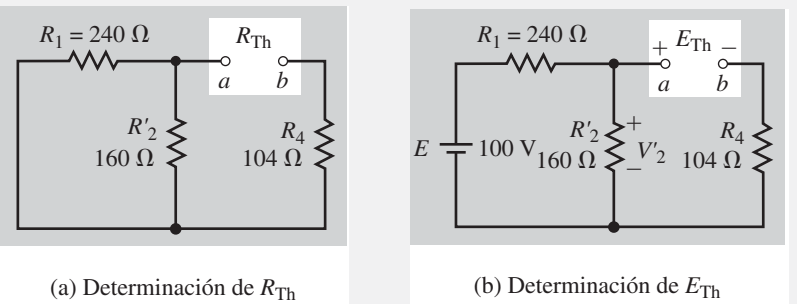
$$R'_2 = R_2 \| R_3 = 160\ \Omega$$

A partir de la figura 11-22(a),

$$R_{Th} = R_1 \| R'_2 + R_4 = 240 \| 160 + 104 = 96 + 104 = 200\ \Omega$$

A partir de la figura 11-22(b),

$$V'_2 = \left(\frac{R'_2}{R_1 + R'_2}\right) E = \left(\frac{160}{240 + 160}\right) \times 100 \text{ V} = 40 \text{ V}$$



(a) Determinación de R_{Th} (b) Determinación de E_{Th}

FIGURA 11-22 Determinación del equivalente de Thévenin de la figura 11-21 después que el interruptor se cierra.

A partir de la LVK, $E_{Th} = V'_2 = 40$ V. El circuito equivalente que resulta se muestra en la figura 11-23.

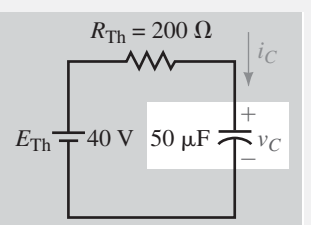


FIGURA 11-23 El equivalente de Thévenin de la figura 11-21.

$$\tau = R_{Th}C = (200\ \Omega)(50\ \mu\text{F}) = 10 \text{ ms}$$

a. $v_C = E_{Th}(1 - e^{-t/\tau}) = 40(1 - e^{-100t})$ V

b. $i_C = \dfrac{E_{Th}}{R_{Th}} e^{-t/\tau} = \dfrac{40}{200} e^{-t/0.01} = 200e^{-100t}$ mA

c. En $t = 5$ ms, $i_C = 200e^{-100(5\text{ ms})} = 121$ mA. De manera similar, $v_C = 15.7$ V, en 10 ms $i_C = 73.6$ mA y $v_C = 25.3$ V.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 4

1. Para el ejemplo 11-10, determine v_C e i_C en 5 ms y 10 ms usando las curvas de la constante de tiempo universal y compare los resultados. (Tendrá que estimar en las curvas el punto para $t = 5$ ms.)
2. Para la figura 11-21, si $R_1 = 400\ \Omega$, $R_2 = 1\,200\ \Omega$, $R_3 = 300\ \Omega$, $R_4 = 50\ \Omega$, $C = 20\ \mu$F y $E = 200$ V, determine las ecuaciones para v_C e i_C.
3. Use los valores que se muestran en la figura 11-21 para determinar las ecuaciones para v_C e i_C si el capacitor tiene un voltaje inicial de 60 V.
4. Use los valores del problema 2 para determinar las ecuaciones para v_C e i_C si el capacitor tiene un voltaje inicial de −50 V.

Respuestas

1. 1.57 V, 121 mA; 25.3 V, 73.6 mA
2. $75(1 - e^{-250t})$ V; $0.375e^{-250t}$ A
3. $40 + 20e^{-100t}$ V; $-0.1e^{-100t}$ A
4. $75 - 125e^{-250t}$ V; $0.625e^{-250t}$ A

Notas acerca de las referencias de tiempo y las constantes de tiempo

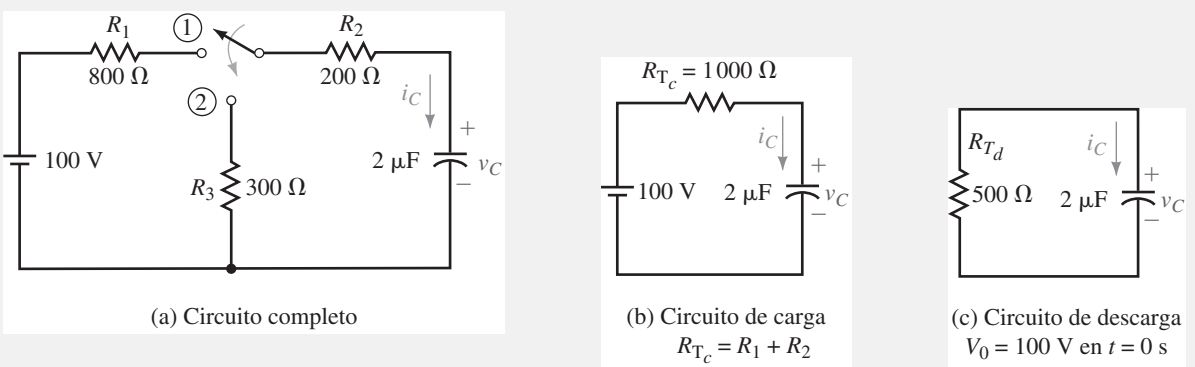
NOTAS PRÁCTICAS . . .

1. Hasta aquí, se han abordado los problemas de carga y descarga por separado. Para ello se definió $t = 0$ s como el instante en que el interruptor se mueve a la posición de carga para problemas de carga y a la posición de descarga para los problemas de descarga.
2. Cuando se tiene ambos casos de carga y descarga en el mismo ejemplo, se necesita establecer con claridad lo que se entiende por "tiempo". Al respecto, se usa el siguiente procedimiento:
   a. Define $t = 0$ s como el instante en que el interruptor se mueve a la primera posición, entonces se determinan las correspondientes expresiones para v_C e i_C. Estas expresiones y la escala de tiempo correspondiente son válidas hasta que el interruptor se mueve a la nueva posición.
   b. Cuando el interruptor se mueve a su nueva posición, se desplaza la referencia de tiempo y se hace $t = 0$ s el tiempo en el cual el interruptor se mueve a su nueva posición, entonces se determina las expresiones correspondiente para v_C e i_C. Estas nuevas expresiones son válidas sólo a partir del nuevo punto de referencia $t = 0$ s. Las expresiones previas no son válidas en la nueva escala de tiempo.
   c. Ahora se tienen dos escalas de tiempo en la misma gráfica. Sin embargo, por lo general sólo se muestra de manera explícita la primera; la segunda queda implícita. Los cálculos que se basan en las nuevas ecuaciones deben usar la nueva escala.
   d. Se usa τ_C para representar la constante de tiempo para la carga y τ_d para representar la constante de tiempo para la descarga. Ya que la resistencia y capacitancia equivalentes para la descarga pueden ser diferentes que para la carga, las constantes de tiempo también pueden ser diferentes en los dos casos.

EJEMPLO 11-11

El capacitor de la figura 11-24(a) está descargado. El interruptor se mueve a la posición 1 por 10 ms, después a la posición 2, en donde permanece.

a. Determine v_C durante la carga.
b. Determine i_C durante la carga.
c. Determine v_C durante la descarga.
d. Determine i_C durante la descarga.
e. Grafique las formas de onda de la carga y descarga.



(a) Circuito completo

(b) Circuito de carga
$R_{T_c} = R_1 + R_2$

(c) Circuito de descarga
$V_0 = 100$ V en $t = 0$ s

FIGURA 11-24 R_{T_c} es la resistencia total del circuito de carga, mientras que R_{T_d} es la resistencia total del circuito de descarga.

NOTAS . . .

Cuando se resuelve un problema de transitorio con múltiples operaciones de interruptores, siempre se debe dibujar el circuito como se ve durante cada intervalo de tiempo de interés. (No toma mucho tiempo hacer esto y ayuda a que se vea con claridad justo lo que se necesita ver en cada parte de la solución.) Esto se ilustra en el ejemplo 11-11. Aquí, se ha dibujado el circuito en la figura 11-24(b) como se ve durante la carga y en (c) como se ve durante la descarga. Estos diagramas dejan en claro qué componentes son relevantes para la fase de carga y cuáles lo son para la fase de descarga.

Solución La figura 11-24(b) muestra el circuito de carga equivalente. Aquí,

$$\tau_C = (R_1 + R_2)C = (1\ \text{k}\Omega)(2\ \mu\text{F}) = 2.0\ \text{ms}.$$

a. $v_C = E(1 - e^{-t/\tau_c}) = 100(1 - e^{-500t})\ \text{V}$

b. $i_C = \dfrac{E}{R_{\text{T}_c}} e^{-t/\tau_c} = \dfrac{100}{1\,000} e^{-500t} = 100e^{-500t}\ \text{mA}$

Ya que $5\tau_c = 10$ ms, la carga se ha completado en el momento que el interruptor se mueve a la descarga. Entonces, $V_0 = 100$ V cuando empieza la descarga.

c. La figura 11-24(c) muestra el circuito equivalente de descarga.

$$\tau_d = (500\ \Omega)(2\ \mu\text{F}) = 1.0\ \text{ms}$$
$$v_C = V_0 e^{-t/\tau_d} = 100e^{-1\,000t}\ \text{V}$$

donde $t = 0$ s se ha redefinido para la descarga como se indicó antes.

d. $i_C = -\dfrac{V_0}{R_2 + R_3} e^{-t/\tau_d} = -\dfrac{100}{500} e^{-1\,000t} = -200e^{-1\,000t}\ \text{mA}$

e. Vea la figura 11-25. Observe que la descarga es más rápida que la carga ya que $\tau_d < \tau_c$.

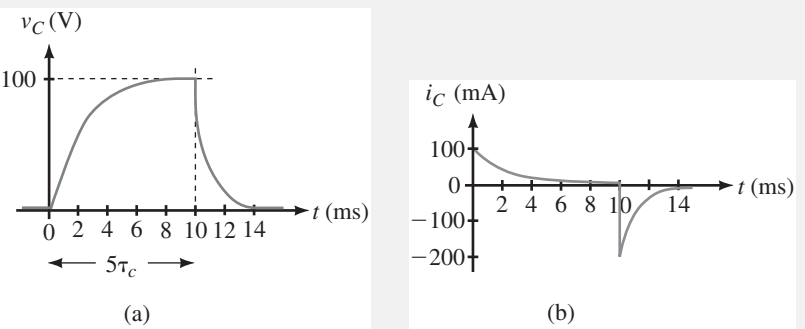


FIGURA 11-25 Formas de onda para el circuito de la figura 11-24. Observe que sólo la primera escala de tiempo se muestra de manera explícita.

EJEMPLO 11-12

El capacitor de la figura 11-26 está descargado. El interruptor se mueve a la posición 1 por 5 ms, entonces se mueve a la posición 2 y se queda ahí.

a. Determine v_C mientras el interruptor está en la posición 1.
b. Determine i_C mientras el interruptor está en la posición 1.
c. Calcule v_C e i_C en $t = 5$ ms.
d. Determine v_C mientras el interruptor está en la posición 2.
e. Determine i_C mientras el interruptor está en la posición 2.
f. Grafique las formas de onda del voltaje y la corriente.
g. Determine v_C e i_C en $t = 10$ ms.

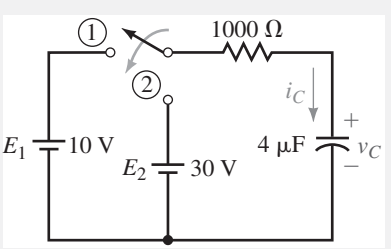


FIGURA 11-26

MULTISIM

Solución

$$\tau_c = \tau_d = RC = (1\ \text{k}\Omega)(4\ \mu\text{F}) = 4\ \text{ms}$$

a. $v_C = E_1(1 - e^{-t/\tau_c}) = 10(1 - e^{-250t})$ V

b. $i_C = \dfrac{E_1}{R}e^{-t/\tau_c} = \dfrac{10}{1\,000}e^{-250t} = 10e^{-250t}$ mA

c. En $t = 5$ ms,

$$v_C = 10(1 - e^{-250 \times 0.005}) = 7.14 \text{ V}$$
$$i_C = 10e^{-250 \times 0.005} \text{ mA} = 2.87 \text{ mA}$$

d. En la posición 2, $E_2 = 30$ V, y $V_0 = 7.14$ V. Si se usa la ecuación 11-10:

$$v_C = E_2 + (V_0 - E_2)e^{-t/\tau_d} = 30 + (7.14 - 30)e^{-250t}$$
$$= 30 - 22.86e^{-250t} \text{ V}$$

donde $t = 0$ s se ha redefinido para la posición 2.

e. $i_C = \dfrac{E_2 - V_0}{R}e^{-t/\tau_d} = \dfrac{30 - 7.14}{1\,000}e^{-250t} = 22.86e^{-250t}$ mA

f. Vea la figura 11-27.

g. $t = 10$ ms es 5 ms en la nueva escala de tiempo. Entonces, $v_C = 30 - 22.86e^{-250(5 \text{ ms})} = 23.5$ V e $i_C = 22.86e^{-250(5 \text{ ms})} = 6.55$ mA. Los valores se indican en la gráfica.

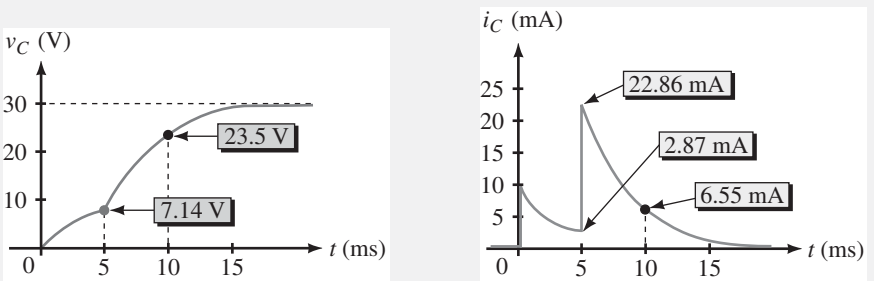


FIGURA 11-27 El voltaje y la corriente del capacitor para el circuito de la figura 11-26.

EJEMPLO 11-13

En la figura 11-28(a), el capacitor está inicialmente descargado. El interruptor se mueve a la posición de carga y después a la posición de descarga para producir la corriente que se muestra en (b). El capacitor tarda 1.75 ms para descargarse. Determine lo siguiente:

a. E. b. R_1. c. C.

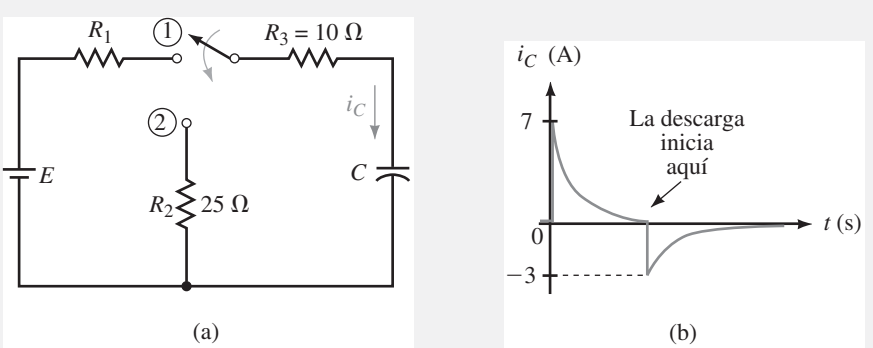


FIGURA 11-28

Solución

a. Ya que el capacitor se carga totalmente, tiene un valor de E volts cuando el interruptor cambia a la descarga. El pico de la corriente de descarga es por tanto,

$$-\frac{E}{10\ \Omega + 25\ \Omega} = -3\ \text{A}$$

Entonces, $E = 105$ V.

b. El pico de la corriente de carga tiene un valor de

$$\frac{E}{10\ \Omega + R_1} = 7\ \text{A}$$

Ya que $E = 105$ V, se obtiene que $R_1 = 5\ \Omega$.

c. $5\tau_d = 1.75$ ms. Por tanto, $\tau_d = 350\ \mu$s. Pero $\tau_d = (R_2 + R_3)C$. Por tanto $C = 350\ \mu\text{s}/35\ \Omega = 10\ \mu$F.

Circuitos RC en estado estable de CD

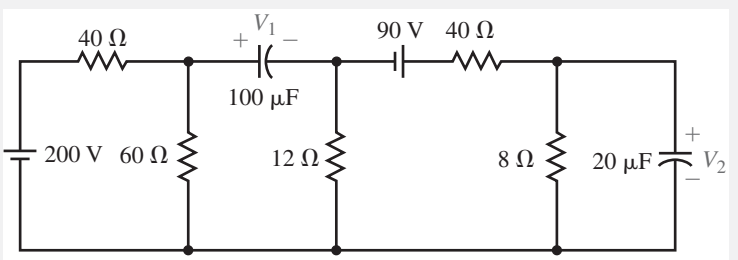
Cuando un circuito *RC* alcanza el estado estable de cd, los capacitores se ven como un circuito abierto y el análisis transitorio no se requiere, véase la Nota.

EJEMPLO 11-14

El circuito de la figura 11-29(a) ha alcanzado el estado estable. Determine los voltajes en los capacitores.

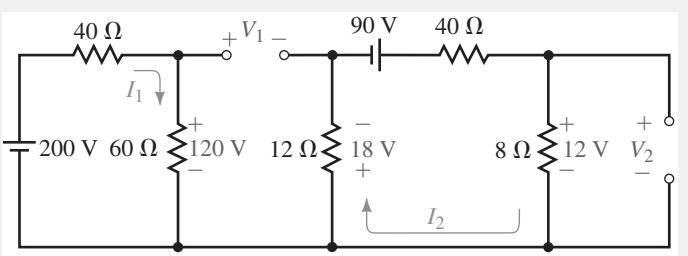
NOTAS . . .

Ya que un capacitor consiste de placas conductoras separadas por un aislante, no hay trayectoria de conducción a través del capacitor. Por tanto, cuando un capacitor se coloca entre una fuente de cd, excepto por un breve transitorio, la corriente es cero. Por tanto, como se concluyó antes, un capacitor parece un circuito abierto en estado estable de cd.



(a)

Solución Al reemplazar todos los capacitores con circuitos abiertos se tiene,



(b)

MULTISIM

FIGURA 11-29

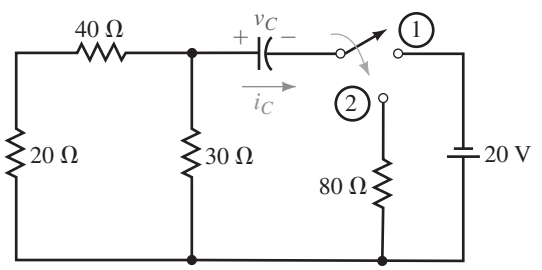
$$I_1 = \frac{200\text{ V}}{40\ \Omega + 60\ \Omega} = 2\text{ A}, \qquad I_2 = \frac{90\text{ V}}{40\ \Omega + 8\ \Omega + 12\ \Omega} = 1.5\text{ A}$$

LVK: $V_1 - 120 - 18 = 0$. Por tanto, $V_1 = 138$ V. Además,

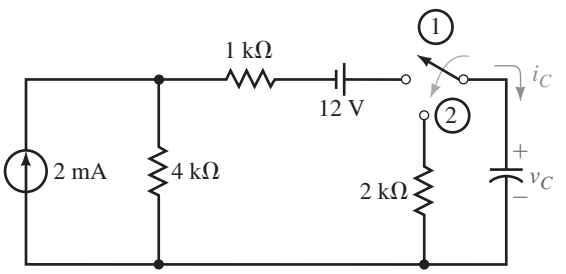
$$V_2 = (8\ \Omega)(1.5\text{ A}) = 12\text{ V}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 5

1. El capacitor de la figura 11-30(a) está inicialmente descargado. En $t = 0$ s, el interruptor se mueve a la posición 1 y 100 ms después a la posición 2. Determine las expresiones para v_C e i_C para la posición 2.
2. Repita para la figura 11-30(b). Sugerencia: use el teorema de Thévenin.



(a) $C = 500\ \mu$F



(b) $C = 20\ \mu$F

FIGURA 11-30

3. El circuito de la figura 11-31 ha alcanzado el estado estable. Determine las corrientes de las fuentes I_1 e I_2.

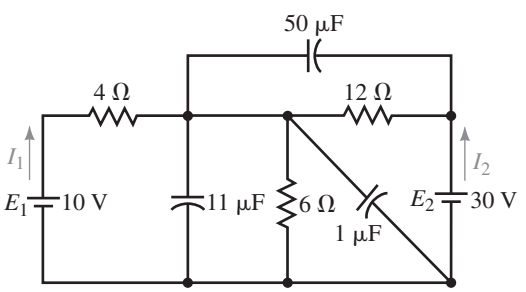


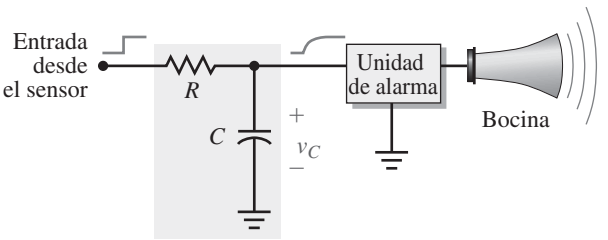
FIGURA 11-31

Respuestas

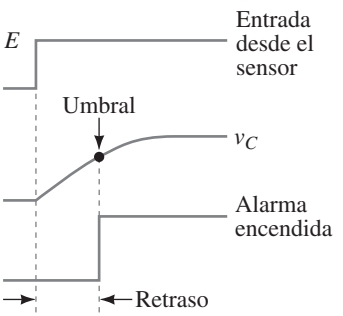
1. $20e^{-20t}$ V; $-0.2e^{-20t}$ A
2. $12.6e^{-25t}$ V; $-6.3e^{-25t}$ mA
3. 0 A; 1.67 A

11-6 Una aplicación de la temporización RC

Los circuitos *RC* se usan para crear retrasos para alarmas, control de motores y aplicaciones de temporización. La figura 11-32 muestra una aplicación en una alarma. La unidad de alarma contiene un detector de umbral, y cuando la entrada a este detector excede un valor predeterminado, la alarma se enciende.



(a) Circuito de retraso



(b)

FIGURA 11-32 Creación de un retraso de tiempo con un circuito *RC*. Suponga que la unidad de alarma no carga al circuito *RC*.

EJEMPLO 11-15

El circuito de la figura 11-32 es parte de un sistema de seguridad de un edificio. Cuando se abre una puerta, se tiene un número específico de segundos para desactivar el sistema antes de que la alarma se dispare. Si $E = 20$ V, $C = 40$ μF, la alarma se activa cuando v_C alcanza 16 V, y se desea un retraso de al menos 25 s, ¿qué valores de R se necesitan?

Solución $v_C = E\,(1 - e^{-t/RC})$. Después de una pequeña manipulación, tenemos

$$e^{-t/RC} = \frac{E - v_C}{E}$$

Al calcular el logaritmo natural en ambos lados se tiene

$$-\frac{t}{RC} = \ln\left(\frac{E - v_C}{E}\right)$$

En $t = 25$ s, $v_C = 16$ V Entonces,

$$-\frac{t}{RC} = \ln\left(\frac{20 - 16}{20}\right) = \ln 0.2 = -1.6094$$

Al sustituir $t = 25$ s y $C = 40$ μF resulta

$$R = \frac{t}{1.6094C} = \frac{25 \text{ s}}{1.6094 \times 40 \times 10^{-6}} = 388 \text{ k}\Omega$$

Se selecciona el valor estándar siguiente más alto, esto es 390 kΩ.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 6

1. Suponga que se desea incrementar el tiempo para desactivar la alarma del ejemplo 11-15 en al menos 35 s. Calcule el nuevo valor de R.
2. Si en el ejemplo 11-15 el umbral es de 15 V y $R = 1$ MΩ, ¿cuál es el tiempo de desactivación?

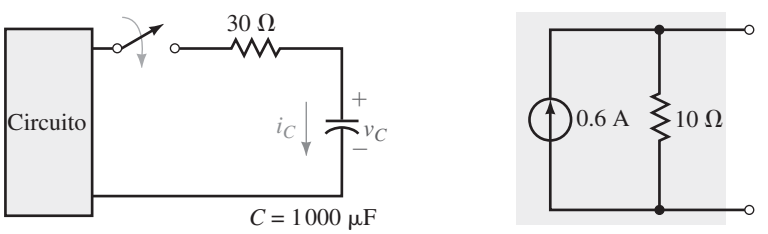
Respuestas
1. 544 kΩ. Use 560 kΩ.
2. 55.5 s

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 2

(Las respuestas están al final del capítulo)

1. Vea la figura 11-16:
   a. Determine la expresión para v_C cuando $V_0 = 80$ V. Grafique v_C.
   b. Repita (a) si $V_0 = 40$ V. ¿Por qué no hay transitorio?
   c. Repita (a) si $V_0 = -60$ V.
2. Para la parte (c) de la pregunta 1, v_C inicia en -60 V y salta a $+40$ V. Determine en qué tiempo v_C pasa por 0 V, use la técnica del ejemplo 11-15.
3. Para el circuito de la figura 11-18, suponga que $R = 10$ kΩ y $C = 10$ μF.
   a. Determine las expresiones para v_C e i_C cuando $V_0 = 100$ V. Grafique v_C e i_C.
   b. Repita (a) si $V_0 = -100$ V.
4. Repita el ejemplo 11-12 si la fuente de voltaje 2 se invierte, es decir $E_2 = -30$ V.
5. El interruptor de la figura 11-33(a) se cierra en $t = 0$ s. El equivalente de Norton del circuito en la caja se muestra en (b). Determine las expresiones para v_C e i_C.

   El capacitor está inicialmente descargado.



(a) (b) Equivalente de Norton

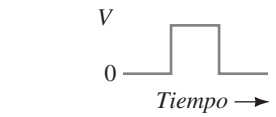
FIGURA 11-33 Sugerencia: use una transformación de fuente.

11-7 Respuesta al pulso de circuitos RC

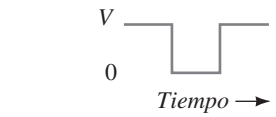
En las secciones anteriores se analizó la respuesta de circuitos *RC* a entradas de cd con iterruptores. En esta sección se considera el efecto que tienen los circuitos *RC* sobre las formas de onda de pulsos. Ya que muchos dispositivos y sistemas electrónicos utilizan formas de onda de pulsos o rectangulares, incluidas las computadoras, los sistemas de comunicaciones y los circuitos de control de motores, las siguientes son consideraciones importantes.

Conceptos básicos del pulso

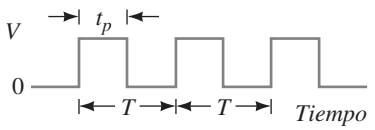
Un **pulso** es un voltaje o corriente que cambia de un nivel a otro y regresa al nivel inicial como en las figuras 11-34(a) y (b). Un **tren de pulsos** es un flujo repetitivo de pulsos como en (c). Si el tiempo del nivel alto de la forma de onda es igual al de abajo, como en (d), se le llama **onda cuadrada**.



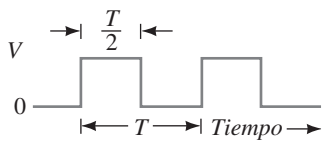
(a) Pulso positivo



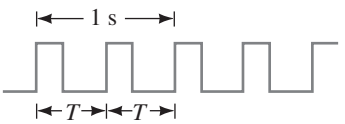
(b) Pulso negativo



(c) Tren de pulsos, T es el periodo del tren de pulsos



(d) Onda cuadrada



(e) VRP = 2 pulsos/s

FIGURA 11-34 Formas de onda del pulso y de pulsos ideales.

La longitud de cada ciclo de un tren de pulsos se llama **periodo**, T, y el número de pulsos por segundo se define como la **velocidad de repetición del pulso** (VRP) o **frecuencia de repetición del pulso** (FRP). Por ejemplo, en (e) hay dos ciclos completos en un segundo, por lo que el VRP = 2 pulsos/s. Con dos ciclos cada segundo, el tiempo para un ciclo es $T = ½$ s. Observe que esto es 1/VRP. Esto es correcto en general, es decir,

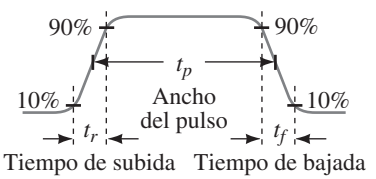
$$T = \frac{1}{\text{VRP}} \quad \text{s} \tag{11-16}$$

El ancho t_p de un pulso en relación con su periodo [figura 11-24(c)] es su **ciclo de trabajo**, entonces

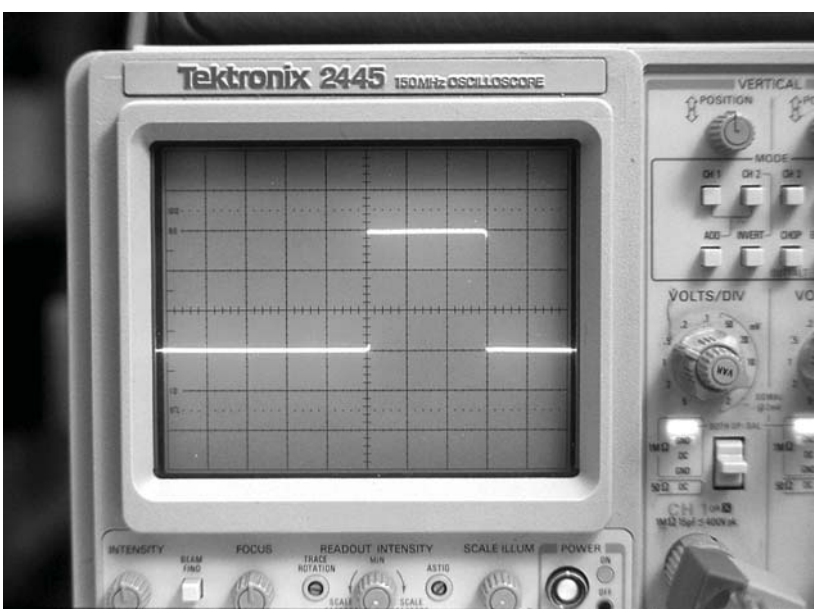
$$\text{Ciclo de trabajo porcentual} = \frac{t_p}{T} \times 100\% \tag{11-17}$$

Una onda cuadrada [figura 11-34(d)] tiene por tanto, un ciclo de trabajo de 50%, mientras que una forma de onda con $t_p = 1.5$ μs y un periodo de 10 μs tiene un ciclo de trabajo de 15 por ciento.

En la práctica las formas de onda no son ideales, esto es, no cambian de bajo a alto o de alto a bajo de manera instantánea. En cambio, tienen **tiempos de subida y bajada** que se denotan como t_r y t_f y se miden entre los puntos de 10 y 90% como se indica en la figura 11-35(a). El **ancho del pulso** se mide en el punto de 50%. La diferencia entre una forma de onda real y una ideal es con frecuencia ligera. Por ejemplo, los tiempos de subida y bajada de los pulsos reales pueden ser de sólo unos nanosegundos y cuando se les ve en un osciloscopio, como en la figura 11-35(b), parecen ser ideales. En lo que sigue se supondrá que las formas de onda son ideales.

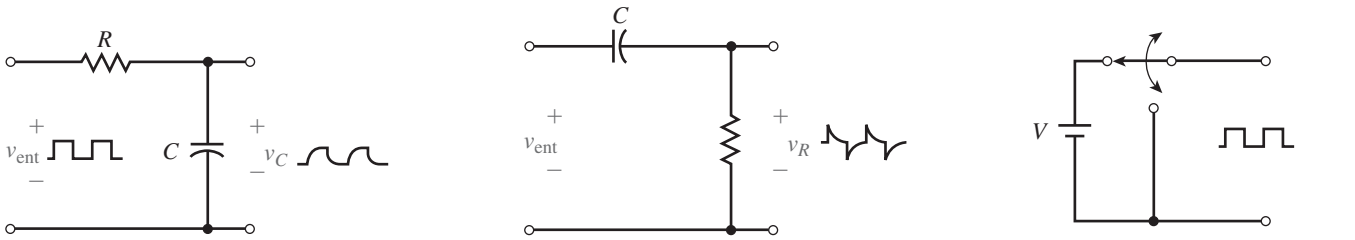


(a) Definiciones del pulso



(b) Forma de onda del pulso vista en un osciloscopio

FIGURA 11-35 Forma de onda del pulso práctico.



(a) Salida en C (b) Salida en R (c) Un modelo de la fuente del pulso

FIGURA 11-36 Circuitos RC con entrada de pulso. Aunque aquí se ha hecho un modelo de la fuente como una batería y un interruptor, en la práctica los pulsos son creados por circuitos electrónicos.

El efecto del ancho del pulso

El ancho de un pulso en relación con la constante de tiempo de un circuito determina cómo se ve afectado por un circuito RC. Considere la figura 11-36. En (a) el circuito se ha dibujado para enfatizar el voltaje en C; en (b) se ha dibujado para resaltar el voltaje en R. (Por lo demás, los circuitos son idénticos.) Una forma fácil de visualizar la operación de éstos circuitos es suponer que el pulso se genera por un interruptor que se mueve con rapidez de un punto a otro entre V y el circuito común como en (c). Esto crea, de manera alternada, un circuito de carga y descarga, y entonces todas las ideas desarrolladas en este capítulo se aplican directamente.

Ancho del pulso $t_p \gg 5\,\tau$

Primero, considere la salida del circuito (a). Cuando el ancho del pulso y el tiempo entre pulsos son muy grandes comparados con la constante de tiempo del circuito, el capacitor se carga y descarga totalmente, como en la figura 11-37(b). (Este caso es similar al que ya se vio en este capítulo.) Observe que la carga y descarga ocurre en las transiciones del pulso. Los transitorios, por tanto, incrementan los tiempos de subida y bajada de la salida. En circuitos de alta velocidad, esto puede ser un problema. (Aprenderá más acerca de esto en sus cursos de electrónica digital.)

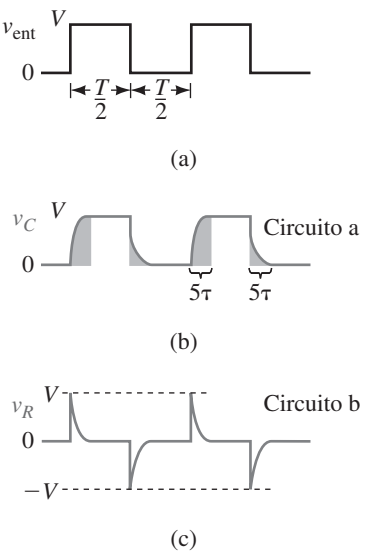


FIGURA 11-37 Ancho del pulso mucho más grande que 5 τ. Observe que las áreas sombreadas indican dónde está cargando y descargando el capacitor. Los picos ocurren en las transiciones del voltaje de entrada.

EJEMPLO 11-16

Una onda cuadrada se aplica a la entrada de la figura 11-36(a). Si $R = 1\ \text{k}\Omega$ y $C = 100$ pF, estime el tiempo de subida y bajada de la señal de salida con la curva de la constante de tiempo universal de la figura 11-15(a).

Solución Aquí, $\tau = RC = (1 \times 10^3)(100 \times 10^{-12}) = 100$ ns. A partir de la figura 11-15(a), observe que v_C alcanza el punto de 10% en aproximadamente 0.1τ, lo cual es (0.1)(100 ns) = 10 ns. El punto de 90% se alcanza en cerca de τ, el cual es (2.3)(100 ns) = 230 ns. Por tanto, el tiempo de subida es de aproximadamente 230 ns – 10 ns = 220 ns. El tiempo de bajada será el mismo.

Ahora considere el circuito de la figura 11-36(b). Aquí, la corriente i_C será similar a la de la figura 11-7(b), excepto que los anchos de pulso serán más angostos. Ya que el voltaje $v_R = R\,i_C$, la salida será una serie de cortos picos agudos que ocurren en las transiciones de entrada, como en la figura 11-37(c). En estas condiciones (es decir, un ancho del pulso mucho más grande que la cons-

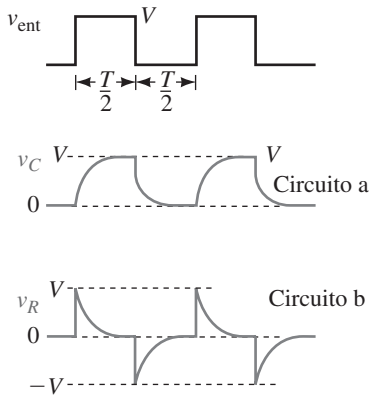


FIGURA 11-38 Ancho del pulso igual a 5 τ. Estas formas de onda son iguales a las de la figura 11.37, excepto que las transiciones duran relativamente más tiempo.

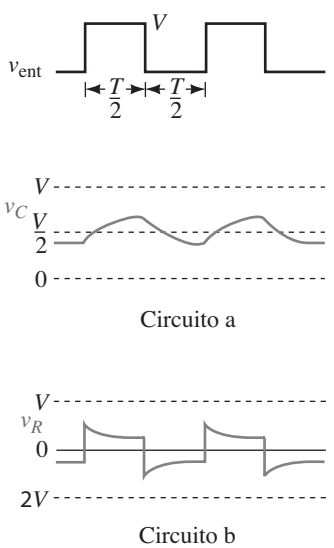


FIGURA 11-39 Ancho del pulso mucho menor que 5 τ. El circuito no tiene tiempo para cargarse o descargarse de manera sustancial.

tante de tiempo del circuito), v_R es una aproximación a la derivada de v_{ent} y el circuito recibe el calificativo de **diferenciador** y tiene usos prácticos importantes.

Ancho del pulso $t_p = 5\,\tau$

Estas formas de onda se muestran en la figura 11-38. Ya que el ancho del pulso es 5τ, el capacitor se carga y se descarga totalmente durante cada pulso. Otra vez estas formas de onda son similares a las que se han visto en este capítulo.

Ancho del pulso $t_p \ll 5\,\tau$

Este caso difiere de lo que se ha visto hasta ahora en este capítulo en que el capacitor no tiene tiempo para cargarse y descargarse de manera significativa entre pulsos. El resultado es que el cierre o apertura del interruptor ocurre en la primera parte (cerca de la línea recta) de las curvas de carga y descarga y entonces, v_C es aproximadamente una onda triangular, como en la figura 11-39(a). Como se muestra abajo, tiene un valor promedio de $V/2$. En estas condiciones, v_C es la integral aproximada de v_{ent} y se le denomina un **circuito integrador**.

Debe tenerse en cuenta que v_C no alcanza de inmediato el estado estable que se muestra en la figura 11-39. En cambio, trabaja su ascenso a lo largo de un periodo de cinco constantes de tiempo (figura 11-40). Para ilustrarlo, suponga una onda cuadrada de entrada de 5 V con un ancho de pulso de 0.1 s y $\tau = 0.1$ s. Se procede como sigue:

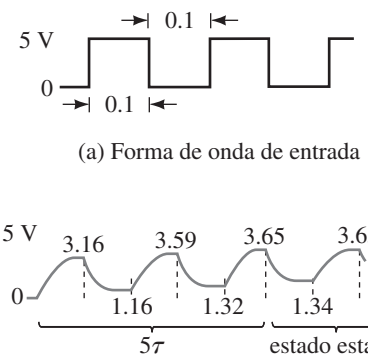


FIGURA 11-40 Observe ahora cómo la solución toma cinco constantes de tiempo para alcanzar su estado estable, después del cual varía entre 1.34 y 3.65 V. Puede ver esto con facilidad usando Multisim o PSpice.

MULTISIM

Pulso 1 $v_C = E(1 - e^{-t/\tau})$. Al final del primer pulso ($t = 0.1$ s), v_C ha subido a $v_C = 5(1 - e^{-0.1/0.1}) = 5(1 - e^{-1}) = 3.16$ V. Desde el final del pulso 1 hasta el inicio del pulso 2 (es decir, a lo largo de un intervalo de 0.1 s), v_C disminuye de 3.16 V a $3.16e^{-0.1/0.1} = 3.16e^{-1} = 1.16$ V.

Pulso 2 v_C inicia en 1.16 V y 0.1 s después tiene un valor de $v_C = E + (V_0 - E)e^{-t/\tau} = 5 + (1.16 - 5)e^{-0.1/0.1} = 5 - 3.84e^{-1} = 3.59$ V. Entonces disminuye a $3.59e^{-1} = 1.32$ V en el siguiente 0.1 s.

Si se continúa de esta manera, se determinan los restantes valores de la figura 11-40(b). Después de 5 τ, v_C varía entre 1.34 y 3.65 V, con un promedio de $(1.34 + 3.65)/2 = 2.5$ V, o la mitad de la amplitud del pulso de entrada.

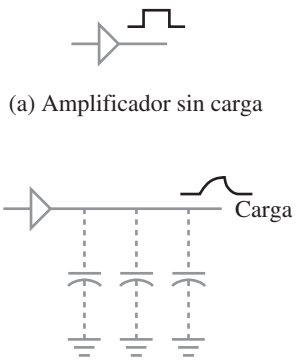
Verifique los puntos restantes de la figura 11-40(b).

PROBLEMAS PRÁCTICOS 7

Carga capacitiva

La capacitancia se presenta siempre que los conductores estén separados por un material aislante. Esto significa que la capacitancia existe entre los alambres que forman los cables, entre pistas en circuitos impresos, etc. En general es indeseable pero no puede evitarse, se le llama **capacitancia parásita;** por fortuna, suele ser tan pequeña que puede despreciarse. Sin embargo, en circuitos de alta velocidad puede causar problemas.

Para ilustrarlo, considere la figura 11-41. El amplificador electrónico de (a) produce pulsos cuadrados. Sin embargo, cuando excita una línea larga como en (b), la capacitancia parásita lo carga e incrementa los tiempos de subida y bajada de la señal (ya que la capacitancia requiere tiempo para cargar y descargar). Si los tiempos de subida y de bajada se vuelven excesivamente grandes, la señal que llega a la carga puede degradarse tanto que el sistema funciona mal. (La carga capacitiva es un tema serio pero se dejará su discusión para cursos posteriores.)



(a) Amplificador sin carga

(b) Señal distorsionada

FIGURA 11-41 Distorsión causada por la carga capacitiva.

11-8 Análisis transitorio por computadora

MULTISIM

PSpice

Multisim y PSpice son muy adecuados para el estudio de transitorios, ya que ambos incorporan herramientas que se pueden utilizar para graficar directamente los resultados en la pantalla. Al hacerlo, se debe especificar el tiempo de duración para la gráfica, es decir, el tiempo que se espera que dure el transitorio. (Este lapso se designa como TSTOP tanto en Multisim como en PSpice.) Un valor adecuado es iniciar con 5 τ dondeτ, es la constante de tiempo del circuito. (Para circuitos complejos, si no se conoce τ, se hace una estimación, se ejecuta la simulación, se ajusta la escala de tiempo y se repite hasta que se obtenga una gráfica aceptable.)

Multisim

Como un primer ejemplo, considere el circuito de carga *RC* de la figura 11-42. Se graficará la forma de onda del voltaje del capacitor, entonces, con el cursor

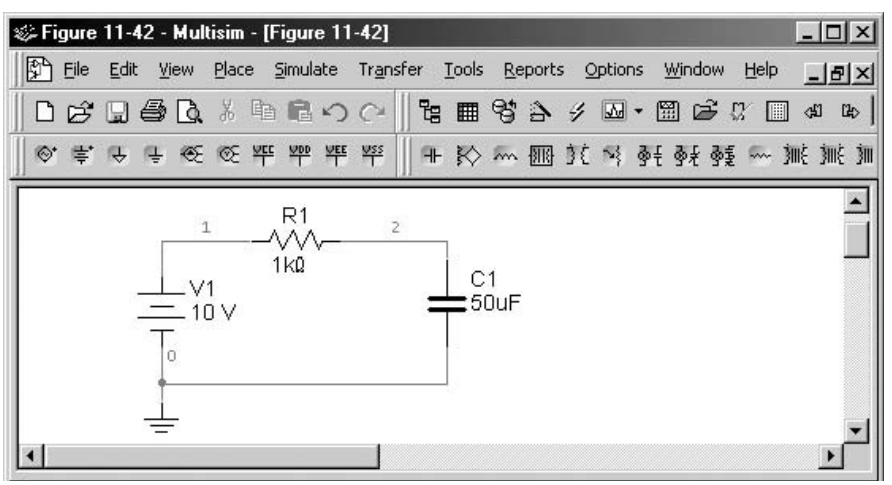


FIGURA 11-42 Ejemplo con Multisim. No se requiere interruptor ya que la solución del transitorio es iniciada por el programa. Debido a que $\tau = 50$ ms, se ejecuta la simulación a 0.25 s (es decir, 5τ).

NOTAS . . .

Notas de operación de Multisim

1. Multisim da la opción de graficar formas de onda a través de su capacidad estándar de graficación o mediante su osciloscopio. (En este capítulo se usa la capacidad estándar; en el capítulo 14 se empleará el osciloscopio.)
2. Se pueden graficar sólo voltajes con respecto a tierra. Sin embargo, se puede poner la tierra donde se desee.
3. No se requiere de un interruptor para iniciar un transitorio. Simplemente se construye el circuito sin un interruptor y se seleccionar análisis transitorio. Entonces, Multisim realiza la simulación del transitorio y grafica los resultados.
4. Multisim genera de manera automática los intervalos de tiempo cuando grafica las formas de onda. Sin embargo, algunas veces no genera los suficientes y se obtiene una curva irregular. Si esto pasa, haga clic en *Minimum number of time points* en la caja de diálogo del análisis transitorio (la caja de diálogo en la cual se introduce el valor de TSTOP), y teclee un número más grande (por ejemplo, 1 000). Experimente hasta que se obtenga una curva lo suficientemente continua.
5. Antes de iniciar, use el cursor para revisar e identificar los iconos en la pantalla, ya que aquí usará algunos nuevos.

se determinan los voltajes en $t = 50$ ms y $t = 150$ ms. Lea las Notas de operación de Multisim; entonces se procede como sigue:

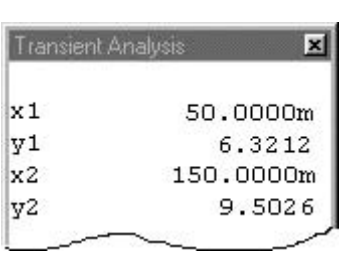
- Construya el circuito de la figura 11-42 en la pantalla. (Use un capacitor virtual y gírelo solo una vez, de manera que su extremo "1" esté en la parte superior como se describe en el apéndice A.)
- Haga clic en *Options/Sheet Properties* y en *Net names*, haga clic en *Show All*, y luego en OK. El número de nodos aparecerá en el esquema.
- Haga clic en *Simulate/Analysis* y seleccione *Transient Analysis*. Estime la duración del transitorio (es de 0.25 s) e introduzca este valor como TSTOP. A partir de la caja *Inicial Conditions*, seleccione *Set to zero*. Haga clic en la pestaña *Ouput*, seleccione el nodo superior del capacitor (el nodo 2 en la figura 11-42), y haga clic en *Add*, luego en *Simulate*.
- La forma de onda de la figura 11-43 debe aparecer. (La pantalla tendrá un fondo negro; haga clic en *View* y *Reverse Colors* si desea cambiarlo. También haga clic en *Show/Hide Select Marks* si no desea tener marcas en la forma de onda.) Expanda la pantalla. Haga clic en el icono *Show/Hide Grid* en la barra de menú *Analysis Graphs*, entonces haga clic en el icono *Show/Hide*. Arrastre los cursores a 50 ms y 150 ms y lea los voltajes.

Análisis de resultados

Como se indica en la figura 11-43, $v_C = 6.32$ V en $t = 50$ ms y 9.50 V en $t = 150$ ms. (Verifique por sustitución en $v_C = 10(1 - e^{-20t})$, los resultados concuerdan exactamente.)

Condiciones iniciales en Multisim

Ahora se cambia el problema anterior para incluir un voltaje inicial de 20 V en el capacitor. Ponga de nuevo el circuito de la figura 11-42 en la pantalla, haga doble clic en el símbolo de capacitor, y en la caja de diálogo de *Initial conditions*, teclee **20**, asegúrese de que las unidades estén en V, y haga clic en OK. Seleccione *Transient Analysis*; a partir de la caja *Initial Conditions*, seleccione *User-defined*. Ejecute la simulación y observe que el transitorio inicia en 20 V y disminuye a su valor de estado estable de 10 V en cinco constantes de tiempo como se esperaba. Con el cursor, mida varios valores de la gráfica y verifique con la ecuación 11-10.



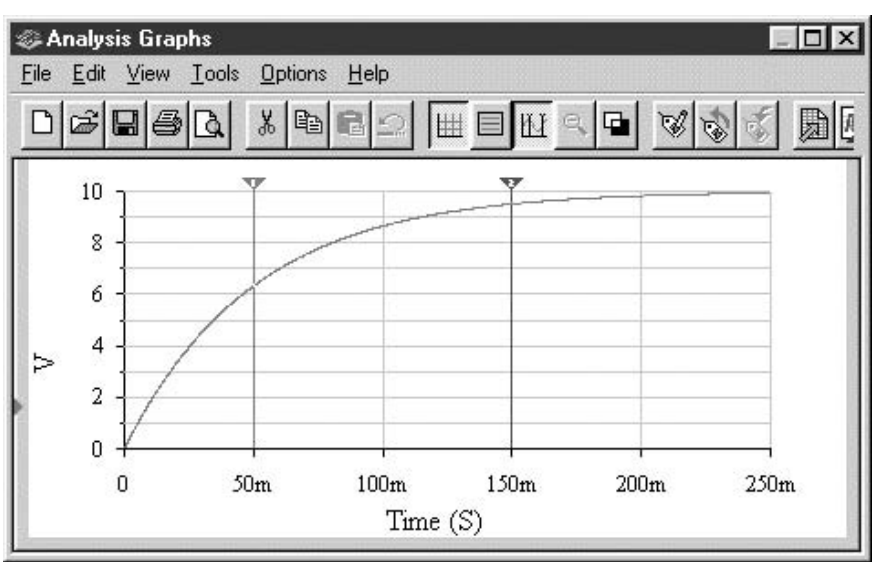
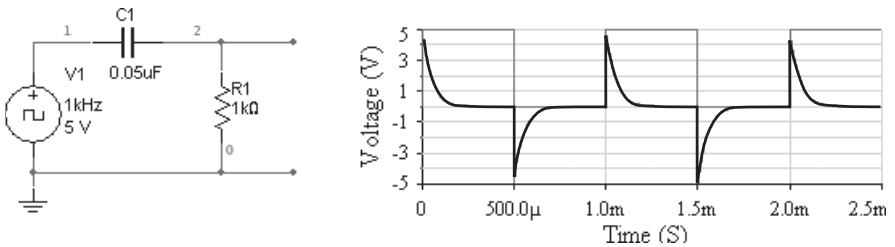


FIGURA 11-43 Solución para el circuito de la figura 11.42.

Otro ejemplo

Usando la fuente de reloj de *Signal Source Components*, construya el circuito de la figura 11-44(a). (El reloj, con sus configuraciones predeterminadas, produce una onda cuadrada que varía entre 0 V y 5 V con una longitud de ciclo de $T = 1$ ms.) Esto significa que su tiempo de *encendido* t_p es $T/2 = 500$ μs. Ya que la constante de tiempo de la figura 11-44 es $\tau = RC = 50$ μs, t_p es mayor que 5 τ y se debe obtener una forma de onda similar a la de la figura 11-37(c). Para verificar, siga el procedimiento del ejemplo previo, excepto que se fija *End Time* (TSTOP) en 0.0025 en la caja de diálogo *Analysis/Transient* y seleccione los nodos 1 y 2 para el despliegue. La forma de onda de la figura 11-44(b) aparece. Observe que los picos de salida ocurren en las transiciones de la forma de onda de entrada como se predijo.



(a)

(b) La forma de onda gris claro es la entrada y la negra es la salida

FIGURA 11-44 Análisis con Multisim del circuito de la figura 11-36. Compare (b) con la figura 11-37(c).

PSpice

Como un primer ejemplo, considere la figura 11-2 con $R = 200\ \Omega$, $C = 50$ μF y $E = 40$ V. Al principio el capacitor está descargado (es decir, $V_0 = 0$ V). Primero, lea las Notas de operación de PSpice y luego proceda como sigue:

- Construya el circuito en la pantalla como en la figura 11-45. (El interruptor se encuentra en la biblioteca EVAL como el elemento Sw_tClose.) Recuerde girar el capacitor tres veces como se discute en el apéndice A, entonces establezca su condición inicial (*IC*) en cero. Para hacer esto, haga doble clic en el símbolo del capacitor y teclee **0V** en la celda *Property editor* etiquetada como IC, haga clic en *Apply*, después cierre el editor. Haga clic en el icono *New Simulation Profile* y asígnele un nombre (por ejemplo, **Figura 11-46**) y haga clic en *Create*. En la caja *Simulation Settings*, haga clic en la pestaña de

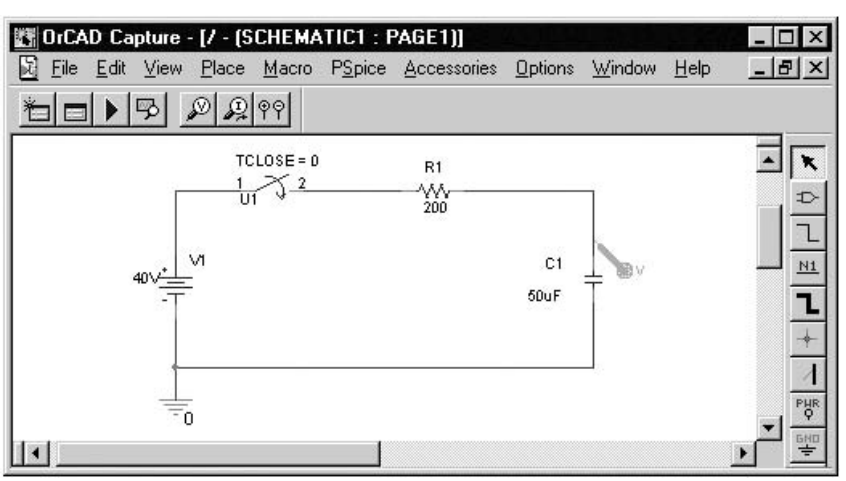


FIGURA 11-45 Ejemplo con PSpice. El marcador de voltaje despliega el voltaje con respecto a tierra, el cual, en este caso es el voltaje en C_1.

NOTAS . . .

Notas de operación de PSpice

1. No ponga espacio entre un valor y su unidad. Esto es, use 50 ms, no 50 ms, etcétera.
2. Cuando dé la instrucción de ingresar datos mediante un editor de Propiedades, primero haga clic en la pestaña *Parts* en la parte inferior de la pantalla; desplácese a la derecha hasta que encuentre la celda que quiere, teclee su nuevo valor y haga clic en *Apply*.
3. Algunas veces se obtienen formas de onda cortadas. Si esto pasa, ingrese un valor adecuado para *Maximum step size* en la caja *Simulation Profile*. Si el valor es demasiado grande, la forma de onda será cortada, pero si es demasiado pequeño, el tiempo de simulación será demasiado extenso. Por lo general, los valores no son críticos, pero se puede tener la necesidad de experimentar un poco.
4. Para problemas de transitorios se debe especificar una condición inicial (IC) para cada capacitor e inductor, aun si son cero. El procedimiento se describe en el ejemplo.
5. Para activar los iconos que se usan para adicionar y ver las formas de onda en estos ejemplos, se necesita establecer iconos adicionales en la barra de herramientas. El procedimiento es el siguiente: cuando aparece el despliegue de la figura 11-46, haga clic en *Tools, Customize* y selecciones la pestaña *Toolbars*, elija todas las barras de herramientas que se muestran, es decir, *File*, *Edit*, *Simulate*, *Probe* y *Cursor*, y haga clic en OK. Posicione el cursor sobre varios iconos para observar su función.
6. Para seleccionar la forma de onda que se desea y aplicar el cursor, haga clic en el símbolo en la parte inferior de la pantalla, esto es, el cuadro verde pequeño para el voltaje o el diamante rojo pequeño para la corriente, véase la figura 11-46. (Nota: En la gráfica generada por PSpice, la curva de voltaje aparece en color verde y la curva de corriente en rojo.)

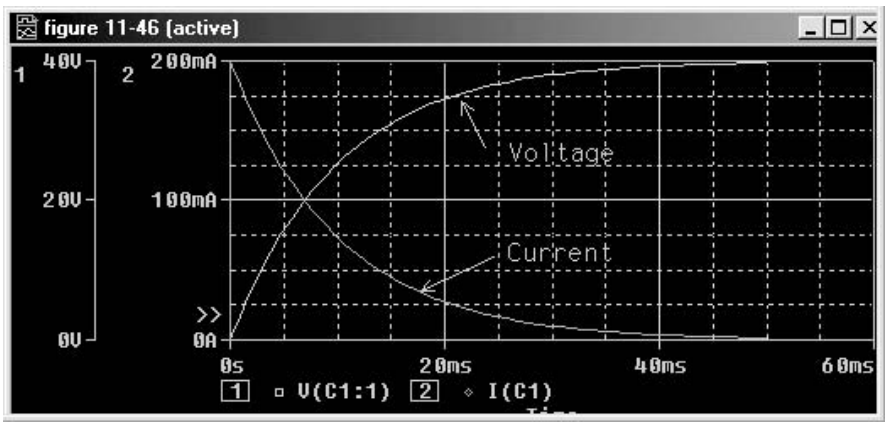


FIGURA 11-46 Formas de onda para los circuitos de las figuras 11.45 y 11.47.

Analysis, seleccione *Time Domain* (*Transient*) y en *Options*, selecciones *General Settings*. Establezca la duración del transitorio (TSTOP) en 50ms (es decir, cinco veces la constante de tiempo). Encuentre el marcador de voltaje en la barra de herramientas y colóquelo como se muestra. (Será gris, no verde, pero cambia el color después de que la simulación se ejecuta.)

- Haga clic en el icono *Run*. Cuando se completa la simulación, aparece un trazo del voltaje del capacitor contra el tiempo (el trazo verde de la figura 11-46). Haga clic en *Plot* (en la barra de herramientas) y después en *Add* Y *Axis* para crear el segundo eje. Si es necesario, active los iconos de la barra de herramientas adicional que se describen en la Nota de operación 5, entonces haga clic en *Trace*, *Add Trace* en la barra de herramientas. En la caja de diálogo, haga clic en I(C1)(suponiendo que el capacitor se ha designado como C_1), luego en OK. Esto agrega la segunda gráfica.

Análisis de resultados

Haga clic en el icono del cursor y úselo para determinar los valores en la pantalla. Por ejemplo, en $t = 5$ ms, debe encontrar $v_C = 15.7$ V e $i_C = 121$ mA. (Una solución analítica para este circuito, la figura 11-23, se encuentra en el ejemplo 11-10, parte (c), que concuerda exactamente con la solución de PSpice.)

Como un segundo ejemplo, considere el circuito de la figura 11-21 (que se muestra en la figura 11-47). Construya el circuito usando el mismo procedimiento general que en el ejemplo anterior, excepto que no gire el capacitor. De nuevo, asegúrese de fijar V_0 (el voltaje inicial en el capacitor) en cero. En la caja *Simulation Profile*, establezca TSTOP en 50ms. Coloque los marcadores diferenciales de voltaje (se encuentran en la barra de herramientas en la parte superior de la pantalla) entre C (con el marcador V^+ a la izquierda) para graficar el voltaje en el capacitor. Corra el análisis, cree un segundo eje, después agregue la gráfica de la corriente. Debe obtener la misma gráfica (es decir, la figura 11-46), así como la obtuvo en el ejemplo anterior, ya que el circuito es el equivalente de Thévenin de aquél.

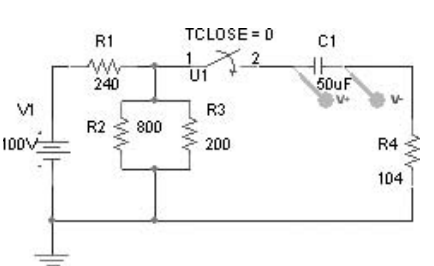
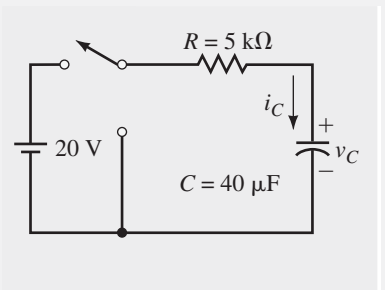


FIGURA 11-47 Los marcadores diferenciales despliegan el voltaje en C_1.

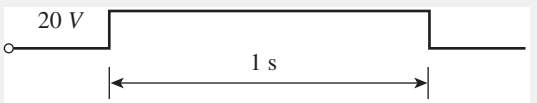
Como ejemplo final, considere la figura 11-48(a), la cual muestra la acción de una doble conmutación.

EJEMPLO 11-17

El capacitor de la figura 11-48(a) tiene un voltaje inicial de −10 V. El interruptor se mueve a la posición de carga por 1 s, luego a la posición de descarga donde permanece. Determine las curvas para v_C e i_C



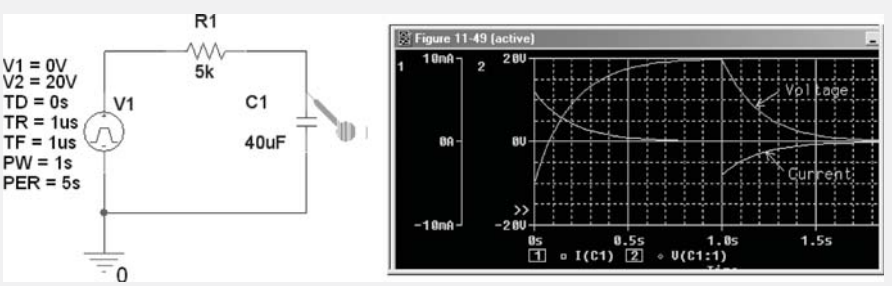
(a) Circuito que debe modelarse



(b) El pulso aplicado

FIGURA 11-48 Creando una forma de onda carga/descarga con PSpice.

Solución PSpice no tiene un interruptor que realice la secuencia de conmutación de la figura 11-48. Sin embargo, al mover primero el interruptor para la carga y luego para la descarga equivale a colocar 20 V en la combinación *RC* para el tiempo de carga y después 0 V, como se indica en (b). Esto se puede llevar a cabo con una fuente de pulso (VPULSE) como se indica en la figura 11-49(a). (VPULSE se encuentra en la biblioteca SOURCE.) Observe los parámetros que se enlistan al lado del símbolo. Haga clic en cada uno y establezca como se indica, por ejemplo, dé clic en *V*1 y cuando se abra la caja del parámetro, teclee **0V**. (Esto define un pulso con un periodo de 5 s, un ancho de 1 s, tiempos de subida y bajada de 1 μs, amplitud de 20 V y un valor inicial de 0V.) Haga doble clic en el símbolo del capacitor y fije *IC* en −10 V en el *Property Editor*; haga clic en *Apply* y cierre. Haga clic en el icono de *New Simulation Profile* y establezca TSTOP en 2s. Coloque un marcador de corriente (*Current Marker*) como se muestra y ejecute. Se debe obtener el trazo de corriente de (b) en la pantalla. Agregue el segundo eje y el trazo del voltaje como se describió en los ejemplos anteriores. La curva roja de voltaje debe aparecer.



(a) (b)

FIGURA 11-49 Un modelo de la acción de conmutación con el uso de una fuente de pulso.

Observe que el voltaje inicia en −10 V y se incrementa a 20 V mientras que la corriente inicia en $(E - V_0)/R = 30\text{ V}/5\text{ k}\Omega = 6$ mA y disminuye a cero. Cuando el interruptor cambia a la posición de descarga, la corriente cae de 0 A a $-20\text{ V}/5\text{ k}\Omega = -4$ mA y entonces disminuye a cero, mientras que el voltaje se reduce de 20 V a cero. (Use el cursor para verificarlo.) Entonces, se verifica la solución.

PUESTA EN PRÁCTICA

Un dispositivo electrónico emplea un circuito temporizador de la clase que se muestra en la figura 11-32(a), es decir, un circuito de carga *RC* y un detector de umbral. (Las formas de onda de temporización son idénticas a las de la figura 11-32(b)). La entrada al circuito *RC* es un escalón de 0 a 5 V ± 4%, $R = 680\ \text{k}\Omega$ ± 10%, $C = 0.22\ \mu\text{F}$ ±10%, el detector de umbral se activa en $v_C = 1.8\ \text{V} \pm 0.05$ V y el retraso requerido es de 67 ms ±18 ms. Usted prueba varias unidades conforme salen de la línea de producción y encuentra que algunas no cumplen con el tiempo especificado. Realice una revisión del diseño y determine la causa. Vuelva a diseñar la parte de temporización del circuito en la forma más económica posible.

PROBLEMAS

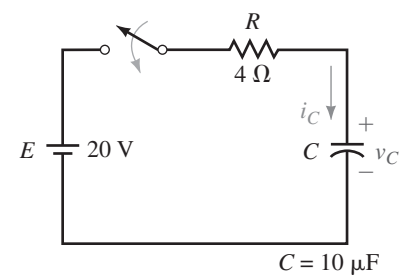


FIGURA 11-50

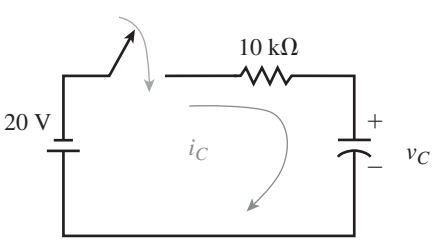


FIGURA 11-51 $V_0 = 0$ V, $C = 10\ \mu$F.

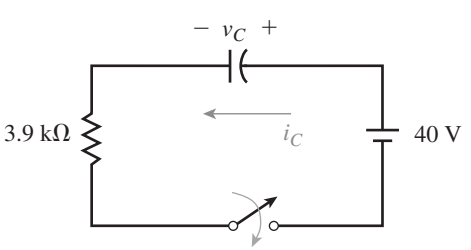


FIGURA 11-52 $C = 10\ \mu$F, $V_0 = 0$ V.

11-1 Introducción

1. El capacitor de la figura 11-50 está descargado.
   a. ¿Cuál es el voltaje y la corriente del capacitor justo después de que se cierra el interruptor?
   b. ¿Cuál es el voltaje y la corriente del capacitor después de que está totalmente cargado?
2. Repita el problema 1 si la fuente de 20 V se reemplaza por otra de −60 V.
3. a. ¿A qué se parece un capacitor descargado en el instante que se conecta el interruptor?
   b. ¿Cómo se ve un capacitor cargado en el instante que se acciona el interruptor?
   c. ¿A qué se parece un capacitor en estado estable de cd?
   d. ¿Qué se quiere decir con $i(0^-)$ y con $i(0^+)$?
4. Para un circuito cargado, $E = 25$ V, $R = 2.2\ \text{k}\Omega$ y el capacitor está inicialmente descargado. El interruptor está cerrado en $t = 0$. ¿Cuánto vale $i(0^+)$?
5. Para un circuito de carga, $R = 5.6\ \text{k}\Omega$ y $v_C(0^-) = 0$ V. Si $i(0^+) = 2.7$ mA, ¿cuál es el valor de *E*?

11-2 Ecuaciones de carga del capacitor

6. El interruptor de la figura 11-50 está cerrado en $t = 0$ s. El capacitor está inicialmente descargado.
   a. Determine la ecuación para el voltaje de carga v_C.
   b. Determine la ecuación para la corriente de carga i_C.
   c. Por sustitución directa, calcule v_C e i_C en $t = 0^+$ s, 40, 80, 120, 160 y 200 μs.
   d. Grafique v_C e i_C en papel milimétrico con los resultados del inciso (c). Sugerencia: véase el ejemplo 11-2.
7. Repita el problema 6 si $R = 500\ \Omega$, $C = 25\ \mu$F y $E = 45$ V, pero ahora calcule y grafique valores en $t = 0^+$ s, 20, 40, 60, 80 y 100 ms.
8. El interruptor de la figura 11-51 está cerrado en $t = 0$ s. Determine las ecuaciones para la corriente y el voltaje del capacitor. Calcule v_C e i_C en $t =$ 50 ms.
9. Repita el problema 8 para el circuito de la figura 11-52.
10. El capacitor de la figura 11-2 está descargado en el momento en que se cierra el interruptor. Si $E = 80$ V, $C = 10\ \mu$F e $i_C(0^+) = 20$ mA, determine las ecuaciones para v_C e i_C.

11. Determine la constante de tiempo para el circuito de la figura 11-50. ¿Cuánto tiempo (en segundos) tardará el capacitor en cargarse?
12. Un capacitor tarda 200 ms en cargarse. Si $R = 5\ \text{k}\Omega$, ¿cuál es el valor de C?
13. Para la figura 11-50, el voltaje del capacitor con el interruptor abierto es de 0 V. Cierre el interruptor en $t = 0$ y determine el voltaje y corriente del capacitor en $t = 0^+$, 40, 80, 120, 160 y 200 μs, use las curvas de la constante de tiempo universal.
14. Si $i_C = 25e^{-40t}$ A, ¿cuál es la constante de tiempo*?* y ¿cuánto tiempo durará el transitorio?
15. Para la figura 11-2, la corriente se eleva a 3 mA cuando el interruptor se cierra. El capacitor tarda 1 s para cargarse. Si $E = 75$ V, determine R y C.
16. Para la figura 11-2, si $v_C = 100(1 - e^{-50t})$ V e $i_C = 25e^{-50t}$ mA, ¿qué valor tienen E, R y C?
17. Para la figura 11-2, determine E, R y C si el capacitor tarda 5 ms en cargarse, la corriente en 1 constante de tiempo después de que el interruptor se cierra es de 3.679 mA, y el capacitor se carga a 45 volts en estado estable.
18. Para la figura 11-2, $v_C(\tau) = 41.08$ V e $i_C(2\tau) = 219.4$ mA. Determine E y R.

11-3 Capacitores con un voltaje inicial

19. El capacitor de la figura 11-50 tiene un voltaje inicial. Si $V_0 = 10$ V, ¿cuál es la corriente justo después de que el interruptor se ha cerrado?
20. Repita el problema 19 si $V_0 = -10$ V.
21. Para el capacitor de la figura 11-51, $V_0 = 30$ V.
    a. Determine la expresión para el voltaje de carga v_C.
    b. Determine la expresión para la corriente i_C.
    c. Grafique v_C e i_C.
22. Repita el problema 21 si $V_0 = -5$ V.

11-4 Ecuaciones de descarga del capacitor

23. Para el circuito de la figura 11-53, suponga que el capacitor está cargado a 50 V antes de que el interruptor se cierre.
    a. Determine la ecuación para el voltaje de descarga v_C.
    b. Determine la ecuación para la corriente de descarga i_C.
    c. Determine la constante de tiempo del circuito.
    d. Calcule v_C e i_C en $t = 0^+$ s, $t = \tau$, 2, 3, 4, y 5τ.
    e. Grafique los resultados del inciso (d) con el eje del tiempo con escalas de segundos y de constantes de tiempo.
24. El voltaje inicial en el capacitor de la figura 11-53 es de 55 V. El interruptor se cierra en $t = 0$. Determine el voltaje y la corriente del capacitor en $t = 0^+$, 0.5, 1, 1.5, 2 y 2.5 s, use las curvas de constante de tiempo universal.
25. Un capacitor de 4.7 μF se carga a 43 volts. Si un resistor de 39 kΩ se conecta al capacitor, ¿cuál es el voltaje, 200 ms después de que se conecta el resistor?
26. El voltaje inicial en el capacitor de la figura 11-53 es de 55 V. El interruptor se cierra en $t = 0$ s y se abre 1 s después. Grafique v_C. ¿Cuál es el voltaje del capacitor en $t = 3.25$ s?
27. Para la figura 11-54, sea $E = 200$ V, $R_2 = 1\ \text{k}\Omega$ y $C = 0.5$ μF. Después de que el capacitor está totalmente cargado en la posición 1, el interruptor es movido a la posición 2.
    a. ¿Qué voltaje tiene el capacitor inmediatamente después de que el interruptor es movido a la posición 2? ¿Cuál es la corriente?
    b. ¿Cuál es la constante de tiempo de descarga?
    c. Determine las ecuaciones de descarga para v_C e i_C.

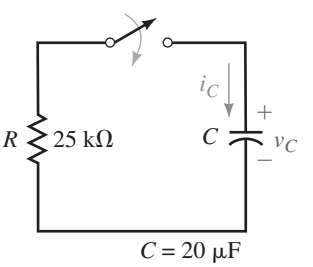


FIGURA 11-53

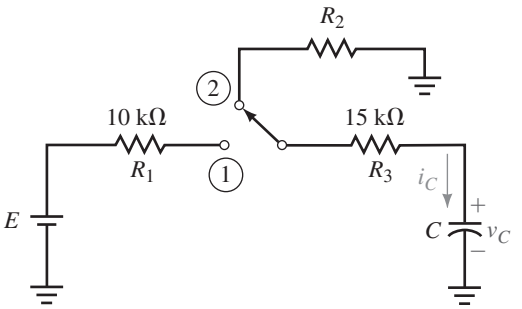


FIGURA 11-54

28. Para la figura 11-54, C está totalmente cargado antes de que el interruptor sea movido para la descarga. Justo después que es movido, la corriente es $i_C = -4$ mA y C tarda 20 ms en descargarse. Si $E = 80$ V, ¿qué valores tienen R_2 y C?

11-5 Circuitos más complejos

29. Los capacitores de la figura 11-55 están descargados. El interruptor se cierra en $t = 0$. Determine la ecuación para v_C. Calcule v_C a una constante de tiempo usando la ecuación y la curva de constante de tiempo universal. Compare sus respuestas.

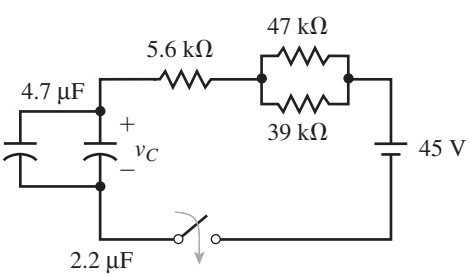


FIGURA 11-55

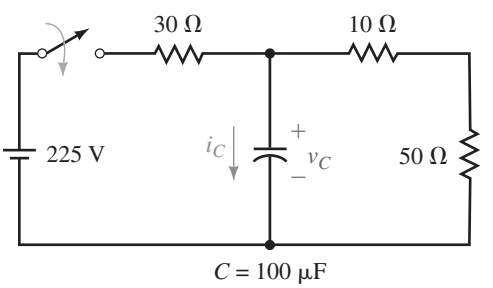


FIGURA 11-56

30. Para la figura 11-56, el interruptor se cierra en $t = 0$. Si $V_0 = 0$ V.
    a. Determine las ecuaciones para v_C e i_C.
    b. Calcule el voltaje del capacitor en $t = 0^+$ 2, 4, 6, 8, 10 y 12 ms.
    c. Repita el inciso (b) para la corriente del capacitor.
    d. ¿Por qué 225 V/30 Ω también producen $i(0^+)$?
31. Repita el problema 30, del inciso (a) al (c) para el circuito de la figura 11-57.

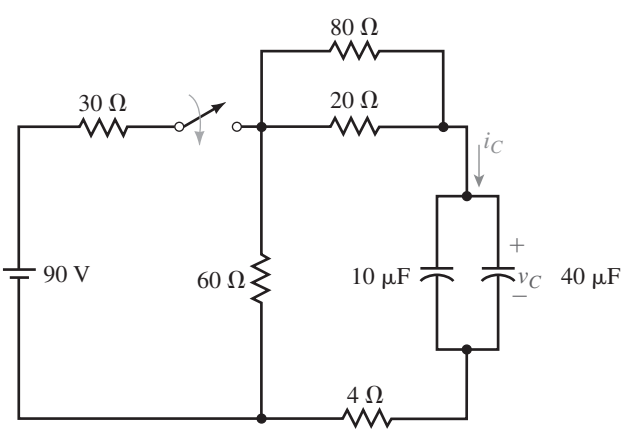


FIGURA 11-57

32. Considere otra vez la figura 11-54. Suponga que $E = 80$ V, $R_2 = 25$ kΩ y $C = 0.5$ μF:
    a. ¿Cuál es la constante de tiempo de carga?
    b. ¿Cuál es la constante de tiempo de descarga?
    c. Con el capacitor inicialmente descargado, mueva el interruptor a la posición 1 y determine las ecuaciones para v_C e i_C durante la carga.
    d. Mueva el interruptor a la posición de descarga. ¿Cuánto tiempo tarda el capacitor en descargarse?
    e. Grafique v_C e i_C desde el momento en que el interruptor se coloca en la posición de carga hasta que el capacitor está totalmente cargado. Suponga que el interruptor está en la posición de carga durante 80 ms.

33. Para el circuito de la figura 11-54, el capacitor está inicialmente descargado. El interruptor es movido primero a la posición de carga y luego a la de descarga, proporcionando la corriente que se muestra en la figura 11-58. El capacitor se carga totalmente en 12.5 s. Determine E, R_2 y C.

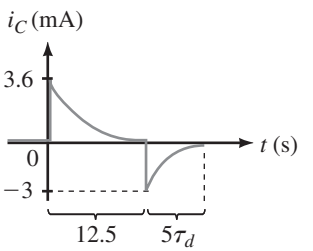


FIGURA 11-58

34. Vea el circuito de la figura 11-59:
    a. ¿Cuál es la constante de tiempo de carga?
    b. ¿Cuál es la constante de tiempo de descarga?
    c. El interruptor está en la posición 2 y el capacitor está descargado. Mueva el interruptor a la posición 1 y determine las ecuaciones para v_C e i_C.
    d. Después de que el capacitor ha sido cargado en dos constantes de tiempo, mueva el interruptor a la posición 2 y determine las ecuaciones para v_C e i_C durante la descarga.
    e. Grafique v_C e i_C.

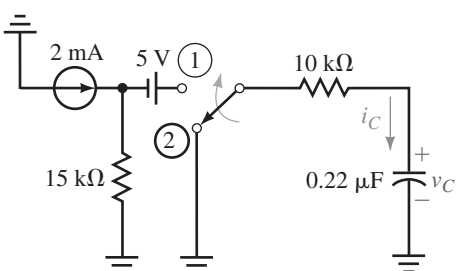


FIGURA 11-59

35. Determine los voltajes del capacitor y la corriente de la fuente para el circuito de la figura 11-60 después de que se alcanzó el estado estable.

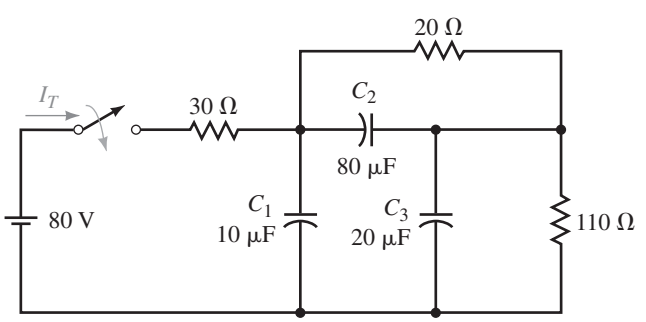


FIGURA 11-60

36. Una caja negra que contiene fuentes de cd y resistores tiene un voltaje a circuito abierto de 45 volts como en la figura 11-61(a). Cuando la salida está en corto como en (b), la corriente de corto es de 1.5 mA. Un interruptor y un capacitor descargado de 500 μF están conectados como en (c). Determine el voltaje y la corriente del capacitor 25 s después de que el interruptor se ha cerrado.

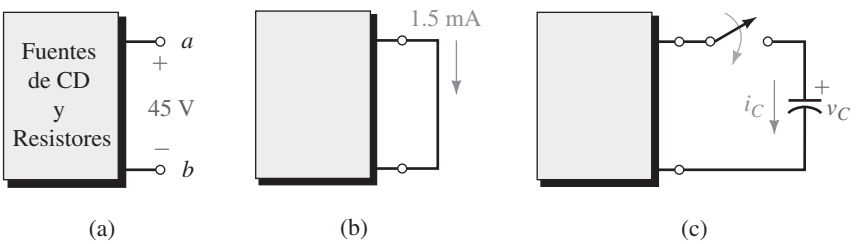


FIGURA 11-61

11-6 Aplicación de temporización RC

37. Para el circuito de alarma de la figura 11-32, si la entrada desde el sensor es de 5 V, $R = 750\ \text{k}\Omega$ y la alarma es activada en 15 s cuando $v_C = 3.8$ V, ¿qué valor tiene C?

38. Para el circuito de alarma de la figura 11-32, la entrada desde el sensor es de 5 V, $C = 47\ \mu\text{F}$, y la alarma es activada cuando $v_C = 4.2$ V. Seleccione el valor del resistor estándar más cercano para lograr un retraso de 37 s.

11-7 Respuesta al pulso de circuitos RC

39. Considere la forma de onda de la figura 11-62.
    a. ¿Cuál es el periodo?
    b. ¿Cuál es el ciclo de trabajo?
    c. ¿Cuál es el VRP?

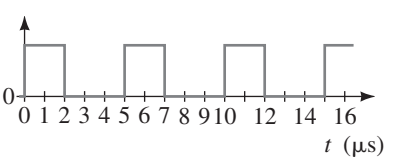


FIGURA 11-62

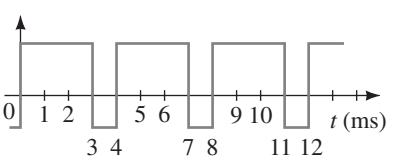


FIGURA 11-63

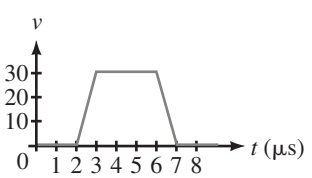


FIGURA 11-64

40. Repita el problema 39 para la forma de onda de la figura 11-63.

41. Determine el tiempo de subida, de bajada y el ancho de pulso para el pulso de la figura 11-64.

42. Un solo pulso es la entrada al circuito de la figura 11-65. Si se supone que el capacitor está inicialmente descargado, grafique la salida para cada uno de los conjuntos de valores siguientes:
    a. $R = 2\ \text{k}\Omega$, $C = 1\ \mu\text{F}$.
    b. $R = 2\ \text{k}\Omega$, $C = 0.1\ \mu\text{F}$.

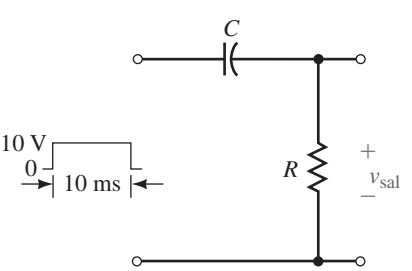


FIGURA 11-65

43. Se aplica un escalón al circuito de la figura 11-66. Si $R = 150\Omega$ y $C = 20$ pF, estime el tiempo que tarda en subir el voltaje de salida.
44. Un tren de pulsos es la entrada del circuito de la figura 11-66. Si se supone que el capacitor está inicialmente descargado, grafique la salida para cada uno de los conjuntos de valores siguientes, después de que el circuito alcanzó un estado estable:
   a. $R = 2$ kΩ, $C = 0.1$ μF.
   b. $R = 20$ kΩ, $C = 1.0$ μF.

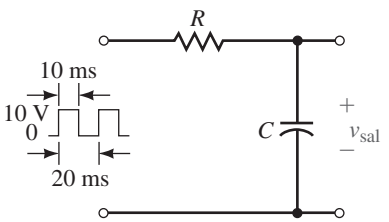


FIGURA 11-66

11-8 Análisis transitorio por computadora

45. Grafique el voltaje del capacitor para el circuito de la figura 11-2 con $E = -25$ V, $R = 40$ Ω, $V_0 = 0$ V y $C = 400$ μF (véase la Nota 1). Fije los valores para la escala de la gráfica en $t = 20$ ms, utilice el cursor. Compare los resultados que obtuvo con la ecuación 11-3 o la curva de la figura 11-15(a). MULTISIM
46. Obtenga una gráfica de voltaje contra tiempo en R para el circuito de la figura 11-67 (véase la Nota 1). Suponga un capacitor inicialmente descargado. Use el cursor para leer el voltaje en $t = 50$ ms y utilice la ley de Ohm para calcular la corriente. Compare los valores determinados de forma analítica. Repita con $V_0 = 100$ V. MULTISIM

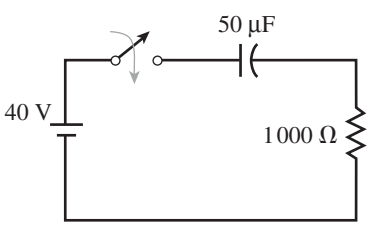


FIGURA 11-67

47. Considere la figura 11-57. Use Multisim y suponga condiciones iniciales de cero para ambos capacitores. Haga lo siguiente (véase la Nota 3).
   a. Haga una gráfica del voltaje del capacitor para el circuito de la figura 11-57 y encuentre v_C en $t = 4$ ms.
   b. Determine la corriente en el resistor de 4 Ω en $t = 3.5$ ms.
48. Use Multisim para construir la figura 11-68 en su pantalla. (La fuente se encuentra en *Sources Group*. Haga clic en *Place/Components* para encontrarla.) Repita el ejemplo 11-17 y haga una gráfica del voltaje en el capacitor. Debe obtener la curva gris de la figura 11-49(b) como solución. MULTISIM

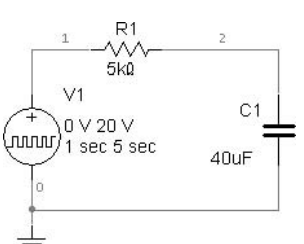


FIGURA 11-68

NOTAS . . .

1. Ya que Multisim grafica sólo voltajes con respecto a tierra, ésta se debe colocar en la posición que se desee usar como punto de referencia. Esto significa que en algunos problemas tendrá que moverla y volver a simular para obtener algunas respuestas.

PSpice

49. Use PSpice para graficar el voltaje y la corriente del capacitor de un circuito de carga con $E = -25$ V, $R = 40\ \Omega$, $V_0 = 0$ V y $C = 400\ \mu$F. Determine los valores de la escala de la gráfica con el cursor. Use las ecuaciones 11-3 y 11-5 o las curvas de la figura 11-15 para comparar los resultados que obtuvo.

PSpice

50. Repita el problema de la pregunta 46 usando PSpice. Grafique el voltaje y la corriente.

PSpice

51. El interruptor de la figura 11-69 está cerrado en $t = 0$ s. Use PSpice para hacer una gráfica de las formas de onda del voltaje y la corriente. Utilice el cursor para determinar v_C e i_C en $t = 10$ ms.

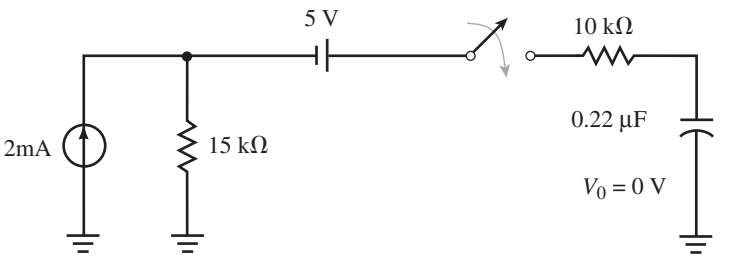


FIGURA 11-69

PSpice

52. Use PSpice y vuelva a hacer el ejemplo 11-17 con el interruptor en posición de carga para 0.5 s y todo lo demás igual. Con su calculadora determine v_C e i_C en 5 s y compare los valores con las gráficas de PSpice. Repita para i_C justo después de mover el interruptor a la posición de descarga.

PSpice

53. Use PSpice para encontrar los voltajes y corrientes en el circuito de la figura 11-60. A partir de ello, determine los voltajes y corrientes finales (en estado estable) y compare los resultados con los que obtuvo en el problema 35.

✓ RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 1

1. 0.2 A
2. a. 50 ms
   b.

t(ms)	i_c(mA)
0	50
25	30.3
50	18.4
75	11.2
100	6.8
250	0.337

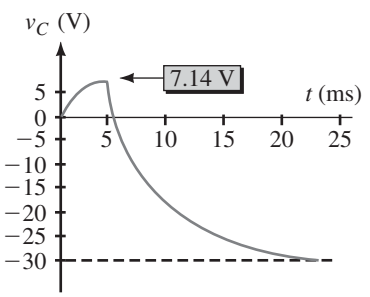
3.

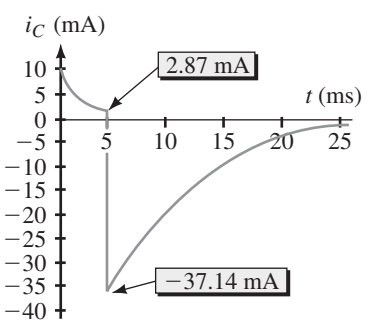
t(ms)	v_c(V)
0	0
25	71.3
50	91.8
75	97.7
100	99.3
250	100

4. $40(1 - e^{-5t})$ V, $200e^{-5t}$ mA, 38.0 V, 9.96 mA
5. a. $v_C(0^+) = v_C(0^-) = 0$; b. $i_C(0^-) = 0$; $i_C(0^+) = 10$ mA; c. 100 V, 0 A
6. 80 V, 40 kΩ, 0.2 μF

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 2

1. a. $40 + 40e^{-5t}$ V. v_C inicia en 80 V y disminuye exponencialmente a 40 V.
   b. No hay transitorio ya que el valor inicial = valor final.
   c. $40 - 100e^{-5t}$ V. v_C inicia en −60 V y sube exponencialmente a 40 V.
2. 0.1833 s
3. a. $100e^{-10t}$ V; $-10e^{-10t}$ mA; v_C inicia en 100 V y disminuye a 0 en 0.5 s (es decir, 5 constantes de tiempo); i_C inicia en −10 mA y disminuye a 0 en 0.5 s
   b. $-100e^{-10t}$ V; $10e^{-10t}$ mA; v_C inicia en −100 V y disminuye a 0 en 0.5 s (es decir, 5 constantes de tiempo); i_C inicia en 10 mA y disminuye a 0 en 0.5 s
4. a., b. y c. Lo mismo que en el ejemplo 11-12
   d. $-30 + 37.14e^{-250t}$ V e. $-37.14e^{-250t}$ mA
   f.





5. $6(1 - e^{-25t})$ V; $150e^{-25t}$ mA

■ TÉRMINOS CLAVE

Ampere-vueltas
Campo magnético
Circuito magnético
Densidad de flujo
Desbordamiento
Efecto Hall
Factor de apilamiento
Ferromagnético
Flujo
Fuerza magnetomotriz
Histéresis
Intensidad del campo magnético
Ley de Ampère
Magnetismo residual
Permeabilidad
Polos
Regla de la mano derecha
Reluctancia
Saturación
Teoría del dominio
Tesla
Weber

■ PLAN GENERAL

La naturaleza de un campo magnético
Electromagnetismo
Flujo magnético y densidad de flujo
Circuitos magnéticos
Espacios de aire, desbordamiento y núcleos laminados
Elementos en serie y en paralelo
Circuitos magnéticos con excitación de CD
Intensidad de campo magnético y curvas de magnetización
Ley de circuitos de Ampère
Circuitos magnéticos serie: a partir de Φ, determinar NI
Circuitos magnéticos serie-paralelo
Circuitos magnéticos en serie: a partir de NI determinar Φ
Fuerza debida a un electroimán
Propiedades de los materiales magnéticos
Medición de campos magnéticos

■ OBJETIVOS:

Después de estudiar este capítulo será capaz de:

- representar los campos magnéticos usando el concepto de flujo de Faraday,
- describir los campos magnéticos en forma cuantitativa en términos del flujo y la densidad de flujo,
- explicar qué son los circuitos magnéticos y por qué se usan,
- determinar la intensidad de campo magnético o la densidad de flujo magnético de una curva *B-H*,
- resolver circuitos magnéticos en serie,
- resolver circuitos magnéticos en serie-paralelo,
- calcular la fuerza de atracción de un electroimán,
- explicar la teoría de dominio del magnetismo,
- describir el proceso de desmagnetización.

Magnetismo y circuitos magnéticos

12

RESUMEN DEL CAPÍTULO

Muchos dispositivos comunes dependen del magnetismo. Ejemplos familiares incluyen la unidad de disco de computadoras, grabadoras de cinta, reproductores de cintas de video, transformadores, motores, generadores, etc. Para entender su operación, es necesario tener conocimiento sobre magnetismo y entender los principios de los circuitos magnéticos. En este capítulo se verán los fundamentos del magnetismo, la relación entre cantidades eléctricas y magnéticas, los conceptos de los circuitos magnéticos y los métodos de análisis. En el capítulo 13 se verá la inducción electromagnética y la inductancia, y en el capítulo 24 se aplicarán los principios magnéticos al estudio de los transformadores. ■

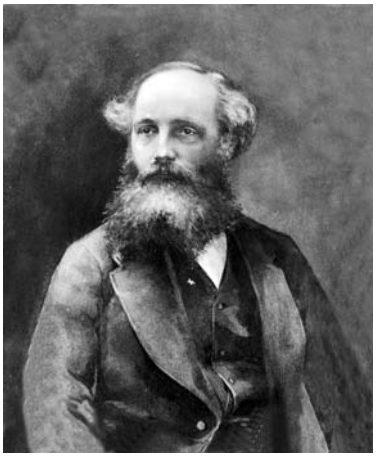
PERSPECTIVA HISTÓRICA

Magnetismo y electromagnetismo

AUNQUE LOS HECHOS BÁSICOS sobre el magnetismo han sido conocidos desde tiempos antiguos, no fue sino hasta los primeros años del siglo XIX que se estableció la relación entre la electricidad y el magnetismo y se asentaron los fundamentos de la teoría moderna de electromagnetismo.

En 1819, Hans Christian Oersted, un científico danés, demostró que la electricidad y el magnetismo están relacionados cuando mostró que la aguja de una brújula es desviada por un conductor que lleva corriente. Al año siguiente, Andre Ampère (1775-1836) demostró que los conductores que llevan corriente se atraen o se repelen entre sí, como lo hacen los imanes. Sin embargo, fue Michael Faraday (recuerde el capítulo 10) quien desarrolló el concepto actual de campo magnético como una colección de líneas de flujo en el espacio que conceptualmente representan tanto la intensidad como la dirección del campo. Fue este concepto el que llevó al entendimiento del magnetismo y al desarrollo de importantes dispositivos prácticos como el transformador y el generador eléctrico.

En 1873, James Clerk Maxwell (véase la fotografía), un científico escocés, vinculó conceptos teóricos y experimentales conocidos hasta ese entonces y desarrolló una teoría unificada de electromagnetismo, la cual predijo la existencia de las ondas de radio. Cerca de 30 años después, Heinrich Hertz, un físico alemán, demostró en forma experimental que esas ondas existían y verificó las teorías de Maxwell, con lo cual preparó camino para la radio y televisión modernas ■



12-1 La naturaleza de un campo magnético

El magnetismo se refiere a la fuerza que actúa entre los imanes y los materiales magnéticos. Por ejemplo, se sabe que los imanes atraen partículas de hierro, causan deflexión en las agujas de las brújulas, atraen o repelen a otros imanes, etc. Esta fuerza actúa a distancia y sin la necesidad de que haya contacto físico. La región donde se siente la fuerza se llama el "campo del imán" o simplemente su **campo magnético**. Entonces, *un campo magnético es un campo de fuerza*.

NOTAS . . .

Flujo es quizá un nombre desafortunado para aplicarlo a un campo magnético. El flujo sugiere un movimiento, pero en un campo magnético es simplemente una condición del espacio, es decir, una región en la cual existe la fuerza magnética. No obstante, el concepto de **flujo** es de gran ayuda para visualizar el fenómeno magnético y se le continuará usando para ese propósito.

Flujo magnético

El concepto de flujo de Faraday (recuerde la Perspectiva histórica del capítulo 10) ayuda a visualizar este campo. Mediante la representación de Faraday, los campos magnéticos se dibujan como líneas en el espacio denominadas **líneas de flujo** o **de fuerza** que muestran la dirección y la intensidad del campo en todos los puntos. Esto se ilustra en la figura 12-1 para el campo de un imán de barra. Como se indica, el campo es más fuerte en los **polos** del imán (donde las líneas de flujo son más densas), su dirección es de norte (N) a sur (S) externo al imán y las líneas de flujo nunca se cruzan. El símbolo para el flujo magnético (figura 12-1) es la letra griega Φ (fi).

NOTAS . . .

Electrónica en el futuro

Para mayor información o para usar su computadora con el fin de explorar de manera interactiva las ideas que se presentan aquí, véase el CD incluido en este libro. Haga clic en el Botón 1 (Button 1), *Electronics into the Future* y seleccione el módulo de *Magnetism and electromagnetism*.

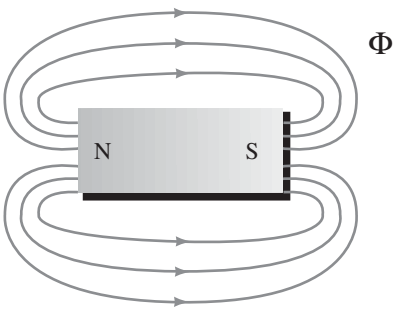


FIGURA 12-1 Campo de un imán de barra. El flujo magnético se denota por el símbolo Φ.

La figura 12-2 muestra lo que ocurre cuando dos imanes se acercan. En (a), los polos diferentes se atraen y las líneas de flujo pasan de un imán al otro. En (b), los polos iguales se repelen y las líneas de flujo son empujadas hacia atrás como lo indica el aplanamiento del campo entre los dos imanes.

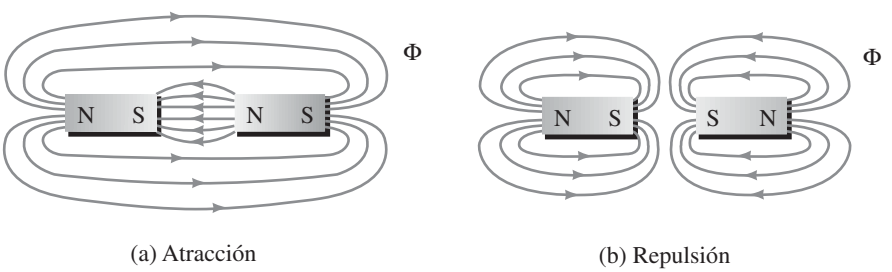


FIGURA 12-2 Patrones de campo debidos a la atracción y la repulsión.

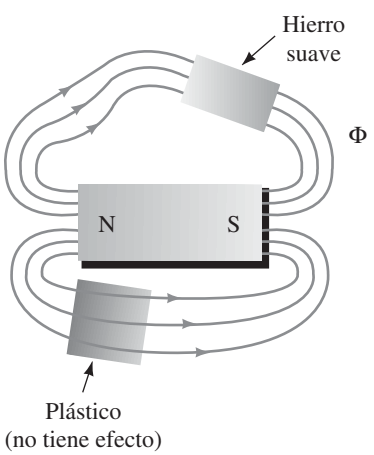


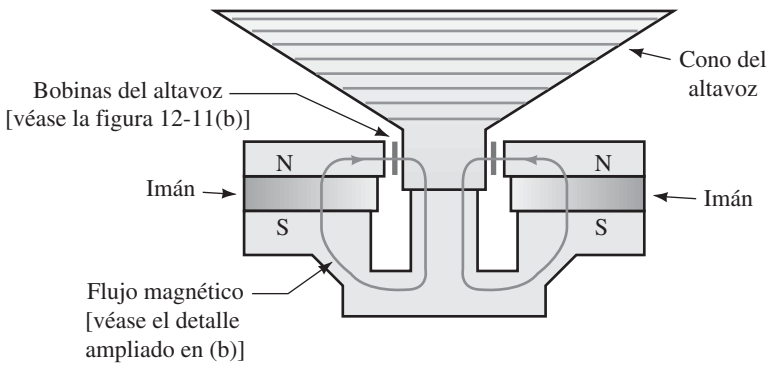
FIGURA 12-3 El campo magnético sigue la trayectoria más larga (pero más fácil) a través del hierro. El plástico no tiene efecto en el campo.

Materiales ferromagnéticos

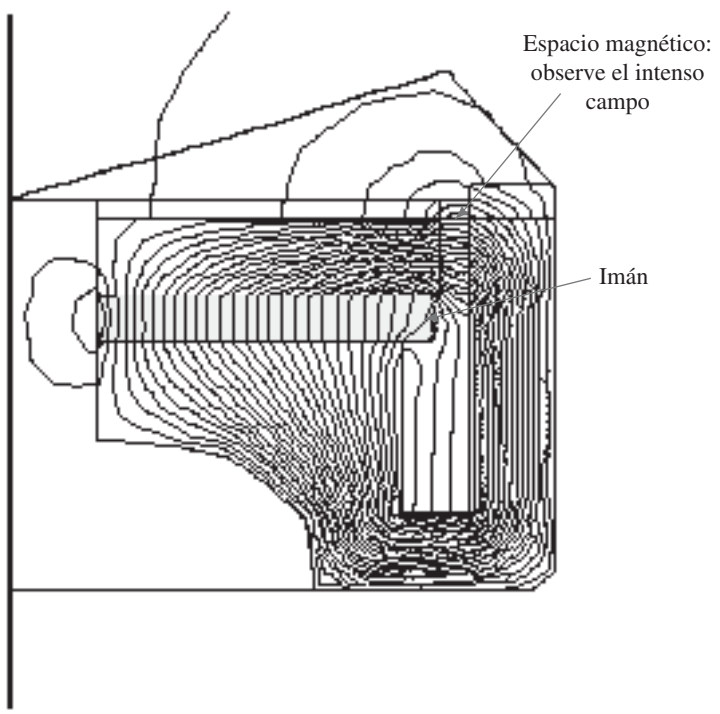
Los materiales magnéticos (aquellos que son atraídos por imanes, por ejemplo el hierro, el níquel, el cobalto y sus aleaciones) se llaman materiales **ferromagnéticos** y proporcionan una trayectoria fácil para el flujo magnético. Esto se ilustra en la figura 12-3, donde las líneas de flujo toman la trayectoria más larga (pero más fácil) a través del hierro suave, en lugar de la trayectoria más corta (de la figura 12-1) que tomarían normalmente.

Observe, sin embargo, que los materiales no magnéticos (plástico, madera, vidrio, etc.) no tienen efecto en el campo.

La figura 12-4 muestra una aplicación de estos principios. La parte (a) muestra una representación simplificada de un altavoz, y en la parte (b) se observan los detalles ampliados de su campo magnético. El imán permanente crea el campo y los polos de hierro lo guían y lo concentran en el espacio donde está colocada la bobina del altavoz. (Para una descripción de cómo trabaja el altavoz, véase la sección 12-4.) Dentro de la estructura de hierro, las líneas de flujo se juntan en las esquinas agudas interiores y se apartan en las esquinas exteriores, y son uniformes en otras partes, como se indica en (b). Esto es característico de los campos magnéticos en el hierro.



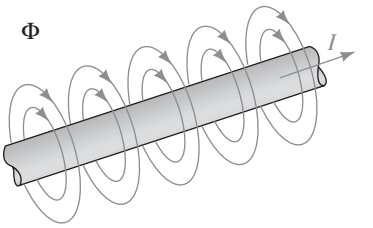
(a) Representación simplificada del campo magnético. Aquí, el campo complejo (b) se representa de manera simbólica con una sola línea



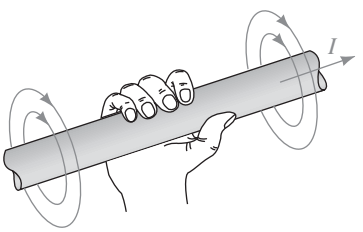
(b) Patrón de campo magnético para el altavoz. El campo es simétrico de manera que sólo se muestra la mitad de la estructura. *(Cortesía de JBL Professional)*

FIGURA 12-4 Circuito magnético de un altavoz. La estructura magnética y la bobina del altavoz se llaman "motor del altavoz". El campo es creado por el imán permanente.

12-2 Electromagnetismo



(a) Campo magnético producido por la corriente. El campo es proporcional a *I*



(b) Regla de la mano derecha

FIGURA 12-5 Campo alrededor de un conductor que lleva corriente. Si la corriente se invierte, el campo permanece concéntrico pero la dirección de las líneas de flujo irá en sentido contrario.

La mayoría de las aplicaciones de magnetismo involucran efectos magnéticos debidos a corrientes eléctricas. Primero se verán algunos principios básicos. Considere la figura 12-5, la corriente *I* crea un campo magnético que es concéntrico alrededor del conductor, uniforme a lo largo de su longitud y cuya intensidad es directamente proporcional a *I*. Observe la dirección del campo, recuerde la **regla de la mano derecha**. Como se indica en (b), imagine que coloca su mano derecha alrededor del conductor con el pulgar apuntando en la dirección de la corriente. Sus dedos entonces indican la dirección del campo. Si se cambia la dirección de la corriente, la dirección del campo se invierte. Si el conductor se devana en una bobina, los campos de sus vueltas individuales se combinan, produciendo un campo resultante como en la figura 12-6. La dirección del flujo de la bobina también puede determinarse por medio de una regla simple: rodee la bobina con los dedos de su mano derecha en la dirección de la corriente y el pulgar apuntará en la dirección del campo. Si la dirección de la corriente se invierte, la del campo también se invierte. Siempre que no esté presente material ferromagnético, la intensidad del campo de la bobina es directamente proporcional a su corriente.

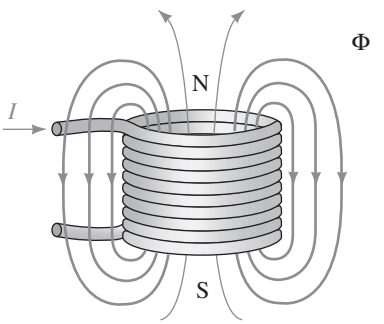


FIGURA 12-6 Campo producido por una bobina.

Si la bobina se devana sobre un núcleo ferromagnético como en la figura 12-7 (los transformadores se construyen de esta forma), casi todo el flujo se confina en el núcleo, aunque una pequeña cantidad (llamada flujo perdido o de fuga) pasa a través del aire circundante. Sin embargo, ahora que el material ferromagnético está presente, el flujo del núcleo ya no es proporcional a la corriente. La razón de esto se analiza en la sección 12-14.

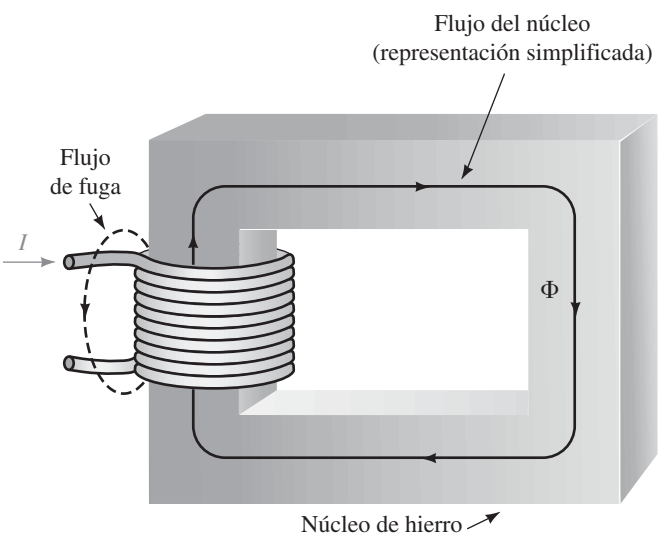


FIGURA 12-7 Para materiales ferromagnéticos, la mayoría del flujo está confinado en el núcleo.

12-3 Flujo magnético y densidad de flujo

Como se hizo notar en la figura 12-1, el flujo magnético se representa por el símbolo Φ. En el sistema SI la unidad del flujo es el **weber** (Wb), en honor al investigador pionero Wilhelm Eduard Weber, 1804-1891. Sin embargo, con frecuencia se está más interesado en la **densidad de flujo** B (es decir, el flujo por unidad de área) que en el flujo total Φ. Ya que el flujo se mide en Wb y el área **A** en m^2, la densidad de flujo se mide en Wb/m^2. No obstante, en honor de Nikola Tesla (otro de los primeros investigadores, 1856-1943) la unidad de densidad de flujo se llama **tesla** (T) y equivale a 1 Wb/m^2. La densidad de flujo se encuentra al dividir el flujo total que pasa de manera perpendicular a través de un área por el valor de la superficie, como en la figura 12-8. Esto es,

$$B = \frac{\Phi}{A} \quad \text{(tesla, T)} \tag{12-1}$$

Entonces, si $\Phi = 600\ \mu Wb$ de flujo pasa perpendicularmente a través de un área $A = 20 \times 10^{-4}\ m^2$, la densidad de flujo es $B = (600 \times 10^{-6}\ Wb)/(20 \times 10^{-4}\ m^2) = 0.3$ T. Entre mayor sea la densidad de flujo, más fuerte es el campo.

NOTAS . . .

Aunque el weber aparece en este punto como una cantidad abstracta, de hecho, puede ligarse con la familia del sistema eléctrico de unidades. Por ejemplo, si se pasa un conductor a través de un campo magnético de tal manera que el conductor corte las líneas de flujo a una tasa de 1 Wb por segundo, el voltaje inducido es de 1 V.

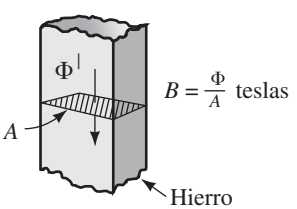


FIGURA 12-8 Concepto de densidad de flujo. 1 T = 1 Wb/m^2.

EJEMPLO 12-1

Para el núcleo magnético de la figura 12-9, la densidad de flujo en la sección transversal 1 es $B_1 = 0.4$ T. Determine B_2.

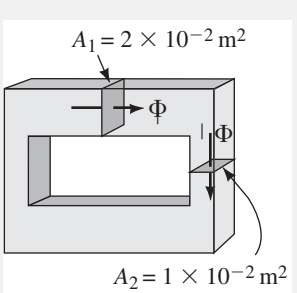


FIGURA 12-9

Solución $\Phi = B_1 \times A_1 = (0.4\ T)(2 \times 10^{-2}\ m^2) = 0.8 \times 10^{-2}$ Wb. Ya que todo el flujo está confinado en el núcleo, el flujo en la sección transversal 2 es el mismo que en la sección transversal 1. Por tanto,

$$B_2 = \Phi/A_2 = (0.8 \times 10^{-2}\ Wb)/(1 \times 10^{-2}\ m^2) = 0.8\ T$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 1

1. Vea el núcleo de la figura 12-8:
   a. Si A es 2 cm $\times$ 2.5 cm y $B = 0.4$ T, calcule Φ en webers.
   b. Si A es 0.5 pulgadas $\times$ 0.8 pulgadas y $B = 0.35$ T, calcule Φ en webers.
2. En la figura 12-9, si $\Phi = 100 \times 10^{-4}$ Wb, calcule B_1 y B_2.

Respuestas
1. a. 2×10^{-4} Wb; b. 90.3 μWb; 2. 0.5 T; 1.0 T

Para tener una idea del tamaño de las unidades magnéticas, observe que la fuerza del campo de la Tierra es aproximadamente de 50 μT cerca de su superficie, el campo de un gran generador o motor es del orden de 1 o 2 T, los campos más grandes producidos (usando imanes superconductores) son del orden de 25 T.

Otros sistemas de unidades (en gran parte obsoletos) son el sistema CGS y el sistema inglés. En el sistema CGS, el flujo se mide en maxwells y la densidad de flujo en gauss. En el sistema inglés, el flujo se mide en líneas y la densidad de flujo en líneas por pulgada cuadrada. Los factores de conversión se enlistan en la tabla 12-1. En este libro solo se usa el sistema SI.

TABLA 12-1 Tabla de conversión de unidades magnéticas

Sistema	Flujo (Φ)	Densidad de flujo (B)
SI	webers (Wb)	teslas (T) 1 T = 1 Wb/m^2
Inglés	líneas 1 Wb = 10^8 líneas	líneas/pulgada^2 1 T = 6.452 $\times$ 10^4 líneas/pulgada^2
CGS	maxwells 1 Wb = 10^8 maxwells	gauss 1 gauss = 1 maxwell/cm^2 1 T = 10^4 gauss

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 1

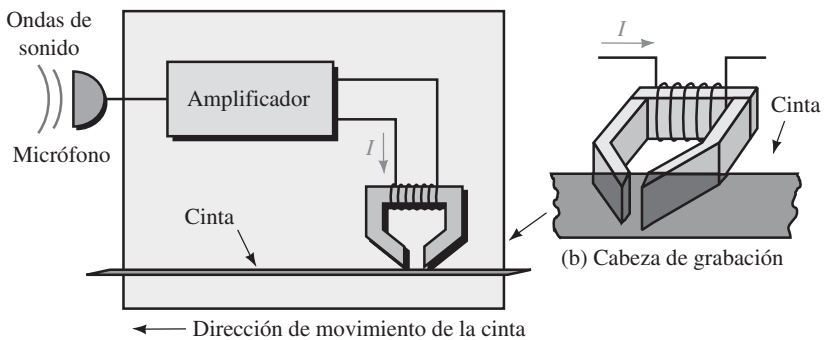
(Las respuestas están al final del capítulo)

1. Un campo magnético es un campo de _____.
2. Con el concepto de flujo de Faraday, la densidad de las líneas representa la ____ del campo y su dirección representa la dirección del campo.
3. Tres materiales ferromagnéticos son ___, ___ y ___.
4. La dirección de un campo magnético es de ___ a ___ externo al imán.
5. Para las figuras 12-5 y 12-6, si se invierte la dirección de la corriente, dibuje cómo se ven los campos.
6. Si el núcleo que se muestra en la figura 12-7 es de plástico, dibuje cómo se ve el campo.
7. La densidad de flujo B se define como la razón Φ/A, donde A es el área (paralela, perpendicular) a Φ.
8. Para la figura 12-9, si A_1 es 2 cm $\times$ 2.5 cm, B_1 es 0.5 T y $B_2 = 0.25$ T, ¿cuánto mide A_2?

12-4 Circuitos magnéticos

La mayoría de las aplicaciones prácticas del magnetismo usan estructuras magnéticas para guiar y formar los campos, proporcionando una trayectoria bien definida para el flujo. Estas estructuras se llaman **circuitos magnéticos**, los cuales se encuentran en motores, generadores, unidades de disco de las computadoras, grabadoras de cinta, etc. El altavoz de la figura 12-4 ilustra el concepto, usa un imán poderoso para crear el flujo y un circuito de hierro para guiar dicho flujo al espacio de aire y proporcionar el intenso campo que requiere la bobina del altavoz. Se observa cómo hace su trabajo de manera efectiva; casi todo el flujo producido por el imán está confinado en la trayectoria del hierro con pequeñas fugas en el aire.

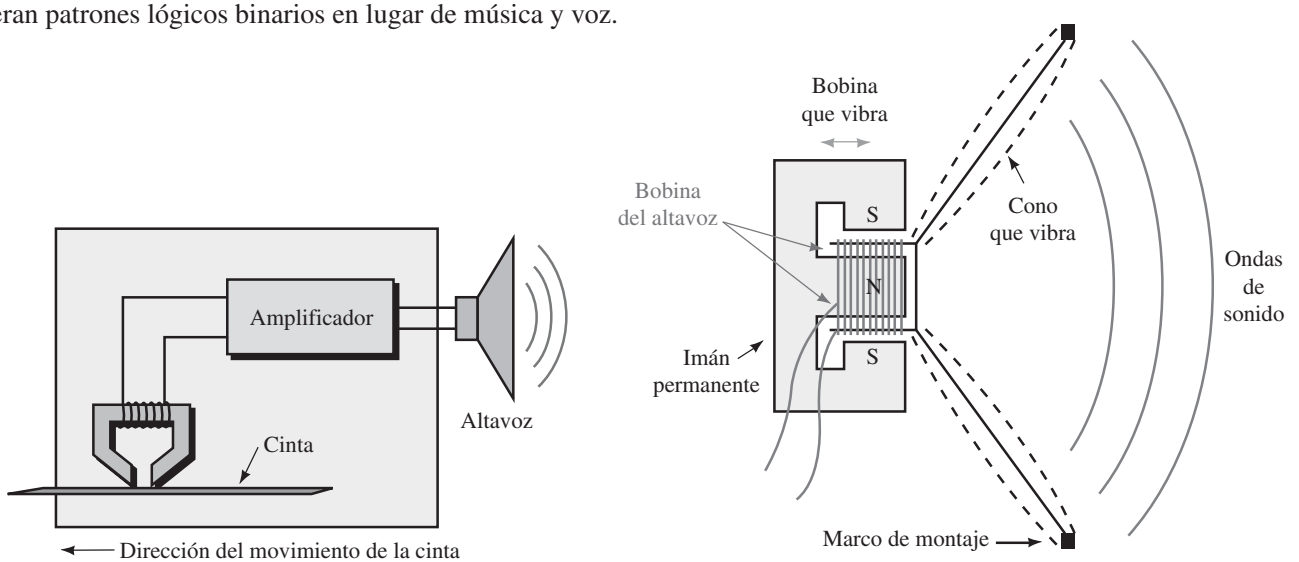
Un segundo ejemplo se muestra en las figuras 12-10 y 12-11. Las grabadoras de cinta de audio y video, y unidades de disco de las computadoras almacenan información de forma magnética sobre superficies cubiertas de óxido de hierro para después recuperarla y usarla. El esquema básico de un grabador de cinta se muestra de manera simbólica en la figura 12-10. El sonido captado por un micrófono se convierte en una señal eléctrica, se amplifica y la salida se aplica a la cabeza de grabación, la cual es un pequeño circuito magnético. La corriente proveniente del amplificador pasa a través de su bobina, creando un campo magnético que magnetiza la cinta en movimiento. Los patrones magnetizados sobre la cinta corresponden a la entrada de sonido original.



(a) Sistema de grabación

FIGURA 12-10 La cabeza de grabación de un grabador de cinta es un circuito magnético.

Durante la reproducción, la cinta magnetizada se pasa por una cabeza de reproducción, como se muestra en la figura 12-11(a). Los voltajes inducidos en la bobina de reproducción se amplifican y se aplican a un altavoz, la cual, como en (b) utiliza un cono flexible para reproducir el sonido. Una bobina de alambre fino unida al vértice de dicho cono se coloca dentro del campo de la brecha de aire del altavoz. La corriente que viene del amplificador pasa a través de esta bobina y crea un campo variable que interactúa con el campo fijo del imán de la bobina, creando, a su vez, la fuerza que causa que el cono vibre. Ya que estas vibraciones corresponden a los patrones magnetizados de la cinta, el sonido original se reproduce. Las unidades de disco de las computadoras usan un esquema similar de grabación/reproducción; pero en este caso se almacenan y recuperan patrones lógicos binarios en lugar de música y voz.



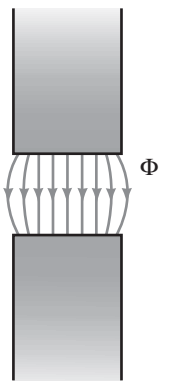
(a) Sistema de reproducción

(b) Altavoz

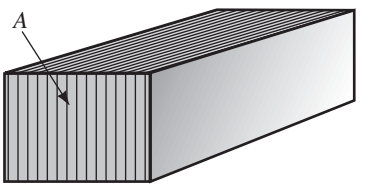
FIGURA 12-11 Tanto el sistema de reproducción como el altavoz usan circuitos magnéticos.

12-5 Espacios de aire, desbordamiento y núcleos laminados

Considere de nuevo la figura 12-10. Observe la brecha en la cabeza de grabación, la cual se denomina espacio de aire. La mayoría de los circuitos magnéticos prácticos tienen espacios de aire que son críticos para la operación del circuito. En los espacios ocurre **desbordamiento**, que causa una disminución en la densidad de flujo en el espacio, como en la figura 12-12(a). Para espacios cortos, el desbordamiento puede pasarse por alto. De manera alternativa, se puede hacer la corrección incrementando la dimensión de cada sección transversal de la brecha una porción igual al tamaño del espacio para aproximar la disminución en la densidad de flujo.



(a) Desbordamiento en el espacio



(b) Sección laminada
El área magnética efectiva es menor que el área física

FIGURA 12-12 Desbordamiento y laminaciones.

EJEMPLO 12-2

Un núcleo con un sección transversal de 2.5 cm por 3 cm tiene un espacio de 0.1 mm. Si la densidad de flujo $B = 0.86$ T en el hierro, ¿cuál es la densidad de flujo aproximada corregida y no corregida en el espacio?

Solución Sin tomar en cuenta el desbordamiento, el área del espacio es la misma que el área del núcleo. Entonces, $B_g \approx 0.86$ T. Si se corrige por el desbordamiento se obtiene

$$\Phi = BA = (0.86\text{ T})(2.5 \times 10^{-2}\text{ m})(3 \times 10^{-2}\text{ m}) = 0.645\text{ mWb}$$

$$A_g \simeq (2.51 \times 10^{-2}\text{ m})(3.01 \times 10^{-2}\text{ m}) = 7.555 \times 10^{-4}\text{ m}^2$$

Entonces,

$$B_g \simeq 0.645\text{ mWb}/7.555 \times 10^{-4}\text{ m}^2 = 0.854\text{ T}$$

Ahora considere las laminaciones. Muchos circuitos magnéticos prácticos (como los transformadores) usan capas delgadas de hierro o acero apiladas como en la figura 12-12(b). Ya que el núcleo no es un bloque sólido, su área de sección transversal efectiva (es decir, el área real del hierro) es menor que el área física. Un **factor de apilamiento**, definido como la razón entre el área real del material ferroso y el área física del núcleo, permite determinar el área efectiva del núcleo.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 2

Una sección de núcleo laminada tiene dimensiones de la sección transversal de 0.03 m por 0.05 m y un factor de apilamiento de 0.9.

a. ¿Cuál es el área efectiva del núcleo?

b. Dado $\Phi = 1.4 \times 10^{-3}$ Wb, ¿cuál es la densidad de flujo B?

Respuestas
a. $1.35 \times 10^{-3}\text{ m}^2$; b. 1.04 T

12-6 Elementos en serie y en paralelo

Los circuitos magnéticos pueden tener secciones de diferentes materiales. Por ejemplo, el circuito de la figura 12-13 tiene secciones que pueden ser de hierro fundido, hojas de acero y un espacio de aire. Para este circuito, llamado **circuito magnético en serie**, el flujo Φ es el mismo en todas las secciones. Aunque el flujo es el mismo en todas las secciones, la densidad de flujo en cada sección puede variar, dependiendo de su área de sección transversal efectiva, como ya se mencionó antes.

Un circuito también puede tener elementos en paralelo (figura 12-14). En cada unión, la suma de los flujos que entran es igual a la suma de los que salen. Ésta es la contraparte de la ley de corriente de Kirchhoff. Entonces, para la figura 12-14, si $\Phi_1 = 25\ \mu$Wb y $\Phi_2 = 15\ \mu$Wb, entonces $\Phi_3 = 10\ \mu$Wb. Para núcleos que son simétricos en torno al brazo central, $\Phi_2 = \Phi_3$.

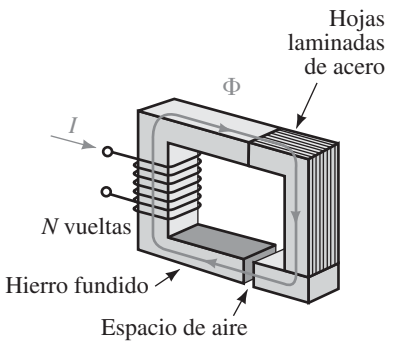


FIGURA 12-13 Circuito magnético en serie. El flujo Φ es el mismo en todo el circuito.

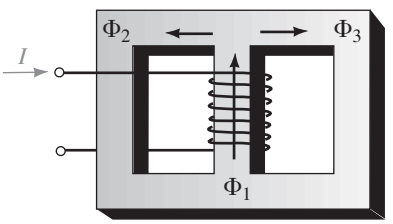


FIGURA 12-14 La suma de los flujos que entran en una unión es igual a la suma de las que salen. Aquí, $\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3$.

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 2

1. ¿Por qué es diferente la densidad de flujo en cada sección de la figura 12-13?
2. Para la figura 12-13, $\Phi = 1.32$ mWb, la sección transversal del núcleo es de 3 cm por 4 cm, la sección laminada tiene un factor de apilamiento de 0.8 y el espacio es 1 mm. Determine la densidad de flujo en cada sección, tome en cuenta el desbordamiento.
3. Si el núcleo de la figura 12-14 es simétrico en torno al brazo central, $B_1 = 0.4$ T, y el área de la sección transversal del brazo central mide 25 cm^2, ¿cuánto valen Φ_2 y Φ_3?

(Las respuestas están al final del capítulo)

12-7 Circuitos magnéticos con excitación de cd

Ahora se analizan los circuitos magnéticos con excitación de cd. Hay dos problemas básicos que considerar: 1) a partir del flujo, determinar la corriente requerida para producirlo y 2) a partir de la corriente, calcular el flujo producido. Para ayudar a visualizar cómo resolver estos problemas, primero se establece una analogía entre los circuitos magnéticos y los eléctricos.

FMM: la fuente del flujo magnético

La corriente a través de una bobina crea el flujo magnético. Entre mayor sea la corriente o mayor sea el número de vueltas, mayor será el flujo. Esta capacidad de producción de flujo de una bobina se llama su **fuerza magnetomotriz** (fmm) y se mide en ampere-vuelta. Dado el símbolo $\mathcal{F}$, se define como

$$\mathcal{F} = NI \quad \text{(ampere-vueltas, Av)} \tag{12-2}$$

Entonces, una bobina con 100 vueltas y 2.5 amperes tendrá un fmm de 250 ampere-vueltas, mientras que una bobina con 500 vueltas y 4 amperes tendrá una fmm de 2 000 ampere-vueltas.

Reluctancia, $\mathfrak{R}$: oposición al flujo magnético

El flujo en un circuito magnético también depende de la oposición que el circuito le presente. Esta oposición, llamada **reluctancia**, depende de las dimensiones del núcleo y del material con el cual está hecho. Al igual que la resistencia de un alambre, la reluctancia es directamente proporcional a la longitud e inversamente proporcional al área de la sección transversal. En forma de ecuación,

$$\mathfrak{R} = \frac{\ell}{\mu A} \quad \text{(Av/Wb)} \tag{12-3}$$

donde μ es una propiedad del material del núcleo llamada **permeabilidad** (la cual se discutió en la sección 12-8). La permeabilidad es una medida de la facilidad con que se establece el flujo en un material. Los materiales ferromagnéticos tienen alta permeabilidad y, como consecuencia, baja $\mathfrak{R}$, mientras que los materiales no magnéticos tienen baja permeabilidad y alta reluctancia $\mathfrak{R}$.

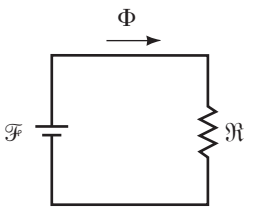


FIGURA 12-15 Analogía de un circuito magnético con un circuito eléctrico. $\Phi = \mathcal{F}/\mathfrak{R}$.

Ley de Ohm para circuitos magnéticos

La relación entre el flujo, la fmm y la reluctancia es

$$\Phi = \mathcal{F}/\mathfrak{R} \quad \text{(Wb)} \tag{12-4}$$

Esta expresión es similar a la ley de Ohm y se dibuja de manera simbólica en la figura 12-15. (Sin embargo, recuerde que el flujo, a diferencia de la corriente eléctrica, no fluye, véase la nota en la sección 12-1.)

EJEMPLO 12-3

Para la figura 12-16, si la reluctancia de un circuito magnético es $\mathfrak{R} = 12 \times 10^4$ Av/Wb, ¿cuál es el flujo en el circuito?

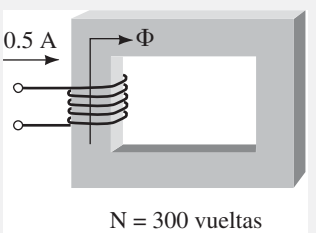


FIGURA 12-16

Solución

$$\mathcal{F} = NI = (300)(0.5\text{ A}) = 150\text{ Av}$$
$$\Phi = \mathcal{F}/\mathfrak{R} = (150\text{ Av})/(12 \times 10^4\text{ Av/Wb}) = 12.5 \times 10^{-4}\text{ Wb}$$

En el ejemplo 12-3 se supuso que la reluctancia del núcleo era constante. Esto es aproximadamente correcto en ciertas condiciones. En general, no es válida, ya que $\mathfrak{R}$ es una función de la densidad de flujo. Entonces, en realidad la ecuación 12-4 no es muy útil, ya que para el material ferromagnético, $\mathfrak{R}$ depende del flujo justamente en la cantidad que se está tratando de determinar. El principal uso de las ecuaciones 12-3 y 12-4 es proporcionar una analogía entre el análisis de circuitos eléctricos y magnéticos.

12-8 Intensidad de campo magnético y curvas de magnetización

Ahora se verá un enfoque más práctico para analizar los circuitos magnéticos. Primero, se requiere una cantidad llamada **intensidad de campo magnético**, H (también conocida como **fuerza magnetizante**). Es una medida de la fmm por unidad de longitud de un circuito.

Para tener una idea, suponga que se aplica la misma fmm (por ejemplo, 600 Av) a dos circuitos con diferentes longitudes de trayectoria (figura 12-17).

En (a) se debe tener 600 ampere-vuelta de fmm para "llevar" el flujo a través de 0.6 m de núcleo; en (b), se debe tener la misma fmm pero se extiende en sólo 0.15 m de longitud de la trayectoria. Entonces, la fmm por unidad de longitud en el segundo caso es más intensa. Con base en esta idea, se define la intensidad de campo magnético como la razón entre la fmm aplicada y la longitud de la trayectoria sobre la que actúa. Entonces,

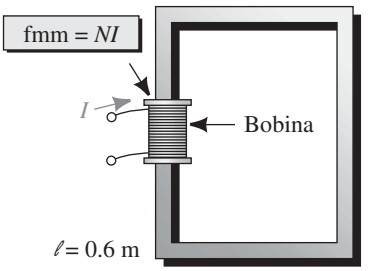
$$H = \mathcal{F}/\ell = NI/\ell \quad \text{(Av/m)} \tag{12-5}$$

Para el circuito de la figura 12-17(a), $H = 600$ Av/0.6 m $= 1000$ Av/m, mientras que para el circuito de (b), $H = 600$ Av/0.15 m $= 4000$ Av/m. Entonces, en (a) se tiene 1000 ampere-vuelta de "fuerza de conducción" por metro de longitud para establecer el flujo en el núcleo, mientras en (b) se tiene cuatro veces más. (Sin embargo, no se obtiene cuatro veces más flujo, ya que la oposición a este varía con la densidad del mismo.)

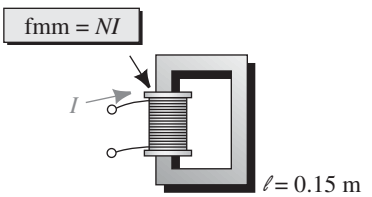
Al reordenar la ecuación 12-5 se produce un resultado importante:

$$NI = H\ell \quad \text{(Av)} \tag{12-6}$$

En analogía con los circuitos eléctricos (figura 12-18), el producto NI es una **fuente de fmm**, mientras que el producto $H\ell$ es una **caída de fmm**.



(a) Una trayectoria larga



(b) Una trayectoria corta

FIGURA 12-17 Por definición, H = fmm/longitud $= NI/\ell$.

La relación entre *B* y *H*

A partir de la ecuación 12-5 se ve que la fuerza magnetizante H es una medida de la capacidad de producción de flujo de la bobina (ya que depende de NI). También se sabe que B es una medida del flujo resultante (ya que $B = \Phi/A$). Entonces, B y H están relacionados. La relación algebraica es

$$B = \mu H \tag{12-7}$$

donde μ es la permeabilidad del núcleo (recuerde la ecuación 12-3).

Antes ya se estableció que la permeabilidad es una medida de qué tan fácil es establecer el flujo en un material. Para ver por qué, observe en la ecuación 12-7 que entre más grande es el valor de μ, más grande será la densidad de flujo para una determinada H. Sin embargo, H es proporcional a la corriente; por tanto, entre mayor es el valor de μ, más grande será la densidad de flujo para una corriente magnetizante determinada. A partir de esto, se concluye que entre más grande sea la permeabilidad, se obtendrá más flujo para una determinada corriente magnetizante.

En el sistema de unidades SI, μ tiene unidades de weber por ampere-vuelta-metro. La permeabilidad del espacio libre es $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$. Para todos los propósitos prácticos, la permeabilidad del aire y otros materiales no magnéticos (como el plástico) es igual que la del vacío. Entonces, en espacios de aire,

$$B_a = \mu_0 H_a = 4\pi \times 10^{-7} \times H_a \tag{12-8}$$

Al reordenar la ecuación 12-8 se obtiene

$$H_a = \frac{B_a}{4\pi \times 10^{-7}} = 7.96 \times 10^5 B_a \quad \text{(Av/m)} \tag{12-9}$$

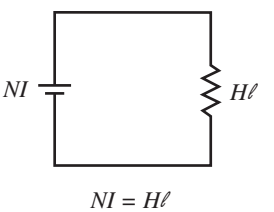


FIGURA 12-18 Analogía de circuito modelo $H\ell$.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 3

Para la figura 12-16, la sección transversal del núcleo mide 0.05 m × 0.08 m. Si se corta un espacio en el núcleo y H en el espacio vale 3.6×10^5 Av/m, ¿cuál es el flujo Φ en el núcleo? No tome en cuenta el desbordamiento.

Respuesta
1.81 mWb

Curvas *B-H*

Para los materiales ferromagnéticos, μ no es constante puesto que varía con la densidad de flujo y no hay una manera fácil de calcularlo. Sin embargo, en realidad, μ no es lo que interesa: lo que en realidad se quiere conocer es, a partir de *B*, cuál es el valor de *H* y viceversa. Un conjunto de curvas, llamadas *B-H* o de *magnetización*, proporcionan esta información. (Estas curvas se obtienen de manera experimental y están disponibles en manuales. Para cada material se requiere una curva diferente.) La figura 12-19 muestra las curvas comunes para el hierro fundido, el acero fundido y las hojas de acero.

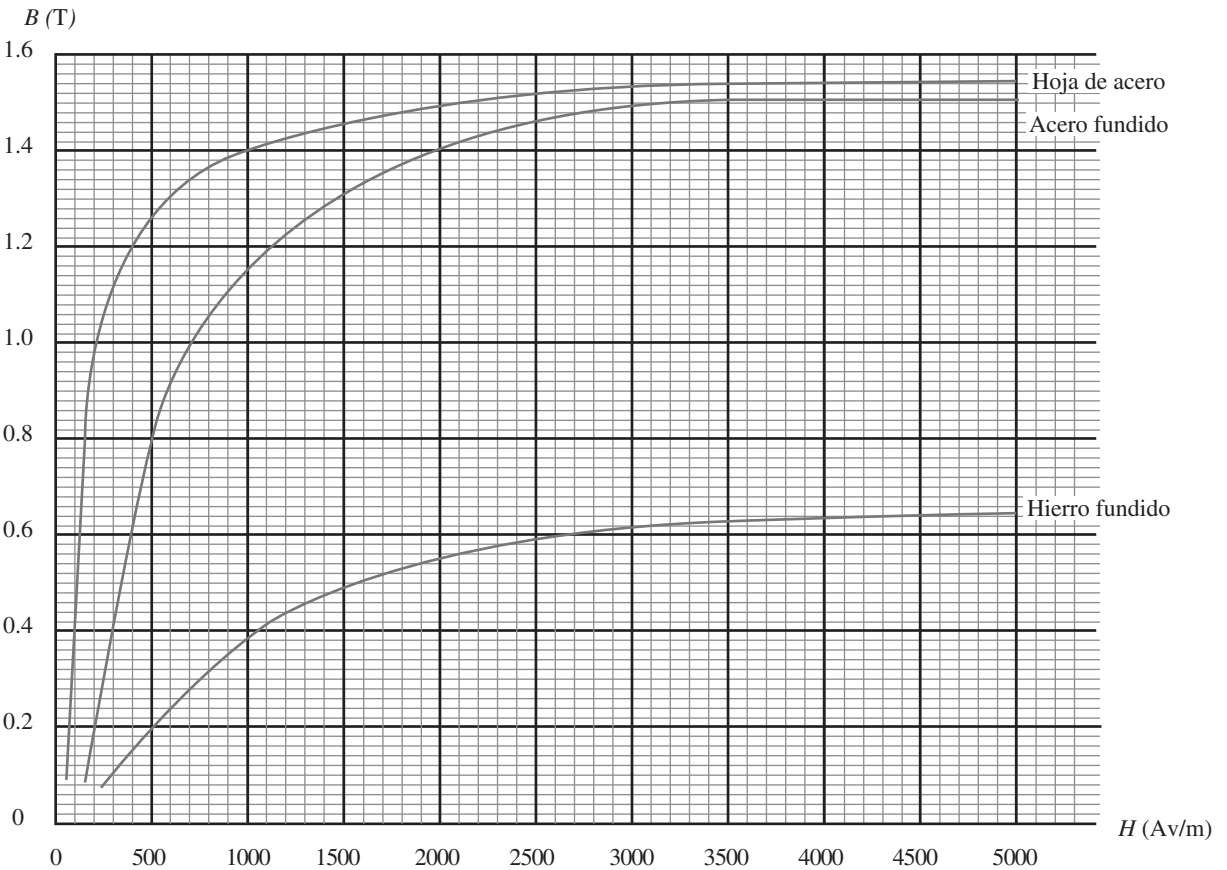


FIGURA 12-19 Curvas *B-H* para los materiales seleccionados.

EJEMPLO 12-4

Si $B = 1.4$ T para hoja de acero, ¿cuánto vale *H*?

Solución Localice en la figura 12-19 sobre el eje $B = 1.4$ T, continúe hasta encontrar la curva para la hoja de acero, entonces lea el valor correspondiente para *H* como se indica en la figura 12-20: $H = 1000$ Av/m.

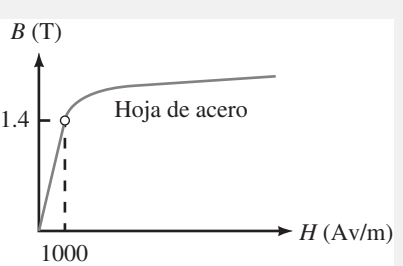


FIGURA 12-20 Para la hoja de acero, $H = 1000$ Av/m cuando $B = 1.4$ T.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 4

1. La sección transversal de un núcleo de hoja de acero mide 0.1 m × 0.1 m y su factor de apilamiento es 0.93. Si $\Phi = 13.5$ mWb, ¿cuál es el valor de H?
2. Trace las curvas B-H para el aire y el plástico.

Respuestas

1. 1500 Av/m
2. $B = \mu H$. Para el aire μ es constante (recuerde que $\mu_o = 4\pi \times 10^{-7}$). Entonces B es proporcional a H y la curva es una línea recta. Se seleccionan dos puntos arbitrarios para establecerla. Cuando $H = 0$, $B = 0$; entonces, pasa a través del origen. Cuando $H = 5000$, $B = (4\pi \times 10^{-7})(5000) = 6.28 \times 10^{-3}$ T. La curva para el plástico es la misma.

12-9 Ley de circuitos de Ampère

Una de las relaciones clave en la teoría de circuitos magnéticos es la **ley de circuitos de Ampère**, la cual fue determinada experimentalmente y es una generalización de la relación $\mathcal{F} = NI = H\ell$ que se desarrolló antes. Ampère demostró que la suma algebraica de las fmm alrededor de un lazo cerrado en un circuito magnético es cero, sin importar el número de secciones o bobinas. Esto es,

$$\sum_{\bigcirc} \mathcal{F} = 0 \qquad \textbf{(12-10)}$$

Que se puede volver a escribir como

$$\sum_{\bigcirc} NI = \sum_{\bigcirc} H\ell \quad \text{Av} \qquad \textbf{(12-11)}$$

la cual establece que la suma de las fmm aplicadas alrededor de un lazo cerrado es igual a la suma de las caídas de fmm. La suma es algebraica y los términos se suman o se restan dependiendo de la dirección del flujo y de cómo estén devanadas las bobinas. Para ilustrarlo, considere de nuevo la figura 12-13. Aquí,

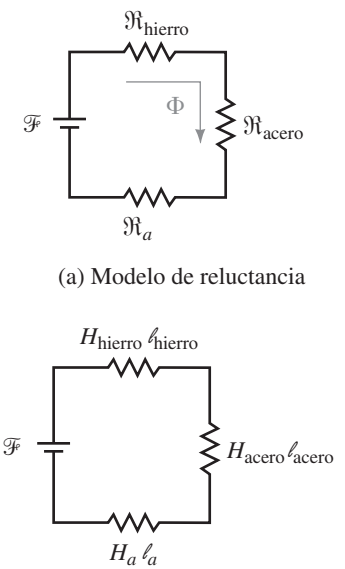
$$NI - H_{\text{hierro}}\ell_{\text{hierro}} - H_{\text{acero}}\ell_{\text{acero}} - H_a\ell_a = 0$$

Entonces,

$$\underbrace{NI}_{\substack{\text{fmm}\\ \text{aplicada}}} = \underbrace{H_{\text{hierro}}\ell_{\text{hierro}} + H_{\text{acero}}\ell_{\text{acero}} + H_a\ell_a}_{\text{suma de caídas de fmm}}$$

La trayectoria que se usa para los términos de $H\ell$ es la trayectoria media (promedio).

Ahora se tienen dos modelos de circuito magnético (figura 12-21). Mientras que el modelo de reluctancia (a) no es muy útil para resolver problemas, ayuda a relacionar problemas de circuitos magnéticos con conceptos familiares de circuitos eléctricos. Por otro lado, el modelo de la ley de Ampère permite resolver problemas prácticos. En la próxima sección se verá como hacer esto.



(a) Modelo de reluctancia

(b) Modelo de circuito de la Ley de Ampère

FIGURA 12-21 Dos modelos para el circuito magnético de la figura 12-13.

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 3

(Las respuestas están al final del capítulo)

1. Si la fmm de una bobina de 200 vueltas es 700 Av, la corriente en la bobina vale _____amperes.
2. Para la figura 12-17, si $H = 3500$ Av/m y $N = 1000$ vueltas, entonces para (a), I es _____A, mientras que para (b), I es _____A.
3. Para el hierro fundido, si $B = 0.5$ T, entonces $H =$ _____Av/m.
4. Un circuito en serie está compuesto por una bobina, una sección de hierro, una sección de acero y dos espacios de aire (de tamaños diferentes). Dibuje el modelo de la ley de Ampère.
5. ¿Cuál es la respuesta correcta para el circuito de la figura 12-22?
   a. La ley de Ampère alrededor del lazo 1 produce ($NI = H_1\ell_1 + H_2\ell_2$, o $NI = H_1\ell_1 - H_2\ell_2$).
   b. La ley de Ampère alrededor del lazo 2 produce ($0 = H_2\ell_2 + H_3\ell_3$, o $0 = H_2\ell_2 - H_3\ell_3$).

6. Para el circuito de la figura 12-23, la longitud ℓ que se usa en la ley de Ampère es (0.36 m, 0.32 m, 0.28 m). ¿Por qué?

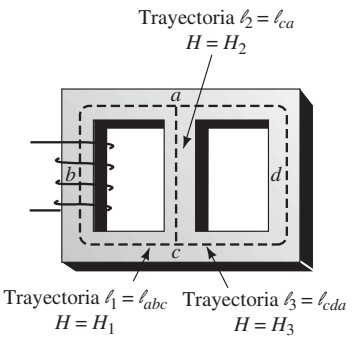


FIGURA 12-22

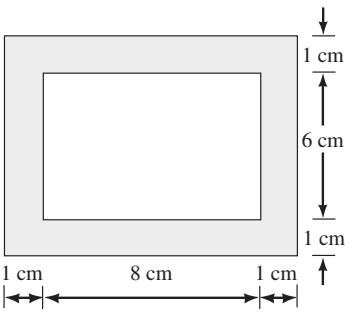


FIGURA 12-23

12-10 Circuitos magnéticos en serie: a partir de Φ determinar *NI*

Ahora se tienen las herramientas necesarias para resolver problemas de circuitos magnéticos básicos. Se iniciará con circuitos en serie en los que Φ se conoce y se desea encontrar la excitación que lo produce. Los problemas de este tipo pueden resolverse usando cuatro pasos básicos:

1. Se calcula B para cada sección mediante $B = \Phi/A$.
2. Se determina H para cada sección magnética a partir de las curvas B-H. Se usa $H_a = 7.96 \times 10^5 B_a$ para espacios de aire.
3. Se calcula NI con la ley de circuitos de Ampère.
4. Se usa el valor calculado de NI para determinar la corriente de la bobina o las vueltas según se requiera. (Los circuitos con más de una bobina se manejan como en el ejemplo 12-6.)

Se debe asegurar de usar la trayectoria media a través del circuito cuando se aplica la ley de Ampère. A menos que se especifique otra cosa, el desbordamiento no se toma en cuenta.

NOTAS PRÁCTICAS . . .

El análisis de circuitos magnéticos no es tan preciso como el análisis de circuitos eléctricos, ya que (1) la suposición de densidad de flujo uniforme no se cumple en las esquinas agudas, como se vio en la figura 12-4 y (2) la curva B-H es una curva media y tiene una incertidumbre considerable, como se discutirá después (sección 12-14).

Aunque las respuestas son aproximadas, son adecuadas para la mayoría de los propósitos.

EJEMPLO 12-5

Si el núcleo de la figura 12-24 es de hierro fundido y $\Phi = 0.1 \times 10^{-3}$ Wb, ¿cuánto vale la corriente en la bobina?

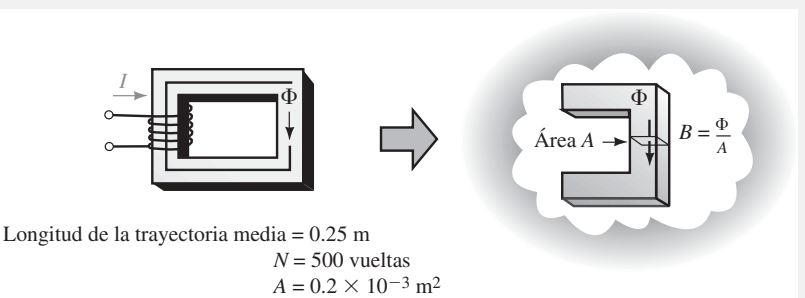


FIGURA 12-24

Solución Se siguen los cuatro pasos que se describieron antes:

1. La densidad de flujo es

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{0.1 \times 10^{-3}}{0.2 \times 10^{-3}} = 0.5 \text{ T}$$

2. A partir de la curva *B-H* (hierro fundido), la figura 12-19, $H = 1550$ Av/m.
3. Se aplica la ley de Ampère. Hay sólo una bobina y una sección de núcleo. Longitud = 0.25 m. Entonces,

$$H\ell = 1550 \times 0.25 = 388 \text{ Av} = NI$$

4. Se despeja *I*:

$$I = H\ell/N = 388/500 = 0.78 \text{ amperes}$$

EJEMPLO 12-6

Se agrega una segunda bobina como se muestra en la figura 12-25. Si $\Phi = 0.1 \times 10^{-3}$ Wb como antes, pero $I_1 = 1.5$ amperes, ¿cuánto vale I_2?

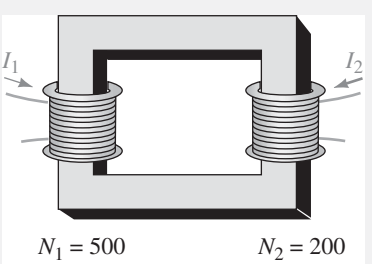


FIGURA 12-25

Solución A partir del ejemplo anterior, se sabe que la corriente de 0.78 amperes en la bobina 1 produce $\Phi = 0.1 \times 10^{-3}$ Wb. Pero ya se tiene 1.5 amperes en la bobina 1. Entonces, la bobina 2 debe ser devanada en oposición de manera que su fmm se reste. Al aplicar la ley de Ampère se obtiene $N_1I_1 - N_2I_2 = H\ell$, por lo que,

$$(500)(1.5\ A) - 200I_2 = 388 \text{ Av}$$

y así $I_2 = 1.8$ amperes.

NOTAS . . .

Ya que los circuitos magnéticos no son lineales, no se puede usar la superposición, esto es, no se puede considerar cada bobina de la figura 12-25 en forma individual y después sumar los resultados. Se debe considerar ambas simultáneamente como se hizo en este ejemplo.

Más ejemplos

Si un circuito magnético contiene un espacio de aire, agregue otro elemento al modelo conceptual (figura 12-21). Ya que el aire representa una trayectoria magnética pobre, su reluctancia será alta comparada con la de hierro. Recuerde la analogía con los circuitos eléctricos, esto sugiere que la caída de fmm a través del aire será grande comparada con la del hierro. Se puede ver esto en el siguiente ejemplo.

EJEMPLO 12-7

El núcleo de la figura 12-24 tiene un pequeño corte de espacio de 0.008 m, como se muestra en la figura 12-26. Determine cuánto debe incrementarse la corriente para mantener el flujo original del núcleo. No tome en cuenta el desbordamiento.

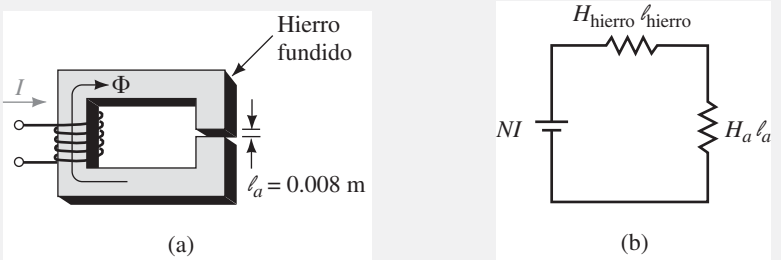


FIGURA 12-26

Solución

Hierro

$\ell_{\text{hierro}} = 0.25 - 0.008 = 0.242$ m. Ya que Φ no cambia, B y H serán los mismos que antes. Entonces, $B_{\text{hierro}} = 0.5$ T y $H_{\text{hierro}} = 1550$ Av/m.

Espacio de aire

B_a es la misma que B_{hierro}. Entonces $B_a = 0.5$ T y $H_a = 7.96 \times 10^5 B_a = 3.98 \times 10^5$ Av/m.

Ley de Ampère

$NI = H_{\text{hierro}}\ell_{\text{hierro}} + H_a\ell_a = (1550)(0.242) + (3.98 \times 10^5)(0.008) = 375 + 3184 = 3559$ Av. Entonces, $I = 3559/500 = 7.1$ amperes. Observe que la corriente se ha incrementado de 0.78 amperes a 7.1 amperes para mantener el mismo flujo, se incrementó en nueve veces.

EJEMPLO 12-8

La sección de hoja de acero laminado de la figura 12-27 tiene un factor de apilamiento de 0.9. Calcule la corriente que se requiere para establecer un flujo de $\Phi = 1.4 \times 10^{-4}$ Wb. No considere el desbordamiento. Todas las dimensiones están en pulgadas.

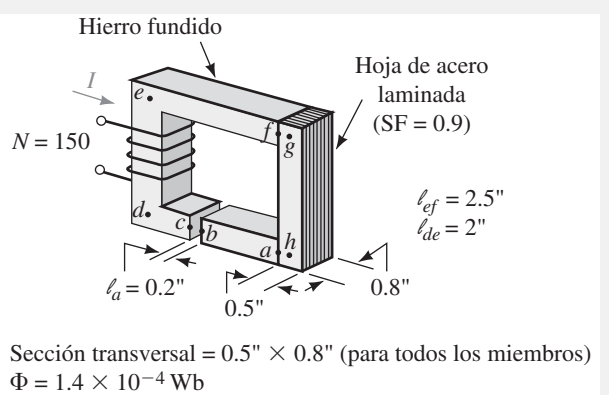


FIGURA 12-27

Solución Se convierten todas las dimensiones al sistema métrico.

Hierro fundido

$$\ell_{\text{hierro}} = \ell_{adef} - \ell_g = 2.5 + 2 + 2.5 - 0.2 = 6.8 \text{ pulgada} = 0.173 \text{ m}$$
$$A_{\text{hierro}} = (0.5 \text{ pulgada})(0.8 \text{ pulgada}) = 0.4 \text{ pulgada}^2 = 0.258 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$
$$B_{\text{hierro}} = \Phi/A_{\text{hierro}} = (1.4 \times 10^{-4})/(0.258 \times 10^{-3}) = 0.54 \text{ T}$$
$$H_{\text{hierro}} = 1850 \text{ Av/m} \quad \text{(a partir de la figura 12-19)}$$

Hoja de acero

$$\ell_{\text{acero}} = \ell_{fg} + \ell_{gh} + \ell_{ha} = 0.25 + 2 + 0.25 = 2.5 \text{ pulgada} = 6.35 \times 10^{-2} \text{ m}$$
$$A_{\text{acero}} = (0.9)(0.258 \times 10^{-3}) = 0.232 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$
$$B_{\text{acero}} = \Phi/A_{\text{acero}} = (1.4 \times 10^{-4})/(0.232 \times 10^{-3}) = 0.60 \text{ T}$$
$$H_{\text{acero}} = 125 \text{ Av/m} \quad \text{(a partir de la figura 12-19)}$$

Espacio de aire

$$\ell_g = 0.2 \text{ pulgada} = 5.08 \times 10^{-3} \text{ m}$$
$$B_g = B_{\text{hierro}} = 0.54 \text{ T}$$
$$H_g = (7.96 \times 10^5)(0.54) = 4.3 \times 10^5 \text{ Av/m}$$

Ley de Ampère

$$NI = H_{\text{hierro}}\ell_{\text{hierro}} + H_{\text{acero}}\ell_{\text{acero}} + H_a\ell_a$$
$$= (1850)(0.173) + (125)(6.35 \times 10^{-2}) + (4.3 \times 10^5)(5.08 \times 10^{-3})$$
$$= 320 + 7.9 + 2184 = 2512 \text{ Av}$$
$$I = 2512/N = 2512/150 = 16.7 \text{ amperes}$$

EJEMPLO 12-9

La figura 12-28 muestra una porción de un solenoide. El flujo $\Phi = 4 \times 10^{-4}$ Wb cuando $I = 2.5$ amperes. Determine el número de vueltas en la bobina.

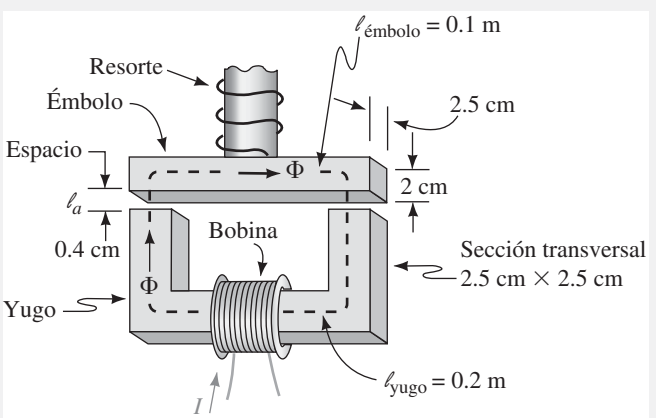


FIGURA 12-28 Solenoide. Todas las partes son de acero fundido.

Solución

Yugo

$$A_{\text{yugo}} = 2.5 \text{ cm} \times 2.5 \text{ cm} = 6.25 \text{ cm}^2 = 6.25 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$
$$B_{\text{yugo}} = \frac{\Phi}{A_{\text{yugo}}} = \frac{4 \times 10^{-4}}{6.25 \times 10^{-4}} = 0.64 \text{ T}$$
$$H_{\text{yugo}} = 410 \text{ Av/m} \quad \text{(a partir de la figura 12-19)}$$

Émbolo

$$A_{\text{émbolo}} = 2.0 \text{ cm} \times 2.5 \text{ cm} = 5.0 \text{ cm}^2 = 5.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$
$$B_{\text{émbolo}} = \frac{\Phi}{A_{\text{émbolo}}} = \frac{4 \times 10^{-4}}{5.0 \times 10^{-4}} = 0.8 \text{ T}$$
$$H_{\text{émbolo}} = 500 \text{ Av/m} \quad \text{(a partir de la figura 12-19)}$$

Espacio de aire

Hay dos espacios idénticos. Para cada uno,

$$B_a = B_{\text{yugo}} = 0.64 \text{ T}$$

Entonces,

$$H_a = (7.96 \times 10^5)(0.64) = 5.09 \times 10^5 \text{ Av/m}$$

Los resultados se resumen en la tabla 12-2.

Ley de Ampère

$$NI = H_{\text{yugo}}\ell_{\text{yugo}} + H_{\text{émbolo}}\ell_{\text{émbolo}} + 2H_a\ell_a = 82 + 50 + 2(2036) = 4204 \text{ Av}$$

$$N = 4204/2.5 = 1682 \text{ vueltas}$$

TABLA 12-2

Material	Sección	Longitud (m)	A (m^2)	B (T)	H (Av/m)	$H\ell$ (Av)
Acero fundido	yugo	0.2	6.25×10^{-4}	0.64	410	82
Acero fundido	émbolo	0.1	5×10^{-4}	0.8	500	50
Aire	aire	0.4×10^{-2}	6.25×10^{-4}	0.64	5.09×10^5	2036

12-11 Circuitos magnéticos serie-paralelo

Los circuitos magnéticos serie-paralelo se analizan mediante el principio de suma de flujos (figura 12-14) y la ley de Ampère.

EJEMPLO 12-10

El núcleo de la figura 12-29 es de hierro fundido. Determine la corriente para establecer un flujo en el espacio de aire $\Phi_a = 6 \times 10^{-3}$ Wb. No tome en cuenta desbordamiento.

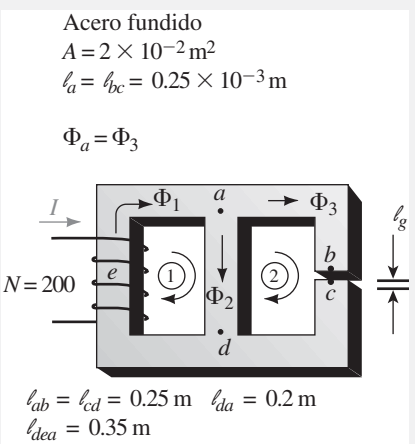


FIGURA 12-29

Solución Se considera cada sección por separado.

Espacio de aire

$$B_a = \Phi_g/A_a = (6 \times 10^{-3})/(2 \times 10^{-2}) = 0.3 \text{ T}$$
$$H_a = (7.96 \times 10^5)(0.3) = 2.388 \times 10^5 \text{ Av/m}$$

Secciones ab y cd

$$B_{ab} = B_{cd} = B_a = 0.3 \text{ T}$$
$$H_{ab} = H_{cd} = 250 \text{ Av/m} \quad \text{(a partir de la figura 12-19)}$$

Ley de Ampère (lazo 2)

$\sum_{\bigcirc} NI = \sum_{\bigcirc} H\ell$. Ya que usted va en oposición al flujo en el brazo *da*, el término correspondiente (es decir, $H_{da}\ell_{da}$) se restará. También, $NI = 0$ para el lazo 2. Entonces,

$$0 = \sum_{\bigcirc \text{ lazo2}} H\ell$$

$$0 = H_{ab}\ell_{ab} + H_a\ell_a + H_{cd}\ell_{cd} - H_{da}\ell_{da}$$
$$= (250)(0.25) + (2.388 \times 10^5)(0.25 \times 10^{-3}) + (250)(0.25) - 0.2H_{da}$$
$$= 62.5 + 59.7 + 62.5 - 0.2H_{da} = 184.7 - 0.2H_{da}$$

Entonces, $0.2H_{da} = 184.7$ y $H_{da} = 925$ Av/m. A partir de la figura 12-19, $B_{da} = 1.12$ T.

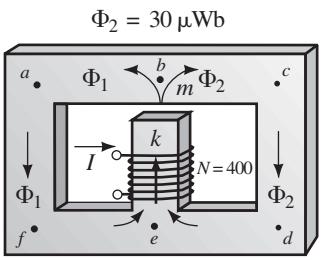
$$\Phi_2 = B_{da}A = 1.12 \times 0.02 = 2.24 \times 10^{-2} \text{ Wb}$$
$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3 = 2.84 \times 10^{-2} \text{ Wb.}$$
$$B_{dea} = \Phi_1/A = (2.84 \times 10^{-2})/0.02 = 1.42 \text{ T}$$
$$H_{dea} = 2125 \text{ Av/m} \quad \text{(a partir de la figura 12-19)}$$

Ley de Ampère (lazo 1)

$$NI = H_{dea}\ell_{dea} + H_{ad}\ell_{ad} = (2125)(0.35) + 184.7 = 929 \text{ Av}$$
$$I = 929/200 = 4.65 \text{ A}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 5

El núcleo de hierro fundido de la figura 12-30 es simétrico. Determine la corriente *I*. Sugerencia: para encontrar *NI*, escriba la ley de Ampère alrededor de cualquier lazo. Asegúrese de usar la simetría.



$\ell_{ab} = \ell_{bc} = \ell_{cd} = 4$ cm
Espacio vacío: $\ell_a = 0.5$ cm
$\ell_{ek} = 3$ cm

Dimensiones del núcleo: 1 cm × 1 cm

FIGURA 12-30

Respuesta
6.5 A

12-12 Circuitos magnéticos en serie: a partir de *NI* determinar Φ

En los problemas previos se dio el flujo y se pidió determinar la corriente. Ahora se analiza el problema inverso: a partir de *NI* determinar el flujo resultante. Para el caso especial de un núcleo de un material y una sección transversal constante (ejemplo 12-11) el proceso es directo. Para los demás casos, se debe usar la prueba y el error.

EJEMPLO 12-11

Para el circuito de la figura 12-31, $NI = 250$ Av. Determine Φ.

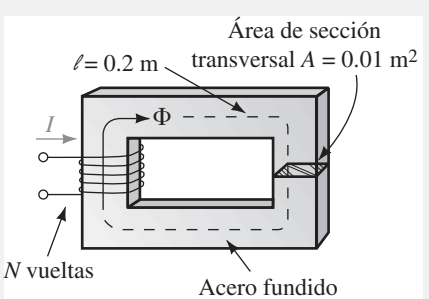
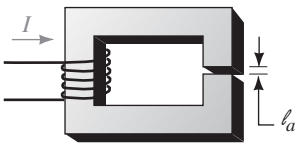


FIGURA 12-31

Solución $H\ell = NI$. Entonces, $H = NI/\ell = 250/0.2 = 1250$ Av/m. A partir de la curva *B*-*H* de la figura 12-19, $B = 1.24$ T. Por tanto, $\Phi = BA = 1.24 \times 0.01 = 1.24 \times 10^{-2}$ Wb.



$\mathcal{F} = H_{\text{acero}}\,\ell_{\text{acero}} + H_a\,\ell_a$
$\simeq H_a\,\ell_a$ si $H_a\,\ell_a >> H_{\text{acero}}\,\ell_{\text{acero}}$

FIGURA 12-32

Para circuitos con dos o más secciones, el proceso no es tan simple. Antes de que pueda encontrar H en cualquier sección, por ejemplo, es necesario conocer la densidad de flujo. Sin embargo, para poder determinar la densidad de flujo se requiere conocer H. Por lo tanto, ni Φ ni H pueden determinarse sin conocer primero al otro.

Para evitar este problema, se usa un método de prueba y error. Primero, se hace una estimación del valor del flujo, se calcula NI usando el procedimiento de cuatro pasos de la sección 12-10, entonces se compara el valor de NI calculado con el NI dado. Si concuerdan, el problema está resuelto. Si no, se ajusta el valor ponderado y se intenta de nuevo. Se repite el procedimiento hasta que se está dentro de 5% del NI dado.

El problema es cómo llegar a una buena primera estimación. Para circuitos del tipo de la figura 12-32, observe que $NI = H_{\text{acero}}\ell_{\text{acero}} + H_a\ell_a$. Como una primera estimación, se supone que la reluctancia del espacio de aire es tan alta que la caída de fmm total aparece entre el espacio. Entonces, $NI \simeq H_a\ell_a$, y

$$H_a \simeq NI/\ell_a \qquad \textbf{(12-12)}$$

Ahora se puede aplicar la ley de Ampère para ver qué tan cerca está la estimación del NI dado (véase la Nota).

EJEMPLO 12-12

El núcleo de la figura 12-32 es de acero fundido, $NI = 1100$ Av, el área de la sección transversal en cualquier lado es 0.0025 m^2, $\ell_a = 0.002$ m y $\ell_{\text{acero}} = 0.2$ m. Determine el flujo en el núcleo.

NOTAS . . .

Como usted ya sabe que alguna caída de fmm aparece en el acero, se puede empezar con menos de 100% para el espacio. El sentido común y un poco de experiencia ayudan. El tamaño relativo de las caídas de fmm también depende del material del núcleo. Para hierro fundido, el porcentaje de caída en el hierro es mayor que el porcentaje en una pieza similar de hoja de acero o acero fundido. Esto se ilustra en los ejemplos 12-12 y 12-13.

Solución

Estimación inicial

Se supone que 90% de la fmm aparece en el espacio. La fmm aplicada es 1100 Av. Noventa por ciento de esto es 990 Av. Entonces, $H_a \simeq 0.9NI/\ell = 990/0.002 = 4.95 \times 10^5$ Av/m y $B_a = \mu_0 H_a = (4\pi \times 10^{-7})(4.95 \times 10^5) = 0.62$ T.

Prueba 1

Ya que el área del acero es la misma que la del espacio, la densidad de flujo es la misma, sin tomar en cuenta el desbordamiento. Entonces, $B_{\text{acero}} = B_a = 0.62$ T. A partir de la curva B-H, $H_{\text{acero}} = 400$ Av/m, Ahora se aplica la ley de Ampère:

$$NI = H_{\text{acero}}\ell_{\text{acero}} + H_a\ell_a = (400)(0.2) + (4.95 \times 10^5)(0.002)$$
$$= 80 + 990 = 1070 \text{ Av}$$

Esta respuesta es 2.7% más baja que el NI que se dio de 1100 Av y por tanto es aceptable. Entonces $\Phi = BA = 0.62 \times 0.0025 = 1.55 \times 10^{-3}$ Wb.

La estimación inicial en el ejemplo 12-12 produjo una respuesta aceptable en la primera prueba. (Difícilmente se tendrá esta suerte.)

EJEMPLO 12-13

Si el núcleo del ejemplo 12-12 es de hierro fundido en lugar de acero, calcule Φ.

Solución Ya que el hierro fundido tiene una H más grande para una determinada densidad de flujo (figura 12-19), se tendrá una caída $H\ell$ más grande y aparecerá menos en el espacio. Suponga 75% en el espacio.

Estimación inicial

$H_a \simeq 0.75\,NI/\ell = (0.75)(1100)/0.002 = 4.125 \times 10^5$ Av/m.

$B_a = \mu_0 H_g = (4\mu \times 10^{-7})(4.125 \times 10^5) = 0.52$ T.

Prueba 1

$B_{\text{hierro}} = B_a$. Entonces, $B_{\text{hierro}} = 0.52$ T. Desde la curva B-H, $H_{\text{hierro}} = 1700$ Av/m.

Ley de Ampère

$$NI = H_{\text{hierro}}\ell_{\text{hierro}} + H_a\ell_a = (1700)(0.2) + (4.125 \times 10^5)(0.002)$$
$$= 340 + 825 = 1165 \text{ Av} \quad \text{(es más alto por 5.9\%)}$$

Prueba 2

Se reduce la estimación por 5.9% a $B_{\text{hierro}} = 0.49$ T. Entonces, $H_{\text{hierro}} = 1500$ Av/m (de la curva *B-H*) y $H_a = 7.96 \times 10^5$ $B_a = 3.90 \times 10^5$ Av/m.

Ley de Ampère

$$NI = H_{\text{hierro}}\ell_{\text{hierro}} + H_g\ell_g = (1500)(0.2) + (3.90 \times 10^5)(0.002)$$
$$= 300 + 780 = 1080 \text{ Av}$$

El error es ahora de 1.82%, lo cual es excelente. Entonces, $\Phi = BA = (0.49)(2.5 \times 10^{-3}) = 1.23 \times 10^{-3}$ Wb. Si el error hubiera sido mayor que 5%, se habría necesitado una tercera prueba.

12-13 Fuerza debida a un electroimán

Los electroimanes se usan en relevadores, timbres de puerta, imanes para grúas, etc. Para un relevador electromagnético como el de la figura 12-33 se puede demostrar que la fuerza creada por el campo magnético es

$$F = \frac{B_a^2 A_a}{2\mu_0} \tag{12-13}$$

donde B_a es la densidad de flujo en el espacio medido en teslas, A_a es el área del espacio en metros cuadrados y F es la fuerza en newtons.

EJEMPLO 12-14

La figura 12-33 muestra un relevador común. La fuerza debida a la bobina que porta la corriente jala el brazo con pivote en contra de la tensión de un resorte para cerrar los contactos y energizar la carga. Si la cara del polo es de ¼ de pulgada cuadrada y $\Phi = 0.5 \times 10^{-4}$ Wb, ¿cuál es la fuerza sobre la armadura en libras?

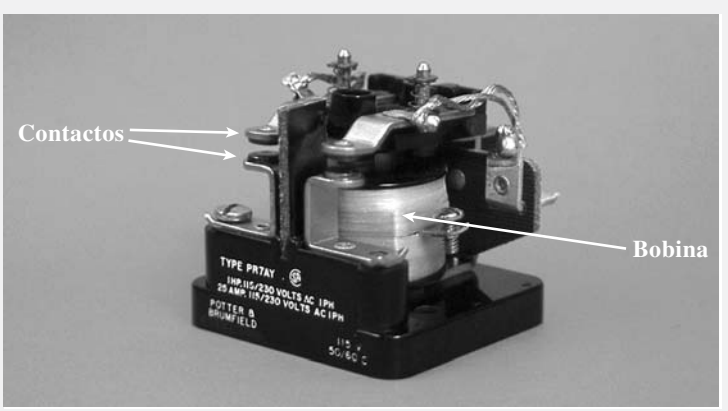


FIGURA 12-33 Un relevador común.

Solución Se convierten las unidades al sistema métrico.

$$A_a = (0.25 \text{ pulgadas})(0.25 \text{ pulgadas}) = 0.0625 \text{ pulgadas}^2 = 0.403 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$
$$B_a = \Phi/A_a = (0.5 \times 10^{-4})/(0.403 \times 10^{-4}) = 1.24 \text{ T}$$

Entonces,

$$F = \frac{B_a^2 A}{2\mu_0} = \frac{(1.24)^2(0.403 \times 10^{-4})}{2(4\pi \times 10^{-7})} = 24.66 \text{ N} = 5.54 \text{ lb}$$

La figura 12-34 muestra cómo se usa un relevador en la práctica. Cuando el interruptor se cierra, la bobina energizada jala la armadura hacia abajo. Esto cierra los contactos y energiza la carga. Cuando el interruptor se abre, el resorte jala los contactos para que queden abiertos de nuevo. Dispositivos como éste usan corrientes relativamente pequeñas para controlar grandes cargas. Además, permiten el control remoto, ya que el relevador y la carga pueden estar a una distancia considerable del interruptor activador.

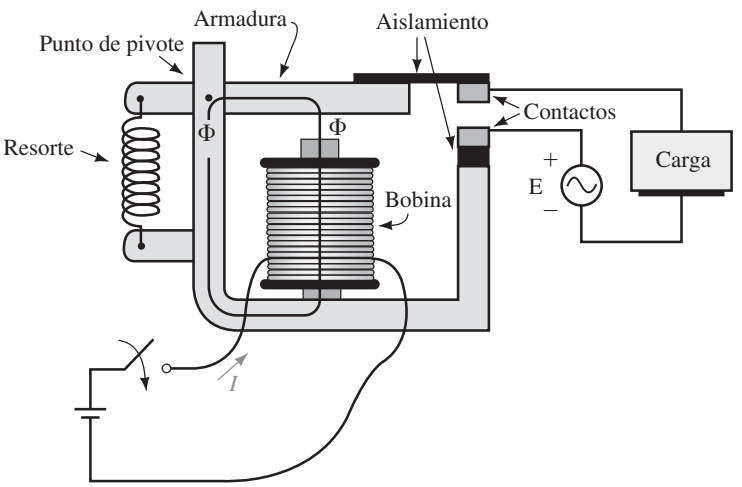


FIGURA 12-34 Controlando una carga con un relevador.

12-14 Propiedades de los materiales magnéticos

Las propiedades magnéticas están relacionadas con la estructura atómica. Cada átomo de una sustancia, por ejemplo, produce un diminuto campo magnético en el nivel atómico, ya que sus electrones en movimiento (es decir, los que orbitan) constituyen una corriente en el nivel atómico y las corrientes crean campos magnéticos. En los materiales no magnéticos estos campos están orientados de manera aleatoria y se cancelan. Sin embargo, en los materiales ferromagnéticos los campos en pequeñas regiones, llamadas **dominios** (figura 12-35), no se cancelan. (Los dominios son de tamaños microscópicos, pero son bastante grandes para sostener de 10^{17} a 10^{21} átomos.) Si los campos del dominio en un material ferromagnético se alinean, el material está magnetizado; si se orientan de forma aleatoria, el material no lo está.

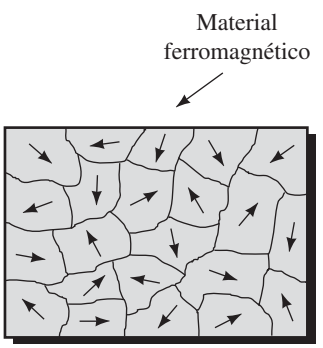
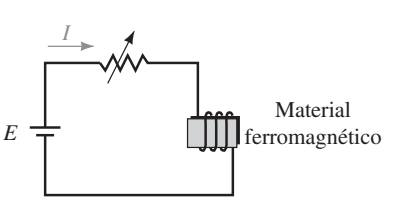


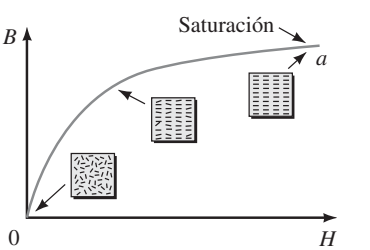
FIGURA 12-35 La orientación aleatoria de los campos microscópicos en un material ferromagnético no magnetizado. Las pequeñas regiones se llaman dominios.

Magnetización de un espécimen

Un espécimen no magnetizado puede magnetizarse al hacer que sus campos de dominio se alineen. La figura 12-36 muestra cómo se hace esto. Conforme se incrementa la corriente a través de la bobina, se incrementa la fuerza del campo y más y más dominios se alinean por sí mismos en la dirección del campo.



(a) El circuito magnetizante



(b) Cambio progresivo en las orientaciones del dominio a medida que el campo se incrementa. H es proporcional a la corriente I.

FIGURA 12-36 El proceso de magnetización.

Si el campo se hace bastante fuerte, casi todos los campos de dominio se alinean y se dice que el material está en saturación (la parte casi plana de la curva *B-H*). En la saturación, la densidad de flujo se incrementa lentamente conforme la intensidad de magnetización se incrementa. Esto significa que una vez que el material está en saturación, no se puede magnetizarlo mucho más, no importa cuánto se intente hacerlo. La trayectoria 0-*a* trazada desde el estado no magnetizado hasta el estado de saturación se llama **curva de cd** o **curva de magnetización normal**. (Esta es la curva *B-H* que se usó antes cuando se resolvieron los problemas de circuitos magnéticos.)

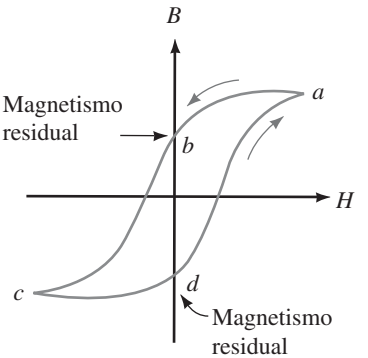


FIGURA 12-37 Lazo de histéresis.

Histéresis

Si ahora se reduce la corriente a cero, se encontrará que el material aún retiene algo de magnetismo, llamado **magnetismo residual** (figura 12-37), punto *b*). Si ahora se invierte la corriente, el flujo se invierte y se puede trazar la parte inferior de la curva. Al invertir de nuevo la corriente en *d*, la curva puede trazarse de regreso hacia el punto *a*. Al resultado se le llama **lazo de histéresis**. Debe ser evidente una fuente principal de incertidumbre en el comportamiento del circuito magnético: como se puede ver, la densidad de flujo depende no sólo de la corriente, sino también de en qué sección de la curva se magnetiza la muestra, es decir, depende de la historia del circuito. Por esta razón, las curvas *B-H* son el promedio de las dos secciones del lazo de histéresis, esto es, la curva de cd de la figura 12-36.

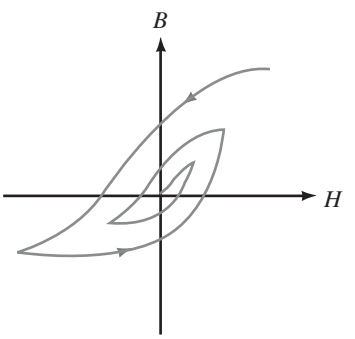


FIGURA 12-38 Desmagnetización por reducción sucesiva del lazo de histéresis.

El proceso de desmagnetización

Como se indicó antes, el simple hecho de desconectar la corriente no desmagnetiza el material ferromagnético. Para conseguirlo se debe disminuir de manera sucesiva su lazo de histéresis a cero como en la figura 12-38. Se puede colocar el espécimen dentro de una bobina que es excitada por una fuente de ca variable y gradualmente disminuir la corriente de la bobina a cero, o se puede usar una fuente de ca fija y retirar en forma gradual el espécimen del campo. Estos procedimientos se usan por personal de servicio para "degaussar" los tubos de imagen de TV. ("Degaussar" es un término que data de los primeros usos del gauss como unidad de la densidad de flujo magnético, véase la tabla 12-1.)

12-15 Medición de campos magnéticos

Una forma de medir la fuerza del campo magnético es mediante el uso del **efecto Hall** (por E. H. Hall). La idea básica se ilustra en la figura 12-39. Cuando una banda de material semiconductor como el arseniuro de indio se coloca en un campo magnético, un pequeño voltaje, llamado voltaje de Hall, V_H, aparece en los bordes opuestos. Para una corriente fija I, V_H es proporcional a la fuerza del campo magnético B. Los instrumentos que usan este principio se conocen como gaussómetros de efecto Hall. Para medir un campo magnético con estos medidores, se inserta la sonda en el campo en sentido perpendicular a él (figura 12-40). El medidor indica directamente la densidad de flujo en teslas.

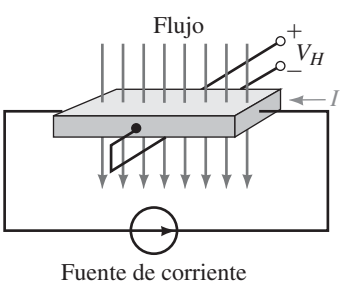


FIGURA 12-39 El efecto Hall.

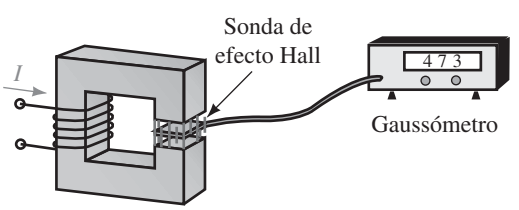


FIGURA 12-40 Medición del campo magnético.

PROBLEMAS

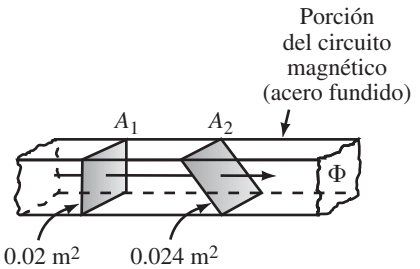


FIGURA 12-41

12-3 Flujo magnético y densidad de flujo

1. Vea la figura 12-41:
   a. ¿Qué área, A_1 o A_2, utilizaría para calcular la densidad de flujo?
   b. Si $\Phi = 28$ mWb, ¿cuál es la densidad de flujo en teslas?
2. Para la figura 12-41, si $\Phi = 250$ μWb, $A_1 = 1.25$ pulg^2 y $A_2 = 2.0$ pulg^2, ¿cuál es la densidad de flujo en unidades del sistema inglés?
3. El toroide de la figura 12-42 tiene una sección transversal circular y $\Phi = 628$ μWb. Si $r_1 = 8$ cm y $r_2 = 12$ cm, ¿cuál es la densidad de flujo en teslas?
4. Si r_1 en la figura 12-42 mide 3.5 pulgadas y r_2 mide 4.5 pulgadas, ¿cuál es la densidad de flujo en el sistema inglés de unidades si $\Phi = 628$ μWb?

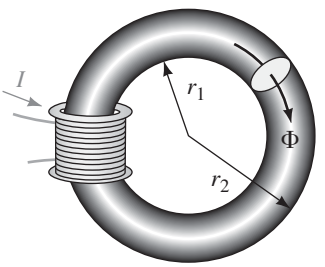


FIGURA 12-42

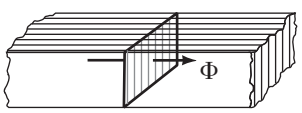


FIGURA 12-43

12-5 Espacios de aire, desbordamiento y núcleos laminados

5. Si la sección del núcleo en la figura 12-43 que mide 0.025 m por 0.04 m, tiene un factor de apilamiento de 0.85 y $B = 1.45$ T, ¿qué valor tiene Φ en webers?

12-6 Elementos en serie y en paralelo

6. Para el núcleo de hierro de la figura 12-44, la densidad de flujo $B_2 = 0.6$ T. Calcule B_1 y B_3.
7. Para la sección del núcleo de hierro de la figura 12-45, si $\Phi_1 = 12$ mWb y $\Phi_3 = 2$ mWb, ¿cuánto vale B_2?
8. Para la sección de núcleo de hierro de la figura 12-45, si $B_1 = 0.8$ T y $B_2 = 0.6$ T, ¿qué valor tiene B_3?

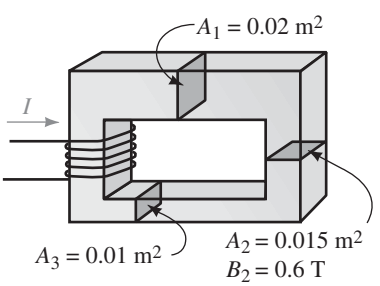


FIGURA 12-44

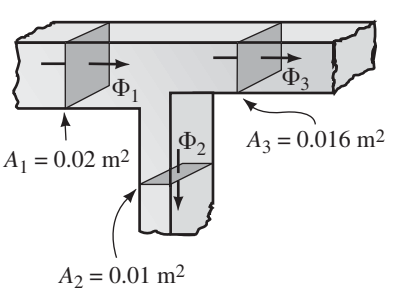


FIGURA 12-45

12-8 Intensidad de campo magnético y curvas de magnetización

9. Un núcleo con dimensiones de 2 cm × 3 cm tiene una intensidad magnética de 1200 Av/m. ¿Qué valor tiene Φ si el núcleo es de hierro fundido? ¿Si es de acero fundido? ¿Si es de hoja de acero con FA = 0.94?
10. La figura 12-46 muestra los dos circuitos eléctricos equivalentes a los circuitos magnéticos. Demuestre que μ en $\Re = \ell/\mu A$ es lo mismo que μ en $B = \mu H$.
11. Considere una vez más la figura 12-42. Si $I = 10$ A, $N = 40$ vueltas, $r_1 = 5$ cm y $r_2 = 7$ cm, ¿qué valor tiene H en amperes-vuelta por metro?

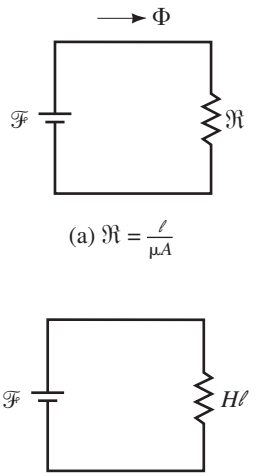


FIGURA 12-46 $\mathcal{F} = NI$.

12-9 Ley de circuitos de Ampère

12. Sean H_1 y ℓ_1 la fuerza magnetizante y la longitud de la trayectoria, respectivamente, donde el flujo Φ_1 existe en la figura 12-47 y de forma similar para Φ_2 y Φ_3. Escriba la ley de Ampère alrededor de cada una de las ventanas.

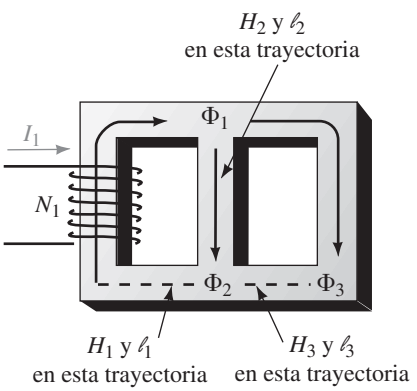


FIGURA 12-47

13. Suponga que una bobina N_2 que lleva la corriente I_2 se añade al brazo 3 del núcleo que se muestra en la figura 12-47 y que produce un flujo dirigido hacia arriba. Sin embargo, suponga que el flujo neto en el brazo 3 aún va hacia abajo. Escriba las ecuaciones de la ley de Ampère para este caso.
14. Repita el problema 13 si el flujo neto en el brazo 3 va hacia arriba pero la dirección de Φ_1 y Φ_2 permanecen como en la figura 12-47.

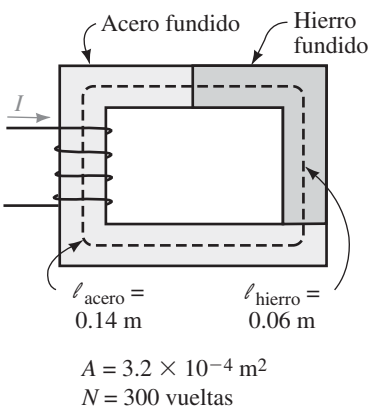


FIGURA 12-48

12-10 Circuitos magnéticos en serie: a partir de F, encontrar NI

15. Encuentre la corriente I en la figura 12-48 si $\Phi = 0.16$ mWb.
16. Deje todo igual que en el problema 15, excepto que la porción de acero fundido se reemplaza con una hoja laminada de acero con un factor de apilamiento de 0.85.
17. Se corta un espacio de 0.5 mm en la porción del núcleo de acero fundido de la figura 12-48. Encuentre la corriente para $\Phi = 0.128$ mWb. No tome en cuenta el desbordamiento.
18. Se cortan dos espacios, cada uno de 1 mm, en el circuito de la figura 12-48, uno en la porción de acero fundido y el otro en la porción de hierro fundido. Determine la corriente para $\Phi = 0.128$ mWb. No tome en cuenta el desbordamiento.
19. El núcleo de hierro fundido de la figura 12-49 mide 1 cm × 1.5 cm, $\ell_a = 0.3$ mm, la densidad de flujo del espacio de aire es de 0.426 T y N = 600 vueltas. Los extremos de la pieza tienen forma semicircular. Tomando en cuenta el desbordamiento, encuentre la corriente I.

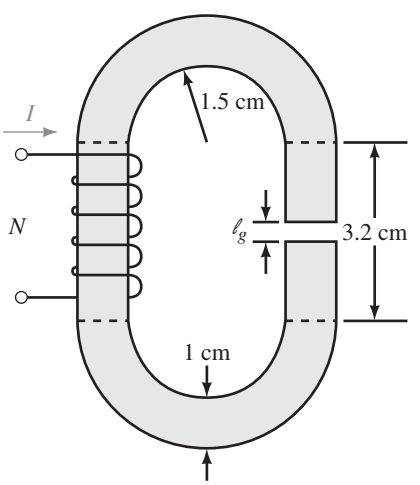


FIGURA 12-49

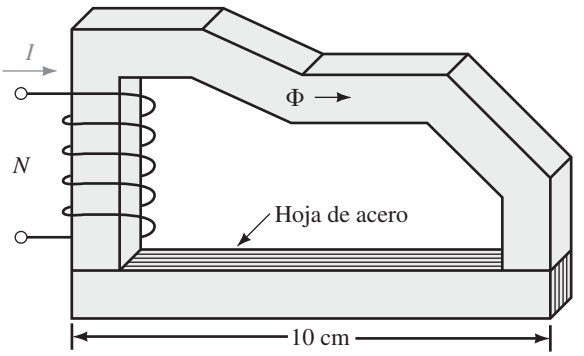


FIGURA 12-50

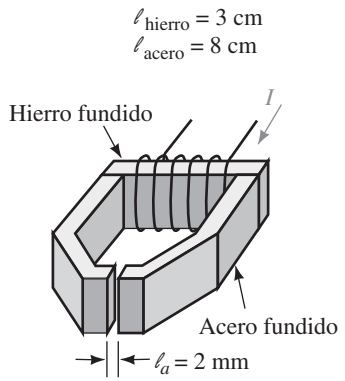


FIGURA 12-51

20. Para el circuito de la figura 12-50, $\Phi = 141$ μWb y $N = 400$ vueltas. El miembro inferior es una hoja de acero con un factor de apilamiento de 0.94, mientras que el resto es de acero fundido. Todas las piezas miden 1 cm × 1 cm. La longitud de la trayectoria del acero fundido es de 16 cm. Encuentre la corriente *I*.
21. Para el circuito de la figura 12-51, $\Phi = 30 \times$ μWb y $N = 2000$ vueltas. No tome en cuenta el desbordamiento y encuentre la corriente *I*.
22. Para el circuito de la figura 12-52, $\Phi = 25\,000$ líneas. El factor de apilamiento para la porción de la hoja de acero es de 0.95. Encuentre la corriente *I*.

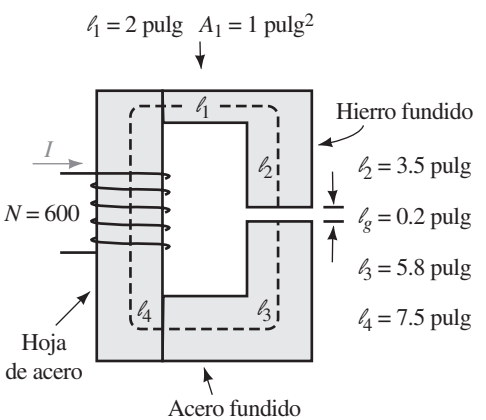


FIGURA 12-52

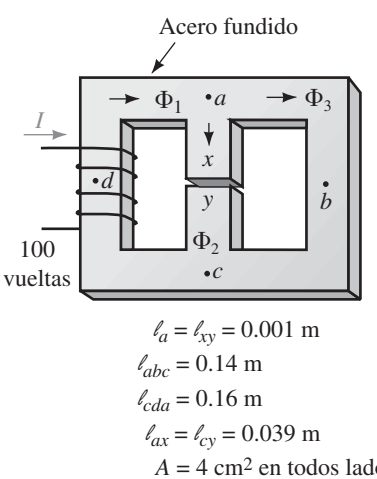


FIGURA 12-53

23. Una segunda bobina de 450 vueltas con $I_2 = 4$ amperes se devana en la porción de acero fundido de la figura 12-52. Su flujo está en oposición al flujo producido por la bobina original. El flujo resultante es de 35 000 líneas en dirección contraria a la de las manecillas del reloj. Encuentre la corriente I_1.

12-11 Circuitos magnéticos en serie-paralelo

24. Para la figura 12-53, si $\Phi g = 80 \times$ μWb, encuentre *I*.
25. Si el circuito de la figura 12-53 no tiene espacio y $\Phi 3 = 0.2$ mWb, encuentre *I*.

12-12 Circuitos magnéticos en serie: a partir de *NI* encontrar Φ

26. Un circuito magnético de acero fundido con $N = 2500$ vueltas, $I = 200$ mA y un área de sección transversal de 0.02 m^2 tiene un espacio de aire de 0.00254 m. Si se supone que 90% de la fmm aparece en el espacio, estime el flujo en el núcleo.

27. Si $NI = 644$ Av para el núcleo de acero fundido de la figura 12-54, encuentre el flujo, Φ.
28. Se corta un espacio de $\ell = 0.004$ m en el núcleo de la figura 12-54. Todo lo demás permanece igual. Encuentre el flujo, Φ.

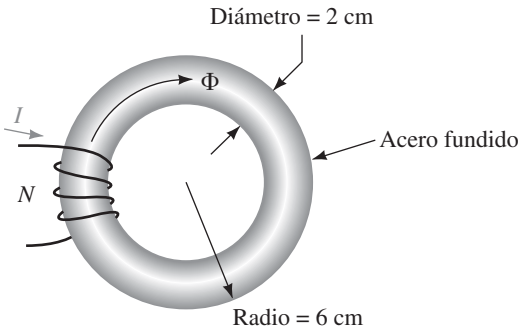


FIGURA 12-54

12-13 Fuerza debida a un electroimán

29. Para el relevador de la figura 12-34, si la cara del polo mide 2 cm por 2.5 cm y se requiere una fuerza de 2 libras para cerrar el espacio, ¿cuánto flujo se necesita (en webers)?
30. Para el solenoide de la figura 12-28, $\Phi = 4 \times 10^{-4}$ Wb. Encuentre la fuerza de atracción en el émbolo en newtons y en libras.

✓ RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 1

1. Fuerza
2. Fuerza, dirección
3. Hierro, níquel, cobalto
4. Norte, sur
5. Igual, excepto que la dirección del flujo se invierte
6. Igual que en la figura 12-6, ya que el plástico no afecta el campo
7. Perpendicular
8. 10 cm^2

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 2

1. Aunque el flujo es el mismo en el circuito, el área efectiva de cada sección difiere.
2. $B_{\text{hierro}} = 1.1$ T; $B_{\text{acero}} = 1.38$ T; $B_a = 1.04$ T
3. $\Phi_2 = \Phi_3 = 0.5$ mWb

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 3

1. 3.5 A
2. a. 2.1 A;
   b. 0.525 A
3. 1550 Av/m
4. Igual que en la figura 12-21(b) excepto que se agrega $H_{a_2}\ell_{a_2}$
5. a. $NI = H_1\ell_1 + H_2\ell_2$;
   b. $0 = H_2\ell_2 - H_3\ell_3$
6. 0.32 m; use la longitud media de la trayectoria

■ TÉRMINOS CLAVE

Autoinductancia
Bobina limitadora
Bobinas de núcleo de aire
Bobinas de núcleo de hierro
Capacitancia parásita
Contravoltaje
Enlaces de flujo
Fuerza contraelectromotriz
Henry
Inductancia
Inductancia parásita
Inductor
Ley de Faraday
Ley de Lenz
Reactores
Voltaje inducido

■ PLAN GENERAL

Inducción electromagnética
Voltaje inducido e inducción
Autoinductancia
Cálculo del voltaje inducido
Inductancias en serie y en paralelo
Consideraciones prácticas
Inductancia y estado estable de CD
Energía almacenada por una inductancia
Sugerencias para la solución de problemas con inductores

■ OBJETIVOS:

Después de estudiar este capítulo será capaz de:

- describir qué es un inductor y cuál es su efecto en la operación de un circuito,
- explicar la ley de Faraday y la ley de Lenz,
- calcular el voltaje inducido mediante la ley de Faraday,
- definir inductancia,
- calcular el voltaje en una inductancia,
- calcular la inductancia para configuraciones en serie y en paralelo,
- calcular voltajes y corrientes del inductor para la excitación de cd en estado estable,
- calcular la energía almacenada en una inductancia,
- describir los problemas comunes del inductor y cómo examinarlos.

Inductancia e inductores

13

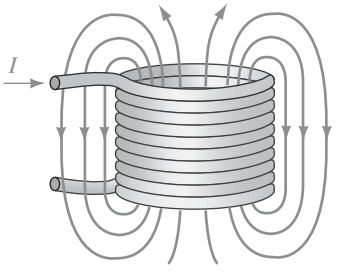
En este capítulo se presenta la autoinductancia (por lo común llamada inductancia) y los inductores. Para llegar a esa idea, recuerde que cuando la corriente fluye a través de un conductor, se crea un campo magnético; como se verá en este capítulo, ese campo afecta la operación del circuito. Para describir ese efecto se ha introducido un parámetro de circuito llamado **inductancia**. Ésta tiene su origen totalmente en el campo magnético creado por la corriente, y el efecto que ejerce es hacer más lento el crecimiento y el colapso de la corriente y, en general, oponerse a su cambio. Por ello, en un sentido, la inductancia se puede vincular a la inercia en un sistema mecánico. La ventaja de utilizar la inductancia en este análisis es que se puede prescindir de todas las consideraciones de magnetismo y campos magnéticos, y sólo concentrarse en cantidades familiares del circuito como voltaje, corriente y el nuevo parámetro de circuito introducido: la inductancia.

Un elemento de un circuito que posee inductancia se llama **inductor**. En su forma más simple, un inductor es una simple bobina de alambre, figura 13-1(a). Idealmente los inductores sólo tienen inductancia; sin embargo, ya que están hechos de alambre, también presentan algo de resistencia. No obstante, al inicio se supone que esa resistencia es insignificante y se considera a los inductores como ideales (es decir, se supone que no tienen más propiedades que la inductancia). (La resistencia de la bobina se considera en las secciones 13-6 y 13-7.) En la práctica, también se hace referencia a los inductores como **bobinas limitadoras** (debido a que intentan limitar u "obstruir" el cambio de la corriente) o como **reactores** (por razones que serán discutidas en el capítulo 16). En este capítulo, se hará referencia a ellos sobre todo como inductores.

En diagramas de circuito y en ecuaciones la inductancia se representa con la letra *L*. Su símbolo de circuito es una bobina, como se muestra en (b). La unidad de inductancia es el **henry**.

Los inductores se utilizan en muchos lugares. En los radios forman parte del circuito de sintonización que se ajusta para seleccionar una estación. En las lámparas fluorescentes son parte del circuito del balastro que limita la corriente cuando se enciende la lámpara; en los sistemas de potencia son parte de los circuitos de protección que se usan para controlar las corrientes de cortocircuito durante condiciones de falla. ■

RESUMEN DEL CAPÍTULO



(a) Un inductor básico



(b) Símbolo de un inductor ideal

FIGURA 13-1 La inductancia tiene su origen en el campo magnético creado por la corriente.

PERSPECTIVA HISTÓRICA



El descubrimiento de la inducción electromagnética

La mayor parte de nuestras ideas con respecto a la inductancia y los voltajes inducidos se deben a Michael Faraday (recuerde el capítulo 12) y Joseph Henry (1797-1878). Aunque trabajaron de manera independiente (Faraday en Inglaterra y Henry —cuyo retrato se muestra a la izquierda— en Estados Unidos), descubrieron, casi de manera simultánea, las leyes fundamentales que rigen la inducción electromagnética.

Mientras experimentaba con campos magnéticos, Faraday desarrolló el transformador. Devanó dos bobinas en un anillo de hierro y energizó una de ellas con una batería. Cuando cerró el circuito y energizó la primera bobina, Faraday se dio cuenta de que se inducía un voltaje momentáneo en la segunda bobina, y cuando abrió el interruptor encontró que de nuevo se inducía un voltaje momentáneo, pero con polaridad opuesta. Cuando la corriente era estable, no se producía ningún voltaje.

Faraday explicó este efecto en términos de su concepto de líneas de flujo magnético. Cuando estableció la corriente por primera vez, visualizó que las líneas saltaban al exterior; cuando cortó la corriente, visualizó que las líneas se colapsaban hacia el interior. Después, vio que el voltaje era producido por esas líneas al cortar a través los conductores del circuito. Experimentos adicionales mostraron que el voltaje también era producido cuando un imán pasaba a través de una bobina o cuando un conductor era movido a través de un campo magnético. Una vez más, concibió esos voltajes en términos de flujo que corta un conductor.

De forma independiente, en Estados Unidos, Henry descubrió esencialmente los mismos resultados. De hecho, el trabajo de Henry precedió al de Faraday por unos meses, pero debido a que no los publicó primero, el crédito se le dio a Faraday. Sin embargo, a Henry le fue atribuido el descubrimiento de la autoinducción y, en honor a su trabajo, la unidad de la inductancia fue llamada henry. ■

13-1 Inducción electromagnética

NOTAS . . .

Como en este capítulo se trabaja con enlaces de flujo que varían con el tiempo, se usa ϕ en lugar de Φ para el flujo (como se hizo en el capítulo 12). Esto se hace para mantener la práctica estándar de usar símbolos en minúsculas para las cantidades que varían con el tiempo y símbolos en mayúsculas para las cantidades de cd.

NOTAS . . .

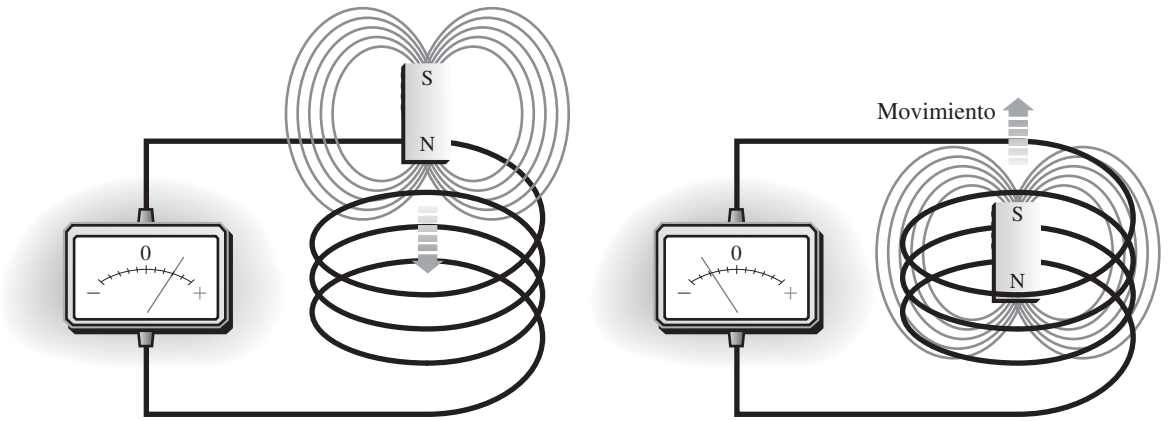
Electrónica en el futuro

Para mayor información o para usar su computadora con el fin de explorar de manera interactiva las ideas que se presentan aquí, remítase al CD que acompaña al libro. Haga clic en el Botón 1, *Electrónica en el futuro* y seleccione el módulo sobre *Magnetismo y electromagnetismo*.

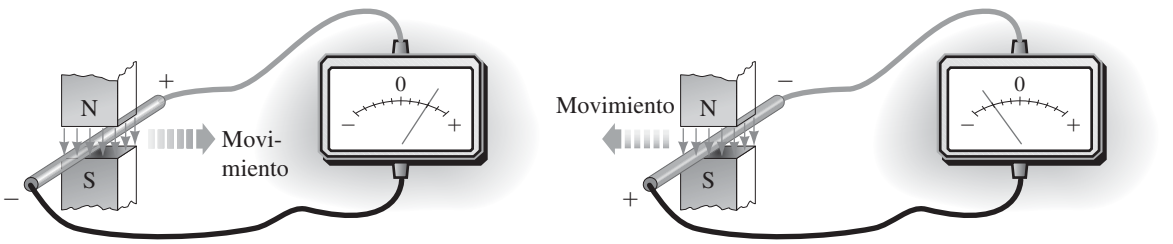
La inductancia depende del **voltaje inducido**. Por lo que se iniciará con un repaso de la inducción electromagnética. Primero, se verán los resultados de Faraday y Henry. Considere la figura 13-2, en (a) un imán se mueve a través de una bobina de alambre y esta acción induce un voltaje en la bobina. Cuando el imán se inserta en la bobina, la aguja del medidor se desplaza hacia arriba de la escala; cuando sale, la aguja del medidor regresa hacia abajo de la escala e indica que la polaridad ha cambiado. La magnitud del voltaje es proporcional a la rapidez con que se mueve el imán. En (b), cuando el conductor se mueve a través del campo, se induce el voltaje. Si el conductor se mueve hacia la derecha, su extremo más alejado es positivo; si se mueve hacia la izquierda, la polaridad se invierte y su extremo se vuelve negativo. De nuevo, la magnitud del voltaje es proporcional a la rapidez de movimiento del alambre. En (c) se induce un voltaje en la bobina 2 debido al campo magnético creado por la corriente en la bobina 1. En el instante en que se cierra el interruptor, la aguja del medidor salta hacia arriba de la escala; en el instante en que se abre, la aguja del medidor regresa hacia abajo de la escala. En (d) el voltaje es inducido en una bobina por su propia corriente. En el instante en que se cierra el interruptor, el extremo superior de la bobina se vuelve positivo, mientras que en el instante en que se abre, la polaridad se invierte y el extremo superior se vuelve negativo. Observe que en ninguno de estos casos se induce voltaje cuando el flujo que enlaza el circuito está sin cambio, es decir, cuando el imán está estacionario en (a), cuando el imán está sin movimiento en (b) o cuando la corriente ha alcanzado un estado estacionario en (c) y (d).

Ley de Faraday

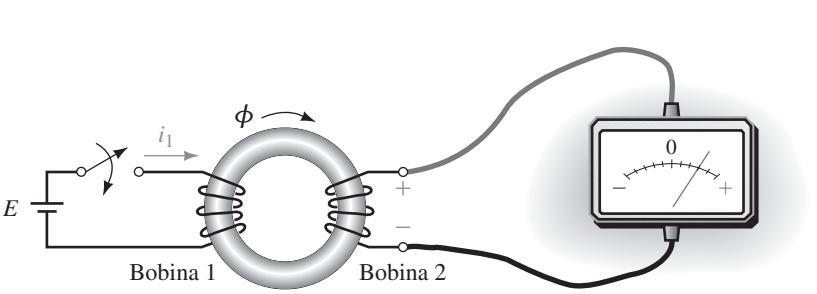
Con base en estas observaciones, Faraday concluyó que *el voltaje es inducido en un circuito siempre que el flujo enlace (es decir el que pasa a través) del circuito esté cambiando, y que la magnitud del voltaje es proporcional a la tasa de*



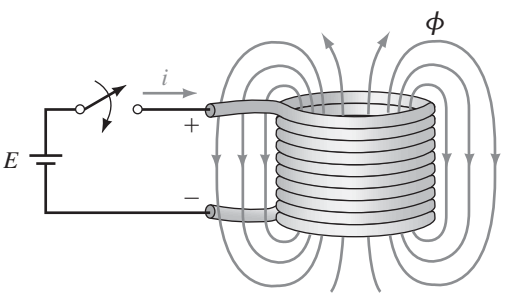
(a) Fem por movimiento



(b) Fem por movimiento



(c) Voltaje inducido mutuamente



(d) Voltaje autoinducido

FIGURA 13-2 Ilustración de los experimentos de Faraday. El voltaje es inducido sólo cuando cambia el flujo que enlaza un circuito.

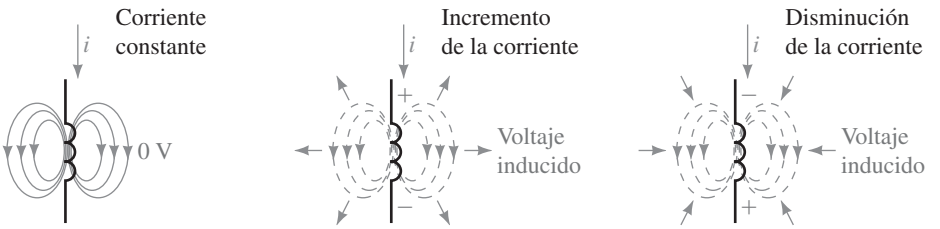
cambio de los enlaces de flujo. Este resultado, conocido como **ley de Faraday**, también se establece en ocasiones en términos de la rapidez con que se cortan las líneas de flujo. Se verá este punto de vista en el capítulo 15.

Ley de Lenz

Heinrich Lenz (físico ruso, 1804-1865) determinó un resultado equivalente. Demostró que la polaridad del voltaje inducido es tal que se opone a la causa que lo produce. Este resultado se conoce como **ley de Lenz**.

13-2 Voltaje inducido e inducción

Ahora se enfocará la atención en los inductores, figura 13-2(d). Como se indicó antes, la inductancia se debe por completo al campo magnético creado por la corriente. Considere la figura 13-3, (la cual muestra el inductor en tres instantes). En (a) la corriente es constante, y ya que el campo magnético se debe a esta corriente, también es constante. Al aplicar la ley de Faraday se observa que el flujo que enlaza la bobina no está cambiando, por tanto el voltaje inducido es cero. Ahora considere (b), aquí, la corriente, y por tanto el flujo, se incrementan.



(a) Corriente estable: el voltaje inducido es cero

(b) Incremento de la corriente: el voltaje inducido se opone a la corriente generada

(c) Disminución de la corriente: el voltaje inducido se opone a la corriente que va disminuyendo

FIGURA 13-3 Voltaje autoinducido debido a la corriente de su propia bobina. El voltaje inducido se opone al cambio de la corriente. Observe con cuidado las polaridades en (b) y (c).

De acuerdo con la ley de Faraday, un voltaje inducido es proporcional a la rapidez con que cambia el campo, y de acuerdo con la ley de Lenz, la polaridad de este voltaje debe ser tal que se opone al incremento de la corriente. Por tanto, la polaridad del voltaje es como se muestra. Observe que entre más rápido se incremente la corriente, más grande será el voltaje que se opone. Ahora considere (c), ya que la corriente está disminuyendo, la ley de Lenz muestra que la polaridad del voltaje inducido se invierte, esto es, el colapso del campo produce un voltaje que trata de mantener la corriente. De nuevo, entre más rápido sea el cambio en la corriente, mayor será este voltaje.

Fuerza contraelectromotriz

Debido a que el voltaje inducido en la figura 13-3 intenta ir en contra (es decir, en oposición) a los cambios en la corriente, es llamado **fuerza contraelectromotriz** o **contravoltaje**. Sin embargo, observe con cuidado que este voltaje no se opone a la corriente, se opone sólo a los cambios en la corriente. Tampoco evita que la corriente cambie; sólo evita que cambie de manera abrupta. El resultado es que la corriente en un inductor cambia gradual y suavemente de un valor a otro como se indica en la figura 13-4(b). El efecto de la inductancia es entonces similar al efecto de inercia en un sistema mecánico. Por ejemplo, el volante que se usa en un motor evita los cambios abruptos en la velocidad del motor, provocando que el motor cambie en forma gradual de una velocidad a otra.



(a) La corriente no puede saltar de un valor a otro como aquí

(b) La corriente debe cambiar con suavidad sin saltos abruptos

FIGURA 13-4 Corriente en la inductancia.

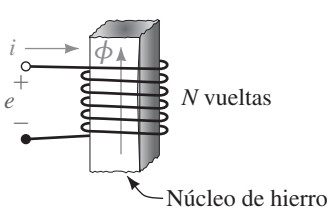


FIGURA 13-5 Cuando el flujo ϕ pasa a través de todas las N vueltas, el enlace de flujo de la bobina es $N\phi$.

Inductores de núcleo de hierro y núcleo de aire

Como descubrió Faraday, el voltaje inducido en una bobina depende de los enlaces de flujo, y éstos a su vez dependen del material del núcleo. Las bobinas con núcleos ferromagnéticos (llamadas **bobinas de núcleo de hierro**) tienen su flujo casi por completo confinado en su núcleo, lo cual no ocurre en las bobinas devanadas en materiales no ferromagnéticos. Éstas son llamadas **bobinas de núcleo de aire** porque todos los materiales de núcleo no magnético tienen la misma permeabilidad que el aire y entonces su comportamiento magnético es el igual que el del aire.

Primero, considere el caso del núcleo de hierro, como en la figura 13-5. De manera ideal, todas las líneas de flujo están confinadas en el núcleo y entonces pasan (se enlazan) a través de todas las vueltas del devanado. El producto del flujo por el número de vueltas por las que pasa se define como el **enlace de flujo** de la bobina. Para la figura 13-5, ϕ líneas pasan a través de N vueltas produciendo un enlace de flujo de $N\phi$. Mediante la ley de Faraday, el voltaje inducido es proporcional a la tasa de cambio de $N\phi$. En el sistema SI, la constante de proporcionalidad es uno y la ley de Faraday para este caso se establece como

$$e = N \times \text{la tasa de cambio de } \phi \qquad \textbf{(13-1)}$$

En notación de cálculo,

$$e = N\frac{d\phi}{dt} \quad \text{(volts, V)} \qquad \textbf{(13-2)}$$

donde ϕ está en webers, t en segundos y e en volts. Entonces, si el flujo cambia a una tasa de 1 Wb/s en una bobina de 1 vuelta, el voltaje inducido es 1 volt.

NOTAS . . .

La ecuación 13-2 se muestra algunas veces con un signo menos. Sin embargo, el signo menos no es necesario. En teoría de circuitos se usa la ecuación 13-2 para determinar la magnitud del voltaje inducido y la ley de Lenz para determinar la polaridad.

EJEMPLO 13-1

Si el flujo a través de una bobina de 200 vueltas cambia a un ritmo constante de 1 Wb a 4 Wb en un segundo, ¿cuál es el voltaje inducido?

Solución El flujo cambia 3 Wb en un segundo. Entonces, su tasa de cambio es 3 Wb/s.

$$\begin{aligned} e &= N \times \text{tasa de cambio del flujo} \\ &= (200 \text{ vueltas})(3 \text{ Wb/s}) = 600 \text{ volts} \end{aligned}$$

Ahora considere un inductor de núcleo de aire (figura 13-6). Ya que no todas las líneas de flujo pasan a través de todos los devanados, es difícil determinar los enlaces de flujo como antes. Sin embargo, ya que no está presente material ferromagnético, el flujo es directamente proporcional a la corriente. Entonces, en este caso, ya que el voltaje inducido es proporcional a la tasa de cambio del flujo, y como el flujo es proporcional a la corriente, el voltaje inducido será proporcional a la tasa de cambio de la corriente. Si la constante de proporcionalidad es L, entonces,

$$e = L \times \text{tasa de cambio de la corriente} \qquad \textbf{(13-3)}$$

En notación de cálculo, esto se puede escribir como

$$e = L\frac{di}{dt} \quad \text{(volts, V)} \qquad \textbf{(13-4)}$$

L se llama la **autoinductancia** de la bobina y en sistema SI su unidad es el henry. (Esto se discute con más detalle en la sección 13-3.)

Ahora se tienen dos ecuaciones para el voltaje de la bobina. La ecuación 13-4 es una forma más útil para este capítulo, mientras que la ecuación 13-2 es la forma más útil para los circuitos del capítulo 24. En la próxima sección se verá la ecuación 13-4.

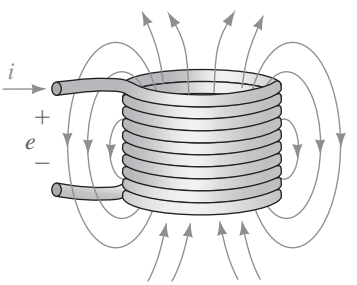


FIGURA 13-6 El flujo de enlace en la bobina es proporcional a la corriente. El enlace de flujo es LI.

1. ¿Cuál de las gráficas de corriente que se observan en la figura 13-7 no puede ser la corriente en un inductor?, ¿por qué?



(a) (b) (c)

FIGURA 13-7

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 1

(Las respuestas están al final del capítulo)

2. Calcule el enlace de flujo para la bobina de la figura 13-5, dado $\phi = 500$ mWb y $N = 1200$ vueltas.
3. Si el flujo ϕ de la pregunta 2 cambia a un ritmo constante de 500 mWb a 525 mWb en 1 s, ¿cuál es el voltaje inducido en la bobina?
4. Si el flujo ϕ de la pregunta 2 cambia a un ritmo constante de 500 mWb a 475 mWb en 100 ms, ¿cuál es el voltaje inducido en la bobina?
5. Si el flujo para la bobina de 200 vueltas de la figura 13-5 está dado por $\phi = 25\, t\, e^{-t}$ mWb, ¿cuál es la ecuación para su voltaje inducido?

13-3 Autoinductancia

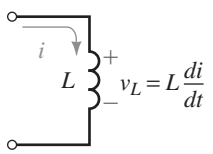


FIGURA 13-8 Convención de referencia de voltaje-corriente. Como es usual, el signo más para el voltaje está en la cola de la flecha de corriente.

En la sección anterior se demostró que el voltaje inducido en una bobina es $e = L di/dt$, donde L es la autoinductancia de la bobina (conocida comúnmente como inductancia) y di/dt es la tasa de cambio de su corriente. En el sistema SI, L se mide en henrys. Como puede verse en la ecuación 13-4, es la razón entre el voltaje inducido en una bobina y la tasa de cambio de la corriente que lo produce. A partir de esto, se obtiene la definición del henry, *la inductancia de una bobina es de un henry si el voltaje creado por su cambio de corriente es de un volt cuando su corriente cambia a la tasa de un ampere por segundo*.

En la práctica, el voltaje en una inductancia se denota por v_L en lugar de e como en la figura 13-8. Entonces,

$$v_L = L\frac{di}{dt} \quad \text{(V)} \tag{13-5}$$

EJEMPLO 13-2

Si la corriente a través de una inductancia de 5 mH cambia a la tasa de 1000 A/s, ¿cuál es el voltaje inducido?

Solución

$$\begin{aligned} v_L &= L \times \text{tasa de cambio de la corriente} \\ &= (5 \times 10^{-3}\ \text{H})(1000\ \text{A/s}) = 5\ \text{volts} \end{aligned}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 1

1. El voltaje en una inductancia es 250 V cuando su corriente cambia a la tasa de 10 mA/μs. ¿Cuál es el valor de L?
2. Si el voltaje en una inductancia de 2 mH es 50 volts, ¿qué tan rápido cambia la corriente?

Respuestas
1. 25 mH; 2. 25×10^3 A/s

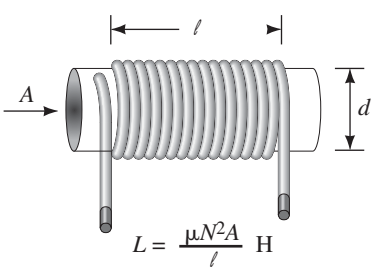


FIGURA 13-9 Fórmula de la inductancia aproximada para una bobina de una sola capa.

Fórmulas de inductancia

La inductancia para algunas formas simples puede determinarse con los principios del capítulo 12. Por ejemplo, puede demostrarse que la inductancia aproximada de la bobina de la figura 13-9 es

$$L = \frac{\mu N^2 A}{\ell} \quad \text{(H)} \tag{13-6}$$

donde ℓ está en metros, A está en metros cuadrados, N es el número de vueltas y μ es la permeabilidad del núcleo. Los detalles se pueden encontrar en muchos libros de física.

EJEMPLO 13-3

Una bobina de núcleo de aire de 0.15 m de longitud tiene un radio de 0.006 m y 120 vueltas. Calcule su inductancia.

Solución

$$A = \pi r^2 = 1.131 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$$
$$\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$$

Entonces

$$L = 4\pi \times 10^{-7}\,(120)^2\,(1.131 \times 10^{-4})/0.15 = 13\text{-}6\ \mu\text{H}$$

La exactitud de la ecuación 13-6 falla para pequeñas razones ℓ/d. (Si ℓ/d es mayor que 10, el error es menor a 4%.) Mejores fórmulas se encuentran en manuales de diseño, como en *Radio Amateur's Handbook* publicado por American Radio Relay League (ARRL).

Para proporcionar mayor inductancia en pequeños espacios, se usan algunas veces núcleos de hierro. Sin embargo, a menos que el flujo del núcleo se mantenga por debajo de la saturación, la permeabilidad varía y la inductancia no es constante. Para obtener una inductancia relativamente constante, se puede usar un espacio de aire, como en la figura 13-10. Si el espacio es bastante ancho para predominar, la inductancia de la bobina es aproximadamente

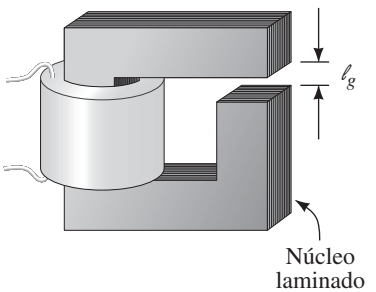


FIGURA 13-10 Bobina con núcleo de hierro y espacio de aire. El espacio de aire impide que el núcleo se sature.

$$L \approx \frac{\mu_0 N^2 A_a}{\ell_a} \quad \text{(H)} \qquad \textbf{(13-7)}$$

donde μ_0 es la permeabilidad del aire, A_a es el área del espacio de aire y ℓ_a es su longitud. (Véase al final del capítulo el problema 11). Otra manera de incrementar la inductancia es usar un núcleo de ferrita (sección 13-6).

EJEMPLO 13-4

El inductor de la figura 13-10 tiene 1000 vueltas, un espacio de 5 mm y un área de sección transversal en el espacio de 5×10^{-4} m^2. ¿Cuál es su inductancia?

Solución

$$L \approx (4\pi \times 10^{-7})(1000)^2(5 \times 10^{-4})/(5 \times 10^{-3}) = 0.126\ \text{H}$$

NOTAS PRÁCTICAS . . .

1. Ya que la inductancia se debe a un campo magnético del conductor, depende de los mismos factores que el campo magnético. Entre más fuerte es el campo para una determinada corriente, más grande será la inductancia. Entonces, una bobina de muchas vueltas tendrá más inductancia que una de pocas vueltas (L es proporcional a N^2) y una bobina devanada en un núcleo magnético tendrá mayor inductancia que una bobina devanada en uno no magnético.
2. Sin embargo, si una bobina se devana en un núcleo magnético, la permeabilidad de la bobina μ puede cambiar con la densidad de flujo. Ya que esta última depende de la corriente, L se vuelve una función de la corriente. Por ejemplo, el inductor de la figura 13-11 tiene una inductancia no lineal debido a la saturación del núcleo. Todos los inductores de este libro se suponen lineales, es decir, de valor constante.

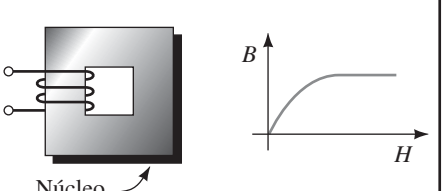


FIGURA 13-11 Esta bobina no tiene una inductancia fija debido a que su flujo no es proporcional a su corriente.

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 2

(Las respuestas están al final del capítulo)

1. El voltaje en una inductancia cuya corriente cambia de manera uniforme 10 mA en 4 μs es 70 volts. ¿Cuál es su inductancia?
2. Si se triplica el número de vueltas en el inductor de la figura 13-10, pero lo demás permanece igual, ¿por qué factor se incrementa la inductancia?

13-4 Cálculo del voltaje inducido

Antes se determinó que el voltaje en una inductancia está dado por $v_L = L di/dt$, donde las referencias de voltaje y corriente se muestran en la figura 13-8. Observe que la polaridad de v_L depende de si la corriente se incrementa o disminuye. Por ejemplo, si la corriente se incrementa, di/dt es positiva y v_L es positivo, mientras que si la corriente disminuye, di/dt es negativa y v_L es negativo.

Para calcular el voltaje, es necesario determinar di/dt. En general, esto requiere de cálculo. Sin embargo, ya que di/dt es una pendiente, se puede determinar el voltaje sin usar el cálculo para las corrientes que se describen mediante líneas rectas, como en la figura 13-12. Para cualquier segmento Δt, la pendiente $= \Delta i/\Delta t$, donde Δi es la cantidad en la que cambia la corriente durante el intervalo de tiempo Δt.

EJEMPLO 13-5

La figura 13-12 es la corriente a través de una inductancia de 10 mH. Determine el voltaje v_L y grafíquelo.

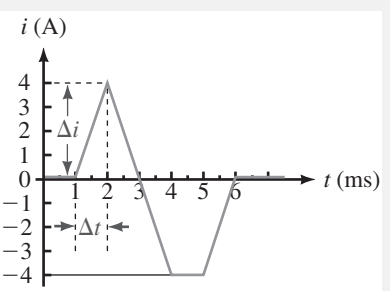


FIGURA 13-12

Solución Se divide el problema en intervalos sobre los cuales la pendiente es constante, se determina la pendiente para cada segmento, y entonces se calcula el voltaje usando $v_L = L \times$ pendiente para ese intervalo:

0 a 1 ms: Pendiente = 0. Entonces $v_L = 0$ V.

1 a 2 ms: Pendiente = $\Delta i/\Delta t = 4 \text{ A}/(1 \times 10^{-3} \text{ s}) = 4 \times 10^3$ A/s.
Entonces, $v_L = L\Delta i/\Delta t = (0.010 \text{ H})(4 \times 10^3 \text{ A/s}) = 40$ V.

2 a 4 ms: Pendiente = $\Delta i/\Delta t = -8 \text{ A}/(2 \times 10^{-3} \text{ s}) = -4 \times 10^3$ A/s.
Entonces, $v_L = L\Delta i/\Delta t = (0.010 \text{ H})(-4 \times 10^3 \text{ A/s}) = -40$ V.

4 a 5 ms: Pendiente = 0. Entonces, $v_L = 0$ V.

5 a 6 ms: Misma pendiente de 1 a 2 ms. Entonces, $v_L = 40$ V.

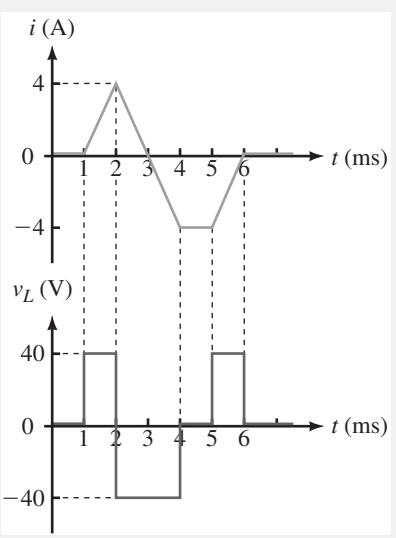


FIGURA 13-13

La forma de onda del voltaje se muestra en la figura 13-13.

Para las corrientes que no son funciones lineales del tiempo, se necesita usar el cálculo como se ilustra en el siguiente ejemplo.

EJEMPLO 13-6

¿Cuál es la ecuación del voltaje en una inductancia de 12.5 H cuya corriente es $i = te^{-t}$ amperes?

Solución Al diferenciar por partes se usa

$$\frac{d(uv)}{dt} = u\frac{dv}{dt} + v\frac{du}{dt} \text{ con } u = t \text{ y } v = e^{-t}$$

Entonces,

$$v_L = L\frac{di}{dt} = L\frac{d}{dt}(te^{-t}) = L[t(-e^{-t}) + e^{-t}] = 12.5e^{-t}(1 - t) \text{ volts}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 2

1. La figura 13-14 muestra la corriente a través de una inductancia de 5 H. Determine el voltaje v_L y grafíquelo.
2. Si la corriente de la figura 13-12 se aplica a una inductancia desconocida y el voltaje de 1 a 2 es 28 volts, ¿cuál es el valor de L?
3. La corriente en una inductancia de 4 H es $i = t^2e^{-5t}$ A. ¿Cuál es el voltaje v_L?

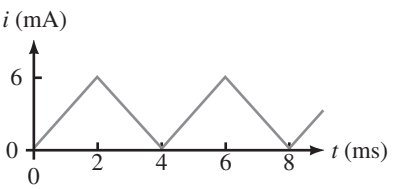


FIGURA 13-14

Respuestas

1. v_L es una onda cuadrada. Entre 0 y 2 ms, su valor es 15 V; entre 2 y 4 ms, su valor es −15 V, etcétera
2. 7 mH; 3. $4e^{-5t}(2t - 5t^2)$ V

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 3

(Las respuestas están al final del capítulo)

1. Una inductancia L_1 de 50 mH está en serie con una inductancia L_2 de 35 mH. Si el voltaje en L_1 en algún instante es 125 V, ¿cuál es el voltaje en L_2 en este instante? Sugerencia: ya que pasa la misma corriente por ambas inductancias, la tasa de cambio de la corriente es la misma para ambas.
2. La corriente a través de una inductancia de 5 H cambia de manera lineal de 10 a 12 A en 0.5 s. Suponga ahora que la corriente cambia linealmente de 2 mA a 6 mA en 1 ms. Aunque las corrientes son significativamente diferentes, el voltaje inducido es el mismo en ambos casos. ¿Por qué?, calcule el voltaje.
3. Si la corriente para una bobina de 5 H está dada por $i = 4\,t^3\,e^{-2t} + 4$ A, ¿cuál es la ecuación para el voltaje v_L?
4. Repita la pregunta 3 si $i = 50$ sen $1000\,t$ mA.

13-5 Inductancias en serie y en paralelo

Para las inductancias en serie o en paralelo, la inductancia equivalente se determina con las mismas reglas que se usaron para la resistencia. Para el caso en serie (figura 13-15) la inductancia total es la suma de las inductancias individuales:

$$L_T = L_1 + L_2 + L_3 + \cdots + L_N \qquad \textbf{(13-8)}$$

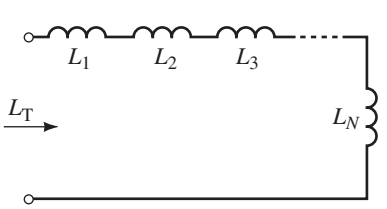


FIGURA 13-15 $L_T = L_1 + L_2 + \cdots + L_N$.

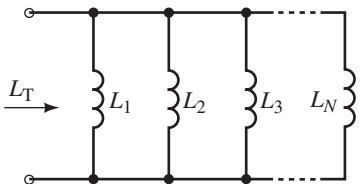


FIGURA 13-16 $\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \cdots + \frac{1}{L_N}$

Para el caso en paralelo (figura 13-16),

$$\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \cdots + \frac{1}{L_N} \tag{13-9}$$

Para dos inductancias, la ecuación 13-9 se reduce a

$$L_T = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \tag{13-10}$$

EJEMPLO 13-7

Determine L_T para el circuito de la figura 13-17.

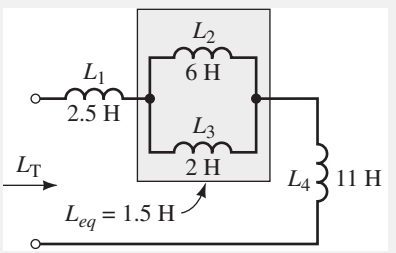


FIGURA 13-17

Solución La combinación en paralelo de L_2 y L_3 es

$$L_{eq} = \frac{L_2 L_3}{L_2 + L_3} = \frac{6 \times 2}{6 + 2} = 1.5 \text{ H}$$

Lo anterior está en serie con L_1 y L_4. Entonces, $L_T = 2.5 + 1.5 + 11 = 15$ H.

Sugerencia con la calculadora: al usar la tecla de inverso en la calculadora se puede determinar el equivalente en paralelo de inductancias usando el mismo procedimiento que se empleó para las resistencias en paralelo. Por ejemplo, con la TI-86 la pantalla se vería como la siguiente:



PROBLEMAS PRÁCTICOS 3

1. Para la figura 13-18, $L_T = 2.25$ H. Determine L_x.

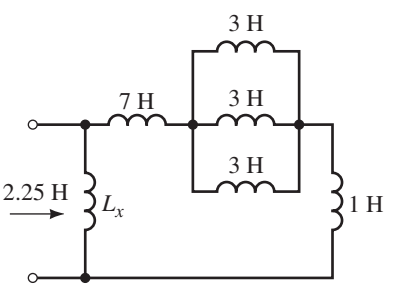


FIGURA 13-18

2. Para la figura 13-15, la corriente es la misma en cada inductancia y $v_1 = L_1 di/dt$, $v_2 = L_2 di/dt$, etc. Aplique la LVK y demuestre que $L_T = L_1 + L_2 + L_3 + \cdots + L_N$.

Respuesta
1. 3 H

13-6 Consideraciones prácticas

Tipos de núcleos

El tipo de núcleo que se usa en un inductor depende en gran medida del uso que se le intente dar y del intervalo de frecuencia. (Aunque aún no se ha estudiado la frecuencia, se puede tener una noción de ella si se observa que el sistema de

potencia eléctrica opera a baja frecuencia [60 ciclos por segundo, llamados 60 hertz], mientras que los sistemas de radio y TV operan a alta frecuencia [cientos de megahertz].) Los inductores que se usan en aplicaciones de audio y suministro de potencia, por lo general tienen núcleo de hierro, ya que necesitan grandes valores de inductancia, mientras que los inductores para circuitos de radiofrecuencia, por lo general usan núcleos de aire o ferrita. La ferrita es una mezcla de óxido de hierro en un adherente de cerámica. Tiene características que la hacen apropiada para el trabajo a altas frecuencias. Sin embargo, el hierro no puede usarse porque tiene grandes pérdidas de potencia a altas frecuencias (por las razones que se analizan en al capítulo 17).

Inductores variables

Los inductores pueden construirse de manera que su inductancia sea variable. Una forma es variar la inductancia cambiando el espaciamiento de la bobina con un ajuste de desarmador. Otra forma es (figura 13-19), mediante un cilindro de ferrita con rosca que se atornilla o desatornilla en la bobina para variar su inductancia. (Ya que la ferrita contiene material ferromagnético, incrementa el flujo en el núcleo y por tanto su inductancia.)

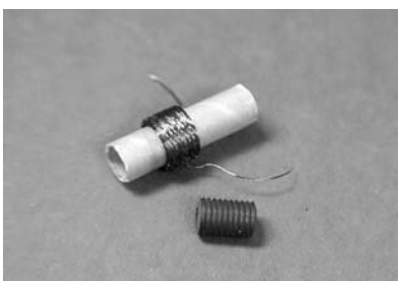


FIGURA 13-19 Un inductor variable con su núcleo de ferrita removido para su presentación.

Símbolos de circuito

La figura 13-20 muestra lo símbolos del inductor. Los núcleos de hierro se identifican mediante una doble línea sólida, mientras que las líneas punteadas denotan un núcleo de ferrita. Los inductores de núcleo de aire no tienen símbolo del núcleo. Una flecha indica un inductor variable.

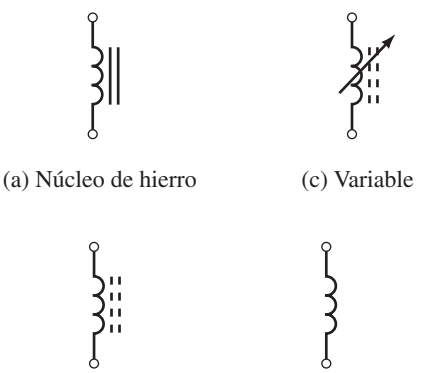
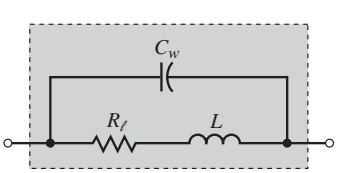


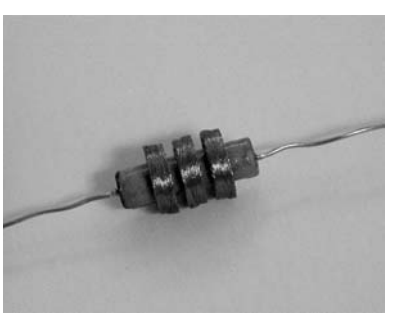
FIGURA 13-20 Símbolos de circuito para los inductores.

Resistencia de la bobina

Idealmente, los inductores tienen solo inductancia. Sin embargo, ya que los inductores se hacen de conductores imperfectos (es decir, alambre de cobre), también tienen resistencia. (Se puede considerar que dicha resistencia está en serie con la inductancia de la bobina, como se indica en la figura 13-21(a). También se muestra la capacitancia parásita, que se considera enseguida.



(a) Los inductores reales tienen capacitancia parásita y resistencia en el devanado.



(b) Separar la bobina en secciones ayuda a reducir la capacitancia parásita.

FIGURA 13-21 Una bobina limitadora con núcleo de ferrita.

NOTAS PRÁCTICAS . . .

Aunque la inductancia parásita es pequeña, no siempre es insignificante. En general, la inductancia parásita no es un problema para alambres cortos en frecuencias bajas o moderadas. Sin embargo, aun un alambre corto puede ser un problema a altas frecuencias o un alambre largo a bajas frecuencias. Por ejemplo, la inductancia de sólo unos cuantos centímetros de conductor en un sistema lógico de alta velocidad puede no ser insignificante, ya que la corriente a través de él cambia a una tasa alta.

Aunque la resistencia de la bobina por lo general es pequeña, no siempre puede ignorarse y entonces debe incluirse en el análisis de un circuito. En la sección 13-7 se muestra de qué manera esta resistencia se toma en cuenta en el análisis de cd; en los capítulos posteriores se aprenderá cómo tomarla en cuenta en el análisis de ca.

Capacitancia parásita

Debido a que las vueltas de un inductor están separadas una de otra por aislamiento, existe una pequeña cantidad de capacitancia de devanado a devanado. Esta capacitancia se llama capacitancia parásita. Aunque está distribuida de vuelta en vuelta, su efecto puede aproximarse concentrándola como se muestra en la figura 13-21(a). El efecto de la capacitancia parásita depende de la frecuencia. A bajas frecuencias puede, por lo general, despreciarse; a altas frecuencias se debe tomar en cuenta como se verá en cursos posteriores. Algunas bobinas son devanadas en múltiples secciones, como en la figura 13-21(b) para reducir la capacitancia parásita.

Inductancia parásita

Ya que la inductancia se debe por completo a los efectos magnéticos de la corriente eléctrica, todos los conductores que conducen corriente tienen inductancia. Esto significa que todas las terminales en componentes de circuito como resistores, capacitores, transistores, etc., tienen inductancia, así como las pistas en las tarjetas de circuito impreso y los alambres en los cables. Se le llama "inductancia parásita". Por fortuna, en muchos casos, la inductancia parásita es tan pequeña que puede despreciarse (véase las Notas prácticas).

13-7 Inductancia y estado estable de cd

Ahora se verán los circuitos inductivos con corriente de cd constante. Considere la figura 13-22, el voltaje en una inductancia ideal con corriente de cd constante es cero, ya que la tasa de cambio de la corriente es cero. Esto se indica en (a). Debido a que el inductor tiene corriente a través de él pero no voltaje, parece un cortocircuito, (b). En general, esto es válido, es decir, *un inductor ideal se ve como un cortocircuito en estado estable de cd*. Esto no debe sorprender ya que es justamente un pedazo de alambre para cd. Para un inductor no ideal, su equivalente de cd es su resistencia de la bobina (figura 13-21). Para estado estable de cd, los problemas pueden resolverse con las técnicas simples de análisis de cd.



(a) Ya que el campo es constante, el voltaje inducido es cero.

(b) El equivalente del inductor para cd es un cortocircuito.

FIGURA 13-22 La inductancia se ve como un cortocircuito en estado estable de cd.



(a) Bobina

(b) Equivalente de cd

FIGURA 13-23 Equivalente de cd en estado estable de una bobina con resistencia del devanado.

EJEMPLO 13-8

En la figura 13-24(a), la resistencia de la bobina es 14.4 Ω. ¿Cuál es la corriente I en estado estable?

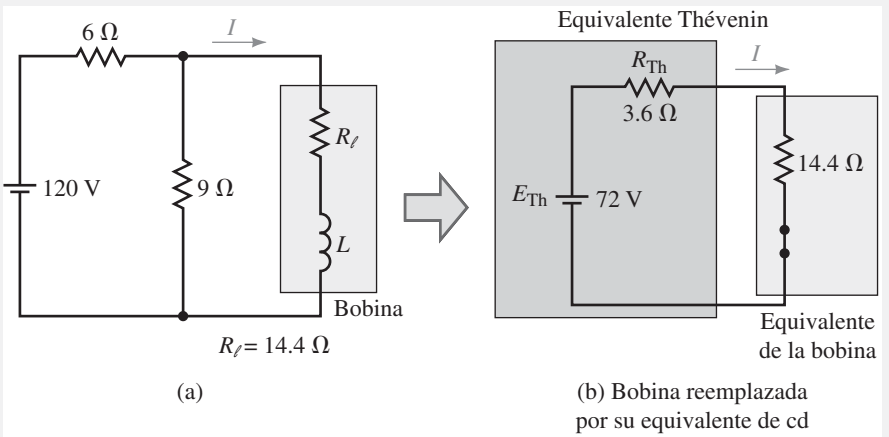


FIGURA 13-24

Solución Se reduce el circuito como en (b).

$$E_{Th} = (9/15)(120) = 72 \text{ V}$$
$$R_{Th} = 6\ \Omega \| 9\ \Omega = 3.6\ \Omega$$

Ahora se reemplaza la bobina por su circuito equivalente de cd como en (b). Entonces,

$$I = E_{Th}/R_T = 72/(3.6 + 14.4) = 4 \text{ A}$$

EJEMPLO 13-9

La resistencia de la bobina 1 en la figura 13-25(a) es 30 Ω y la de la bobina 2 es 15 Ω. Determine el voltaje en el capacitor si se supone la condición de estado estable de cd.

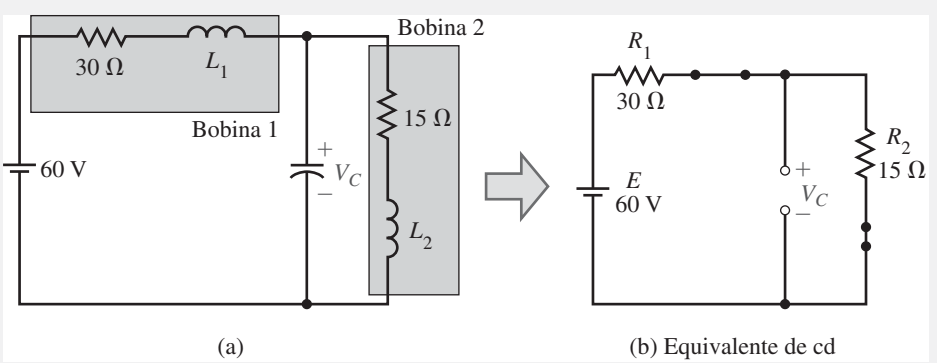


FIGURA 13-25

Solución Se reemplaza cada inductancia de la bobina con un cortocircuito y el capacitor con un circuito abierto. Como se ve en (b), el voltaje en C es el mismo que el voltaje en R_2. Entonces,

$$V_C = \frac{R_2}{R_1 + R_2}E = \left(\frac{15\ \Omega}{45\ \Omega}\right)(60 \text{ V}) = 20 \text{ V}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 4

Para la figura 13-26, determine I, V_{C_1}, y V_{C_2} en estado estable.

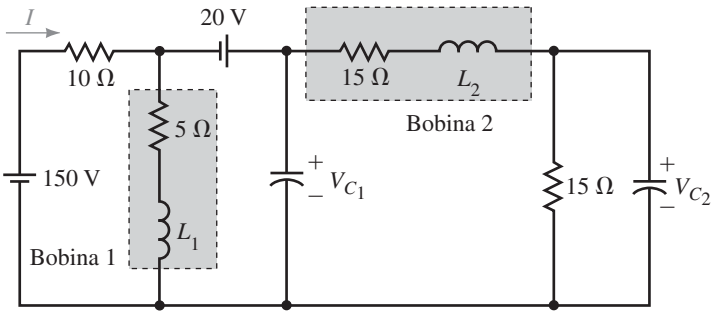


FIGURA 13-26

Respuestas
10.7 A; 63 V; 31.5 V

13-8 Energía almacenada por una inductancia

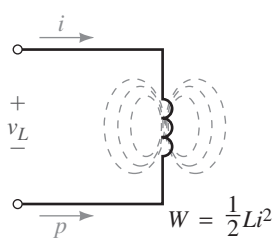


FIGURA 13-27 La energía es almacenada en el campo magnético del inductor.

Cuando se suministra potencia a un inductor, la energía se almacena en su campo magnético. Cuando el campo se colapsa, esta energía retorna al circuito. Para un inductor ideal, $R_\ell = 0$ ohm y entonces no hay potencia disipada; por tanto, un inductor ideal tiene cero pérdidas de potencia.

Para determinar la energía almacenada por un inductor ideal, considere la figura 13-27. La potencia en el inductor está dada por $p = v_L i$, donde $v_L = L di/dt$. Al sumar esta potencia (se verá enseguida ∫), se encuentra que la energía es

$$W = \frac{1}{2}Li^2 \quad \text{(J)} \tag{13-11}$$

donde i es el valor instantáneo de la corriente. Cuando la corriente alcanza su valor de estado estable I, $W = \frac{1}{2}LI^2$J. Esta energía permanece almacenada en el campo en tanto la corriente esté presente. Cuando la corriente se hace cero, el campo se colapsa y la energía se retorna al circuito.

EJEMPLO 13-10

La bobina de la figura 13-28(a) tiene una resistencia de 15 Ω. Cuando la corriente alcanza su valor de estado estable, la energía almacenada es 12 J. ¿Cuál es el valor de la inductancia?

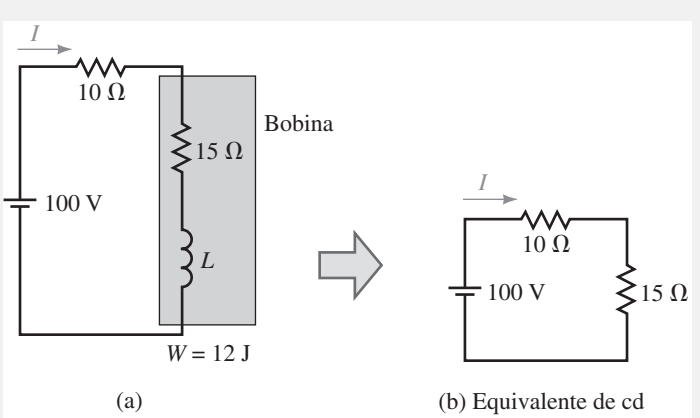


FIGURA 13-28

Solución A partir de (b)

$$I = 100\ \text{V}/25\ \Omega = 4\ \text{A}$$

$$W = \frac{1}{2}LI^2\ \text{J}$$

$$12\ \text{J} = \frac{1}{2}L(4\ \text{A})^2$$

Entonces,

$$L = 2(12)/4^2 = 1.5\ \text{H}$$

Deducción de la ecuación 13-11

La potencia para el inductor en la figura 13-27 está dada por $p = v_L i$, donde $v_L = Ldi/dt$. Por tanto, $p = Lidi/dt$. Sin embargo, $p = dW/dt$. Al integrar se obtiene

$$W = \int_0^t p dt = \int_0^t Li\frac{di}{dt}dt = L\int_0^i i di = \frac{1}{2}Li^2$$

13-9 Sugerencias para la solución de problemas con inductores

Los inductores pueden tener fallas ya sea por estar en corto o abiertos. Las fallas pueden ser causadas por el uso incorrecto, defectos de fabricación o instalación defectuosa.

Bobina abierta

La bobina abierta puede ser el resultado de una unión de soldadura pobre o conexiones abiertas. Primero, haga una inspección visual. Si no se encuentra nada incorrecto, desconecte el inductor y verifíquelo con un óhmetro. Una bobina abierta tiene una resistencia infinita.

Bobina en corto

Los cortos pueden ocurrir entre devanados o entre la bobina y su núcleo (para una unidad de núcleo de hierro). Un corto puede resultar de una corriente excesiva y el sobrecalentamiento. De nuevo, verifique visualmente. Revise si el aislamiento está quemado, los componentes descoloridos, un olor cáustico u otra evidencia de sobrecalentamiento. Se puede usar un óhmetro para verificar el corto entre devanados y el núcleo. Sin embargo, verificar la resistencia de la bobina para las vueltas en corto es con frecuencia de poco valor, especialmente si sólo unas pocas vueltas están en corto. Esto se debe a que el corto de unos pocos devanados podría no cambiar la resistencia total en un grado que sea mensurable. Algunas veces, la única prueba concluyente es sustituir un buen inductor conocido por el que se sospecha está dañado.

A menos que se indique lo contrario, suponga inductores y bobinas ideales.

13-2 Voltaje inducido e inducción

1. Si el flujo que enlaza una bobina de 75 vueltas (figura 13-29) cambia a la tasa de 3 Wb/s, ¿cuál es el voltaje en la bobina?
2. Si se induce un voltaje de 80 volts cuando el flujo que enlaza una bobina cambia a una tasa uniforme de 3.5 mWb a 4.5 mWb en 0.5 ms, ¿cuántas vueltas tiene la bobina?
3. El flujo que cambia a una tasa uniforme por 1 ms induce 60 V en una bobina. ¿Cuál es el voltaje inducido si el mismo cambio de flujo ocurre en 0.01 s?

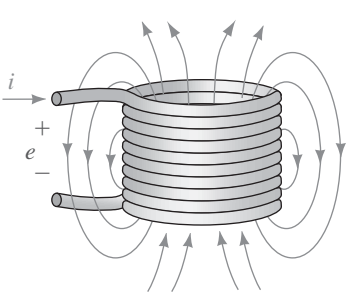


FIGURA 13-29

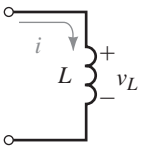


FIGURA 13-30

13.3 Autoinductancia

4. La corriente en un inductor de 0.4 H (figura 13-30) está cambiando a la tasa de 200 A/s. ¿Cuál es el voltaje en él?
5. La corriente en un inductor de 75 mH (figura 13-30) cambia uniformemente por 200 μA en 0.1 ms. ¿Cuál es el voltaje en él?
6. El voltaje en una inductancia es de 25 volts cuando la corriente cambia a 5 A/s. ¿Qué valor tiene L?
7. El voltaje inducido cuando la corriente cambia de forma uniforme de 3 a 5 amperes en un inductor de 10 H es de 180 volts. ¿Cuánto tiempo pasará para que la corriente cambie de 3 a 5 amperes?
8. La corriente está cambiado a una tasa uniforme por 1 ms e induce 45 V en una bobina. ¿Cuál es el voltaje inducido si el mismo cambio de corriente ocurre en 100 μs?
9. Calcule la inductancia de la bobina de núcleo de aire de la figura 13-31, si $\ell = 20$ cm, $N = 200$ vueltas, y $d = 2$ cm.
10. El núcleo de hierro del inductor de la figura 13-32 tiene 2000 vueltas, un área transversal de 1.5×1.2 pulgadas, y un espacio de aire de 0.2 pulgadas. Calcule su inductancia.

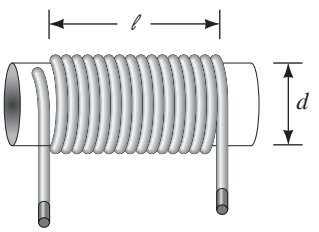


FIGURA 13-31

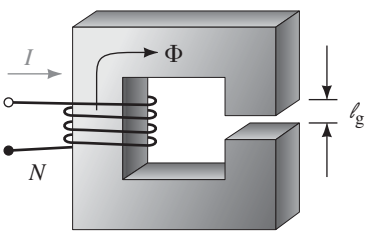


FIGURA 13-32

11. El inductor de núcleo de hierro de la figura 13-32 tiene un núcleo de alta permeabilidad. Por ello, por medio de la ley de Ampere, $NI \simeq H_a \ell_a$. Debido a que el espacio de aire predomina, no ocurre la saturación y el flujo del núcleo es proporcional a la corriente, es decir, el enlace de flujo es igual a LI. Adicionalmente, ya que todo el flujo pasa a través de la bobina, el enlace de flujo es igual a $N\Phi$. Al igualar los dos valores del enlace de flujo y con las ideas del capítulo 12, demuestre que la inductancia de la bobina es

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A_a}{\ell_a}$$

13-4 Cálculo del voltaje inducido

12. La figura 13-33 muestra la corriente en un inductor de 0.75 H. Determine v_L y dibuje su forma de onda.
13. La figura 13-34 muestra la corriente en una bobina. Si el voltaje de 0 a 2 ms es de 100 volts, ¿qué valor tiene L?

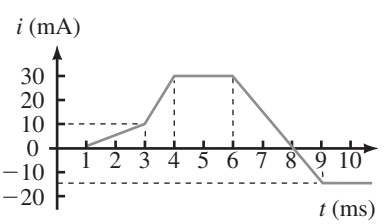


FIGURA 13-33

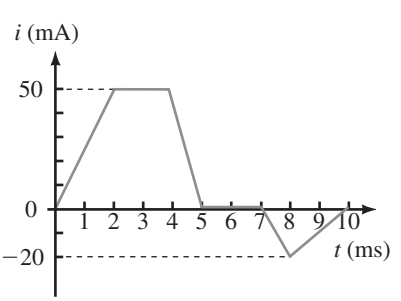


FIGURA 13-34

14. ¿Por qué la figura 13-35 no es válida para una corriente de inductor? Haga una gráfica del voltaje en L para mostrar por qué. Ponga atención en $t = 10$ ms.

15. La figura 13-36 muestra la gráfica del voltaje en una inductancia. Los cambios en la corriente de 4 a 5 A durante el intervalo de tiempo de 4 a 5 s.

a. ¿Qué valor tiene L?
b. Determine la forma de onda de la corriente y grafíquela.
c. ¿Cuál es la corriente en $t = 10$ s?

16. Si la corriente en una inductancia de 25 H es $i_L = 20e^{-12t}$ mA, ¿qué valor tiene v_L?

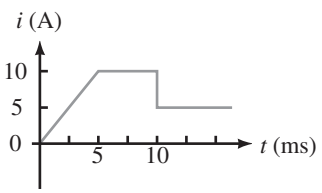


FIGURA 13-35

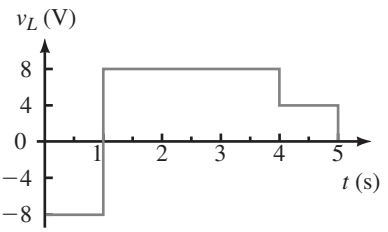


FIGURA 13-36

13-5 Inductancias en serie y en paralelo

17. ¿Cuál es la inductancia equivalente de 12, 14, 22, y 36 mH conectados en serie?
18. ¿Cuál es la inductancia equivalente de 0.010 H, 22 mH, 86×10^{-3} H, y 12 000 μH conectados en serie?
19. Repita el problema 17 si las inductancias están conectadas en paralelo.
20. Repita el problema 18 si las inductancias están conectadas en paralelo.
21. Determine L_T para los circuitos de la figura 13-37.

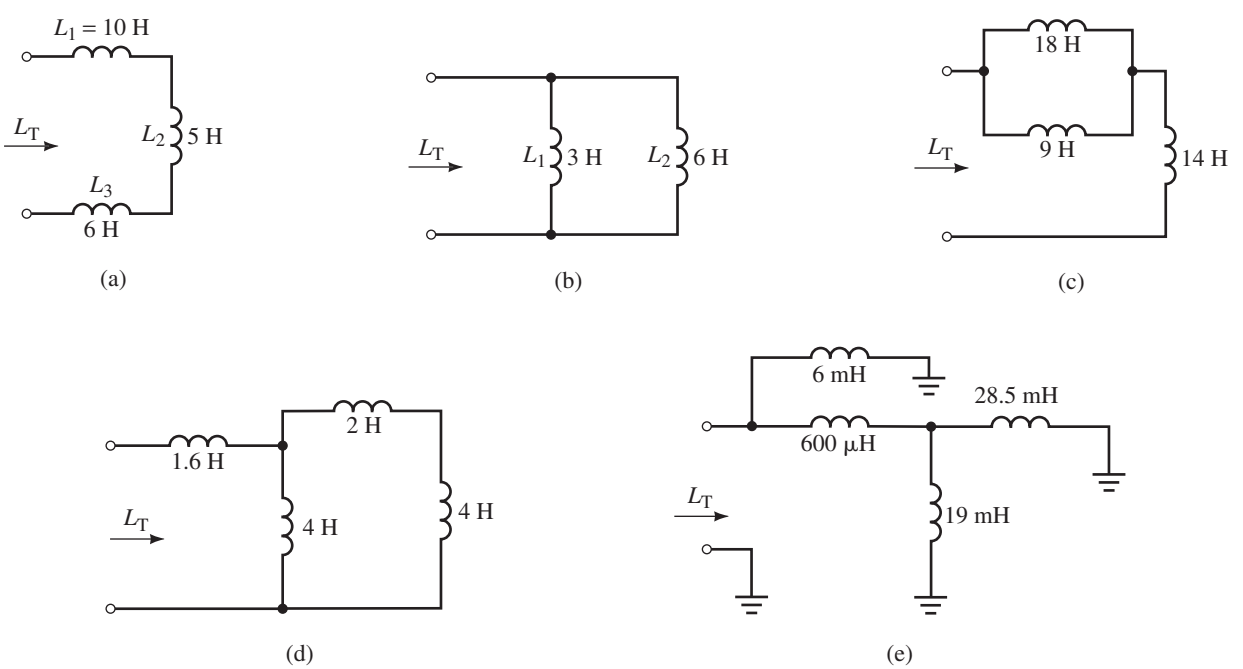


FIGURA 13-37

22. Determine L_T para los circuitos de la figura 13-38.
23. Una inductancia de 30 μH está conectada en serie con una inductancia de 60 μH, y una inductancia de 10 μH está conectada en paralelo con la combinación en serie. ¿Qué valor tiene L_T?

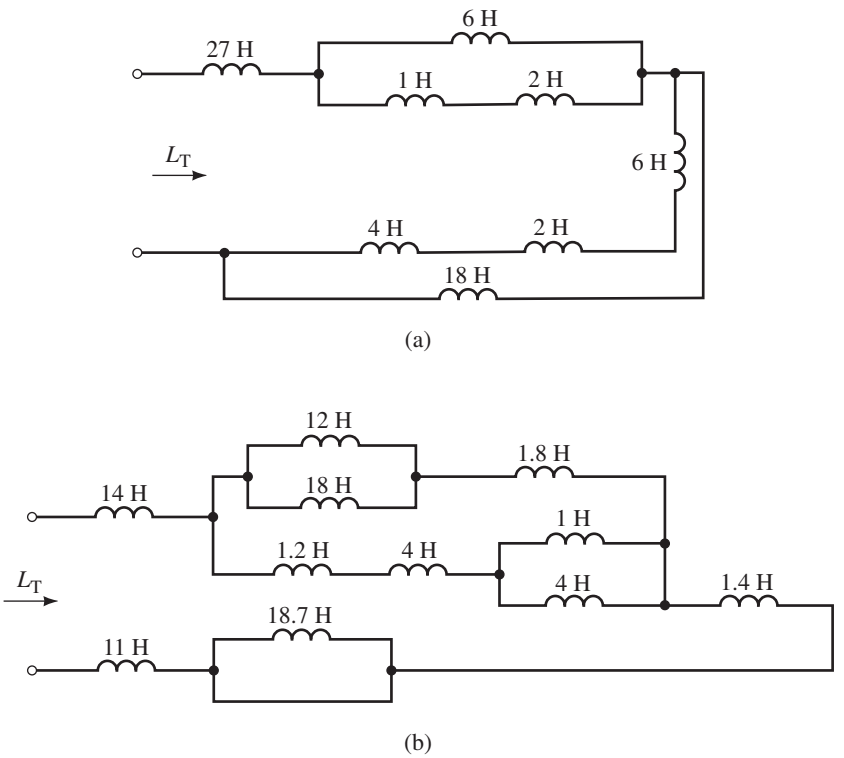


FIGURA 13-38

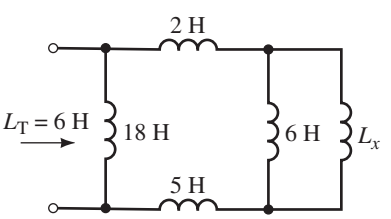


FIGURA 13-39

24. Para la figura 13-39, determine L_x.
25. Para los circuitos de la figura 13-40, determine L_3 y L_4.
26. Se tienen inductancias de 24, 36, 22 y 10 mH. Conectándolos de cualquier forma, ¿cuál es la inductancia equivalente más grande que se puede obtener?, ¿y la más pequeña?

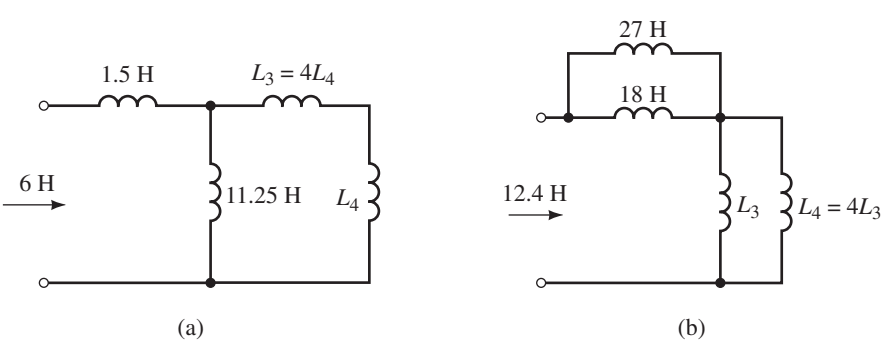


FIGURA 13-40

27. Dos inductancias de 6 y 4 H están en conectadas en paralelo. Después de que se agrega una tercera inductancia, $L_T = 4$ H. ¿Cuál es el valor de la tercera inductancia y cómo está conectada?

28. En un circuito están conectadas inductancias de 2, 4 y 9 H. Si $L_T = 3.6$ H, ¿cómo están conectados los inductores?

29. Inductancias de 8, 12 y 1.2 H están conectadas en un circuito. Si $L_T = 6$ H, ¿cómo están conectados los inductores?

30. Para los inductores en paralelo (figura 13-41), el mismo voltaje aparece en cada uno. Entonces, $v = L_1 di_1/dt$, $v = L_2 di_2/dt$, etcétera. Aplique la LCK y demuestre que $1/L_T = 1/L_1 + 1/L_2 + \cdots + 1/L_N$.

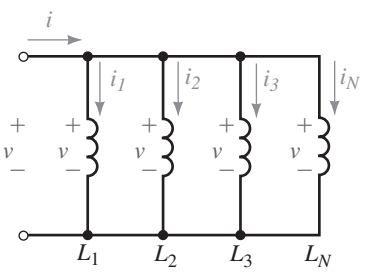


FIGURA 13-41

31. Por medio de la combinación de elementos, reduzca cada uno de los circuitos de la figura 13-42 a su forma más simple.

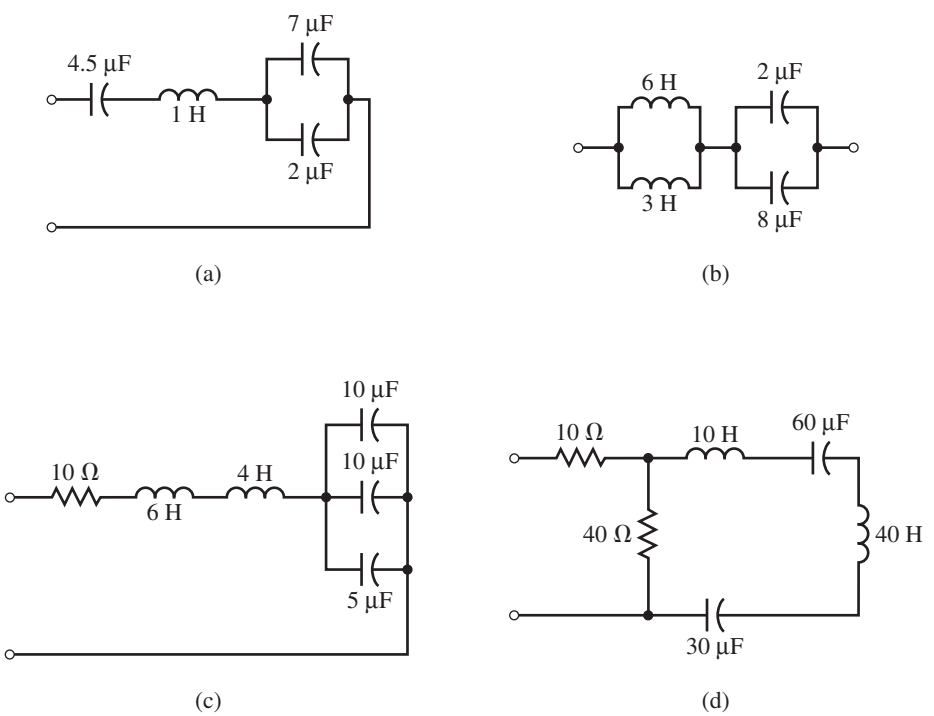
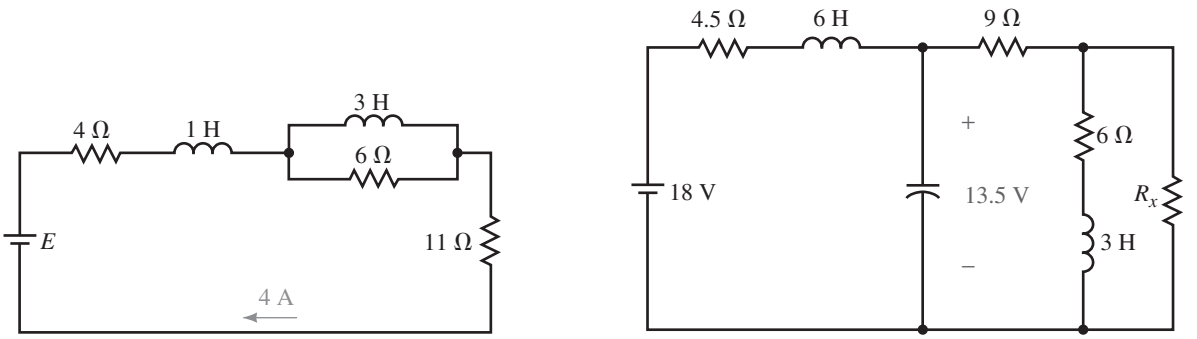


FIGURA 13-42

13-7 Inductancia y estado estable de CD

32. Para cada uno de los circuitos de la figura 13-43, los voltajes y corrientes han alcanzado sus valores finales (estado estable). Calcule las cantidades que se indican.



(a) Determine E (b) Determine R_x

FIGURA 13-43

13-8 Energía almacenada por una inductancia

33. Encuentre la energía almacenada en el inductor de la figura 13-44.
34. En la figura 13-45, $L_1 = 2L_2$. La energía total almacenada es $W_T = 75$ J. Encuentre L_1 y L_2.

13-9 Sugerencias para la resolución de problemas con inductores

35. En la figura 13-46, un medidor de inductancia mide 7 H. ¿Cuál es la falla probable?
36. Refiriéndose a la figura 13-47, un medidor de inductancia mide $L_T = 8$ mH. ¿Cuál es la falla probable?

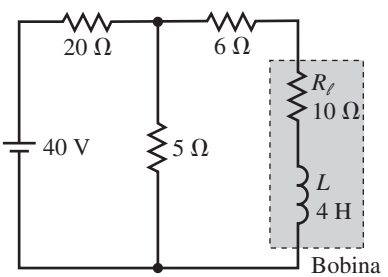


FIGURA 13-44

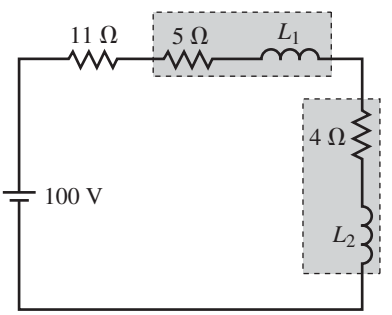


FIGURA 13-45

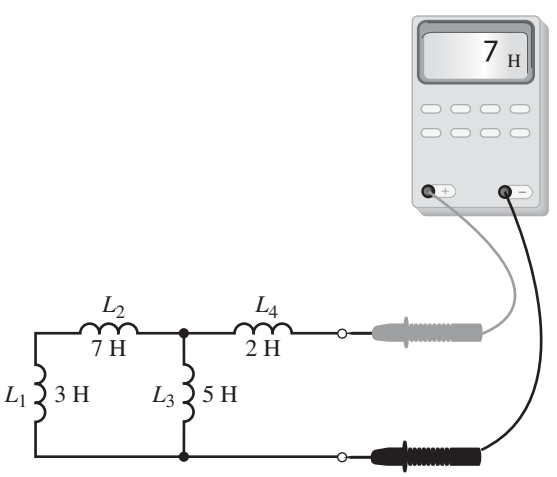


FIGURA 13-46

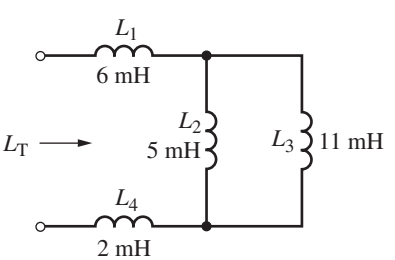


FIGURA 13-47

✓ RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 1

1. Ambas, a y b. La corriente no puede cambiar de manera instantánea.
2. 600 Wb-vuelta
3. 30 V
4. -300 V
5. $5e^{-t}(1 - t)$ V

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 2

1. 28 mH
2. 9 veces

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 3

1. 87.5 V
2. La tasa de cambio de la corriente es la misma; 20 V
3. $20t^2\, e^{-2t}(3 - 2t)$ V
4. $250 \cos 1000t$

■ TÉRMINOS CLAVE

Condición inicial de la red
Condición inicial del circuito
Continuidad de la corriente
Transitorio desenergizante
Transitorios *RL*

■ PLAN GENERAL

Introducción
Transitorio de corriente creciente
Interrupción de la corriente en un circuito inductivo
Transitorios desenergizantes
Circuitos más complejos
Transitorios *RL* con computadora

■ OBJETIVOS

Después de estudiar este capítulo será capaz de

- explicar por qué ocurren los transitorios en los circuitos *RL*,
- explicar por qué un inductor con condición inicial cero parece un circuito abierto cuando se le provee energía,
- calcular las constantes de tiempo para los circuitos *RL*,
- calcular los transitorios de voltaje y corriente en circuitos *RL* durante la fase de crecimiento de la corriente,
- calcular los transitorios de voltaje y corriente en circuitos *RL* durante la fase de disminución de la corriente,
- explicar por qué un inductor con condición inicial diferente de cero parece una fuente de corriente cuando se le perturba,
- resolver problemas de transitorios *RL* moderadamente complejos con las técnicas de simplificación de circuitos,
- resolver problemas de transitorio *RL* con Multisim y PSpice.

Transitorios inductivos

14

RESUMEN DEL CAPÍTULO

En el capítulo 11, se vio que los transitorios ocurren en circuitos capacitivos debido a que el voltaje del capacitor no puede cambiar de manera instantánea. En este capítulo aprenderá que los transitorios ocurren en circuitos inductivos debido a que la corriente del inductor no puede cambiar en forma instantánea. Aunque los detalles son distintos, se encontrará que muchas ideas básicas son las mismas.

Los transitorios inductivos resultan cuando los circuitos que contienen inductancia son perturbados. Más aún que los transitorios capacitivos, los transitorios inductivos son potencialmente destructivos y peligrosos. Por ejemplo, si se interrumpe la corriente en un circuito inductivo, puede resultar un pico de voltaje de unos cientos de volts o más que puede dañar fácilmente los componentes electrónicos sensibles si no se toman las debidas precauciones. Los transitorios causados por el inicio del flujo de la corriente no crean estos picos.

En este capítulo se estudian los transitorios *RL* básicos. Se presentan los transitorios durante el aumento y disminución de la corriente y se aprende cómo calcular los voltajes y corrientes que resultan. En estudios posteriores aprenderá como controlar y proteger los circuitos de los efectos destructivos de los transitorios. ■

PERSPECTIVA HISTÓRICA

Inductancia, el dual de la capacitancia

LA INDUCTANCIA ES EL DUAL de la capacitancia. Esto significa que el efecto que tiene la inductancia en la operación del circuito es idéntico al de la capacitancia si se intercambia el término corriente por voltaje, circuito abierto por cortocircuito, etc. Por ejemplo, para el simple transitorio de cd, la corriente en un circuito *RL* tiene la misma forma que el voltaje en un circuito *RC*; en ambos casos se eleva a su valor final de forma exponencial de acuerdo con $1 - e^{-t/\tau}$. De manera similar, el voltaje en la inductancia decae de la misma forma que la corriente a través de la capacitancia, es decir, de acuerdo con $e^{-t/\tau}$. De hecho, como se verá, hay dualidad total entre todas las ecuaciones que describen el comportamiento del voltaje y la corriente transitorios en los circuitos capacitivos e inductivos.

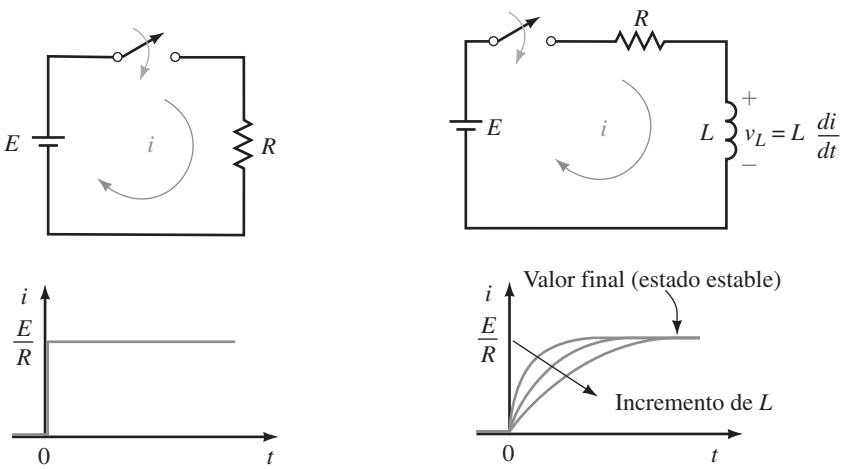
La dualidad también se aplica a la representación de las condiciones de estado estable e inicial. Por ejemplo, para el estado estable de cd, un capacitor parece un circuito abierto, mientras que in inductor parece un cortocircuito. De manera similar, el dual de un capacitor que parece un cortocircuito en el instante de la conmutación es un inductor que parece un circuito abierto. Por último, el dual de un capacitor que tiene una condición inicial de V_0 volts es un inductor con una condición inicial de I_0 amperes.

El principio de dualidad es de gran ayuda en el análisis de circuitos en tanto pueda transferir los principios y conceptos aprendidos en un área directamente a la otra. Por ejemplo, encontrará que muchas de las ideas que aprendió en el capítulo 11 vuelven a aparecer en su forma dual. ■

14-1 Introducción

Como se vio en el capítulo 11, cuando se perturba un circuito que contiene capacitancia, los voltajes y corrientes no cambian a su nuevo valor de manera inmediata; en cambio, pasan a través de una fase de transición en tanto la capacitancia del circuito se carga o descarga. Los voltajes y corrientes durante este intervalo de transición se llaman **transitorios**. De un modo dual, los transitorios ocurren cuando los circuitos que contienen inductancia son perturbados. Sin embargo, en este caso, los transitorios ocurren porque la corriente en la inductancia no puede cambiar de manera instantánea.

Para tener una idea, considere la figura 14-1. En (a) se observa un circuito puramente resistivo; en el instante que se cierra el interruptor, la corriente salta de 0 a E/R de acuerdo con la ley de Ohm. Entonces, no ocurre el transitorio (es decir, la fase de transición) ya que la corriente alcanza su valor final de manera inmediata. Ahora considere (b). Aquí se ha adicionado la inductancia; en el instante que se cierra el interruptor aparece una fuerza contraelectromotriz en la inductancia. Este voltaje intenta detener el cambio en la corriente y en consecuencia hace que aumente con más lentitud. Entonces la corriente no salta a E/R de manera inmediata como en (a), sino que se eleva gradual y suavemente como en (b). Entre más grande sea la inductancia, más larga es la transición.



(a) En un circuito puramente resistivo no ocurre ningún transitorio.

(b) La adición de la inductancia causa que ocurra un transitorio. Aquí R se mantiene constante.

FIGURA 14-1 Transitorio debido a la inductancia. Al adicionar la inductancia a un circuito resistivo como en (b), se hace más lento el aumento y disminución de la corriente, creando entonces un transitorio.

NOTAS . . .

El enunciado de continuidad de la corriente del inductor tiene una base matemática. Recuerde que el voltaje inducido es proporcional a la tasa de cambio de la corriente. En notación de cálculo,

$$v_L = L\frac{di}{dt}$$

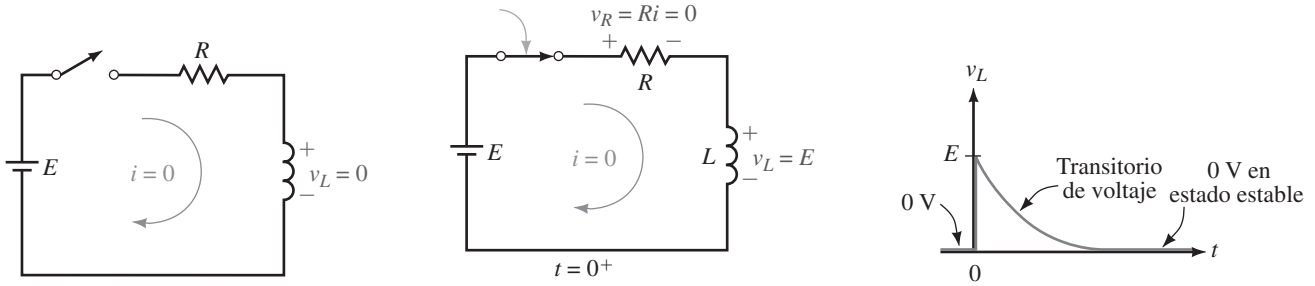
Esto significa que entre más rápido cambie la corriente, más grande es el voltaje inducido. Si la corriente del inductor cambiara de un valor a otro de forma instantánea, como en la figura 14-1(a), la tasa de cambio (es decir, di/dt) sería infinita y, por tanto, el voltaje inducido sería también infinito. Entonces, se concluye que la corriente del inductor no puede cambiar de manera instantánea.

Continuidad de la corriente

Como se ilustra en la figura 14-1(b), *la corriente a través de una inductancia no puede cambiar de manera inmediata, es decir, no puede saltar de forma abrupta de un valor a otro, sino que debe ser continua en todos los valores de tiempo*. Esta observación se conoce como el enunciado de **continuidad de corriente para la inductancia** (véase las Notas). Encontrará que este enunciado es de gran valor cuando analice circuitos que contienen inductancias. Se usará muchas veces en lo que sigue.

Voltaje en el inductor

Ahora considere el voltaje del inductor. Con el interruptor abierto como en la figura 14-2(a), la corriente en el circuito y el voltaje en L son cero. Ahora se cierra el interruptor, en ese preciso instante la corriente aún es cero (ya que no puede cambiar de manera instantánea). Como $v_R = Ri$, el voltaje en R también es cero y entonces el voltaje total de la fuente aparece en L como se muestra en (b). Por tanto, el voltaje del inductor salta desde 0 V justo antes de que el in-



(a) Circuito antes de que el interruptor se cierre. La corriente $i = 0$

(b) Circuito justo después que el interruptor se ha cerrado. La corriente aún es igual a cero. Entonces $v_L = E$.

(c) Voltaje en L

FIGURA 14-2 Voltaje en L.

terruptor se cierre a E volts un instante después. Entonces disminuye a cero, ya que como se vio en el capítulo 13, el voltaje en la inductancia es cero para estado estable de cd. Esto se indica en (c).

Circuito abierto equivalente de una inductancia

Considere de nuevo la figura 14-2(b). Observe que justo después que el interruptor se cierra, el inductor tiene voltaje pero ninguna corriente a través de él. Por tanto, de momento aparece como un circuito abierto. Esto se indica en la figura 14-3. En general, esta observación es válida; es decir, *un inductor con corriente inicial cero parece un circuito abierto en el instante que se cierra el interruptor.* Después se extiende este enunciado para incluir los inductores con corrientes iniciales diferentes de cero.

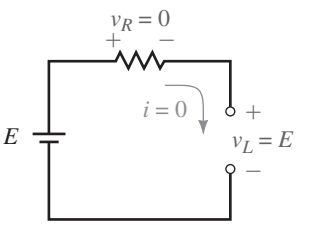


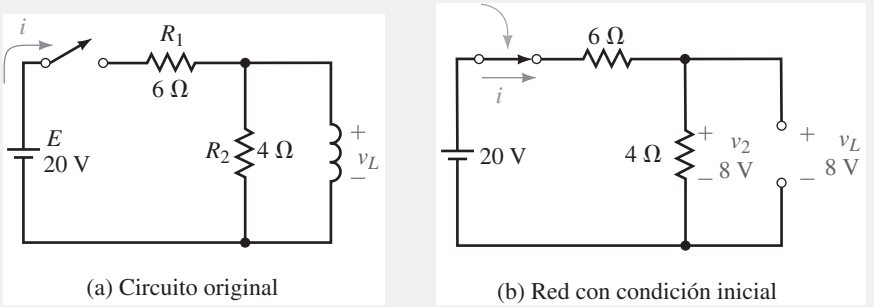
FIGURA 14-3 El inductor con corriente inicial cero parece un circuito abierto en el instante en que se cierra el interruptor.

Circuitos con condición inicial

Algunas veces deben calcularse los voltajes y corrientes en circuitos inmediatamente después que se cierra el interruptor. Éstos pueden determinarse con la ayuda del circuito abierto equivalente. Al reemplazar las inductancias con circuitos abiertos se puede apreciar cómo se ve un circuito justo después de que se cierra el interruptor. Tal circuito se llama **circuito con condición inicial**.

EJEMPLO 14-1

Una bobina y dos resistores se conectan a una fuente de 20 V como en la figura 14-4(a). Determine la corriente de la fuente i y el voltaje del inductor v_L en el instante que se cierra el interruptor.



(a) Circuito original

(b) Red con condición inicial

FIGURA 14-4

Solución Se reemplaza la inductancia con un circuito abierto. Con ello se obtiene la red que se muestra en (b). Entonces $i = E/R_T = 20\text{ V}/10\ \Omega = 2\text{ A}$ y el voltaje en R_2 es $v_2 = (2\text{ A})(4\ \Omega) = 8\text{ V}$. Ya que $v_L = v_2$, $v_L = 8$ volts también.

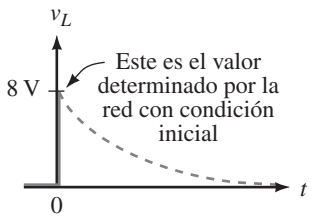


FIGURA 14-5 La red con condición inicial produce sólo el valor en $t = 0^+$ s.

Las redes con condiciones iniciales producen voltajes y corrientes sólo en el instante que se cierra el interruptor, es decir, en $t = 0^+$ s. Entonces, el valor de 8 V que se calculó en el ejemplo 14-1 es un valor momentáneo, como se ilustra en la figura 14-5. Algunas veces este valor inicial es todo lo que se necesita. En otros casos se requiere la solución completa. Esto se considera enseguida, en la sección 14-2.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 1

Determine todos los voltajes y corrientes en el circuito de la figura 14-6 inmediatamente después que el interruptor se cierra y en estado estable.

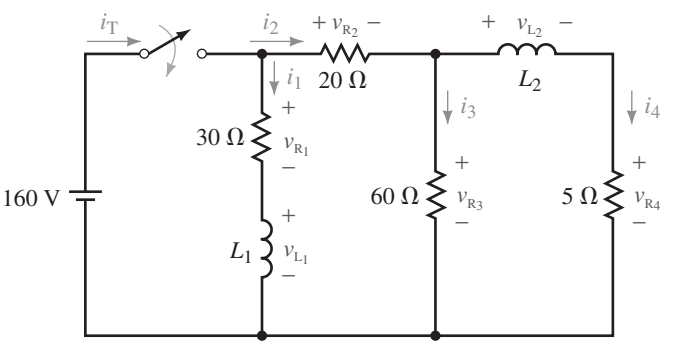


FIGURA 14-6

Respuestas
Inicial: $v_{R_1} = 0$ V; $v_{R_2} = 40$ V; $v_{R_3} = 120$ V; $v_{R_4} = 0$ V; $v_{L_1} = 160$ V; $v_{L_2} = 120$ V; $i_T = 2$ A; $i_1 = 0$ A; $i_2 = 2$ A; $i_3 = 2$ A; $i_4 = 0$ A.

Estado estable: $v_{R_1} = 160$ V; $v_{R_2} = 130$ V; $v_{R_3} = v_{R_4} = 30$ V; $v_{L_1} = v_{L_2} = 0$ V; $i_T = 11.83$ A; $i_1 = 5.33$ A; $i_2 = 6.5$ A; $i_3 = 0.5$ A; $i_4 = 6.0$ A

14-2 Transitorio de corriente creciente

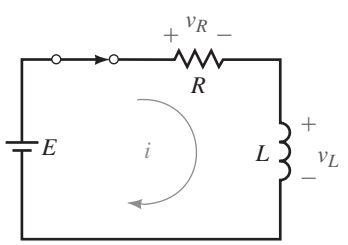


FIGURA 14-7 La LVK produce $v_L + v_R = E$.

Corriente

Ahora se desarrollan las ecuaciones para describir los voltajes y la corriente durante la energización. Considere la figura 14-7, con la LVK se obtiene

$$v_L + v_R = E \qquad \textbf{(14-1)}$$

Al sustituir $v_L = Ldi/dt$ y $v_R = Ri$ en la ecuación 14-1 se obtiene

$$L\frac{di}{dt} + Ri = E \qquad \textbf{(14-2)}$$

La ecuación 14-2 se resuelve con cálculo básico de una manera similar a la que se usó para los circuitos *RC* en el capítulo 11. El resultado es

$$i = \frac{E}{R}(1 - e^{-Rt/L}) \quad \text{(A)} \qquad \textbf{(14-3)}$$

Donde R está en ohms, L en henrys y t en segundos. La ecuación 14-3 describe el crecimiento de la corriente. Los valores de la corriente en cualquier punto en el tiempo se encuentran mediante sustitución directa como se ilustra enseguida. Observe que E/R es la corriente final (estado estable) ya que el inductor se ve como un cortocircuito en estado estable de cd (recuerde la sección 13-7).

EJEMPLO 14-2

Para el circuito de la figura 14-7, suponga $E = 50$ V, $R = 10\ \Omega$ y $L = 2$ H:

a. Determine la expresión para i.

b. Calcule y tabule los valores de $t = 0^+$, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, y 1.0 s.

c. Use estos valores para graficar la corriente.

d. ¿Cuál es la corriente en estado estable?

Solución

a. Al sustituir los valores en la ecuación 14-3 se obtiene

$$i = \frac{E}{R}(1 - e^{-Rt/L}) = \frac{50\text{ V}}{10\ \Omega}(1 - e^{-10t/2}) = 5(1 - e^{-5t}) \text{ amperes}$$

b. En $t = 0^+$ s, $i = 5(1 - e^{-5t}) = 5(1 - e^{0}) = 5(1 - 1) = 0$ A.

En $t = 0.2$ s, $i = 5(1 - e^{-5(0.2)}) = 5(1 - e^{-1}) = 3.16$ A.

En $t = 0.4$ s, $i = 5(1 - e^{-5(04)}) = 5(1 - e^{-2}) = 4.32$ A.

Se continúa de esta manera para obtener la tabla 14-1.

c. Los valores se grafican en la figura 14-8. Observe que esta curva se ve exactamente como las curvas que se determinaron de manera intuitiva en la figura 14-1(b).

d. La corriente de estado estable es $E/R = 50\text{ V}/10\ \Omega = 5$ A. Esto concuerda con la curva de la figura 14-8.

TABLA 14-1

Tiempo (s)	Corriente (A)
0	0
0.2	3.16
0.4	4.32
0.6	4.75
0.8	4.91
1.0	4.97

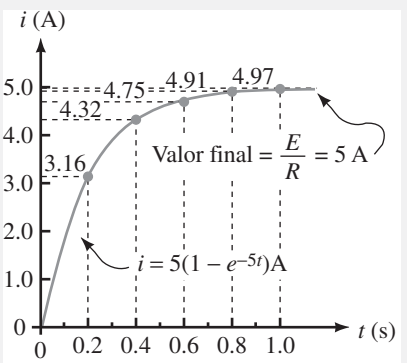


FIGURA 14-8 Crecimiento de la corriente transitoria.

MULTISIM

Voltajes del circuito

Cuando se conoce i, se pueden determinar los voltajes del circuito. Considere el voltaje v_R, ya que $v_R = Ri$, cuando se multiplica R por la ecuación 14-3, se obtiene

$$v_R = E(1 - e^{-Rt/L}) \quad \text{(V)} \qquad \textbf{(14-4)}$$

Observe que v_R tiene exactamente la misma forma que la corriente. Ahora considere v_L, el voltaje v_L se determina restando v_R de E de acuerdo con la ecuación 14-1:

$$v_L = E - v_R = E - E(1 - e^{-Rt/L}) = E - E + Ee^{-Rt/L}$$

Entonces,

$$v_L = Ee^{-Rt/L} \qquad \textbf{(14-5)}$$

Al examinar la ecuación 14-5 se muestra que v_L tiene un valor inicial de E en $t = 0^+$ s y entonces decae de manera exponencial a cero. Esto concuerda con la observación anterior en la figura 14-2(c).

EJEMPLO 14-3

Repita el ejemplo 14-2 para el voltaje v_L.

TABLA 14-2

Tiempo (s)	Voltaje (V)
0	50.0
0.2	18.4
0.4	6.77
0.6	2.49
0.8	0.916
1.0	0.337

Solución

a. A partir de la ecuación 14-5,

$$v_L = Ee^{-Rt/L} = 50e^{-5t} \text{ volts}$$

b. En $t = 0^+$ s, $v_L = 50e^{-5t} = 50e^0 = 50(1) = 50$ V.

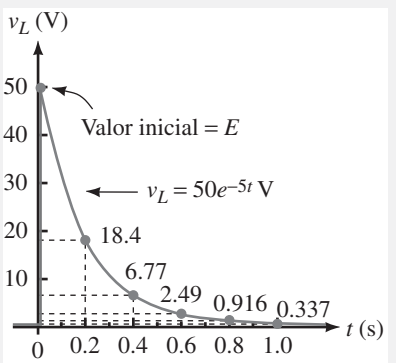
En $t = 0.2$ s, $v_L = 50e^{-5(0.2)} = 50e^{-1} = 18.4$ V.

En $t = 0.4$ s, $v_L = 50e^{-5(0.4)} = 50e^{-2} = 6.77$ V.

Se continúa de esta manera para obtener la tabla 14-2.

c. La forma de onda se muestra en la figura 14-9.

d. El voltaje de estado estable es 0 V, como se puede ver en la figura 14-9.



MULTISIM

FIGURA 14-9 Transitorio de voltaje del inductor.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 2

Para el circuito de la figura 14-7, con $E = 80$ V, $R = 5$ kΩ y $L = 2.5$ mH:

a. Determine las expresiones para v_L y v_R.

b. Calcule y tabule los valores en $t = 0^+$, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, y 2.5 μs.

c. En cada punto en el tiempo, ¿es $v_L + v_R = E$?

d. Grafique t, v_L y v_R con los valores que calculó en (b).

Respuestas

a. $i = 16(1 - e^{-2 \times 10^6 t})$ mA; $v_L = 80e^{-2 \times 10^6 t}$ V; $v_R = 80(1 - e^{-2 \times 10^6 t})$

b.

t (μs)	v_L (V)	i_L (mA)	v_R (V)
0	80	0	0
0.5	29.4	10.1	50.6
1.0	10.8	13.8	69.2
1.5	3.98	15.2	76.0
2.0	1.47	15.7	78.5
2.5	0.539	15.9	79.5

c. Sí

d. i y v_R tienen la forma que se muestra en la figura 14-8, mientras que v_L tiene la forma que se ilustra en la figura 14-9, con los valores de acuerdo con la tabla que se muestra en b.

Constante de tiempo

En las ecuaciones 14-3 a 14-5, L/R es la constante de tiempo del circuito.

$$\tau = \frac{L}{R} \quad \text{(s)} \tag{14-6}$$

Observe que τ tiene unidades de segundos. (Esto se deja como un ejercicio para el estudiante.) Las ecuaciones 14-3, 14-4 y 14-5 se escriben ahora como sigue

$$i = \frac{E}{R}(1 - e^{-t/\tau}) \quad \text{(A)} \tag{14-7}$$

$$v_L = Ee^{-t/\tau} \quad \text{(V)} \tag{14-8}$$

$$v_R = E(1 - e^{-t/\tau}) \quad \text{(V)} \tag{14-9}$$

Las curvas están graficadas en la figura 14-10 contra la constante de tiempo. Como se esperaba, los transitorios duran aproximadamente 5τ; entonces, *para todos los propósitos prácticos, los transitorios inductivos duran cinco constantes de tiempo*.

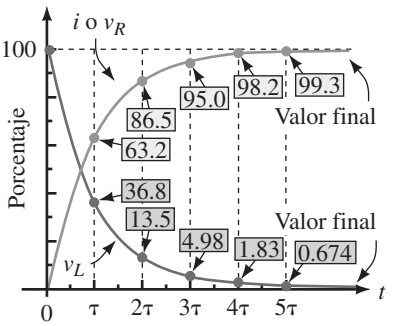


FIGURA 14-10 Curva universal de la constante de tiempo para el circuito *RL*.

EJEMPLO 14-4

En un circuito en el que $L = 2$ mH, el transitorio dura 50 ms. ¿Cuál es el valor de R?

Solución El transitorio dura cinco constante de tiempo, por tanto,$\tau = 50\ \mu s/5 = 10\ \mu s$. Ya que $\tau = L/R$, entonces $R = L/\tau = 2$ mH/10 μs = 200 Ω.

EJEMPLO 14-5

Para un circuito *RL*, $i = 40(1 - e^{-5t})$ A y $v_L = 100e^{-5t}$ V.

a. ¿Cuál es el valor de E y τ?
b. ¿Cuál es el valor de R?
c. Determine L.

Solución

a. A partir de la ecuación 14-8, $v_L = Ee^{-t/\tau} = 100e^{-5t}$. Por tanto, $E = 100$ V y $\tau = \frac{1}{5} = 0.2$ s.

b. A partir de la ecuación 14-7,

$$i = \frac{E}{R}(1 - e^{-t/\tau}) = 40(1 - e^{-5t}).$$

Por tanto, $E/R = 40$ A y $R = E/40$ A $= 100$ V/40 A $= 2.5$ Ω.

c. $\tau = L/R$, por lo que $L = R\tau = (2.5)(0.2) = 0.5$ H.

Algunas veces es más fácil resolver los problemas usando las curvas universales de la constante de tiempo en lugar de resolver las ecuaciones. (Debe asegurarse de convertir primero los porcentajes de la curva a un valor decimal, es decir, 63.2 a 0.632%.) Para ilustrarlo, considere los problemas de los ejemplos 14-2 y 14-3. A partir de la figura 14-10 en $t = \tau = 0.2$ s y $i = 0.632E/R$ y $v_L = 0.368E$. Entonces, $i = 0.632(5\text{ A}) = 3.16$ A y $v_L = 0.368(50\text{ V}) = 18.4$ V como se determinó antes.

El efecto de la inductancia y la resistencia en la duración del transitorio se muestra en la figura 14-11. Entre más grande es la inductancia, más largo será el transitorio para una determinada resistencia. La resistencia tiene el efecto

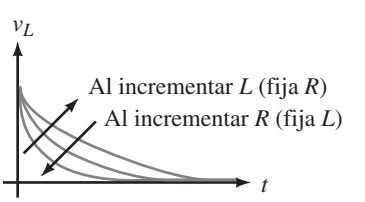


FIGURA 14-11 Efecto de R y L en la duración del transitorio.

opuesto: para un valor fijo de la inductancia, entre más grande sea la resistencia, más corto será el transitorio. Esto no es difícil de comprender; conforme R se incrementa, el circuito se vuelve más y más resistivo. Si se obtiene un punto en el que la inductancia es insignificante en comparación con la resistencia, el circuito parece puramente resistivo, como en la figura 14-1(a) y no ocurre el transitorio.

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 1

(Las respuestas están al final del capítulo)

1. Para el circuito de la figura 14-12, el interruptor se cierra en $t = 0$ s.
   a. Determine las expresiones para v_L e i.
   b. Calcule v_L e i en $t = 0^+$, 10, 20, 30, 40, y 50 μs.
   c. Grafique las curvas para v_L e i.

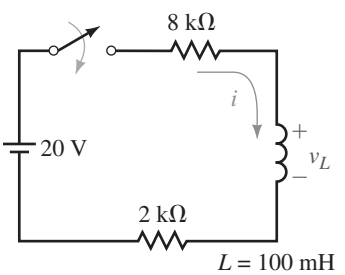


FIGURA 14-12

2. Para el circuito de la figura 14-7, $E = 85$ V, $R = 50\ \Omega$ y $L = 0.5$ H. Use las curvas universales de la constante de tiempo para determinar v_L e i en $t = 20$ ms.
3. Para un determinado circuito RL, el transitorio dura 25 s. Si $L = 10$ H y la corriente en estado estable es 2 A, ¿cuál es el valor de E?
4. Un circuito RL tiene $E = 50$ V y $R = 10\ \Omega$. El interruptor se cierra en $t = 0$ s. ¿Cuál es la corriente en 1.5 constantes de tiempo?

14-3 Interrupción de la corriente en un circuito inductivo

Ahora se verá qué pasa cuando la corriente del inductor se interrumpe. Considere la figura 14-13. En el instante en que el interruptor se abre, el campo empieza a colapsarse, lo cual hace que se induzca un voltaje en la bobina. Si la inductancia es grande y la corriente es alta, se libera una gran cantidad de energía en muy corto tiempo, lo cual crea un enorme voltaje que puede dañar el equipo y crear un peligro de descarga. (Este voltaje inducido se conoce como **patada inductiva**.) Por ejemplo, al interrumpir de manera abrupta la corriente a través de un inductor grande (como la bobina de campo de un motor o generador) se pueden crear picos de voltaje de varios miles de volts, un valor bas-

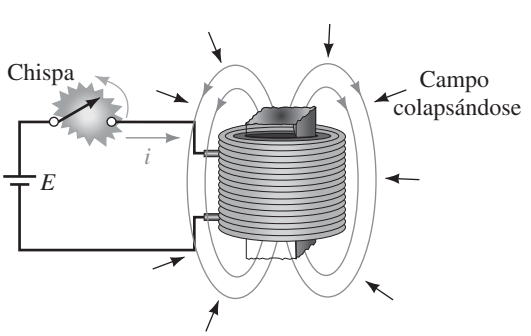


FIGURA 14-13 El colapso repentino del campo magnético cuando el interruptor se abre causa un gran voltaje inducido en la bobina. (Se pueden producir varios miles de volts.) El interruptor forma un arco debido a este voltaje.

tante grande para formar grandes arcos, como se indica en la figura 14-13. Aun las inductancias de tamaño moderado en sistemas electrónicos pueden crear suficiente voltaje para causar daño si no se usan circuitos de protección.

La dinámica del chispazo del interruptor no es difícil de entender. Cuando el campo se colapsa, el voltaje en la bobina se eleva con rapidez. Parte de este voltaje aparece en el interruptor. Conforme el voltaje del interruptor aumenta, rápidamente excede la fuerza de ruptura del aire causando un chispazo entre sus contactos. Una vez que se presenta, el arco se mantiene con facilidad, ya que se crean gases ionizados que proporcionan una trayectoria de relativamente baja resistencia para la conducción. Conforme los contactos tienden a apartarse el arco se alarga y al final se extingue conforme la energía de la bobina se disipa y el voltaje de la bobina cae por debajo del que se requiere para mantener el arco (véase las Notas).

Hay varios puntos importantes por resaltar:

1. Los chispazos como el de la figura 14-13, por lo general son indeseables. Sin embargo, pueden ser controlados a través de un diseño de ingeniería adecuado. (Una forma es usar un resistor de descarga, como en el siguiente ejemplo; otro es usar un diodo, como lo verá en sus cursos de electrónica.)
2. Por otro lado, los grandes voltajes creados por las corrientes inductivas interrumpidas tienen sus aplicaciones. Una es en el sistema de ignición de los automóviles, en este caso la corriente en el devanado primario de una bobina transformadora es interrumpida en el tiempo apropiado por un circuito de control para crear la chispa necesaria para encender la máquina.
3. No es posible analizar de manera rigurosa el circuito de la figura 14-13, ya que la resistencia del arco cambia cuando el interruptor se abre. Sin embargo, las ideas principales pueden establecerse al estudiar los circuitos usando resistores fijos. Esto se hará enseguida.

NOTAS . . .

La explicación intuitiva tiene una base matemática. Recuerde que la fuerza contraelectromotriz (voltaje inducido) en la bobina está dada por

$$v_L = L\frac{di}{dt} \approx L\frac{\Delta i}{\Delta t}$$

donde Δi es el cambio en la corriente y Δt es el intervalo de tiempo en el cual se lleva a cabo dicho cambio. Cuando se abre el interruptor, la corriente empieza a caer de inmediato a cero. Ya que Δi es finito y $\Delta t \to 0$, la razón $\Delta i/\Delta t$ es muy grande y entonces, el voltaje en L se eleva a un valor muy grande, causando que ocurra un chispazo, después de lo cual la corriente tiene una trayectoria en la que disminuye y entonces Δt, aunque es pequeño, ya no se aproxima a cero. Esto resulta en un pico de voltaje grande pero finito en L.

Las ideas básicas

Se inicia con el circuito de la figura 14-14. Se supone que el interruptor está cerrado y el circuito se encuentra en estado estable. Ya que la inductancia se ve como un cortocircuito, figura 14-15(a), su corriente es $i_L = 120\text{ V}/30\ \Omega = 4\text{ A}$.

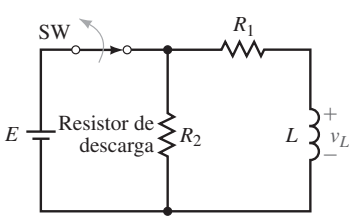
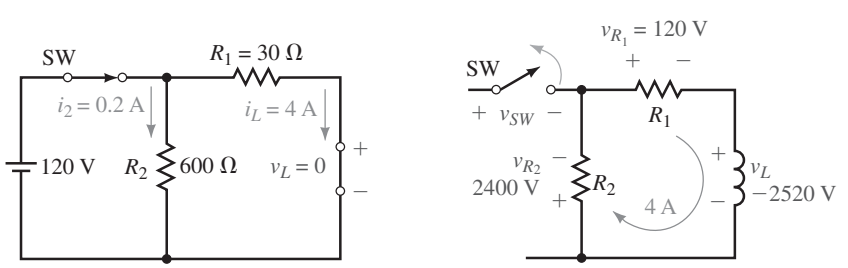


FIGURA 14-14 El resistor de descarga R_2 ayuda a limitar el voltaje inducido.



(a) Circuito justo antes que el interruptor se abra

(b) Circuito justo después que el interruptor SW se abre. Ya que la polaridad del voltaje de la bobina es opuesta a la que se muestra, v_L es negativo

FIGURA 14-15 El circuito de la figura 14-14 inmediatamente antes y después que el interruptor se abra. El voltaje de la bobina salta de 0 V a −2520 V para este ejemplo.

MULTISIM

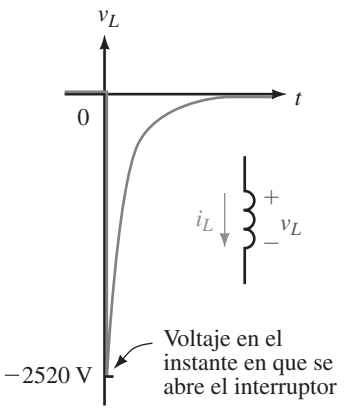


FIGURA 14-16 Pico de voltaje para el circuito de la figura 14-14. Este voltaje es más de 20 veces más grande que el voltaje de la fuente.

Ahora se abre el interruptor. Un instante antes de hacerlo, $i_L = 4$ A; por tanto, justo después de abrir el interruptor aún debe haber 4 A. Como se indica en (b), estos 4 A pasan a través de las resistencias R_1 y R_2 creando los voltajes $v_{R_1} = 4\text{ A} \times 30\ \Omega = 120$ V y $v_{R_2} = 4\text{ A} \times 600\ \Omega = 2400$ V con la polaridad que se muestra. A partir de la LVK, $v_L + v_{R_1} + v_{R_2} = 0$. Por tanto, en el instante en que el interruptor se abre,

$$v_L = -(v_{R_1} + v_{R_2}) = -2520 \text{ volts}$$

aparece en la bobina, produciendo un pico de voltaje negativo como en la figura 14-16. Observe que este pico es más de 20 veces más grande que el voltaje de la fuente. Como se verá en la siguiente sección, la magnitud de este pico depende de la razón de R_2 a R_1; entre mayor es la razón, más grande es el voltaje.

Considere de nuevo la figura 14-15. Observe que la corriente i_2 cambia en forma abrupta de 0.2 A antes de cerrar el interruptor a -4 A justo después. Sin embargo, esto es permisible, ya que i_2 no pasa a través del inductor y sólo las corrientes a través de la inductancia no pueden cambiar de manera abrupta.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 3

La figura 14-16 muestra el voltaje en la bobina de la figura 14-14. Realice una gráfica similar para el voltaje en el interruptor y en el resistor R_2. Sugerencia: use la LVK para determinar $_{SW}$ y v_{R_2}.

Respuesta

v_{SW}: con el interruptor cerrado, $v_{SW} = 0$ V. Cuando el interruptor se abre, v_{SW} salta a 2520 V, entonces disminuye a 120 V. v_{R_2}: idéntico en forma a la figura 14-16 excepto que v_{R_2} empieza en -2400 V en lugar de -2520 V.

Equivalente del inductor al accionar el interruptor

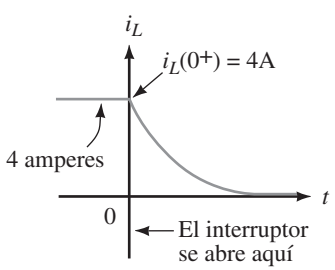


FIGURA 14-17 La corriente del inductor para el circuito de la figura 14-15. Observe que la corriente inicial $i_L(0^+)$ se representa con frecuencia por el símbolo I_0. En esta notación, $I_0 = 4$ A.

La figura 14-17 muestra la corriente a través de L en la figura 14-15. Ya que la corriente es la misma inmediatamente antes y después de accionar el interruptor, es constante en el intervalo de $t = 0^-$ s a $t = 0^+$ s. Ya que esto es válido en general, se ve que *una inductancia con una condición inicial parece una fuente de corriente en el instante que se acciona el interruptor*. Su valor es el de la corriente al accionar el interruptor, figura 14-18. Como se indica en la figura 14-17, esto es $I_0 = i_L(0^+)$. En algún problema se puede usar cualquier representación, pero dependiendo del enfoque, se selecciona una u otra.



(a) Corriente cuando se acciona el interruptor

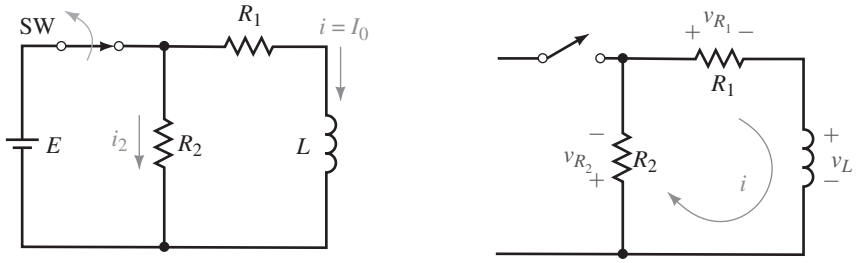
(b) Fuente de corriente equivalente

FIGURA 14-18 Un inductor que conduce corriente parece una fuente de corriente en el instante que se acciona el interruptor.

14-4 Transitorios desenergizantes

Ahora se verán las ecuaciones para los voltajes y corrientes **transitorios desenergizantes** que se describieron en la sección anterior.

Considere la figura 14-19(a). Denótese ahora la corriente inicial en el inductor como I_0 amperes. Ahora se abre el interruptor como en (b). Con la LVK se obtiene $v_L + v_{R_1} + v_{R_2} = 0$.



(a) Inmediatamente antes de que el interruptor se abra

(b) Circuito para el transitorio decreciente

FIGURA 14-19 Circuito para analizar el transitorio decreciente.

NOTAS . . .

Como un auxiliar para ayudarle a entender y resolver los problemas de este capítulo, observe que las partes transitorias de los transitorios inductivos (como los transitorios capacitivos) tienen siempre forma exponencial y varían de acuerdo con $e^{-t/\tau}$ o $1 - e^{-t/\tau}$, y exhiben la forma general de las figuras 14-9 o 14-8. Si recuerda esto y entiende los principios básicos no tendrá que depender de memorizar las fórmulas. Esto es lo que hace la gente experimentada.

Al sustituir $v_L = L di/dt$, $v_{R_1} = R_1 i$, y $v_{R_2} = R_2 i$ se obtiene $L di/dt + (R_1 + R_2)i = 0$. Mediante cálculo se puede demostrar que la solución es

$$i = I_0 e^{-t/\tau'} \quad \text{(A)} \tag{14-10}$$

donde

$$\tau' = \frac{L}{R_T} = \frac{L}{R_1 + R_2} \quad \text{(s)} \tag{14-11}$$

es la constante de tiempo del circuito de descarga. Si el circuito está en estado estable antes de que se abra el interruptor, la condición inicial $I_0 = E/R_1$ y la ecuación 14-10 se convierte en

$$i = \frac{E}{R_1} e^{-t/\tau'} \quad \text{(A)} \tag{14-12}$$

EJEMPLO 14-6

Para la figura 14-19(a), suponga que la corriente ha alcanzado el estado estable con el interruptor cerrado. Suponga que $E = 120$ V, $R_1 = 30\ \Omega$, $R_2 = 600\ \Omega$ y $L = 126$ mH:

a. Determine I_0.

b. Determine la constante de tiempo en el transitorio decreciente.

c. Determine la ecuación para la corriente decreciente.

d. Calcule la corriente i en $t = 0.5$ ms.

Solución

a. Considere la figura 14-19(a). Ya que el circuito está en estado estable, el inductor parece un cortocircuito en cd. Entonces, $I_0 = E/R_1 = 4$ A.

b. Considere la figura 14-19(b). $\tau' = L/(R_1 + R_2) = 126$ mH/630 Ω = 0.2 ms.

c. $i = I_0 e^{-t/\tau'} = 4e^{-t/0.2\text{ ms}}$ A.

d. En $t = 0.5$ ms, $i = 4e^{-0.5\text{ ms}/0.2\text{ ms}} = 4e^{-2.5} = 0.328$ A.

Ahora considere el voltaje v_L. Mediante cálculo, se puede demostrar que

$$v_L = V_0 e^{-t/\tau'} \tag{14-13}$$

donde V_0 es el voltaje en L justo después que el interruptor se abre. Sea $i = I_0$ en la figura 14-19(b), se ve que $V_0 = -I_0(R_1 + R_2) = -I_0 R_T$. Entonces la ecuación 14-13 se escribe como

$$v_L = -I_0 R_T e^{-t/\tau'} \tag{14-14}$$

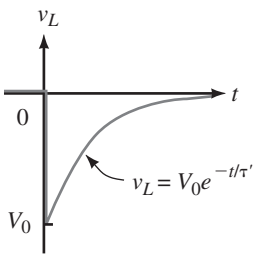


FIGURA 14-20 El voltaje del inductor durante la fase de disminución. V_0 es negativo.

Finalmente, si la corriente ha alcanzado el estado estable antes de que el interruptor se abra, $I_0 = E/R_1$, y la ecuación 14-14 se vuelve

$$v_L = -E\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)e^{-t/\tau'} \qquad \textbf{(14-15)}$$

Observe que v_L inicia en V_0 volts, (el cual es negativo), y disminuye a cero como se muestra en la figura 14-20.

Ahora considere los voltajes de los resistores. Cada uno es el producto de la resistencia por la corriente (ecuación 14-10). Entonces,

$$v_{R_1} = R_1 I_0 e^{-t/\tau'} \qquad \textbf{(14-16)}$$

y

$$v_{R_2} = R_2 I_0 e^{-t/\tau'} \qquad \textbf{(14-17)}$$

Si la corriente ha alcanzado el estado estable antes de accionar el interruptor, esto se vuelve

$$v_{R_1} = E e^{-t/\tau'} \qquad \textbf{(14-18)}$$

y

$$v_{R_2} = \frac{R_2}{R_1} E e^{-t/\tau'} \qquad \textbf{(14-19)}$$

Al sustituir los valores del ejemplo 14-6 en estas ecuaciones, se obtiene para el circuito de la figura 14-19 $v_L = -2520e^{-t/0.2\text{ ms}}$ V, $v_{R_1} = 120e^{-t/0.2\text{ ms}}$ V y $v_{R_2} = 2400e^{-t/0.2\text{ ms}}$ V. Esto se puede escribir también como $v_L = -2520e^{-5000t}$ V si así se desea.

Los problemas de transitorios decrecientes pueden resolverse si se emplea la parte de disminución de las curvas universales de la constante de tiempo que se muestran en la figura 14-10.

EJEMPLO 14-7

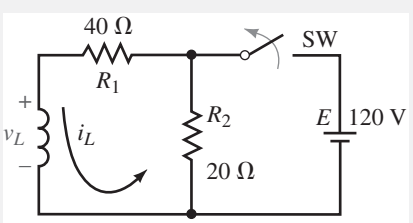


FIGURA 14-21

El circuito de la figura 14-21 está en estado estable con el interruptor cerrado. Use la figura 14-10 para determinar i_L y v_L en $t = 2\ \tau$ después que se abre el interruptor.

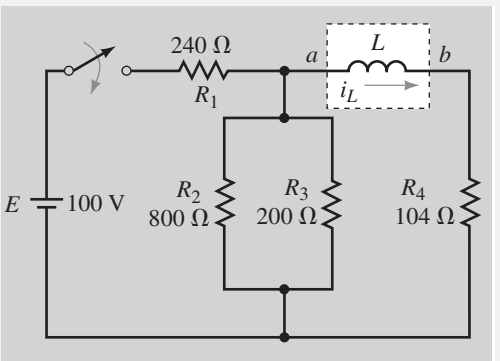
Solución Antes de que se abra el interruptor, el inductor parece un cortocircuito y su corriente es entonces $E/R_1 = 120$ V/40 Ω = 3 A. La corriente justo después que el interruptor se abra será la misma. Por tanto, $I_0 = 3$ A. En $t = 2\ \tau$ la corriente habrá disminuido a 13.5% de su valor inicial, entonces, $i_L = 0.135I_0 = 0.405$ A y $v_L = -(R_1 + R_1)i = -(60\ \Omega)(0.405\text{ A}) = -24.3$ V. (De manera alternativa, $V_0 = -(3\text{ A})(60\ \Omega) = -180$ V. En $t = 2\ \tau$, ha disminuido a 13.5%, por lo que $v_L = 0.135(-180\text{ V}) = -24.3$ V como antes.)

14-5 Circuitos más complejos

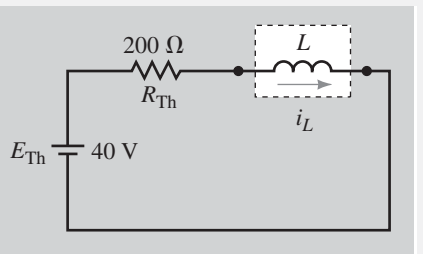
Las ecuaciones que se han desarrollado hasta el momento se aplican sólo a circuitos con las formas de las figuras 14-7 o 14-19. Por fortuna, muchos circuitos se pueden reducir a estas formas mediante las técnicas de reducción de circuitos, como las combinaciones serie y paralelo, conversión de fuentes, teorema de Thévenin, etcétera.

EJEMPLO 14-8

Determine i_L para el circuito de la figura 14-22(a) si $L = 5$ H.



(a) Circuito



b) Equivalente de Thévenin

FIGURA 14-22

Solución El circuito puede reducirse a su equivalente de Thévenin (b) como se vio en el capítulo 11 (sección 11-5). Para este circuito, $\tau = L/R_{Th} = 5$ H/200 Ω = 25 ms. Ahora se aplica la ecuación 14-7, entonces,

$$i_L = \frac{E_{Th}}{R_{Th}}(1 - e^{-t/\tau}) = \frac{40}{200}(1 - e^{-t/25\text{ ms}}) = 0.2\,(1 - e^{-40t}) \quad \text{(A)}$$

EJEMPLO 14-9

Para el circuito del ejemplo 14-8, ¿en qué tiempo la corriente alcanza 0.12 amperes?

Solución

$$i_L = 0.2(1 - e^{-40t}) \quad \text{(A)}$$

Entonces,

$$0.12 = 0.2(1 - e^{-40t}) \quad \text{(figura 14-23)}$$
$$0.6 = 1 - e^{-40t}$$
$$e^{-40t} = 0.4$$

Se calcula el logaritmo natural en ambos lados,

$$\ln e^{-40t} = \ln 0.4$$
$$-40t = -0.916$$
$$t = 22.9 \text{ ms}$$

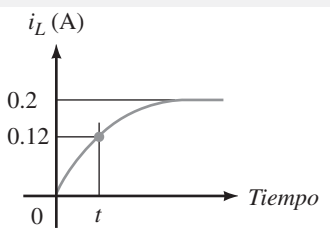


FIGURA 14-23

PROBLEMAS PRÁCTICOS 4

1. Para el circuito de la figura 14-22, calcule i_L y v_{R4} en $t = 50$ ms.
2. Para el circuito de la figura 14-22, sea $E = 120$ V, $R_1 = 600\ \Omega$, $R_2 = 3$ kΩ, $R_3 = 2$ kΩ, $R_4 = 100\ \Omega$, y $L = 0.25$ H:
   a. Determine i_L y grafíquela.
   b. Determine v_L y grafíquelo.
3. Considere las mismas condiciones del problema 1 excepto L. Si $i_L = 0.12$ A en $t = 20$ ms, ¿cuál es el valor de L?

Respuestas

1. 0.173 A, 17.99 V ≈ 18.0 V
2. a. $160(1 - e^{-2000t})$ mA; b. $80e^{-2000t}$ V. i_L salta de 0 a 160 mA con la forma de onda de la figura 14-1(b), alcanzando el estado estable en 2.5 ms. v_L se ve como la figura 14-2 (c). Inicia en 80 V y disminuye a 0 V en 2.5 ms.
3. 7.21 H

Una nota acerca de las escalas de tiempo

Hasta ahora se han considerado las fases de energización y desenergización por separado. Cuando ambas ocurren en el mismo problema, se debe definir con claridad lo que se entiende por tiempo. Una forma de manejar este problema, como se hizo con los circuitos *RC*, es definir $t = 0$ s como el inicio de la primera fase y resolver los voltajes y corrientes de la manera usual, entonces se desplaza el eje de tiempo al inicio de la segunda fase y se vuele a definir $t = 0$ s y se resuelve la segunda parte. Esto se ilustra en el ejemplo 14-10. Observe que solo la primera escala de tiempo se muestra de manera explicita en la gráfica.

EJEMPLO 14-10

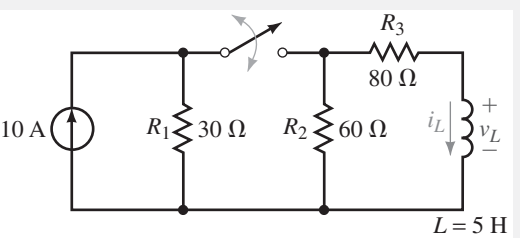
En relación con el circuito de la figura 14-24:

a. Cierre el interruptor en $t = 0$ y determine las ecuaciones para i_L y v_L.

b. En $t = 300$ ms, se abre el interruptor, determine las ecuaciones para i_L y v_L durante la fase de disminución.

c. Determine el voltaje y la corriente en $t = 100$ ms y en $t = 350$ ms.

d. Grafique i_L y v_L. Marque los puntos a partir de (c) en la gráfica.



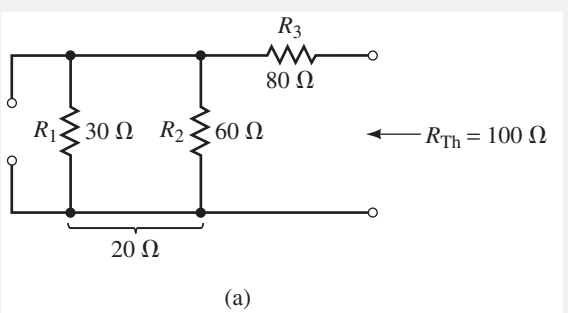
MULTISIM

FIGURA 14-24

Solución

a. Se convierte el circuito a la izquierda de *L* en su equivalente de Thévenin. Como se indica en la figura 14-25(a), $R_{Th} = 60\|30 + 80 = 100\ \Omega$. A partir de $E_{Th} = V_2$, donde

$$V_2 = (10\text{ A})(20\ \Omega) = 200\text{ V}$$



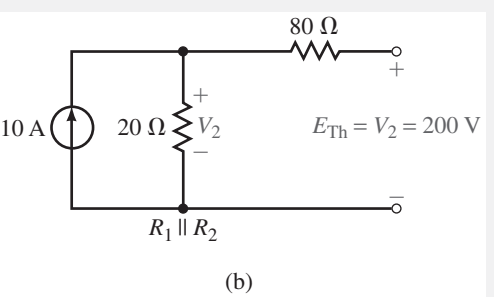


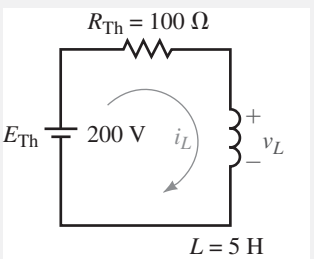
FIGURA 14-25

El circuito equivalente de Thévenin se muestra en la figura 14-26(a). $\tau = L/R_{\text{Th}} = 5\text{ H}/100\ \Omega = 50$ ms. Entonces, durante el crecimiento de la corriente,

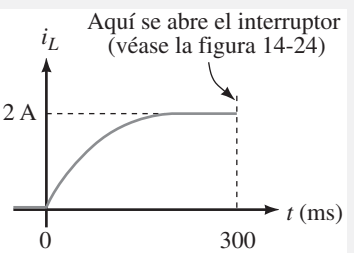
$$i_L = \frac{E_{\text{Th}}}{R_{\text{Th}}}(1 - e^{-t/\tau}) = \frac{200}{100}(1 - e^{-t/50\text{ ms}}) = 2\,(1 - e^{-20t}) \quad \text{A}$$
$$v_L = E_{\text{Th}}e^{-t/\tau} = 200\,e^{-20t} \quad \text{V}$$

b. El crecimiento de la corriente se grafica en la figura 14-26(b). Ya que $5\tau = 250$ ms la corriente está en estado estable cuando el interruptor se abre en 300 ms. Entonces, $I_0 = 2$ A. Cuando el interruptor se abre, la corriente disminuye a cero a través de la resistencia de $60 + 80 = 140\ \Omega$ como se muestra en la figura 14-27, por tanto, $\tau' = 5\text{ H}/140\ \Omega = 35.7$. Si $t = 0$ s se vuelve a definir como el instante en que el interruptor se abre, la ecuación para la disminución es

$$i_L = I_0e^{-t/\tau'} = 2e^{-t/35.7\text{ ms}} = 2e^{-28t} \quad \text{A}$$

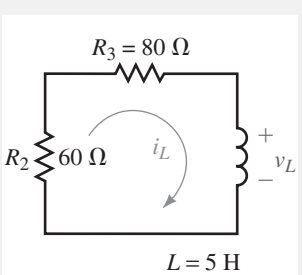


(a) Equivalente de Thévenin de la figura 14-24

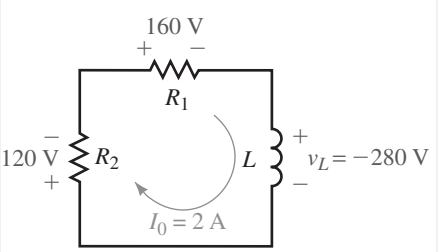


(b)

FIGURA 14-26 El circuito y la corriente durante la fase de crecimiento.



(a) Circuito decreciente



(b) Circuito como se ve inmediatamente después que el interruptor se ha abierto. Con la LVK se obtiene $v_L = -280$ V

FIGURA 14-27 El circuito de la figura 14-24 como se observa durante la fase de disminución.

Ahora considere el voltaje. Como se indica en la figura 14-27(b), el voltaje en L justo después que el interruptor se abre es $V_0 = -280$ V. Entonces,

$$v_L = V_0e^{-t/\tau'} = -280e^{-28t} \quad \text{V}$$

c. Se pueden usar las curvas universales de la constante de tiempo en $t = 100$ ms, ya que este tiempo representa 2τ. En 2τ la corriente ha alcanzado 86.5% de su valor final. Por lo que $i_L = 0.865(2\text{ A}) = 1.73$ A. El voltaje ha disminuido 13.5% y en consecuencia $v_L = 0.135(200\text{ V}) = 27.0$ V. Ahora

considere $t = 350$ ms: observe que esto es 50 ms en la porción de disminución de la curva. Sin embargo, ya que 50 ms no es un múltiplo de τ', es difícil usar las curvas. Por tanto, se usan las ecuaciones, entonces,

$$i_L = 2\text{ A}\,e^{-28(50\text{ ms})} = 2\text{ A}\,e^{-1.4} = 0.493\text{ A}$$
$$v_L = (-280\text{ V})e^{-28(50\text{ ms})} = (-280\text{ V})e^{-1.4} = -69.0\text{ V}$$

d. Los puntos anteriores están graficados en las formas de onda de la figura 14-28.

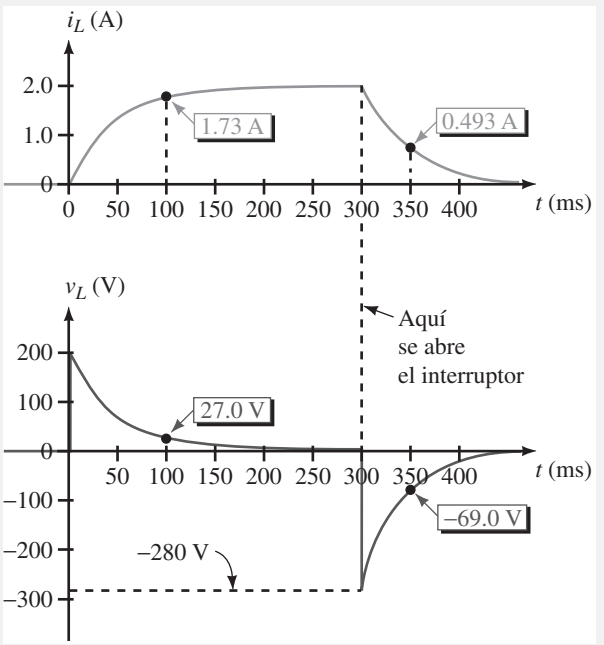
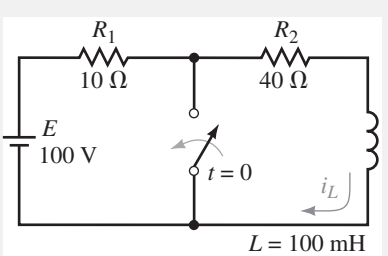


FIGURA 14-28

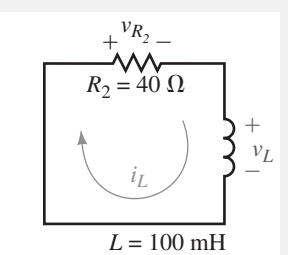
Los principios básicos que se han desarrollado en este capítulo permiten resolver los problemas que no corresponden con exactitud a los circuitos de las figuras 14-7 y 14-19. Esto se ilustra en el siguiente ejemplo.

EJEMPLO 14-11

El circuito de la figura 14-29(a) está en estado estable con el interruptor abierto. En $t = 0$ s, el interruptor se cierra.



(a) La corriente en estado estable con el interruptor abierto es $\dfrac{100\text{ V}}{50\ \Omega} = 2\text{ A}$



(b) Circuito del transitorio decreciente, $\tau' = \dfrac{L}{R_2} = 2.5$ ms

MULTISIM

FIGURA 14-29

a. Dibuje el circuito como se ve después que el interruptor se ha cerrado y determine τ'.

b. Determine la corriente i_L en $t = 0^+$ s.

c. Determine la expresión para i_L.

d. Determine v_L en $t = 0^+$ s.

e. Determine la expresión para v_L.

f. ¿Cuánto dura el transitorio?

g. Grafique i_L y v_L.

Solución

a. Cuando se cierra el interruptor se pone en corto la rama E-R_1, y deja el circuito del transitorio decreciente como en (b). Entonces, $\tau' = L/R_2 = 100\text{ mH}/40\ \Omega = 2.5\text{ ms}$.

b. En estado estable con el interruptor abierto, $i_L = I_0 = 100\text{ V}/50\ \Omega = 2\text{ A}$. Esta es la corriente justo antes de que el interruptor se cierre. Por tanto, justo después que el interruptor se cierra, i_L aún será 2 A (figura 14-30).

c. i_L disminuye de 2 A a 0. A partir de la ecuación 14-10, $i_L = I_0 e^{-t/\tau'} = 2e^{-t/2.5\text{ ms}} = 2e^{-400t}$ A.

d. En $t = 0^+$, con la LVK se obtiene $v_L = -v_{R_2} = -R_2 I_0 = -(40\ \Omega)\,(2\text{A}) = -80\text{ V}$. Entonces, $V_0 = -80$ V.

e. v_L disminuye de -80 V a 0. Entonces $v_L = V_0 e^{-t/\tau'} = -80e^{-400t}$ V.

f. El transitorio dura $5\tau' = 5(2.5\text{ ms}) = 12.5\text{ ms}$.

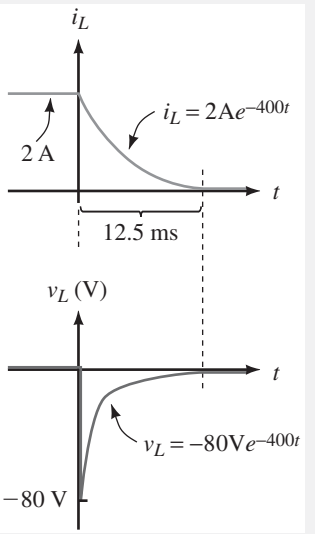


FIGURA 14-30

NOTA . . .

Para investigación adicional

Ejemplos adicionales se encuentran en el CD. Haga clic en el botón *For Further Investigation* y seleccione *Advanced Studies in Transients*.

14-6 Transitorios *RL* con computadora

Multisim

Como un primer ejemplo de un transitorio *RL*, se calcula y grafica la corriente para el inductor de la figura 14-22(a). Se crea el circuito en la pantalla, la figura 14-31. (Para hacer las conexiones a la rama R_2/R_3, necesita unir los puntos. Haga clic en *Place/Junction* y coloque los puntos donde se necesita.)

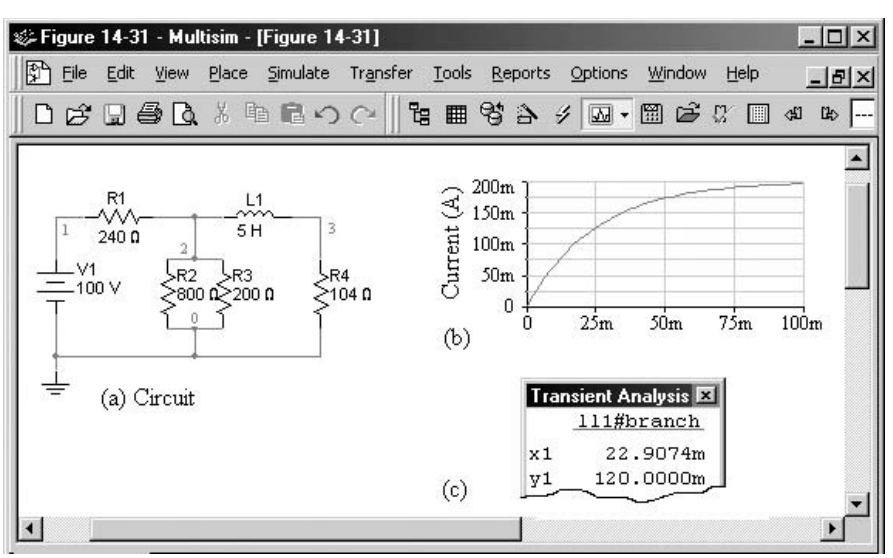


FIGURA 14-31 (a) Representación en Multisim de la figura 14-22. No se requiere el interruptor, ya que la solución del transitorio es iniciada por el programa. (b) Valores a escala de la forma de onda de (a).

NOTAS . . .

Multisim

1. Sólo se indican los pasos básicos para los siguientes ejemplos por computadora, los procedimientos son similares a los del capítulo 11. Si necesita ayuda, vea el capítulo 11 o el apéndice A.
2. Cuando se representan a escala los valores de una gráfica por computadora, no siempre es posible colocar el cursor exactamente donde se desea (debido a la naturaleza de los programas de simulación). En consecuencia, se debe fijar el cursor tan cerca como se pueda y entonces se estima el valor que se está tratando de medir.

(*Continúa*)

Por lo general, si se expande la gráfica a la pantalla completa, se puede colocar el cursor con más precisión.

2. Por lo común, las gráficas de Multisim aparecen con líneas de color en fondo negro. Si se desea cambiar el fondo a blanco, haga clic en el icono *Reverse Colors* (o *View/Reverse Colors*) en el menú Analysis graphs/icono de barra de herramientas.

Haga clic en *Simulate/Analysis/Transient Analysis*, y en la caja de diálogo ingrese 0.1 en TSTOP y fije las condiciones iniciales en cero. Haga clic en la pestaña *Output* y a partir de *Variables in Circuit*, seleccione II1#*branch*, haga clic en *Add*. La selección debe aparecer en una ventana sobrepuesta a la derecha. (Si hay otros datos mostrados en la ventana, selecciónelos y elimínelos.) Haga clic en *Simulate*. La forma de onda de (b) debe aparecer, vea la Nota 3. Agregue la cuadrícula si lo desea, expanda a la pantalla completa y use el cursor (véase el apéndice A) para determinar el tiempo en el cual la corriente es igual a 0.12 A. Como se indica en (c), se debe obtener 22.9 ms. (Esto concuerda con lo que se obtuvo en el ejemplo 14-9.)

Uso del osciloscopio de Multisim

Cree el circuito de la figura 14-32 en la pantalla. Cuando se establezca el valor del inductor, asegúrese de que la condición inicial es cero. Observe que se ha usado una fuente de reloj como una forma fácil de aplicar un escalón de voltaje al circuito en $t = 0$. Fije su frecuencia en 0.5 Hz y su amplitud en 100 V. Haga doble clic al osciloscopio y fije su base de tiempo en 10 ms/div, el *Channel* A en 5V/div y la posición Y en -3 (para fijar el origen de la traza en la parte inferior de la pantalla). Para *Trigger Edge* seleccione subida, seleccione A, ingrese un pequeño valor positivo (5 mV es adecuado) para Level y seleccione *Type Sing*, para una sola traza. Haga clic en el icono *Run/Stop*, o en el interruptor ON/OFF. Arrastre el cursor a $t = 50$ ms y lea el voltaje. Se debe obtener una respuesta de 17.99 V, como en el problema de práctica 4 #1.

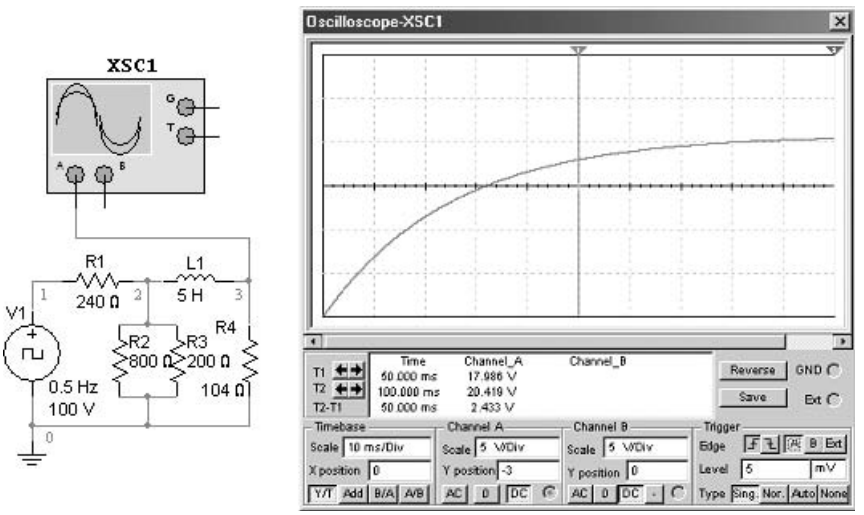


FIGURA 14-32 El osciloscopio no necesita tierra ya que Multisim la pone de manera automática.

NOTAS . . .

PSpice

1. Ya que el proceso es similar al del capítulo 11, sólo se darán instrucciones abreviadas.
2. Se tienen dos opciones: se puede dejar que PSpice determine de manera automática la condición inicial, esto es, la corriente inicial del inductor I_0, como se presenta en el apéndice A, o puede calcular e ingresar usted mismo el valor. En este ejemplo, se deja que PSpice lo haga.

(*Continúa*)

PSpice

Como un primer ejemplo de un transitorio *RL*, considere la figura 14-33. El circuito está en estado estable con el interruptor cerrado. En $t = 0$, el interruptor se abre. Use PSpice para graficar el voltaje y la corriente del inductor, después use el cursor para determinar los valores en t = 100 ms. Verifique en forma manual.

Preliminar Primero, observe que después que se abre el interruptor, la corriente aumenta a través de R_1, R_2 y R_3 en serie. Entonces la constante de tiempo del circuito es $\tau = L_1/R_T = 3$ H/30 Ω $= 0.1$ s. Ahora se procede como sigue:

- Construya el circuito en la pantalla, vea las Notas 1 y 2. haga clic en el icono New Profile y nombre el archivo. En la caja de Simulations Settings, seleccione análisis transitorio y fije TSTOP en 0.5 (cinco veces la constante de tiempo). Haga clic en OK.

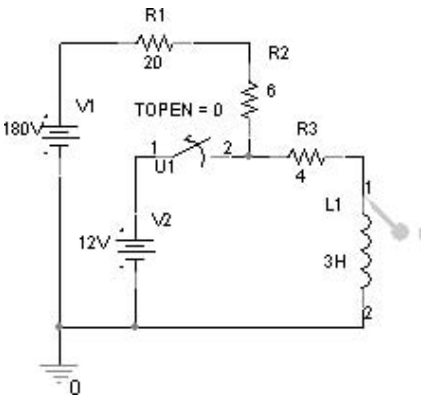


FIGURA 14-33 El marcador de corriente (mostrado en gris claro) crea de forma automática la traza de la figura 14-34. Como se detalla en el texto, la traza del voltaje se agregó después.

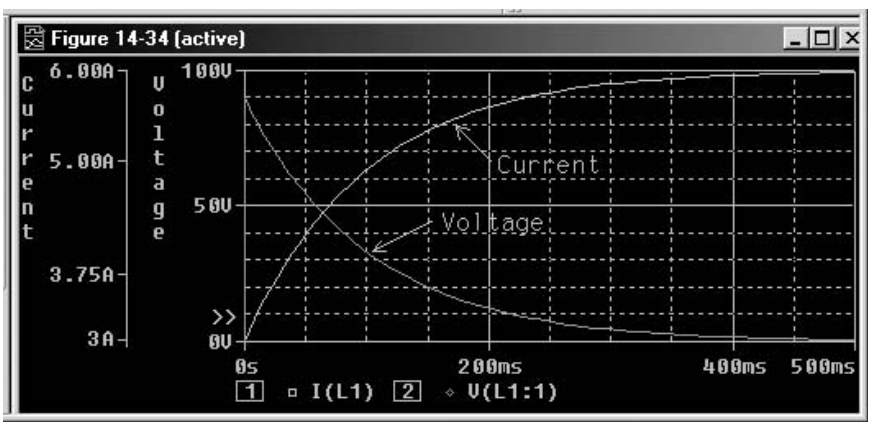


FIGURA 14-34 El voltaje y la corriente del inductor para el circuito de la figura 14-33.

- Haga clic en el icono Run. Cuando se ha completado la simulación, aparece una traza de la corriente del inductor contra el tiempo. Cree un segundo eje Y, entonces agregue la traza de voltaje V(L1:1). Ahora debe tener las curvas de la figura 14-34 en la pantalla.

Resultado Considere la figura 14-33. Al inicio con el interruptor cerrado, la corriente del inductor es 12 V/4 Ω = 3 A, ya que el inductor parece un corto en estado estable de cd. Debido a la continuidad, también es la corriente en $t = 0^+$: entonces $I_0 = 3$A. Con la LVK, el voltaje en el inductor en $t = 0^+$ se encuentra que es $V_0 = 180\text{ V} - (3\text{ A})(30\ \Omega) = 90$ V. Este voltaje disminuye entonces a cero mientras que la corriente se eleva desde su valor inicial de 3 A a su nuevo valor de estado estable de 180 V/30 Ω = 6 A. La duración del transitorio es 5 constante de tiempo, la cual es de 0.5 s, como se indica en la figura 14-34. Ahora, con el cursor, determine los valores de la escala de voltaje y corriente en $t = 100$ ms. Se debe obtener 33.1 V para v_L y 4.9 A para i_L. (Para verificarlo, observe que las ecuaciones para el voltaje y la corriente del inductor son $v_L = 90e^{-10t}$ V e $i_L = 6 - 3e^{-10t}$A, respectivamente. Al sustituir $t = 100$ ms en estas ecuaciones se verifican los resultados.)

3. Si desea fijar la condición inicial, calcúlela como en la Nota 4 y haga doble clic en el símbolo del inductor; en *Property Editor* que se abre, teclee **3A** en la celda etiquetada como IC, haga clic en *Apply* y cierre el editor. Corra la simulación de forma normal. Inténtelo.
4. En este problema es fácil determinar la corriente inicial del inductor. Observe que antes de que se abra el interruptor, la rama R_3/L_1 tiene 12 V. Ya que el circuito está en estado estable de cd, el inductor parece un cortocircuito e $I_0 = 12$ V/4 Ω = 3 A, lo cual confirma el resultado que se muestra en la figura 14-34.

EJEMPLO 14-12

Considere el circuito de la figura 14-24 del ejemplo 14-10. El interruptor se cierra en $t = 0$ y se abre 300 ms después. Realice un análisis con PSpice de este problema y determine v_L e i_L en $t = 100$ ms y en $t = 350$ ms.

Solución PSpice no tiene un interruptor que abra y cierre. Sin embargo, se puede simular el interruptor usando dos interruptores como en la figura 14-35. Se inicia creando el circuito en la pantalla usando IDC para la fuente de corriente. Haga doble clic en TOPEN del interruptor U2 y fíjelo en 300 ms. Haga clic en el icono *New Profile* y nombre el archivo. En la caja de *Simulation Settings*, seleccione el análisis transitorio y teclee un valor de 0.5 para TSTOP. Ejecute la simulación, cree un segundo eje Y y adicione la traza de voltaje V(L1:1). Ahora debe tener las curvas de la figura 14-36 en la pantalla. Compare con la figura 14-28. Use el cursor para leer los valores en $t = 100$ ms y 350 ms. Se debe obtener aproximadamente 27 V y 1.73 A en $t = 100$ ms, y -69 V y 490 mA en $t = 350$ ms, como se calculó en el ejemplo 14-10.

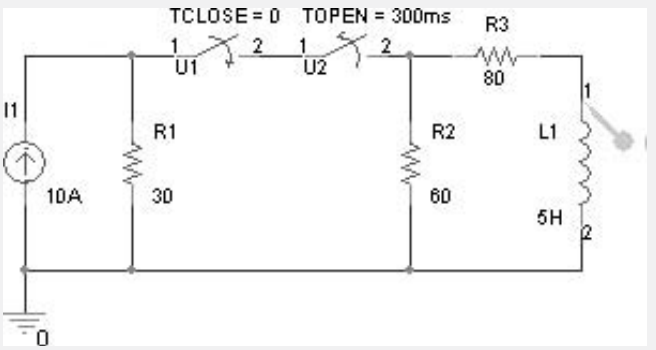


FIGURA 14-35 Simulación del circuito del ejemplo 14-10. Se usan dos interruptores para hacer el modelo del cierre y apertura del interruptor de la figura 14-24.

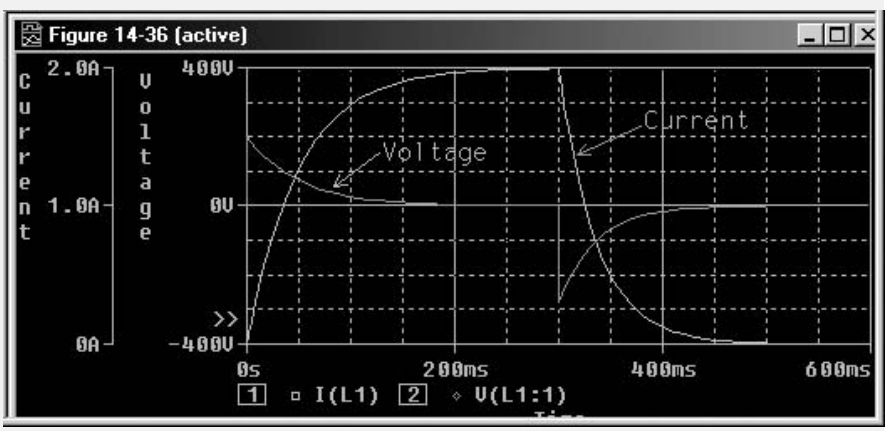
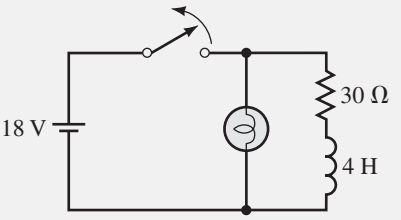


FIGURA 14-36 Voltaje y corriente del inductor para el circuito de la figura 14-35.

PUESTA EN PRÁCTICA

La primera muestra de un nuevo producto que su compañía ha diseñado tiene un indicador de luz que falla. (Síntoma: cuando enciende una nueva unidad, el indicador de luz se enciende como debe; sin embargo, cuando se apaga y se vuelve a encender, la lámpara no enciende.) Usted ha estado preguntando para investigar el problema y diseñar un arreglo. Adquiere una copia del esquema y estudia la parte del circuito donde está ubicada la lámpara. Como se muestra en la siguiente figura, la lámpara se usa para indicar el estado de la bobina; la lámpara se enciende cuando la bobina está energizada y se apaga cuando no lo está. De inmediato detecta el problema, la soldadura en un componente y el problema está arreglado. Escriba una breve nota para el supervisor describiendo la natu-

raleza del problema, explique por qué la lámpara se apaga y por qué sus modificaciones del diseño arreglan el problema. Observe también que su modificación no resulta en algún incremento sustancial en el consumo de potencia, es decir, no usa un resistor. Nota: este problema requiere de un diodo. Si no ha tomado un curso de introducción a la electrónica, puede no ser capaz de resolver este problema.



PROBLEMAS

14-1 Introducción

1. a. ¿A qué se parece un inductor que no conduce corriente en el instante que se acciona el interruptor?

   b. Para cada circuito de la figura 14-37, determine i_S y v_L inmediatamente después de que el interruptor se cierra.

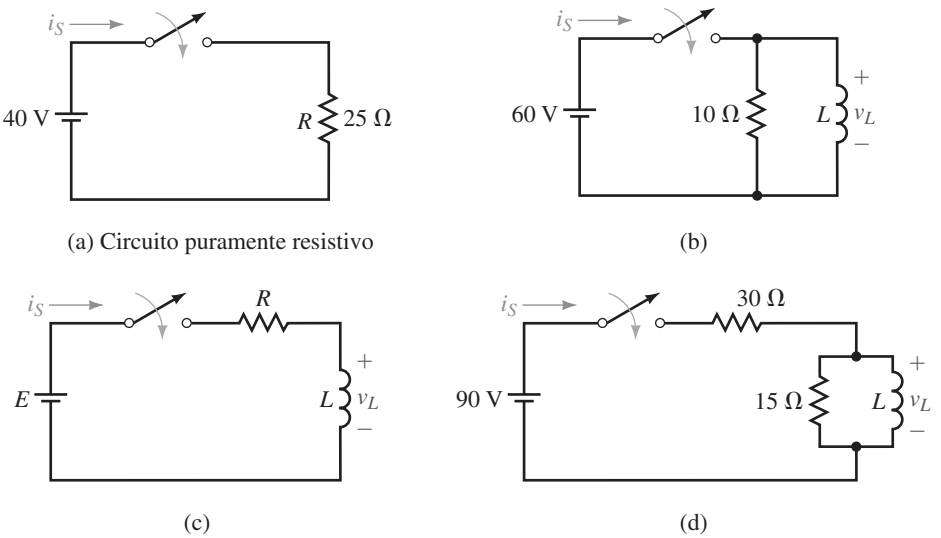


FIGURA 14-37 No se requiere ningún valor para L, ya que no afecta la solución.

2. Determine todos los voltajes y corrientes en la figura 14-38 inmediatamente después de que el interruptor se cierra.
3. Repita el problema 2 si L_1 se reemplaza con un capacitor descargado.

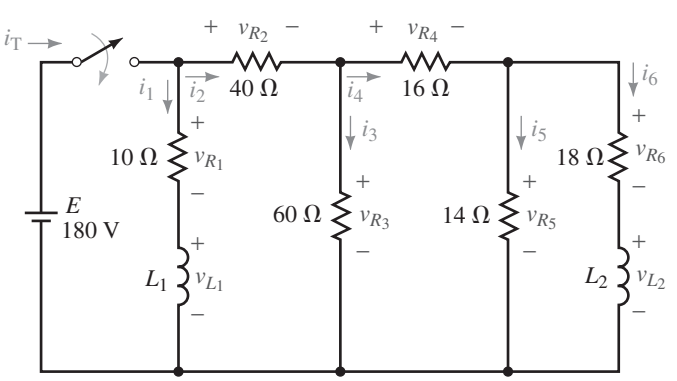


FIGURA 14-38

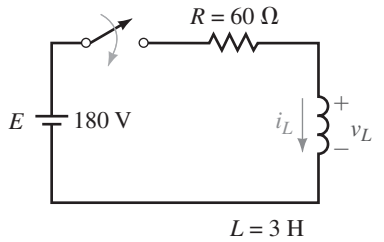


FIGURA 14-39

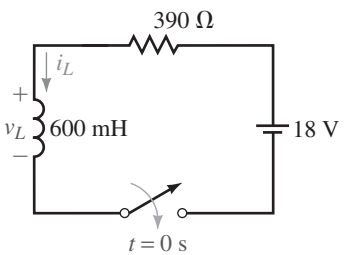


FIGURA 14-40

14-2 Transitorio de corriente creciente

4. a. Si $i_L = 8(1 - e^{-500\,t})$, ¿cuál es la corriente en $t = 6$ ms?
   b. Si $v_L = 125e^{-500t}$ V, ¿cuál es el voltaje v_L en $t = 5$ ms?
5. El interruptor de la figura 14-39 está cerrado en $t = 0$ s.
   a. ¿Cuál es la constante de tiempo del circuito?
   b. ¿Cuánto tiempo pasa hasta que la corriente alcanza su valor estable?
   c. Determine las ecuaciones para i_L y v_L.
   d. Calcule los valores para i_L y v_L a intervalos de una constante de tiempo desde $t = 0$ hasta 5 τ.
   e. Grafique i_L y v_L. Marque los ejes en τ y en segundos.
6. Para el circuito de la figura 14-40, cierre el interruptor en $t = 0$ y determine las ecuaciones para i_L y v_L. Calcule i_L y v_L en $t = 1.8$ ms.
7. Repita el problema 5 para el circuito de la figura 14-41 con $L = 4$ H.

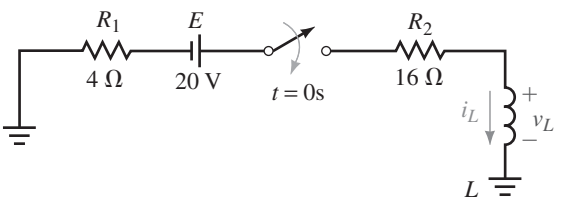


FIGURA 14-41

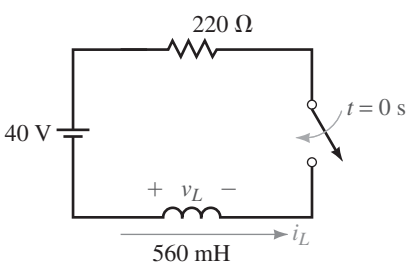


FIGURA 14-42

8. Para el circuito de la figura 14-39, determine el voltaje y la corriente del inductor en $t = 50$ ms con la curva universal de la constante de tiempo de la figura 14-10.
9. Cierre el interruptor en $t = 0$ s y determine las ecuaciones para i_L y v_L para el circuito de la figura 14-42. Calcule i_L y v_L en $t = 3.4$ ms.
10. Use la figura 14-10 para encontrar v_L en una constante de tiempo para el circuito de la figura 14-42.
11. Para el circuito de la figura 14-1(b), el voltaje en la inductancia en el instante en que el interruptor se cierra es 80 V, la corriente final de estado estable es 4 A, y el transitorio dura 0.5 s. Determine E, R y L.
12. Para el circuito RL, $i_L = 20(1 - e^{-t/\tau})$ mA y $v_L = 40e^{-t/\tau}$ V. Si el transitorio dura 0.625 ms, ¿cuáles son los valores de E, R y L?
13. Para la figura 14-1(b), si $v_L = 40e^{-2000t}$ V y la corriente de estado estable es 10 mA, ¿cuáles son los valores de E, R y L?

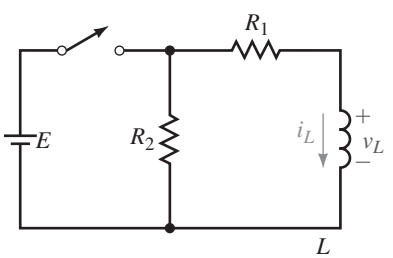


FIGURA 14-43

14-4 Transitorios desenergizantes

14. Para la figura 14-43, $E = 80$ V, $R_1 = 200\ \Omega$, $R_2 = 300\ \Omega$, y $L = 0.5$ H.
    a. Cuando el interruptor se cierra, ¿cuánto tiempo se necesita para que i_L alcance el estado estable? ¿Cuál es su valor de estado estable?
    b. Cuando el interruptor se abre, ¿cuánto tiempo pasa para que i_L alcance su estado estable? ¿Cuál es su valor de estado estable?
    c. Después que el circuito ha alcanzado el estado estable con el interruptor cerrado, se abre. Determine las ecuaciones para i_L y v_L.
15. Para la figura 14-43, $R_1 = 20\ \Omega$, $R_2 = 230\ \Omega$ y $L = 0.5$ H y la corriente del inductor ha alcanzado un valor estable de 5 A con el interruptor cerrado. En $t = 0$ s, el interruptor se abre.
    a. ¿Cuál es la constante de tiempo en la fase de disminución?
    b. Determine las ecuaciones para i_L y v_L.
    c. Calcule los valores para i_L y v_L a intervalos de una constante de tiempo desde $t = 0$ hasta 5 τ.
    d. Grafique i_L y v_L. Marque el eje en τ y en segundos.

16. Use los valores del problema 15 para determinar el voltaje y la corriente en el inductor en $t = 3\tau$ use las curvas universales de la constante de tiempo que se muestran en la figura 14-10.
17. Dado $v_L = -2700\ \text{V}e^{-100t}$. Use la curva universal de la constante de tiempo para determinar v_L en $t = 20$ ms.
18. Para la figura 14-43, el voltaje del inductor en el instante que el interruptor se cierra es 150 V e $i_L = 0$ A. Después que el circuito ha alcanzado el estado estable, el interruptor se abre. En ese instante, $i_L = 3$ A y v_L salta a -750 V. El transitorio decreciente dura 5 ms. Determine E, R_1, R_2 y L.
19. Para la figura 14-43, $L = 20$ H. La corriente durante la fase de crecimiento y disminución se muestra en la figura 14-44. Determine R_1 y R_2.

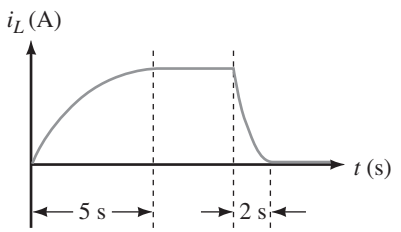


FIGURA 14-44

20. Para la figura 14-43, cuando el interruptor se mueve a la posición de energización, $i_L = 2\ \text{A}\ (1 - e^{-10t})$. Ahora se abre el interruptor después que el circuito ha alcanzado el estado estable y se vuelve a definir $t = 0$ s en el instante en que se abrió el interruptor. Para este caso, $v_L = -400\ \text{V}e^{-25t}$. Determine E, R_1, R_2 y L.

14-5 Circuitos más complejos

21. Para la bobina de la figura 14-45 $R_\ell = 1.7\ \Omega$ y $L = 150$ mH. Determine la corriente de la bobina en $t = 18.4$ ms.

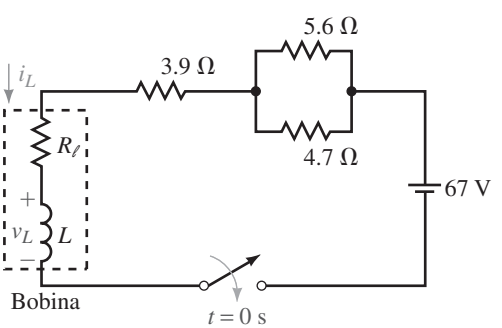


FIGURA 14-45

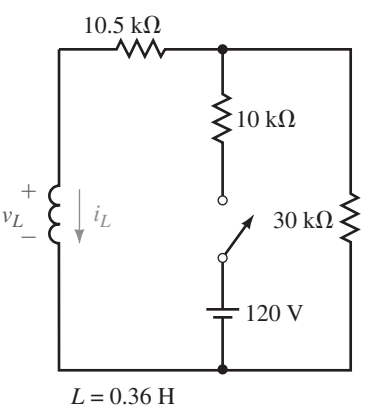


FIGURA 14-46

22. Vea la figura 14-46:
    a. ¿Cuál es la constante de tiempo del circuito energizado?
    b. Cierre el interruptor y determine la ecuación para i_L y v_L durante el crecimiento de la corriente.
    c. ¿Cuál es el voltaje en el inductor y la corriente a través de él en $t = 20\ \mu$s?
23. Para la figura 14-46, el circuito ha alcanzado el estado estable con el interruptor cerrado. Ahora se abre el interruptor.
    a. Determine la constante de tiempo del circuito desenergizado.
    b. Determine las ecuaciones para i_L y v_L.
    c. Encuentre el voltaje en el inductor y la corriente a través de él en $t = 17.8\ \mu$s, use las ecuaciones que se determinaron antes.
24. Repita la parte (c) del problema 23, use las curvas universales de la constante de tiempo que se muestran en la figura 14-10.

25. a. Repita el problema 22, partes (a) y (b) para el circuito de la figura 14-47.
    b. ¿Cuánto es i_L y v_L en $t = 25$ ms?

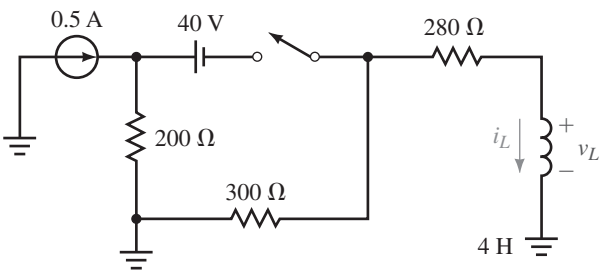


FIGURA 14-47

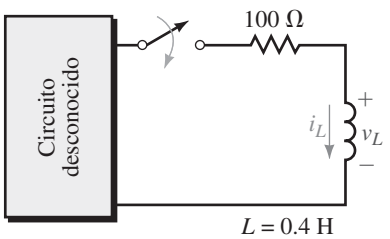


FIGURA 14-48

26. Repita el problema 23 para el circuito de la figura 14-47, pero ahora determine v_L e i_L en $t = 13.8$ ms.

27. Un circuito desconocido que contiene fuentes cd y resistores tiene un voltaje a circuito abierto de 45 volts. Cuando sus terminales de salida se ponen en corto, la corriente de cortocircuito es 0.15 A. Un interruptor, resistor e inductancia están conectados (figura 14-48). Determine la corriente y el voltaje del inductor, 2.5 ms después que el interruptor se ha cerrado.

28. El circuito de la figura 14-49 está en estado estable con el interruptor en la posición 1. En $t = 0$ se mueve a la posición 2, donde permanece por 1.0 s. Entonces se mueve a la posición 3, donde permanece. Grafique las curvas para i_L y v_L a partir de $t = 0^-$ hasta que el circuito alcance el estado estable en la posición 3. Calcule el voltaje y la corriente del inductor en $t = 0.1$ s y en $t = 1.1$ s.

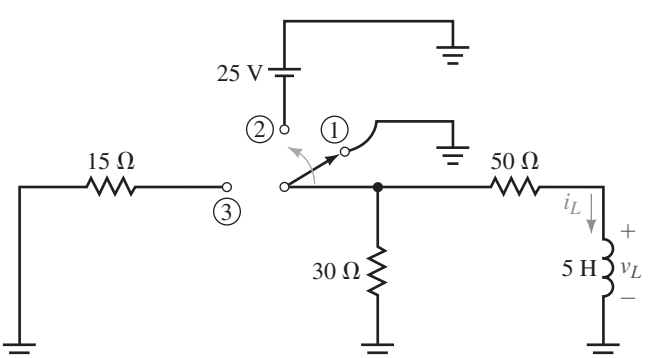


FIGURA 14-49

14-6 Transitorios *RL* con computadora

MULTISIM PSpice 29. El circuito de la figura 14-46 está en estado estable con el interruptor abierto. En $t = 0$, se cierra y permanece así. Grafique el voltaje en L y encuentre v_L en 20 μs con el cursor.

MULTISIM PSpice 30. Para el circuito de la figura 14-47, cierre el interruptor en $t = 0$ y determine v_L en $t = 10$ ms. (En PSpice, use la fuente de corriente IDC.)

MULTISIM PSpice 31. Para la figura 14-46, sea $L_1 = 30$ mH y $L_2 = 90$ mH. Cierre el interruptor en $t = 0$ y determine la corriente en el resistor de 30 Ω en $t = 2$ms.

MULTISIM PSpice 32. Para la figura 14-41, sea $L = 4$ H. Calcule v_L e i_L. Use el cursor para medir los valores en $t = 200$ ms y 500 ms. (Usuarios de Multisim: las soluciones de circuito y voltaje se deben correr por separado para obtener una traza de corriente visible.)

33. Se resolvió el circuito de la figura 14-22(a) mediante la reducción a su equivalente de Thévenin. Use PSpice para analizar el circuito en su forma original y grafique la corriente del inductor. Verifique algunos puntos en la curva calculando los valores de acuerdo con la solución del ejemplo 14-8 y compare con los valores que obtuvo en la pantalla. PSpice

34. El circuito de la figura 14-46 está en estado estable con el interruptor abierto. En $t = 0$, el interruptor se cierra. Permanece cerrado por 150 μs y entonces se abre y se deja así. Calcule i_L y v_L. Con el cursor, determine los valores en $t = 60$ μs y en $t = 165$ μs. PSpice

✓ RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE

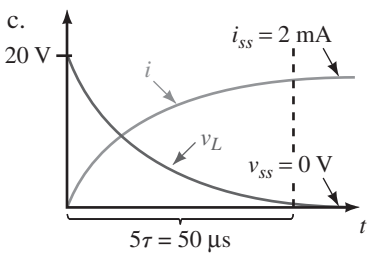
Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 1

1. a. $20e^{-100\,000t}$ V; $2(1 - e^{-100\,000t})$ mA

   b.

$t(\mu s)$	v_L(V)	i_L(mA)
0	20	0
10	7.36	1.26
20	2.71	1.73
30	0.996	1.90
40	0.366	1.96
50	0.135	1.99

   c.



2. 11.5 V; 1.47 A
3. 4 V
4. 3.88 A

Conceptos fundamentales de ca

IV

En capítulos previos la atención se centró sobre todo en la corriente directa. Ahora, se pondrá atención en la ca (corriente alterna).

La ca es importante por diversas razones. Primero, es la base del sistema de potencia que suministra energía eléctrica a casas y negocios. La ca se usa en lugar de la cd porque tiene varias ventajas importantes, la principal es que se puede transmitir de manera fácil y eficiente a través de largas distancias. Sin embargo, su importancia va más allá de su uso en la industria de la potencia eléctrica. El estudio de la electrónica, por ejemplo, tiene que ver en gran medida con el procesamiento de señales de ca, respuesta en frecuencia y temas afines, ya sea en los campos de sistemas de audio, comunicación, control y muchas otras áreas. De hecho, casi todos los dispositivos eléctricos y electrónicos que se usan en la vida diaria operan o implican el uso de ca de alguna forma.

Se comenzará la parte IV de este libro con los conceptos fundamentales de ca. Se examinarán formas de generar voltajes de ca, los métodos que se usan para representar voltajes y corrientes de ca, las relaciones entre las cantidades de ca en circuitos resistivos, inductivos y capacitivos, y finalmente el significado y representación de la potencia en sistemas de ca. Esto establecerá la base para capítulos posteriores que tendrán que ver con las técnicas de análisis de circuitos de ca, incluidas las versiones de ca de varios métodos que se han utilizado para circuitos de cd a lo largo de capítulos previos de este libro. ■

15 Fundamentos de ca

16 Elementos *R*, *L* y *C* y el concepto de impedancia

17 Potencia en circuitos de ca

TÉRMINOS CLAVE

Adelanto
Amplitud
Atraso
ca
Ciclo
Corriente alterna
Desplazamiento de fase
Diferencia de fase
En fase
Fasor
Frecuencia
Fuera de fase
Hertz
Onda seno
Osciloscopio
Periodo
Regla trapezoidal
RMS
Valor efectivo
Valor instantáneo
Valor pico
Valor promedio
Velocidad angular
Voltaje alterno
Voltaje pico a pico

■ PLAN GENERAL

Introducción
Generación de voltajes de ca
Convención de voltaje y corriente para ca
Frecuencia, periodo, amplitud y valor pico
Relaciones angular y gráfica para las ondas seno
Voltajes y corrientes como funciones del tiempo
Introducción a los fasores
Formas de onda de ca y valor promedio
Valores efectivos (rms)
Tasa de cambio de una onda seno (derivada)
Medición de voltaje y corriente de ca
Análisis de circuitos por computadora

■ OBJETIVOS

Después de estudiar este capítulo será capaz de:

- explicar cómo los voltajes y corrientes de ca difieren de los de cd,
- dibujar las formas de onda para voltaje y corriente de ca y explicar qué significan,
- explicar la polaridad del voltaje y las convenciones de dirección de la corriente que se usan para ca,
- describir el generador básico de ca y explicar cómo se genera el voltaje de ca,
- definir y calcular la frecuencia, periodo, amplitud y valores pico a pico,
- calcular el voltaje sinusoidal instantáneo o corriente en cualquier instante,
- definir la relación entre ω, T y f para una onda seno,
- definir y calcular las diferencias de fase entre formas de onda,
- utilizar fasores para representar voltajes y corrientes sinusoidales,
- determinar las relaciones de fase entre formas de onda con fasores,
- definir y calcular valores promedio para formas de onda que varían en el tiempo,
- definir y calcular valores efectivos (rms) para formas de onda que varían en el tiempo,
- usar el Multisim y PSpice para estudiar las formas de onda de ca.

Fundamentos de ca

15

RESUMEN DEL CAPÍTULO

Las corrientes alternas (ca) varían su dirección (por lo regular muchas veces por segundo), pasando primero en una dirección, luego en otra a través de un circuito. Dichas corrientes son producidas por fuentes de voltaje cuyas polaridades se alternan entre positivo y negativo (en lugar de mantener fija la polaridad como con las fuentes de cd). Por convención, las corrientes alternas son *llamadas corrientes de ca* y los voltajes alternos son llamados *voltajes de ca.*

La variación de un voltaje o corriente de ca contra el tiempo es llamada su forma de onda. Ya que las formas de onda varían con el tiempo, se designan con letras minúsculas $v(t)$, $i(t)$, $e(t)$, etc., en vez de letras mayúsculas V, I y E como es el caso para cd. En ocasiones, se elimina la notación funcional (es decir, $v(t)$) y sólo se utiliza la notación simple v, i y e.

Aunque muchas formas de onda son importantes, la fundamental es la onda seno (también llamada sinusoidal de ca). De hecho, tiene tanta importancia, que mucha gente asocia el término de ca con sinusoidal, aun cuando ca se refiere a cualquier cantidad que se alterna con tiempo.

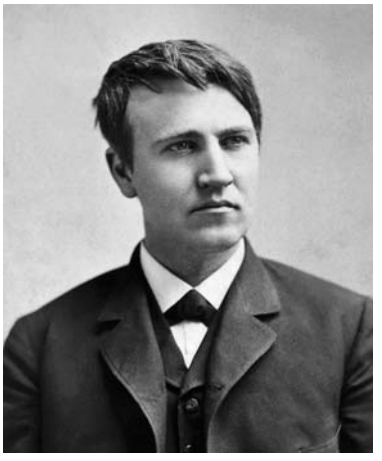
En este capítulo se expondrán los principios básicos de ca, incluyendo la generación de voltajes de ca y las formas de representar y manipular cantidades de ca. Estas ideas se utilizan después a lo largo del resto del libro para desarrollar métodos de análisis para circuitos de ca. ■

PERSPECTIVA HISTÓRICA

Thomas Alva Edison

EN LA ACTUALIDAD DAMOS POR HECHO que los sistemas de potencia eléctricos son de ca. (Esto se refuerza cada vez que se ve un equipo especificado como "60 hertz de ca"). Sin embargo, este no fue siempre el caso. A finales de 1800, una intensa batalla —la llamada "guerra de las corrientes"— ardió en la emergente industria de la potencia eléctrica. La fuerzas a favor del uso de cd estaban lideradas por Thomas Alva Edison, y las que favorecían el uso de ca eran dirigidas por George Westinghouse (capítulo 23) y Nikola Tesla (capítulo 24).

Edison, un prolífico inventor que aportó la luz eléctrica, el fonógrafo, así como muchas otras grandes invenciones, peleó con vigor a favor de la cd. Gastó una considerable cantidad de tiempo y dinero en desarrollarla, arriesgando mucho, en términos tanto de dinero como de prestigio. Tan determinado estaba Edison en su batalla que primero persuadió al estado de Nueva York para adoptar la ca para su nuevo dispositivo de silla eléctrica, y luego la señaló con horror como ejemplo de lo mortal que era la ca. Finalmente, sin embargo, la combinación de las ventajas de la ca sobre la cd y la firme oposición de Tesla y Westinghouse inclinaron la balanza hacia la ca.

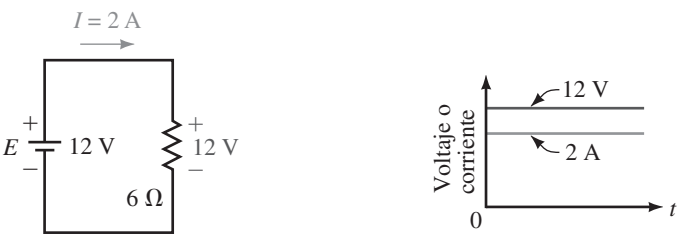


Edison nación en 1847 en Milan, Ohio. La mayor parte de su trabajo fue hecho en dos lugares de Nueva Jersey: primero en un laboratorio en Menlo Park y después en un laboratorio mucho más grande en West Orange, donde llegó a emplear a 5000 personas. Recibió patentes como inventor o coinventor de cerca de 1300 invenciones, una sorprendente proeza que, quizá, lo ha hecho el más grande inventor de todos los tiempos.

Thomas Edison murió a la edad de 84 años el 18 de octubre de 1931 ■

15-1 Introducción

Antes aprendió que las fuentes de cd tienen polaridad y magnitud fijas y que producen corrientes de valor constante y dirección sin cambio, como se ilustra en la figura 15-1. En contraste, los voltajes de las fuentes de ca alternan su polaridad y varían en magnitud, por lo que producen corrientes que varían en magnitud y alternan su dirección.

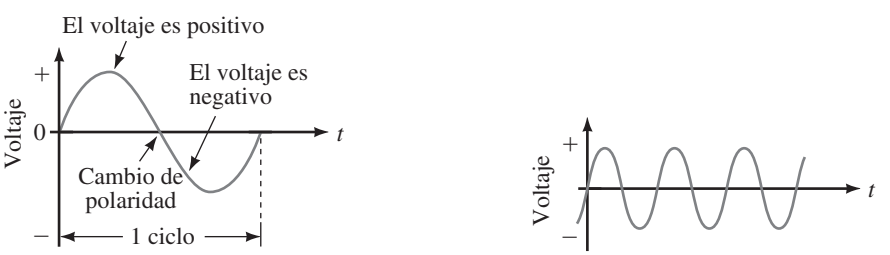


(a) (b) Voltaje y corriente contra el tiempo para cd

FIGURA 15-1 En un circuito de cd, la polaridad del voltaje y la dirección de la corriente no cambian.

Voltaje de ca sinusoidal

Para ilustrar, considere el voltaje del contacto de pared de su casa. Llamada **onda seno** o **forma de onda sinusoidal de ca** (por razones que se discuten en la sección 15-5), este voltaje tiene la forma que se observa en la figura 15-2. A partir de cero, el voltaje se incrementa a un máximo positivo, disminuye a cero, cambia de polaridad, se incrementa a un máximo negativo y entonces retorna de nuevo a cero. Una variación completa se conoce como un ciclo. Ya que la forma de onda se repite a intervalos regulares como en (b), se le llama una forma de onda periódica.



(a) Variación del voltaje contra el tiempo (b) Un flujo continuo de ciclos

FIGURA 15-2 Formas de onda sinusoidal para ca. Los valores sobre el eje son positivos mientras que los valores por debajo del eje son negativos.

Símbolo para una fuente de voltaje de ca

El símbolo para la fuente de voltaje sinusoidal se muestra en la figura 15-3. Observe que se usa una letra *e* minúscula para representar el voltaje en lugar de *E*, ya que es una función del tiempo. Las marcas de polaridad también se muestran aunque, debido a que la polaridad de la fuente varía, su significado aún no se ha establecido.

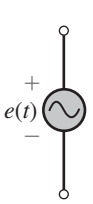


FIGURA 15-3 Símbolo para una fuente de voltaje sinusoidal. La letra minúscula *e* se usa para indicar que el voltaje varía con el tiempo.

Corriente de ca sinusoidal

La figura 15-4 muestra un resistor conectado a una fuente de ca. Durante el primer medio ciclo, el voltaje de la fuente es positivo; por tanto, la corriente avanza en la dirección de las manecillas del reloj. Durante el segundo medio ciclo, la polaridad del voltaje se invierte; entonces, la corriente va en la dirección contraria a las manecillas del reloj. Ya que la corriente en proporcional al voltaje, su forma también es sinusoidal, figura 15-5.

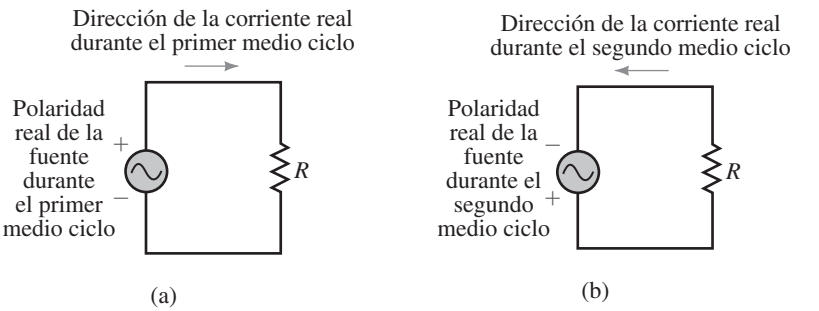


FIGURA 15-4 La dirección de la corriente se invierte cuando la polaridad de la fuente se invierte.

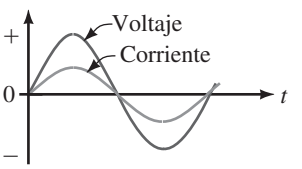
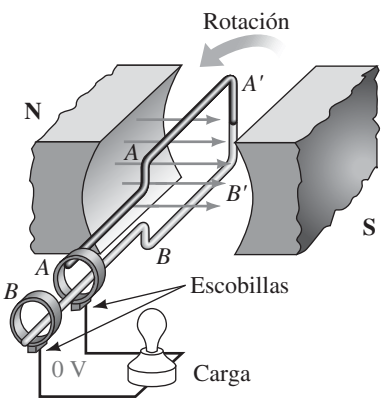


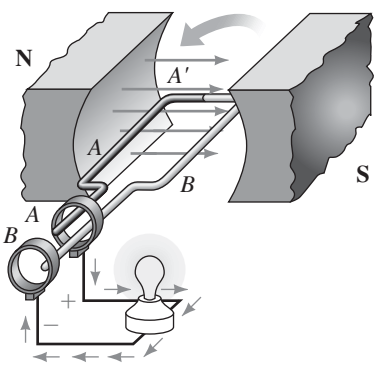
FIGURA 15-5 La corriente tiene la misma forma de onda que el voltaje.

15-2 Generación de voltajes de ca

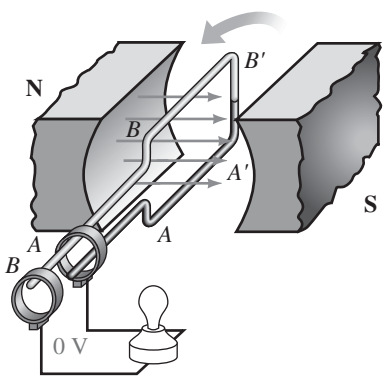
Una forma de generar un voltaje de ca es girar una bobina de alambre a una velocidad angular constante en una campo magnético fijo, figura 15-6. (Los anillos deslizantes y las escobillas conectan la bobina a la carga.)



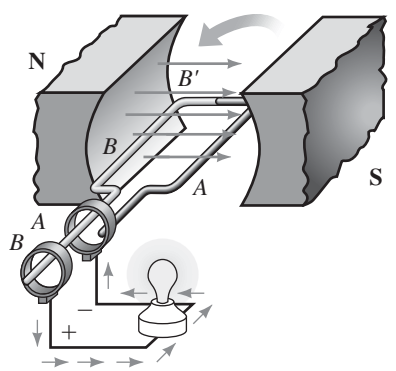
(a) Posición 0°: los lados de la bobina se mueven en sentido paralelo a las líneas de flujo. Ya que no se corta ningún flujo, el voltaje inducido es cero



(b) Posición 90°: el extremo *A* de la bobina es positivo con respecto a *B*. La dirección de la corriente sale del anillo deslizante *A*



(c) Posición 180°: la bobina de nuevo no corta flujo y el voltaje inducido es cero



(d) Posición 270°: la polaridad de voltaje se ha invertido, por lo que la dirección de corriente también se invierte

FIGURA 15-6 Generación de un voltaje de ca. La posición 0° de la bobina se define en (a), en este caso los lados de la bobina se mueven en sentido paralelo a las líneas de flujo. En la práctica, las rotaciones son tan rápidas que a la lámpara no le da tiempo de apagarse y parece estar encendida continuamente.

NOTAS . . .

Electrónica en el futuro

Para mayor información o para usar su computadora con el propósito de explorar en forma interactiva la idea que se presenta aquí, busque en el CD anexo a este libro. Oprima el Botón 1, *Electronics into the Future* y seleccione el módulo *Magnetism and Electromagnetism*.

NOTAS PRÁCTICAS . . .

En la práctica, la bobina de la figura 15-6 se compone de muchas vueltas devanadas en un núcleo de hierro. La bobina, el núcleo y los anillos deslizantes giran como una unidad.

En la figura 15-6 el campo magnético es fijo y la bobina gira. Mientras que los generadores pequeños se construyen de esta forma, los grandes generadores de ca, por lo general, tienen una construcción opuesta, es decir, las bobinas son fijas y el campo magnético es el que gira. Además, los grandes generadores de ca se hacen como máquinas de tres fases con tres conjuntos de bobinas en lugar de una. Esto se estudia en el capítulo 24. Sin embargo, aunque estos detalles se simplifican, el generador de la figura 15-6 da una imagen válida del voltaje producido por un generador de ca real.

La magnitud del voltaje resultante es proporcional a la tasa a la cual se cortan las líneas de flujo (ley de Faraday, capítulo 13) y su polaridad depende de la dirección en que se mueven los lados de la bobina a través del campo. Ya que la velocidad con la que se corta el flujo varía con el tiempo, el voltaje resultante también hará lo mismo. Por ejemplo en (a), debido a que los lados de la bobina se mueven paralelos al campo, no se cortan las líneas de flujo y el voltaje inducido en ese instante (y por tanto la corriente) es cero. Esto se define como la posición 0° de la bobina. Conforme gira la bobina desde la posición 0°, sus lados AA' y BB' cortan las líneas de flujo; por tanto se genera voltaje, el cual alcanza un pico cuando el flujo se corta a la tasa máxima en la posición de 90° como en (b). Observe la polaridad del voltaje y la dirección de la corriente. Conforme sigue girando la bobina el voltaje disminuye, llegando a cero en la posición de 180°, cuando los lados de la bobina de nuevo se mueven paralelos al campo como en (c). En este punto, la bobina ha recorrido la mitad de una revolución.

Durante la segunda media revolución, los lados de la bobina cortan el flujo en direcciones opuestas a las que se tuvieron en la primera media revolución; por tanto, la polaridad del voltaje inducido se invierte. Como se indica en (d), el voltaje alcanza un pico en el punto de 270° y ya que la polaridad del voltaje ha cambiado, así también ocurre con la dirección de la corriente. Cuando la bobina llega a la posición de 360°, el voltaje de nuevo es cero y el ciclo se inicia de nuevo. La figura 15-7 muestra un ciclo de la forma de onda resultante. Ya que la bobina gira en forma continua, el voltaje producido será una forma de onda repetitiva, periódica, como se ve en la figura 15-2(b). La corriente también será periódica.

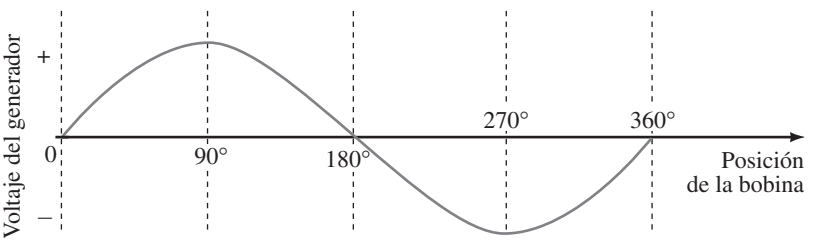


FIGURA 15-7 Voltaje de la bobina frente a la posición angular.

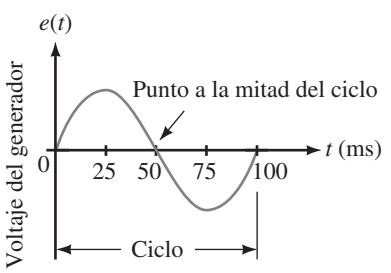


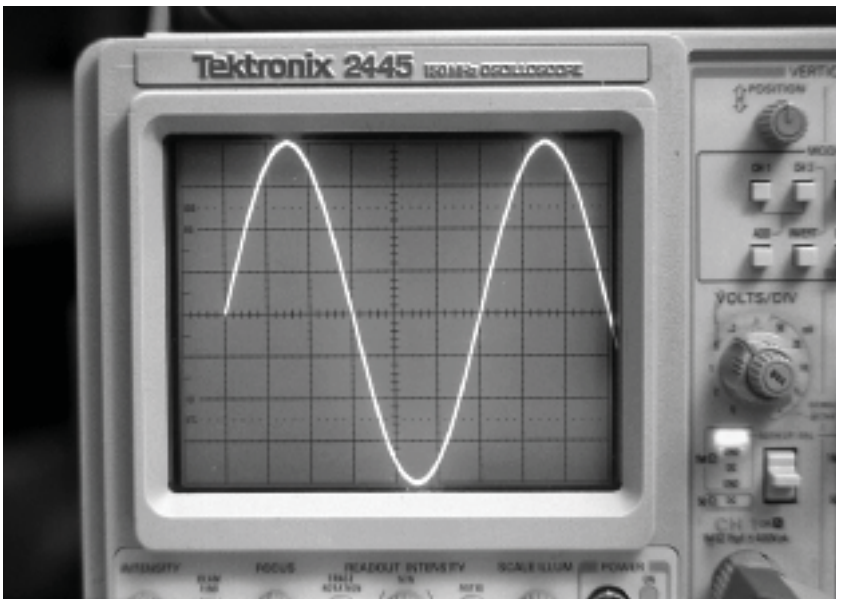
FIGURA 15-8 Ciclo en una escala de tiempo. A 600 rpm, la longitud del ciclo es 100 ms.

Escalas de tiempo

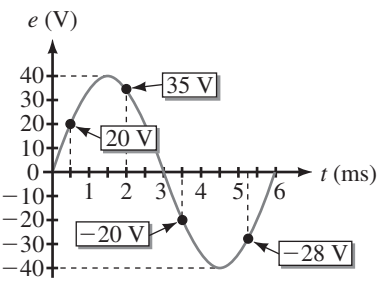
El eje horizontal de la figura 15-7 tiene una escala en grados. Con frecuencia es necesario ponerle una escala de tiempo. El tiempo que se requiere para generar un ciclo depende de la velocidad de rotación. Para ilustrarlo, suponga que la bobina gira a 600 rpm (revoluciones por minuto). Seiscientas revoluciones por minuto equivale a 600 rev/60 s = 10 revoluciones en un segundo, por lo que el tiempo para una revolución es de una décima de segundo, es decir, 100 ms. Ya que un ciclo es 100 ms, medio ciclo corresponde a 50 ms, un cuarto de ciclo es 25 ms, etc. La figura 15-8 muestra la forma de onda en una escala de tiempo.

Valor instantáneo

Como se muestra en la figura 15-8, el voltaje de la bobina cambia de instante en instante. El valor del voltaje en cualquier punto de la forma de onda se conoce como **valor instantáneo**. Esto se ilustra en la figura 15-9. En la figura 15-9(a) se muestra una fotografía de una forma de onda real y en (b) se vuelve a dibujar con los valores en escala a partir de la foto. Para este ejemplo, el voltaje tiene un valor pico de 40 volts y un tiempo de ciclo de 6 ms. A partir de la gráfica, se observe que en $t = 0$ ms, el voltaje es cero, en $t = 0.5$ ms, es 20 V, en $t = 2$ ms es 35 V, en $t = 3.5$ ms es −20 V, etcétera.



(a) Voltaje sinusoidal

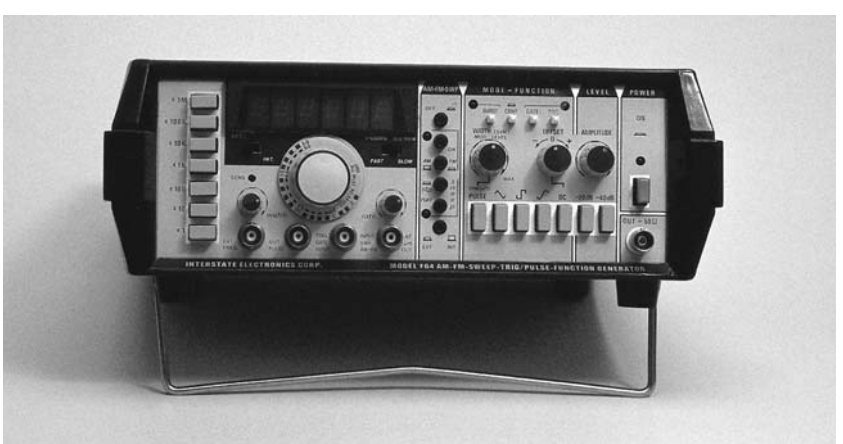


(b) Valores en escala a partir de la fotografía

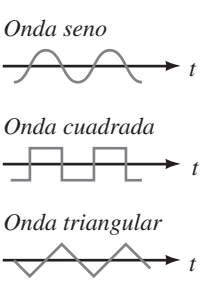
FIGURA 15-9 Valores instantáneos.

Generadores de señales electrónicos

Las formas de onda de ca también se pueden crear en forma electrónica con los generadores de señales. De hecho, con los generadores de señal no se está limitado a la sinusoidal de ca. Por ejemplo, el generador de señal de laboratorio de propósito general de la figura 15-10 puede producir una gran variedad de formas de onda de frecuencia variable, incluso la sinusoidal, onda cuadrada, triangular, etc. Estas formas de onda se usan comúnmente para pruebas de equipo electrónico.



(a) Un generador de señal común



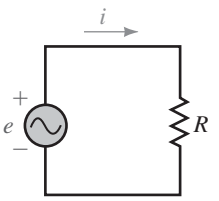
(b) Formas de onda simples

FIGURA 15-10 Los generadores de señal producen formas de onda de diferentes formas.

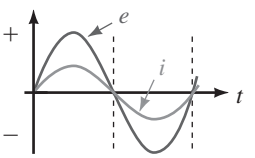
15-3 Convención de voltaje y corriente para ca

En la sección 15-1, se vieron brevemente las polaridades de voltaje y las direcciones de la corriente. En ese momento se usaron diagramas separados para cada medio ciclo (figura 15-4). Sin embargo, esto no es necesario, un diagrama y un conjunto de referencias es lo que se necesita, como se ilustra en la figura

15-11. Primero se asignan las polaridades de referencia para la fuente y una dirección de referencia para la corriente. Entonces se usa la siguiente convención: *cuando* e *tiene un valor positivo, su polaridad real es igual que la polaridad de referencia, y cuando* e *tiene un valor negativo, su polaridad real es opuesta a la de la referencia*. Para la corriente se usa la siguiente convención: *cuando* i *tiene un valor positivo, la dirección real es igual que la de la flecha de referencia, y cuando* i *tiene un valor negativo, su dirección real es opuesta a la de la referencia*.



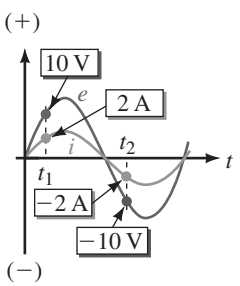
(a) Referencias para el voltaje y la corriente



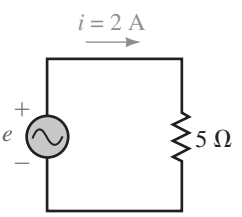
(b) Durante el primer medio ciclo, la polaridad de voltaje y la dirección de la corriente son como se muestran en (a). Por tanto, *e* e *i* son positivos. Durante el segundo medio ciclo, la polaridad de voltaje y la dirección de la corriente son opuestas a las que se muestran en (a), por lo que *e* e *i* son negativos

FIGURA 15-11 Convenciones de referencia para el voltaje y la corriente de ca.

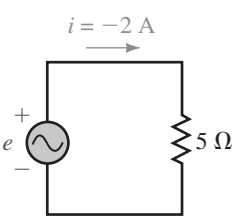
Para ilustrarlo, considere la figura 15-12. Las partes (b) y (c) muestran condiciones en dos instantes. En el tiempo t_1 *e* tiene un valor de 10 volts. Esto significa que en ese instante, el voltaje de la fuente es 10 V y su extremo superior es positivo con respecto a su extremo inferior, como se indica en (b). Con un voltaje de 10 V y una resistencia de 5 Ω, el valor instantáneo de la corriente es $i = e/R = 10\text{ V}/5\ \Omega = 2\text{ A}$. Ya que *i* es positiva, la corriente fluye en la dirección de la flecha de referencia.



(a)



(b) En el tiempo t_1: $e = 10$ V e $i = 2$ A. Entonces el voltaje y la corriente tienen la polaridad y la dirección que se indica



(c) En el tiempo t_2: $e = -10$ V e $i = -2$ A. Entonces, la polaridad de voltaje es opuesta a la indicada y la dirección de corriente es opuesta a la dirección de la flecha

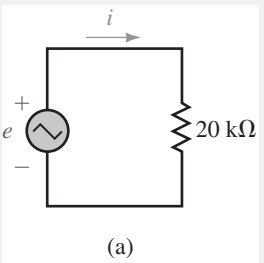
FIGURA 15-12 Ilustración de la convención de voltaje y corriente de ca.

Ahora considere el tiempo t_2. En este caso, $e = -10$ V. Esto significa que el voltaje de la fuente es de nuevo 10 V, pero ahora su extremo superior es negativo con respecto al inferior. De nuevo, al aplicar la ley de Ohm se obtiene $i = e/R = -10\text{ V}/5\ \Omega = -2\text{ A}$, y debido a que *i* es negativa, la corriente en realidad fluye en dirección opuesta a la flecha de referencia. Esto se indica en (c).

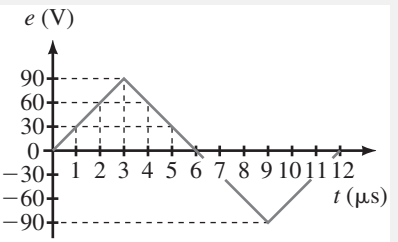
El concepto anterior se cumple para cualquier señal de ca, sin importar la forma de onda.

EJEMPLO 15-1

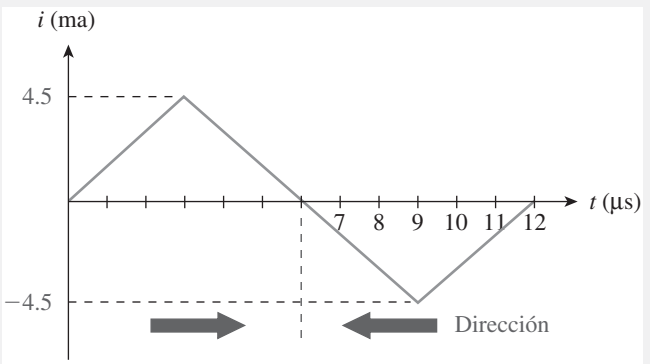
La figura 15-13(b) muestra un ciclo de una onda de voltaje triangular. Determine la corriente y su dirección en $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11$ y 12 μs y grafíquela.



(a)



(b) Voltaje



(c) Corriente

FIGURA 15-13

Solución Se aplica la ley de Ohm en cada punto de tiempo. En $t = 0$ μs, $e = 0$ V, así que $i = e/R = 0$ V/20 kΩ $= 0$ mA. En $t = 1$ μs, $e = 30$ V, entonces $i = e/R = 30$ V/20 kΩ $= 1.5$ mA. En $t = 2$ μs, $e = 60$ V, entonces $i = e/R = 60$ V/20 kΩ $= 3$ mA. Si se continúa de esta forma, se obtienen los valores que se muestran en la tabla 15-1. La forma de onda está graficada en la figura 15-13(c).

TABLA 15-1 Valores del ejemplo 15-1

t (μs)	e (V)	i (mA)
0	0	0
1	30	1.5
2	60	3.0
3	90	4.5
4	60	3.0
5	30	1.5
6	0	0
7	−30	−1.5
8	−60	−3.0
9	−90	−4.5
10	−60	−3.0
11	−30	−1.5
12	0	0

PROBLEMAS PRÁCTICOS 1

1. Considere que el voltaje de la fuente de la figura 15-11 tiene la forma de onda de la figura 15-9. Si $R = 2.5$ kΩ, determine la corriente en $t = 0, 0.5, 1, 1.5, 3, 4.5$ y 5.25 ms.
2. Para la figura 15-13, si $R = 180$ Ω, determine la corriente en $t = 1.5, 3, 7.5$ y 9 μs.

Respuestas

1. 0, 8, 14, 16, 0, −16, −11.2 (todo en mA)
2. 0.25, 0.5, −0.25, −0.5 (todo en A)

15-4 Frecuencia, periodo, amplitud y valor pico

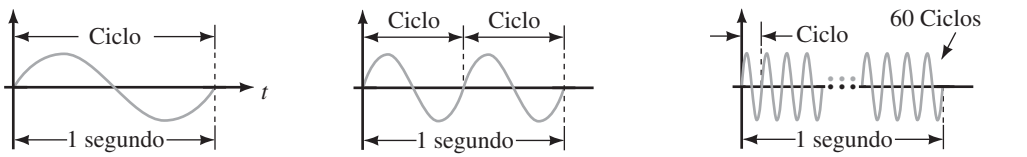
Las formas de onda periódicas, es decir, aquellas que se repiten a intervalos regulares, sin importar la forma, pueden describirse mediante un grupo de atributos tales como frecuencia, periodo, amplitud, valor pico, etcétera.

Frecuencia

El número de ciclos por segundo de una forma de onda se define como su **frecuencia**. En la figura 15-14(a) un ciclo ocurre en un segundo; entonces su frecuencia es un ciclo por segundo. De manera similar, la frecuencia de (b) es dos ciclos por segundo y la de (c) es 60 ciclos por segundo. La frecuencia se denota con la letra minúscula *f*. En el sistema SI, su unidad es el **hertz** (Hz, nombrado en honor del investigador pionero Heinrich Hertz, 1857-1894). Por definición,

$$1 \text{ Hz} = 1 \text{ ciclo por segundo} \qquad \textbf{(15-1)}$$

Entonces, los ejemplos ilustrados en la figura 15-14 representan 1 Hz, 2 Hz y 60 Hz, respectivamente.



(a) 1 ciclo por segundo = 1 Hz (b) 2 ciclos por segundo = 2 Hz (c) 60 ciclos por segundo = 60 Hz

FIGURA 15-14 La frecuencia se mide en hertz (Hz).

El intervalo de frecuencias es inmenso. Por ejemplo, las frecuencias de línea de potencia son 60 Hz en muchas partes del mundo (por ejemplo en EU y Canadá) y 50 Hz en otras. El intervalo de frecuencias del sonido audible varía de aproximadamente 20 Hz a cerca de 20 kHz. La banda de radio de AM estándar ocupa desde 550 kHz hasta 1.6 MHz, mientras que la banda de FM se extiende desde 88 MHz hasta 108 MHz. Las transmisiones de TV ocupan varias bandas en el intervalo de 54 MHz hasta 890 MHz. Por arriba de 300 GHz están las frecuencias ópticas y de rayos X.

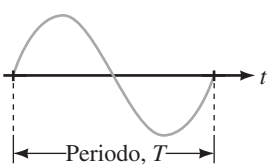


FIGURA 15-15 El periodo *T* es la duración de un ciclo, medido en segundos.

Periodo

El **periodo** *T*, de una forma de onda, figura 15-15, es la duración de un ciclo. Es el inverso de la frecuencia. Para ilustrarlo, considere la figura 15-14. En (a) la frecuencia es 1 ciclo por segundo, por lo que la duración de cada ciclo es $T = 1$ s. En (b), la frecuencia es dos ciclos por segundo, entonces, la duración de cada ciclo es $T = 1/2$ s, etc. En general,

$$T = \frac{1}{f} \quad \text{(s)} \qquad \textbf{(15-2)}$$

y

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{(Hz)} \qquad \textbf{(15-3)}$$

Observe que estas definiciones son independientes de la forma de la onda.

EJEMPLO 15-2

a. ¿Cuál es el periodo de un voltaje de 50 Hz?
b. ¿Cuál es el periodo de una corriente de 1 MHz?

Solución

a. $T = \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{50 \text{ Hz}} = 20 \text{ ms}$

b. $T = \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{1 \times 10^6 \text{ Hz}} = 1 \ \mu\text{s}$

EJEMPLO 15-3

La figura 15-16 muestra una onda cuadrada en un osciloscopio. Cada división horizontal representa 50 μs. Determine la frecuencia.

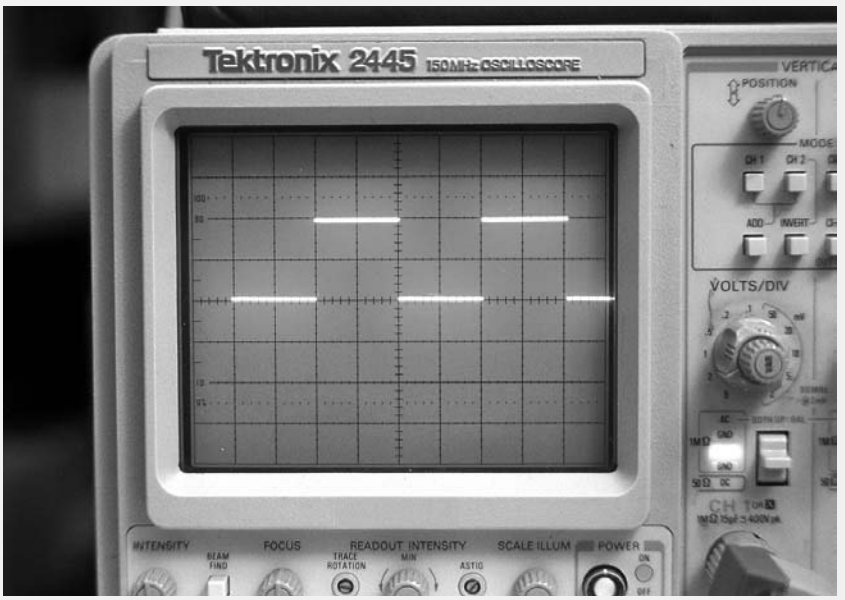


FIGURA 15-16 Los conceptos de frecuencia y periodo también se aplican a las forma de onda no sinusoidales. Aquí, $T = 4$ div $\times$ 50 μs/div = 200 μs.

Solución Ya que la onda se repite cada 200 μs, su periodo es 200 μs y

$$f = \frac{1}{200 \times 10^{-6}\ \text{s}} = 5\ \text{kHz}$$

El periodo de una forma de onda se mide entre dos puntos cualesquiera correspondientes (figura 15-17). Con frecuencia se mide entre los puntos cero o los puntos pico, porque son fáciles de establecer en la traza de un osciloscopio.

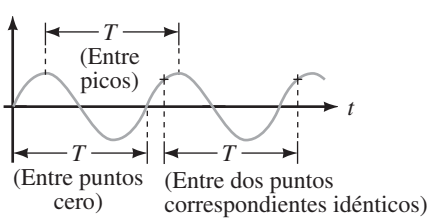


FIGURA 15-17 El periodo se mide entre dos puntos correspondientes cualesquiera.

EJEMPLO 15-4

Determine el periodo y la frecuencia de la forma de onda de la figura 15-18.

Solución El intervalo de tiempo T_1 no representa un periodo, porque no es una medida entre puntos correspondientes. Sin embargo, el intervalo T_2 sí lo es. Entonces, $T = 10$ ms y

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{10 \times 10^{-3}\ \text{s}} = 100\ \text{Hz}$$

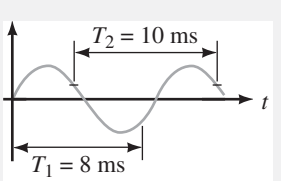


FIGURA 15-18

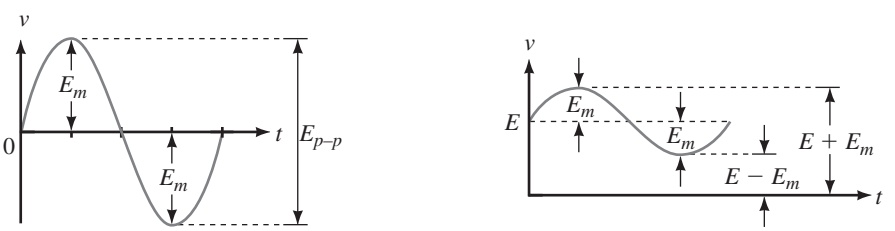
Amplitud y valor pico a pico

La **amplitud** de una onda seno es la distancia desde su promedio a su pico. Por tanto, la amplitud del voltaje en las figuras 15-19(a) y (b) es E_m.

El **voltaje pico a pico** también se indica en la figura 15-19(a). Se mide entre los picos mínimo y máximo. Los voltajes pico a pico se denotan como $E_{p\text{-}p}$ o $V_{p\text{-}p}$ en este libro. Algunos autores usan $V_{pc\text{-}pc}$ o algo parecido. De manera similar, las corrientes pico a pico se denotan como $I_{p\text{-}p}$. Para ilustrarlo, considere de nuevo la figura 15-9, la amplitud de este voltaje es $E_m = 40$ V, y su voltaje pico a pico es $E_{p\text{-}p} = 80$ V.

Valor pico

El **valor pico** de un voltaje o corriente es su valor máximo con respecto a cero. Considere la figura 15-19(b), aquí, una onda seno está montada sobre un valor de cd, obteniendo un pico que es la suma del voltaje de cd y la amplitud de la forma de onda de ca. Para el caso indicado, el voltaje pico es $E + E_m$.



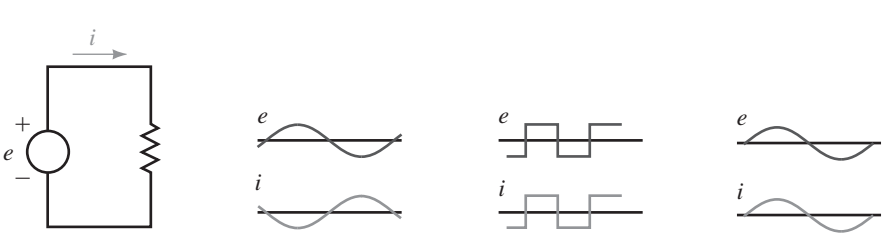
(a) (b)

FIGURA 15-19 Definiciones.

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 1

(Las respuestas están al final del capítulo)

1. ¿Cuál es el periodo de la señal del sistema de potencia de ca cuya frecuencia es 60 Hz?
2. Si se duplica la velocidad de rotación de un generador de ca, ¿qué pasa con la frecuencia y el periodo de la forma de onda?
3. Si el generador de la figura 15-6 gira a 3000 rpm, ¿cuál es el periodo y la frecuencia del voltaje resultante? Dibuje cuatro ciclos y ponga en el eje horizontal una escala en unidades de tiempo.
4. Para la forma de onda de la figura 15-9, enliste todos los valores de tiempo en los cuales $e = 20$ V y $e = -35$ V. Sugerencia: las ondas seno son simétricas.
5. ¿Cuáles de los pares de formas de onda de la figura 15-20 son combinaciones válidas?, ¿por qué?



(a) Circuito (b) (c) (d)

FIGURA 15-20 ¿Cuáles de los pares de formas de onda son válidos?

6. Para la forma de onda de la figura 15-21, determine la frecuencia.

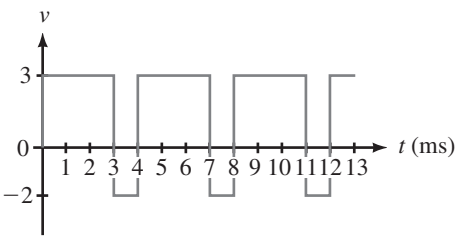


FIGURA 15-21

7. Dos formas de onda tienen periodos de $T_1 = 10$ ms y $T_2 = 30$ ms respectivamente. ¿Cuál tiene la frecuencia más alta? Calcule las frecuencias de las dos formas de onda.
8. Dos fuentes tienen frecuencias f_1 y f_2 respectivamente. Si $f_2 = 20f_1$, y T_2 es 1 μs. ¿Cuánto valen f_1 y f_2?
9. Considere la figura 15-22. ¿Cuál es la frecuencia de la forma de onda?
10. Para la figura 15-11, si $f = 20$ Hz, ¿cuál es la dirección de la corriente en $t = 12$, 37 y 60 ms? Sugerencia: dibuje la forma de onda y ponga en el eje horizontal una escala en ms. Las respuestas deben ser evidentes.
11. Una corriente sinusoidal de 10 Hz tiene un valor de 5 amperes en $t = 25$ ms. ¿Cuál es su valor en $t = 75$ ms? Véase la sugerencia del problema 10.

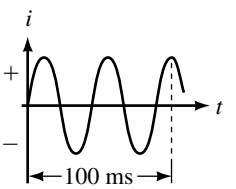


FIGURA 15-22

15-5 Relaciones angular y gráfica para las ondas seno

La ecuación básica de la onda seno

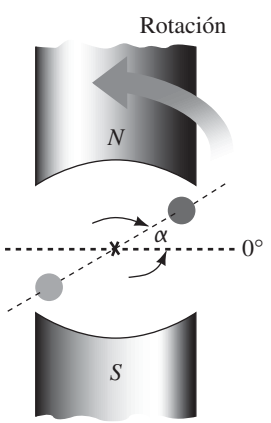
Considere de nuevo el generador de la figura 15-6, reorientado y redibujado ahora visto desde un extremo como en la figura 15-23. Cuando la bobina gira, el voltaje producido es

$$e = E_m \operatorname{sen} \alpha \quad \text{(V)} \qquad \textbf{(15-4)}$$

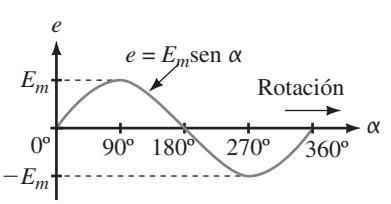
Donde E_m es el voltaje máximo de la bobina y α es la posición angular instantánea de la bobina, véase la Nota. Para un generador y velocidad rotacional determinados, E_m es constante. Observe que $\alpha = 0°$ representa la posición horizontal de la bobina y que un ciclo completo corresponde a 360°. La ecuación 15-4 establece que el voltaje en cualquier punto en la onda seno puede determinarse multiplicando E_m por el seno del ángulo en ese punto.

NOTAS . . .

La deducción de la ecuación 15-4 puede encontrarse en muchos libros de física avanzada.



(a) Vista desde el extremo que muestra la posición de la bobina



(b) Forma de onda del voltaje

FIGURA 15-23 Voltaje de la bobina contra la posición angular.

EJEMPLO 15-5

Si la amplitud de la forma de onda de la figura 15-23(b) es $E_m = 100$ V, determine el voltaje de la bobina a 30° y a 330°.

Solución En $\alpha = 30°$, $e = E_m$ sen $\alpha = 100$ sen $30° = 50$ V. En 330°, $e = 100$ sen $330° = -50$ V. Estos valores se muestran en la gráfica de la figura 15-24.

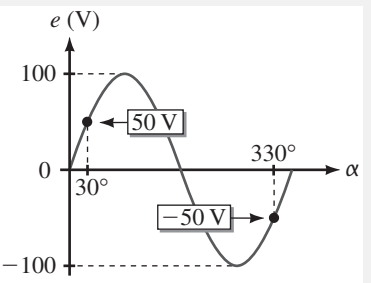


FIGURA 15-24

PROBLEMAS PRÁCTICOS 2

La tabla 15-2 incluye los valores tabulados del voltaje contra el ángulo calculado a partir de $e = 100$ sen α. Use su calculadora para verificar cada valor, después grafique el resultado en papel milimétrico. La forma de onda que resulta se parece a la figura 15-24.

TABLA 15-2 Datos para graficar $e = 100$ sen α

Ángulo α	Voltage e
0	0
30	50
60	86.6
90	100
120	86.6
150	50
180	0
210	−50
240	−86.6
270	−100
300	−86.6
330	−50
360	0

NOTAS . . .

Observe también que las ecuaciones 15-5 a 15-7 se cumplen, de igual forma, cuando α se expresa en radianes y ω en radianes/segundo. De hecho, principalmente se usarán los radianes en estas ecuaciones, como pronto se verá.

Velocidad angular ω

La tasa a la cual gira la bobina del generador se llama su **velocidad angular**. Si la bobina gira un ángulo de 30° en un segundo, por ejemplo, su velocidad angular es 30° por segundo. La velocidad angular se denota mediante la letra griega ω (omega). Para el caso citado, $\omega = 30°/s$. Normalmente la velocidad angular se expresa en radianes por segundo en lugar de grados por segundo. (Se hará este cambio pronto, véase la Nota.) Cuando se conozca la velocidad angular de una bobina y el intervalo de tiempo en el que gira, se puede calcular el ángulo que ha girado. Por ejemplo, una bobina que gira a 30°/s avanza un ángulo de 30° en un segundo, 60° en dos segundos, 90° en tres segundos, etc. En general,

$$\alpha = \omega t \qquad \textbf{(15-5)}$$

Las expresiones para t y ω pueden ahora encontrarse, y son

$$t = \frac{\alpha}{\omega} \quad \text{(s)} \tag{15-6}$$

$$\omega = \frac{\alpha}{t} \tag{15-7}$$

EJEMPLO 15-6

Si la bobina de la figura 15-23 gira a $\omega = 300°/\text{s}$, ¿cuánto tiempo le toma completar una revolución?

Solución Una revolución es 360°, por tanto

$$t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{360 \text{ grados}}{300 \dfrac{\text{grados}}{\text{s}}} = 1.2 \text{ s}$$

Ya que esto es un periodo, se debe usar el símbolo T, entonces, $T = 1.2$ s como en la figura 15-25.

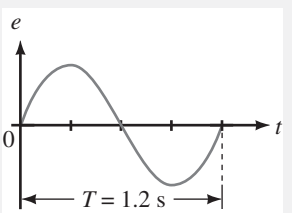


FIGURA 15-25

PROBLEMAS PRÁCTICOS 3

Si la bobina de la figura 15-23 gira a 3600 rpm, determine su velocidad angular, ω en grados por segundo.

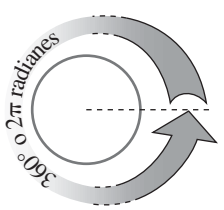
Respuesta
21 600 grad/s

Medición en radianes

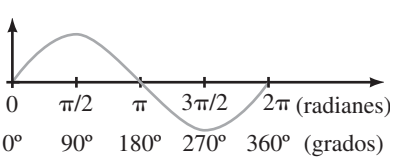
En la práctica ω se expresa, por lo general, en radianes por segundo; los radianes y los grados están relacionados por la identidad

$$2\pi \text{ radianes} = 360° \tag{15-8}$$

Por tanto, un radián es igual a $360°/2\pi = 57.296°$. Un círculo completo, como se muestra en la figura 15-26(a), tiene 360° o 2π radianes. De manera similar, la longitud del ciclo de una sinusoide, que se muestra en la figura 15-26(b), se establece como 360° o 2π radianes, medio ciclo como 180° o π radianes, etcétera.



(a) 360 = 2π radianes



(b) Longitud del ciclo en una escala en grados y radianes

FIGURA 15-26 Medición en radianes.

Para convertir grados en radianes se multiplica por $\pi/180°$, mientras que para convertir radianes en grados se multiplica por $180/\pi$.

$$\alpha_{\text{radianes}} = \frac{\pi}{180°} \times \alpha_{\text{grados}} \tag{15-9}$$

$$\alpha_{\text{grados}} = \frac{180°}{\pi} \times \alpha_{\text{radianes}} \tag{15-10}$$

La tabla 15-3 muestra algunos ángulos seleccionados en ambas medidas.

TABLA 15-3 Ángulos seleccionados en grados y radianes

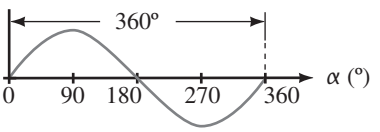
Grados	Radianes
30	$\pi/6$
45	$\pi/4$
60	$\pi/3$
90	$\pi/2$
180	π
270	$3\pi/2$
360	2π

EJEMPLO 15-7

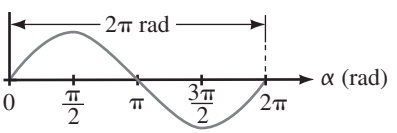
a. Convierta 315° en radianes.
b. Convierta $5\pi/4$ radianes en grados.

Solución

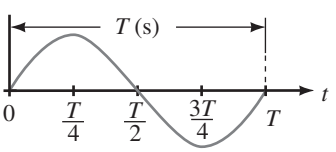
a. $\alpha_{\text{radianes}} = (\pi/180°)(315°) = 5.5$ radianes
b. $\alpha_{\text{grados}} = (180°/\pi)(5\pi/4) = 225°$



(a) Grados



(b) Radianes



(c) Periodo

FIGURA 15-27 Comparación de varias escalas horizontales. La longitud del ciclo puede ponerse en escalas de grados, radianes o periodos. Cada uno de los cuales es independiente de la frecuencia.

Las calculadoras científicas realizan estas conversiones de forma directa. Encontrará esto más conveniente que usar las fórmulas anteriores.

Gráficas de las ondas seno

Una forma de onda sinusoidal puede graficarse con el eje horizontal en escalas de grados, radianes o tiempo. Cuando la escala está en grados o radianes, un ciclo siempre es 360° o 2π radianes, figura 15-27; cuando la escala es de tiempo, depende de la frecuencia, ya que la longitud de un ciclo depende de la velocidad de rotación de la bobina, como se vio en la figura 15-8. Sin embargo, si la escala está en términos del periodo T en lugar de segundos, la forma de onda también es independiente de la frecuencia, ya que un ciclo siempre es T, como se muestra en la figura 15-27(c).

Cuando se grafica una onda seno, no se requieren muchos puntos para obtener un buen bosquejo: los valores cada 45°, un octavo de ciclo, son por lo general adecuados, como en la tabla 15-4. Con frecuencia, se puede simplemente estimar "a ojo" la curva, como se ilustra en el ejemplo 15-8.

TABLA 15-4 Valores para un bosquejo rápido

α (grad)	α (rad)	t (T)	Valor de sen α
0	0	0	0.0
45	$\pi/4$	$T/8$	0.707
90	$\pi/2$	$T/4$	1.0
135	$3\pi/4$	$3T/8$	0.707
180	π	$T/2$	0.0
225	$5\pi/4$	$5T/8$	−0.707
270	$3\pi/2$	$3T/4$	−1.0
315	$7\pi/4$	$7T/8$	−0.707
360	2π	T	0.0

EJEMPLO 15-8

Bosqueje la forma de onda para una corriente sinusoidal de 25 kHz que tiene una amplitud de 4 mA. Ponga la escala del eje en segundos.

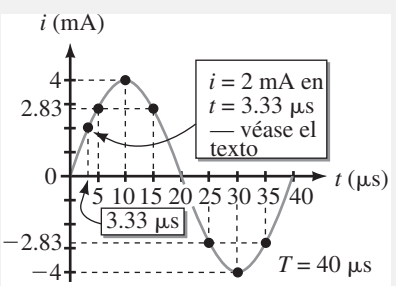


FIGURA 15-28

Solución Para esta forma de onda, $T = 1/25$ kHz $= 40$ μs. Entonces,

1. Trace el eje de tiempo con el extremo del ciclo marcado con 40 μs, el punto de medio ciclo en 20 μs, el punto de un cuarto de ciclo en 10 μs, etc., como en la figura 15-28.
2. El valor pico, es decir, 4 mA, ocurre en el punto de un cuarto de ciclo, el cual está en 10 μs de la forma de onda. De manera similar, −4 mA ocurren en 30 μs. Ahora se grafica.
3. Los valores en cualesquiera otros puntos pueden determinarse con facilidad si se necesitan. Por ejemplo, el valor en 5 μs se calcula observando que 5 μs es un octavo de un ciclo, o 45°. Por lo tanto, $i = 4$ sen 45° mA $= 2.83$ mA. De otra manera, a partir de la tabla 15-4, en $T/8$, $i = (4 \text{ mA})(0.707) = 2.83$ mA. De esta manera pueden calcularse y graficarse tantos puntos como se requieran.

4. Los valores en ángulos específicos también se localizan con facilidad. Por ejemplo, si se desea un valor en 30°, el valor requerido es $i = 4 \text{ sen } 30° \text{ mA} = 2.0 \text{ mA}$. Para localizar este punto en la gráfica, observe que 30° es un doceavo de un ciclo o $T/12 = (40 \ \mu\text{s})/12 = 3.33 \ \mu\text{s}$. El punto se muestra en la figura 15-28.

Observe que lo que se ha hecho aquí es exagerado, ya que rara vez se requerirá tanto detalle, es decir, con frecuencia es adecuado estimar "a ojo" la curva como en los pasos 1 y 2.

15-6 Voltajes y corrientes como funciones del tiempo

Relación entre ω, T y f

Antes se vio que un ciclo de una onda seno puede representarse como $\alpha = 2\pi$ rads o $t = T$ s, como en la figura 15-27. Al sustituir esto en $\alpha = \omega t$ (ecuación 15-5), se obtiene $2\pi = \omega T$, al trasponer los términos se tiene

$$\omega T = 2\pi \text{ (rad)} \qquad \textbf{(15-11)}$$

por tanto,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{(rad/s)} \qquad \textbf{(15-12)}$$

Recuerde que, $f = 1/T$ Hz. Al sustituir esto en la ecuación 15-12 se obtiene

$$\omega = 2\pi f \quad \text{(rad/s)} \qquad \textbf{(15-13)}$$

EJEMPLO 15-9

En algunas partes del mundo, la frecuencia del sistema de potencia es 60 Hz; en otras partes es 50 Hz. Determine ω en cada caso.

Solución Para 60 Hz, $\omega = 2\pi f = 2\pi(60) = 377$ rad/s. Para 50 Hz, $\omega = 2\pi f = 2\pi(50) = 314.2$ rad/s.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 4

1. Si $\omega = 240$ rad/s, ¿cuál es el valor de T y f?, ¿cuántos ciclos ocurren en 27 s?
2. Si 56 000 ciclos ocurren en 3.5 s, ¿cuánto vale ω?

Respuestas

1. 26.18 ms, 38.2 Hz, 1031 ciclos
2. 100.5×10^3 rad/s

Voltajes y corrientes sinusoidales como funciones del tiempo

Recuerde la ecuación 15-4, $e = E_m \text{ sen } \alpha$, y a partir de la ecuación 15-5, $\alpha = \omega t$. Al combinar estas ecuaciones se obtiene,

$$e = E_m \text{ sen } \omega t \qquad \textbf{(15-14a)}$$

de manera similar

$$v = V_m \text{ sen } \omega t \qquad \textbf{(15-14b)}$$

$$i = I_m \text{ sen } \omega t \qquad \textbf{(15-14c)}$$

EJEMPLO 15-10

Una fuente de voltaje sinusoidal de 100 Hz tiene una amplitud de 150 volts. Escriba la ecuación para e como una función del tiempo.

Solución $\omega = 2\pi f = 2\pi(100) = 628$ rad/s y $E_m = 150$ V. Por tanto, $e = E_m \operatorname{sen} \omega t = 150 \operatorname{sen} 628t$ V.

Las ecuaciones 15-14 se usan para calcular los voltajes y corrientes en cualquier instante. Por lo general, ω está en radianes por segundo y entonces ωt está en radianes. Se puede trabajar directamente en radianes o se puede convertir a grados. Por ejemplo, suponga que se desea conocer el voltaje en $t = 1.25$ ms para $e = 150 \operatorname{sen} 628t$ V.

Trabajo en radianes. Con la calculadora en el modo RAD, $e = 150 \operatorname{sen}(628)\,(1.25 \times 10^{-3}) = 150 \operatorname{sen} 0.785$ rad $= 106$ V.

Trabajo en grados. 0.785 rad = 45°. Entonces, $e = 150 \operatorname{sen} 45° = 106$ V como antes.

EJEMPLO 15-11

Para $v = 170 \operatorname{sen} 2450t$, determine v en $t = 3.65$ ms y muestre el punto en la forma de onda de v.

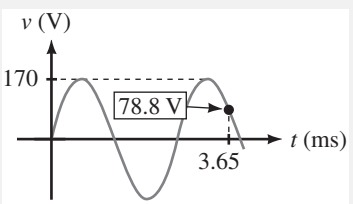


FIGURA 15-29

Solución $\omega = 2450$ rad/s En consecuencia, $\omega t = (2450)(3.65 \times 10^{-3}) = 8.943$ rad = 512.4°. De otra manera, $v = 170 \operatorname{sen} 512.4° = 78.8$ V. Entonces, $v = 170 \operatorname{sen} 8.943$ rad = 78.8 V. El punto está graficado en la forma de onda de la figura 15-29.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 5

Una corriente sinusoidal tiene una amplitud pico de 10 amperes y un periodo de 120 ms.

a. Determine sus ecuaciones como una función del tiempo con la ecuación 15-14c.
b. Use esta ecuación para calcular la tabla de valores en intervalos de 10 ms y grafique un ciclo de la forma de onda con una escala en segundos.
c. Dibuje un ciclo de la forma de onda mediante el procedimiento del ejemplo 15-8. (Observe que implica mucho menos trabajo.)

Respuestas

a. $i = 10 \operatorname{sen} 52.36t$ A

c. Se marca el extremo del ciclo como 120 ms, ½ ciclo como 60 ms, ¼ de ciclo como 30 ms, etc. Se dibuja la onda seno de manera que sea cero en $t = 0$, 10 A en 30 ms, 0 A en 60 ms, −10 A en 90 ms y el extremo en $t = 120$ ms, como en la figura 15-30.

Determinación de cuándo ocurre un valor específico

Algunas veces se necesita conocer cuándo ocurre un valor específico de voltaje o corriente. Dado $v = V_m \operatorname{sen} \alpha$ se vuelve a escribir como $\operatorname{sen} \alpha = v/V_m$. Entonces,

$$\alpha = \operatorname{sen}^{-1} \frac{v}{V_m} \qquad \textbf{(15-15)}$$

Se calcula el ángulo α en el cual ocurre el valor deseado usando la función del seno inverso de la calculadora, y entonces se determina el tiempo a partir de,

$$t = \alpha/\omega$$

EJEMPLO 15-12

Una corriente sinusoidal tiene una amplitud de 10 A y un periodo de 0.120 s. Determine los tiempos en los cuales

a. $i = 5.0$ A,
b. $i = -5$ A.

Solución

a. Considere la figura 15-30. Como se puede ver, hay dos puntos en la forma de onda donde $i = 5$ A, éstos se denotan como t_1 y t_2 respectivamente. Primero, se determina ω:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.120\text{ s}} = 52.36\text{ rad/s}$$

Sea $i = 10\text{ sen }\alpha$ A. Ahora se encuentra el ángulo α_1 en el cual $i = 5$ A:

$$\alpha_1 = \text{sen}^{-1}\frac{i}{I_m} = \text{sen}^{-1}\frac{5\text{ A}}{10\text{ A}} = \text{sen}^{-1}0.5 = 30° = 0.5236\text{ rad}$$

Entonces, $t_1 = \alpha_1/\omega = (0.5236\text{ rad})/(52.36\text{ rad/s}) = 0.01\text{ s} = 10\text{ ms}$. Esto está indicado en la figura 15-30. Ahora considere t_2. Debido a la simetría, t_2 tiene la misma distancia hacia atrás a partir del punto de medio ciclo que la que t_1 tiene a partir del inicio del ciclo. Por tanto, $t_2 = 60\text{ ms} - 10\text{ ms} = 50\text{ ms}$.

b. De manera similar, t_3 (el primer punto en cual ocurre $i = -5$ A) está 10 ms después del punto medio, mientras que t_4 está 10 ms antes del final del ciclo. Por lo que, $t_3 = 70$ ms y $t_4 = 110$ ms.

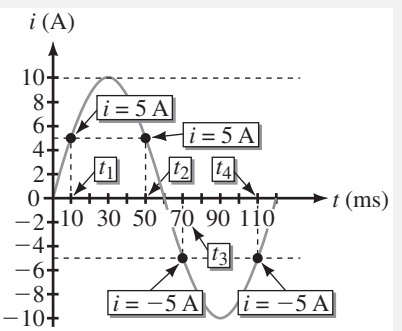


FIGURA 15-30

PROBLEMAS PRÁCTICOS 6

Dado $v = 10\text{ sen }52.36t$, determine los dos puntos en que ocurre $v = -8.66$ V.

Respuesta
80 ms, 100 ms

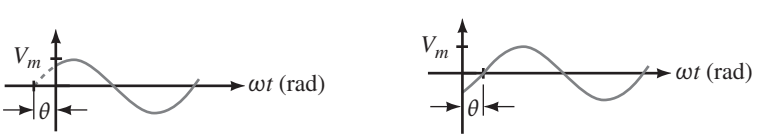
Voltajes y corrientes con desplazamiento de fase

Si una onda seno no pasa a través de cero en $t = 0$ s como en la figura 15-30, tiene un **desplazamiento de fase**. Las formas de onda pueden estar desplazadas a la izquierda o a la derecha (véase la figura 15-31). Para una forma de onda desplazada a la izquierda como en (a),

$$v = V_m\,\text{sen}(\omega t + \theta) \qquad \textbf{(15-16a)}$$

mientras que, para una forma de onda desplazada a la derecha como en *b)*,

$$v = V_m\,\text{sen}(\omega t - \theta) \qquad \textbf{(15-16b)}$$



(a) $v = V_m\,\text{sen}(\omega t + \theta)$ (b) $v = V_m\,\text{sen}(\omega t - \theta)$

FIGURA 15-31 Formas de onda con desplazamiento de fase. El ángulo θ se mide por lo general en grados, obteniendo unidades angulares mezcladas. Véase las Notas.

NOTAS . . .

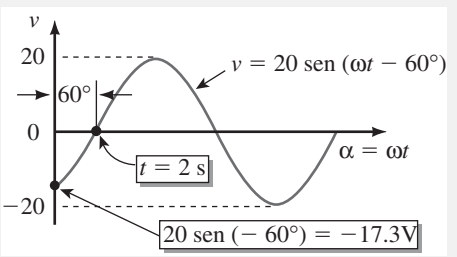
Con ecuaciones como la 15-16(a) y (b), se acostumbra expresar ωt en radianes y θ en grados, con lo cual se obtienen unidades mezcladas, como se indica en los siguientes ejemplos. Aunque esto es aceptable cuando las ecuaciones están escritas en forma simbólica, se deben convertir ambos ángulos a las mismas unidades, sean grados o radianes, antes de hacer los cálculos numéricos.

EJEMPLO 15-13

Demuestre que $v = 20 \operatorname{sen}(\omega t - 60°)$, donde $\omega = \pi/6$ rad/s (es decir, $= 30°/s$), produce la forma de onda desplazada que se muestra en la figura 15-32.

Solución

1. Ya que ωt y 60° son ángulos, $(\omega t - 60°)$ también es un ángulo. Si se le define como x; entonces, $v = 20 \operatorname{sen} x$, lo cual significa que la onda desplazada también es sinusoidal.
2. Considere $v = \operatorname{sen}(\omega t - 60°)$. En $t = 0$ s, $v = 20 \operatorname{sen}(0 - 60°) = 20 \operatorname{sen}(-60°) = -17.3$ V como se indica en la figura 15-32.
3. Ya que $\omega = 30°/s$, toma 2 s para que ωt llegue a los 60°, por lo que, en $t = 2$ s, $v = 20 \operatorname{sen}(60° - 60°) = 0$ V, y la forma de onda pasa por cero en $t = 2$ s como está indicado.



MULTISIM

FIGURA 15-32

Como se puede ver, este ejemplo confirma que $(\omega t - \theta)$ describe la forma de onda de la figura 15-31(b).

EJEMPLO 15-14

a. Determine la ecuación para la forma de onda de la figura 15-33(a), dada $f = 60$ Hz. Calcule la corriente en $t = 4$ ms.
b. Repita (a) para la figura 15-33(b).

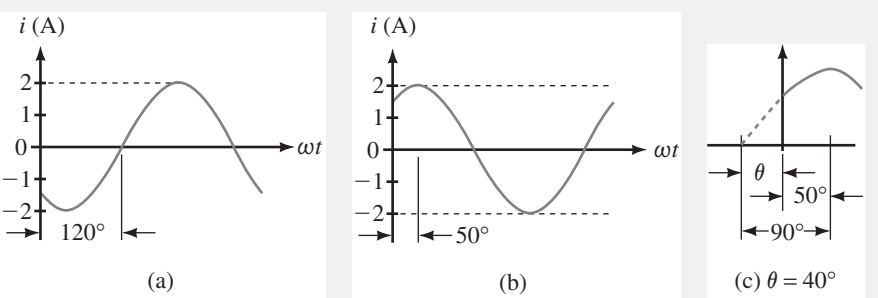


FIGURA 15-33

Solución

a. $I_m = 2$ A y $\omega = 2\pi(60) = 377$ rad/s. Esta forma de onda corresponde a la figura 15-31(b) con $\theta = 120°$. Por tanto,

$$i = I_m \operatorname{sen}(\omega t - \theta) = 2 \operatorname{sen}(377t - 120°) \text{ A}$$

En $t = 4$ ms la corriente es

$$i = 2 \operatorname{sen}(377 \times 4 \text{ ms} - 120°) = 2 \operatorname{sen}(1.508 \text{ rad} - 120°)$$
$$= 2 \operatorname{sen}(86.4° - 120°) = 2 \operatorname{sen}(-33.64°) = -1.11 \text{ A}.$$

b. Esta forma de onda se iguala a la figura 15-31(a) si se extiende hacia atrás 90° a partir de su pico como en (c). Observe que $\theta = 40°$. Entonces,

$$i = 2 \text{ sen}(377t + 40°) \text{ A}$$

En $t = 4$ ms, la corriente es

$$i = 2 \text{ sen}(377 \times 4 \text{ ms} + 40°) = 2 \text{ sen}(126.4°) = 1.61 \text{ A}.$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 7

1. Dada $i = 2 \text{ sen}(377t + 60°)$, calcule la corriente en $t = 3$ ms.
2. Dibuje cada una de las siguientes formas de onda:
   a. $v = 10 \text{ sen}(\omega t + 20°)$ V. b. $i = 80 \text{ sen}(\omega t - 50°)$ A.
   c. $i = 50 \text{ sen}(\omega t + 90°)$ A. d. $v = 5 \text{ sen}(\omega t + 180°)$ V.
3. Dada $i = 2 \text{ sen}(377t + 60°)$, determine en qué tiempo $i = 1.8$ A.

Respuestas

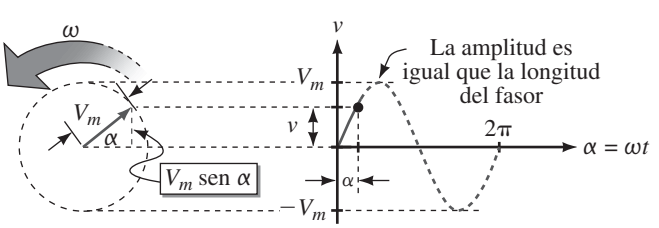
1. 1.64 A
2. a. Igual que la figura 15-31(a) con $V_m = 10$ V, $\theta = 20°$
   b. Igual que la figura 15-31(b) con $I_m = 80$ A, $\theta = 50°$
   c. Igual que la figura 15-31(b) excepto que se usa $I_m = 50$ A en lugar de V_m
   d. Una onda seno negativa con magnitud de 5 V
3. 0.193 ms

Es probable que la manera más fácil de tratar las formas de onda desplazadas sea mediante el uso de fasores. La idea se presenta enseguida.

15-7 Introducción a los fasores

Un **fasor** es un vector rotatorio cuya proyección en el eje vertical se usa para representar las cantidades que varían en forma sinusoidal. Para tener una idea, considere la línea roja de longitud V_m que se muestra en la figura 15-34(a), que es el fasor. La proyección vertical de esta línea, indicada por la línea roja punteada, es V_m sen α. Ahora, se supone que el fasor gira a la velocidad angular de ω rad/s en la dirección contraria a las manecillas del reloj. Entonces, $\alpha = \omega t$, y su proyección vertical es V_m sen ωt. Si se designa esta proyección (altura) como v, se obtiene $v = V_m$ sen ωt, la cual es la ya familiar ecuación del voltaje sinusoidal.

Si se grafica esta proyección contra α, se obtiene la onda seno de la figura 15-34(b). La figura 15-35 ilustra el proceso de graficación.



(a) Fasor (b) Onda seno resultante

FIGURA 15-34 Conforme el fasor gira en torno al origen, su proyección vertical crea una onda seno. La figura 15-35 ilustra el proceso.

NOTAS . . .

1. Aunque se ha indicado la rotación del fasor en la figura 15-35 mediante una serie de "momentos instantáneos", esto es algo engorroso; en la práctica se muestra sólo el fasor en la posición de referencia $t = 0$ s y se sobreentiende la rotación en lugar de mostrarla de manera explícita.
2. Aunque aquí se usan los valores máximos (E_m e I_m), los fasores suelen dibujarse en términos de sus valores efectivos (rms), considerados en la sección 15-9. Por el momento, se continuarán usando los valores máximos. Se hará el cambio a valores rms en el capítulo 16.

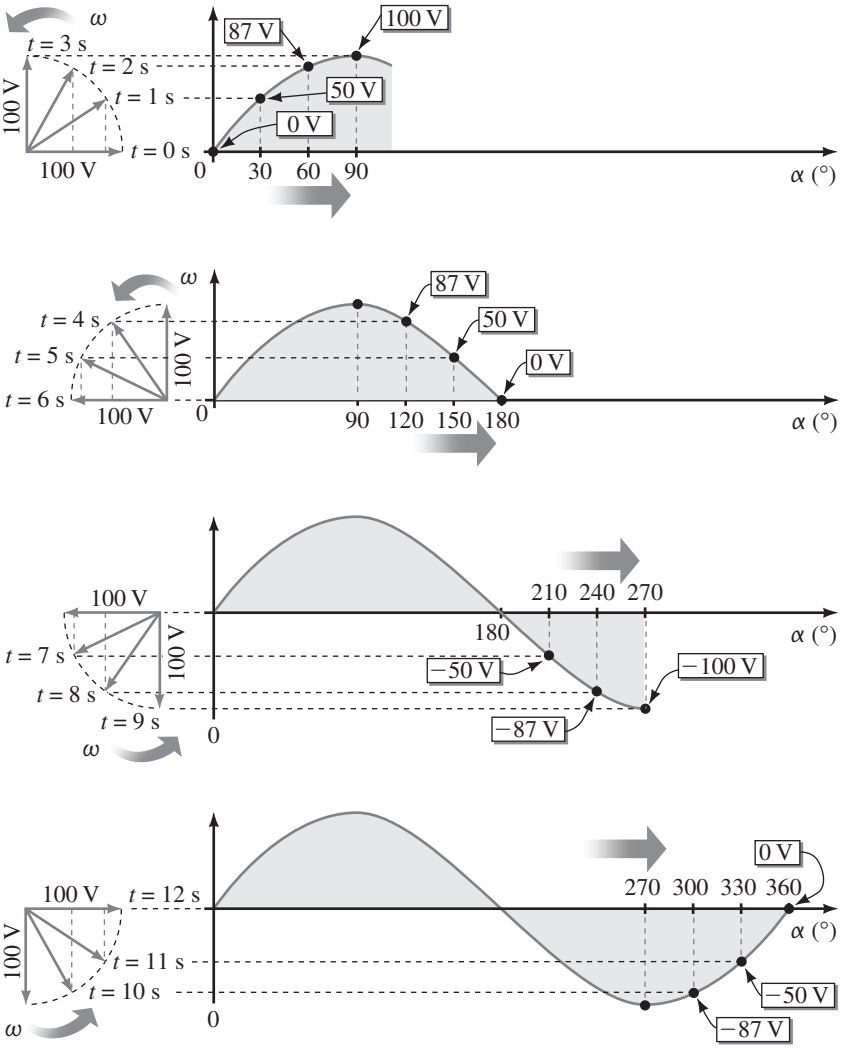


FIGURA 15-35 Evolución de la onda seno de la figura 15-34.

Muestra vistas instantáneas del fasor y la evolución de la forma de onda en varios momentos para un fasor de magnitud $V_m = 100$ V que gira a $\omega = 30°/s$. Por ejemplo, considere $t = 0$, 1, 2 y 3 s:

1. En $t = 0$ s, $\alpha = 0$, el fasor está en su posición 0° y su proyección vertical es $v = V_m \text{ sen } \omega t = 100 \text{ sen } 0° = 0$ V. El punto está en el origen.
2. En $t = 1$ s, el fasor ha girado 30° y su proyección vertical es $v = 100 \text{ sen } 30° = 50$ V. El punto está graficado en $\alpha = 30°$ en el eje horizontal.
3. En $t = 2$ s, $\alpha = 60°$, y $v = 100 \text{ sen } 60° = 87$ V la cual está graficada en $\alpha = 60°$ en el eje horizontal. De manera similar, en $t = 3$ s, $\alpha = 90°$, y $v = 100$ V Al continuar de esta manera se desarrolla la forma de onda completa.

A partir de lo precedente, se concluye que *una forma de onda sinusoidal puede crearse al graficar la proyección vertical de un fasor que gira en dirección contraria a la de las manecillas del reloj a una velocidad angular constante ω. Si el fasor tiene una longitud de V_m la forma de onda representa el voltaje; si el fasor tiene una longitud de I_m* representa la corriente. Observe con cuidado: los **fasores se aplican sólo a formas de onda sinusoidales.**

EJEMPLO 15-15

Dibuje el fasor y la forma de onda para la corriente $i = 25 \text{ sen } \omega t$ mA para $f = 100$ Hz.

Solución El fasor tiene una longitud de 25 mA y está dibujado en su posición $t = 0$, la cual es cero grados como se indica en la figura 15-36. Ya que $f = 100$ Hz, el periodo es $T = 1/f = 10$ ms.

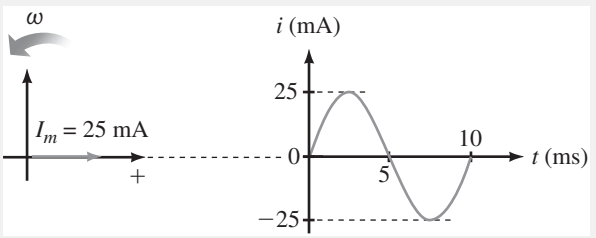


FIGURA 15-36 La posición de referencia del fasor es su posición $t = 0$.

Ondas seno desplazadas

Los fasores se usan para representar las formas de onda desplazadas, $v = V_m \text{ sen}(\omega t \pm \theta)$ o $i = I_m \text{ sen}(\omega t \pm \theta)$ como se indica en la figura 15-37. El ángulo θ es la posición del fasor en $t = 0$ s.

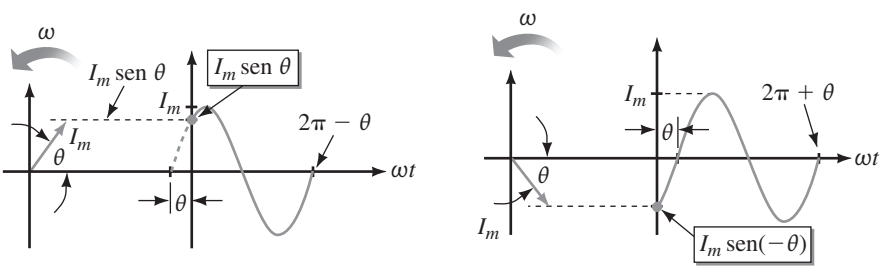


FIGURA 15-37 Fasores para formas de onda desplazadas. El ángulo θ es la posición del fasor en $t = 0$ s.

EJEMPLO 15-16

Considere $v = 20\ (\omega t - 60°)$ donde $\omega = \pi/6$ rad/s (es decir, 30°/s). Demuestre que el fasor de la figura 15-38(a) representa esta forma de onda.

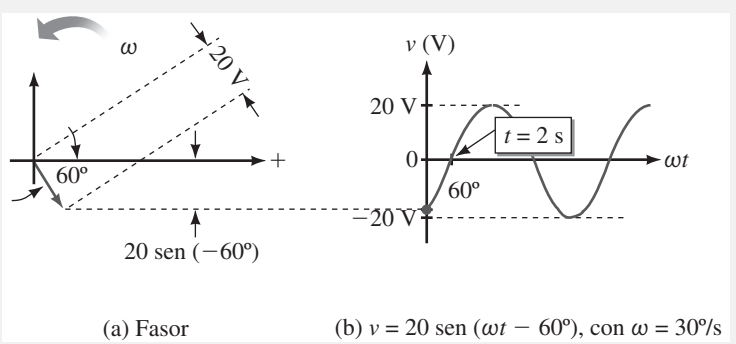


FIGURA 15-38

Solución El fasor tiene longitud de 20 V y en el tiempo $t = 0$ está en $-60°$ como se indica en (a). Ahora, como el fasor gira, genera una forma de onda sinusoidal,

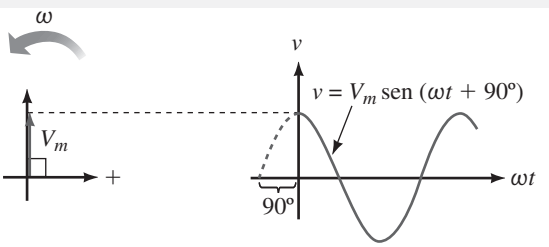
que oscila entre ±20 V como se indica en (b). Observe que el punto de cruce por cero ocurre en $t = 2$ s, ya que toma 2 segundos para que el fasor gire de $-60°$ a $0°$ en 30 grados por segundo. Ahora se compara la forma de onda de (b) con la forma de onda de la figura 15-32, ejemplo 15-13; son idénticas. Entonces, el fasor de (a) representa la forma de onda desplazada $v = 20 \text{ sen}(\omega t - 60°)$.

EJEMPLO 15-17

Con la ayuda de un fasor, dibuje la forma de onda para $v = V_m \text{ sen}(\omega t + 90°)$.

Solución Coloque el fasor en 90° como en la figura 15-39(a). Observe que la forma de onda resultante (b) es una onda coseno, es decir, $v = V_m \cos \omega t$. A partir de esto se concluye que,

$$\text{sen}(\omega t + 90°) = \cos \omega t$$



(a) Fasor en la posición de 90° (b) La forma de onda también puede describirse como una onda coseno

FIGURA 15-39 Demostración de $\text{sen}(\omega t + 90°) = \cos \omega t$.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 8

Con la ayuda de fasores, demuestre que,

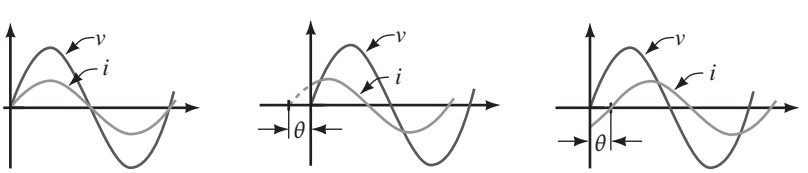
a. $\text{sen}(\omega t - 90°) = -\cos \omega t$,

b. $\text{sen}(\omega t \pm 180°) = -\text{sen } \omega t$,

Diferencia de fase

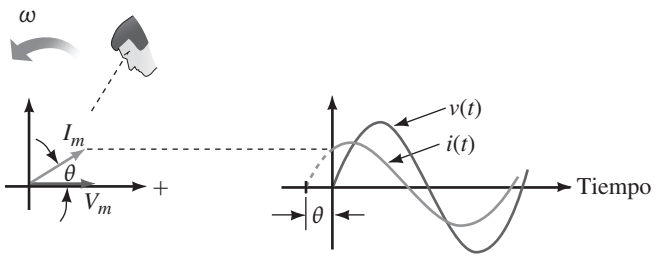
La diferencia de fase se refiere al desplazamiento angular entre diferentes formas de onda de la misma frecuencia. Considere la figura 15-40, si el desplazamiento angular es 0° como en (a), se dice que las formas de onda están **en fase**; de otra forma están **fuera de fase**. Al describir una diferencia de fase se selecciona una forma de onda como referencia. La otra forma de onda está entonces adelantada, atrasada o en fase con respecto a la referencia. Por ejemplo, en (b), por razones que se discutirán en el siguiente párrafo, se dice que la forma de onda de la corriente está adelantada a la forma de onda del voltaje, mientras que en (c) se dice que la corriente está atrasada.

Los términos **adelantada** y **atrasada** se pueden entender en términos de fasores. Si se observan los fasores girando como en la figura 15-41(a), el que se ve que pasa primero está adelantado y el otro está atrasado.



(a) En fase (b) Corriente adelantada (c) Corriente atrasada

FIGURA 15-40 Ilustración de la diferencia de fase. En estos ejemplos, el voltaje se toma como referencia.



(a) I_m adelanta V_m (b) Por tanto, $i(t)$ adelanta a $v(t)$

FIGURA 15-41 Definición de adelanto y atraso.

Por definición, *la forma de onda generada por el fasor en adelanto se anticipa a la forma de onda generada por el fasor en atraso y viceversa*. En la figura 15-41, el fasor I_m adelanta al fasor V_m; por tanto, $i(t)$ se adelanta al voltaje $v(t)$.

NOTAS . . .

1. Para determinar qué forma de onda se adelanta y cuál se atrasa, se hace un dibujo rápido de los fasores, y la respuesta será evidente. Observe también que el término *adelanta* y *atrasa* son relativos. En la figura 15-41 se dice que la corriente se adelanta al voltaje; sin embargo, se puede decir correctamente que el voltaje se atrasa a la corriente.
2. Cuando se grafican dos fasores, como en la figura 15-43(a), el ángulo entre ellos es la diferencia de fase.

EJEMPLO 15-18

El voltaje y la corriente están fuera de fase por 40° y el voltaje se retrasa. Use la corriente como referencia para dibujar el diagrama fasorial y las formas de onda correspondientes.

Solución Ya que la corriente es la referencia, se coloca su fasor en la posición de 0° y el fasor de voltaje en −40°. La figura 15-42 muestra los fasores y las correspondientes formas de onda.

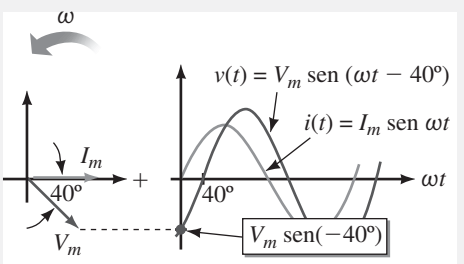


FIGURA 15-42

EJEMPLO 15-19

Dados $v = 20$ sen$(\omega t + 30°)$ e $i = 18$ sen$(\omega t - 40°)$, dibuje el diagrama fasorial, determine las relaciones de fase y bosqueje las formas de onda.

Solución Los fasores se muestran en la figura 15-43(a). A partir de ellos, se puede ver que v adelanta a i por 70°. Las formas de onda se muestran en (b).

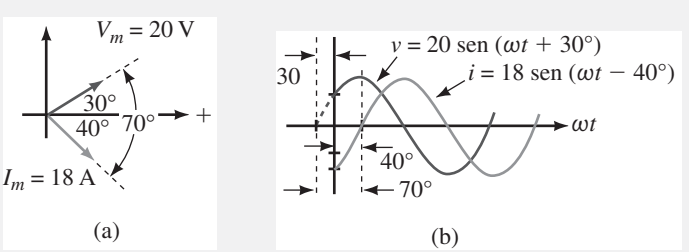
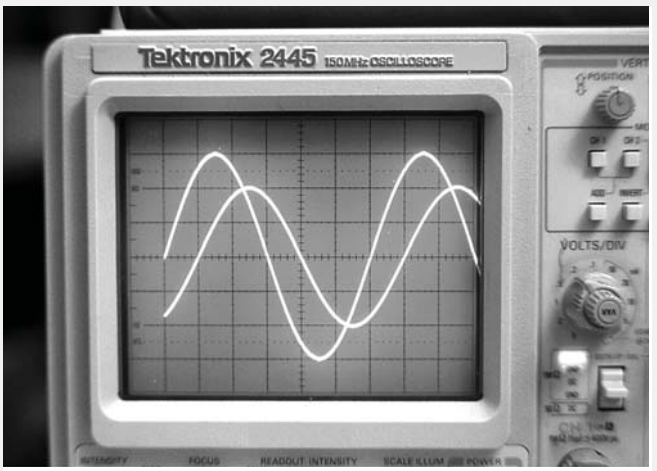


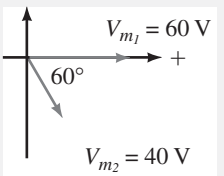
FIGURA 15-43

EJEMPLO 15-20

La figura 15-44 muestra un par de formas de onda v_1 y v_2 en el osciloscopio. Cada división vertical principal representa 20 V y cada división principal en la escala horizontal (tiempo) representa 20 μs. El voltaje v_1 está en adelanto. Prepare un diagrama fasorial con v_1 como referencia. Determine las ecuaciones para ambos voltajes.



(a)



(b)

FIGURA 15-44

MULTISIM

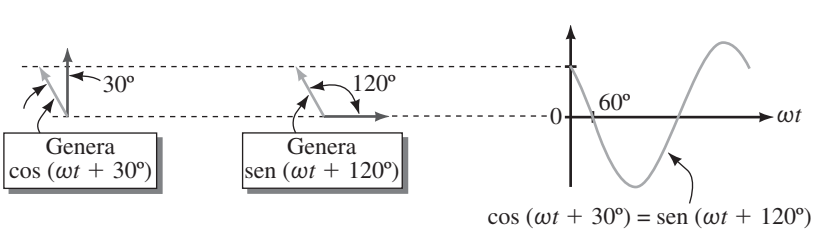
Solución A partir de la fotografía, la magnitud de v_1 es $V_{m_1} = 3 \text{ div} \times 20 \text{ V/div} = 60$ V. De manera similar, $V_{m_2} = 40$ V. La longitud del ciclo es $T = 6 \times 20$ μs $= 120$ μs y el desplazamiento entre las formas de onda es 20 μs lo cual es ⅙ de un ciclo (es decir, 60°). Al seleccionar v_1 como referencia y observar que v_2 está en atraso se obtienen los fasores que se muestran en (b). La frecuencia angular es $\omega = 2\pi/T = 2\pi/(120 \times 10^{-6} \text{ s}) = 52.36 \times 10^3$ rad/s. Entonces, $v_1 = V_{m_1} \operatorname{sen} \omega t = 60 \operatorname{sen}(52.36 \times 10^3 t)$ V y $v_2 = 40 \operatorname{sen}(52.36 \times 10^3 t - 60°)$ V.

Algunas veces los voltajes y las corrientes se expresan en términos de cos ωt en lugar de sen ωt. Como lo muestra el ejemplo 15-17, una onda coseno es una onda seno desplazada +90°, o de otra manera, una onda seno es una onda coseno desplazada −90°. Para los senos o cosenos con un ángulo, se aplican las siguientes fórmulas.

$$\cos(\omega t + \theta) = \operatorname{sen}(\omega t + \theta + 90°) \qquad \textbf{(15-17a)}$$

$$\operatorname{sen}(\omega t + \theta) = \cos(\omega t + \theta - 90°) \qquad \textbf{(15-17b)}$$

Para ilustrar, considere cos $(\omega t + 30°)$. A partir de la ecuación 15-17a, cos $(\omega t + 30°) = \operatorname{sen}(\omega t + 30° + 90°) = \operatorname{sen}(\omega t + 120°)$. La figura 15-45 ilustra



(a) (b) (c)

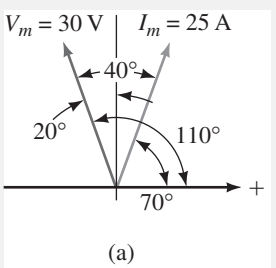
FIGURA 15-45 Uso de fasores para demostrar que $\cos(\omega t + 30°) = \operatorname{sen}(\omega t + 120°)$.

esta relación en forma gráfica. El fasor rojo en (a) genera cos ωt como se mostró en el ejemplo 15-17. Por lo tanto, el fasor azul genera una forma de onda que se le adelanta por 30°, esto es, cos(ωt + 30°). Para (b), el fasor rojo genera sen ωt y el fasor azul general una forma de onda que se le adelanta por 120°, es decir, sen(ωt + 120°). Ya que el fasor azul es el mismo en ambos casos, se puede ver que cos(ωt + 30°) = sen(ωt + 120°). Usted puede encontrar este proceso más fácil de aplicar en lugar de tratar de recordar las ecuaciones 15-17(a) y (b).

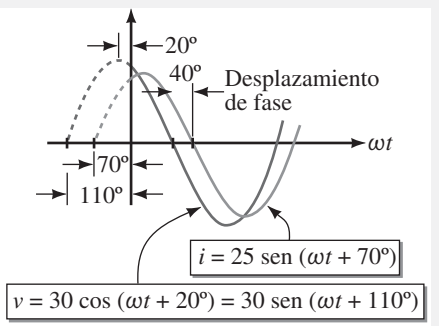
EJEMPLO 15-21

Determine el ángulo de fase entre $v = 30\cos(\omega t + 20°)$ e $i = 25\,\text{sen}(\omega t + 70°)$.

Solución $i = 25\,\text{sen}(\omega t + 70°)$ se representa por un fasor en 70° y $v = 30\cos(\omega t + 20°)$ por un fasor en (90° + 20°) = 110°, véase la figura 15-46(a). Entonces, v se adelanta i por 40°. Las formas de onda se muestran en (b).



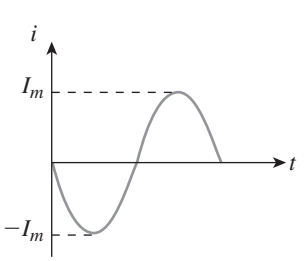
(a)



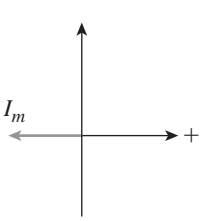
(b)

FIGURA 15-46

Algunas veces encontrará formas de onda negativas como $i = -I_m\,\text{sen}\,\omega t$. Para ver cómo se manejan éstas, observe la figura 15-36, la cual muestra la forma de onda y el fasor para $i = I_m\,\text{sen}\,\omega t$. Si se multiplica esta forma de onda por −1, se obtiene la forma de onda invertida de $-I_m\,\text{sen}\,\omega t$ en la figura 15-47(a) con el correspondiente fasor (b). Observe que el fasor es igual que el fasor original, excepto que está girado 180°. Esto siempre es válido, entonces, si se multiplica una forma de onda por −1, el fasor para la nueva forma de onda rota 180° a partir del fasor original, sin importar el ángulo de este último.



(a) $i = -I_m\,\text{sen}\,\omega t$



(b) Fasor

FIGURA 15-47 Para una onda seno negativa, el fasor está en 180°.

EJEMPLO 15-22

Determine la relación de fase que existe entre $i = -4 \text{ sen}(\omega t + 50°)$ y $v = 120 \text{ sen } (\omega t - 60°)$.

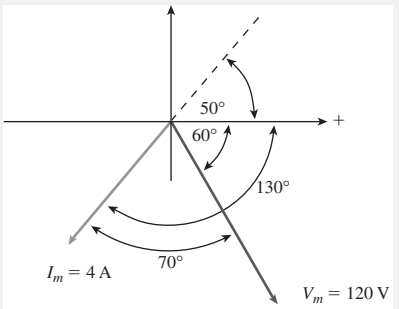


FIGURA 15-48

Solución $i = -4 \text{ sen}(\omega t + 50°)$ se representa por un fasor en $(50° - 180°) = -130°$ y $v = 120 \text{ sen}(\omega t - 60°)$ por un fasor en $-60°$, véase la figura 15-48. La diferencia de fase es 70° y el voltaje está adelantado. A partir de esto, se puede ver que i también se puede escribir como $i = 4 \text{ sen}(\omega t - 130°)$.

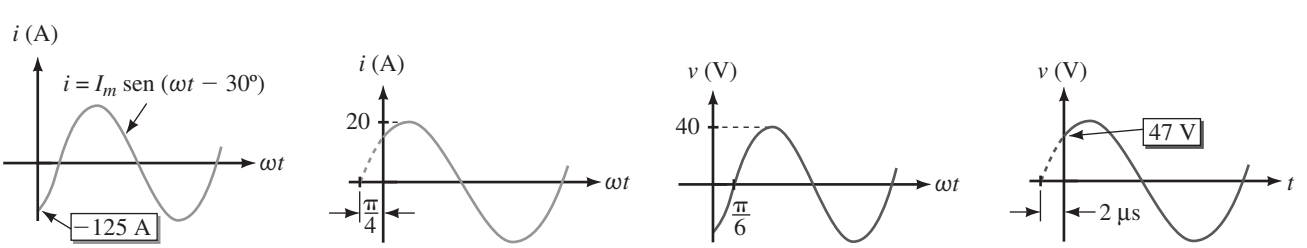
De manera alternativa, se puede adicionar los 180° en lugar de restarlos, esto produce $50° + 180° = 230°$, que es igual al de $-130°$ que se obtuvo antes.

La importancia de los fasores para el análisis de circuitos de ca no puede ser exagerada, se encontrará que son una de las principales herramientas para representar las ideas y resolver los problemas en capítulos posteriores. Por el momento el tema se dejará hasta aquí, pero se retomarán en el capítulo 16.

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 2

(Las respuestas están al final del capítulo)

1. Si $i = 15 \text{ sen } \alpha$ mA, calcule la corriente en $\alpha = 0°, 45°, 90°, 135°, 180°, 225°, 270°, 315°$, y 360°.
2. Convierta los siguientes ángulos a radianes:
   a. 20° c. 120°
   b. 50° d. 250°
3. Si una bobina gira a $\omega = \pi/60$ radianes por milisegundo, ¿cuántos grados gira en 10, 40 y 150 ms?
4. Una corriente tiene una amplitud de 50 mA y $\omega = 0.2\pi$ rad/s. Dibuje la forma de onda, en el eje horizontal coloque escalas en
   a. grados b. radianes c. segundos
5. Si 2400 ciclos de una forma de onda ocurren en 10 ms, ¿cuánto vale ω en radianes por segundo?
6. Una corriente sinusoidal tiene un periodo de 40 ms y una amplitud de 8 A. Escriba su ecuación en la forma $i = I_m \text{ sen } \omega t$, con valores numéricos para I_m y ω.
7. Una corriente $i = I_m \text{ sen } \omega t$ tiene un periodo de 90 ms. Si $i = 3$ A en $t = 7.5$ ms, ¿cuál es su ecuación?
8. Escriba las ecuaciones para cada una de las siguientes formas de onda de la figura 15-49 con el ángulo de fase θ expresado en grados y ω en rad/s.



(a) $f = 40$ Hz (b) $T = 100$ ms (c) $f = 100$ Hz (d) $f = 50$ kHz

FIGURA 15-49

9. Dada $i = 10 \operatorname{sen} \omega t$ donde $f = 50$ Hz, determine todos los casos de
   a. $i = 8$ A entre $t = 0$ y $t = 40$ ms
   b. $i = -5$ A entre $t = 0$ y $t = 40$ ms
10. Dibuje las siguientes formas de onda, coloque en el eje horizontal una escala en grados:
    a. $v_1 = 80 \operatorname{sen}(\omega t + 45°)$ V
    b. $v_2 = 40 \operatorname{sen}(\omega t - 80°)$ V
    c. $i_1 = 10 \cos \omega t$ mA
    d. $i_2 = 5 \cos(\omega t - 20°)$ mA
11. Dada $\omega = \pi/3$ rad/s, determine cuando el voltaje cruza primero por 0 para
    a. $v_1 = 80 \operatorname{sen}(\omega t + 45°)$ V
    b. $v_2 = 40 \operatorname{sen}(\omega t - 80°)$ V
12. Considere los voltajes de la pregunta 10:
    a. Dibuje los fasores para v_1 y v_2
    b. ¿Cuál es la diferencia de fase entre v_1 y v_2.
    c. Determine cuál voltaje está en adelanto y cuál en atraso.
13. Repita la pregunta 12 para las corrientes de la pregunta 10.

15-8 Formas de onda de ca y valor promedio

Mientras las cantidades de ca se pueden describir en términos de frecuencia, periodo, valor instantáneo, etc., aún no se tiene alguna manera de dar un valor significativo a una corriente o voltaje de ca en el mismo sentido que se puede afirmar que una batería de coche tiene un voltaje de 12 volts. Esto se debe a que las cantidades de ca cambian de manera constante y por tanto no hay un solo valor numérico que represente verdaderamente una forma de onda a lo largo de su ciclo completo. Por esta razón, las cantidades de ca se suelen describir por medio de un grupo de características que incluyen valores instantáneos, pico, promedio y efectivos. Los dos primeros ya se han visto. En este sección se verán los valores promedio; en la sección 15-9 se consideran los valores efectivos.

Valores promedio

Muchas cantidades se miden por su promedio, por ejemplo, el puntaje de pruebas y exámenes. Para encontrar el promedio de un conjunto de calificaciones, se suman todas y se divide por el número de elementos sumados. Para las formas de onda, el proceso es conceptualmente el mismo. Esto es, para determinar el promedio de una forma de onda, se suman los valores instantáneos a lo largo de un ciclo completo y se divide por el número de puntos utilizados. El problema con este método es que las formas de onda no se componen de valores discretos.

Promedio en términos del área bajo la curva

Un método más adecuado para usarse con las formas de onda es determinar el área bajo la curva y entonces dividir por la línea base de la curva. Para tener una idea, se puede usar una analogía. Considere de nuevo la técnica de calcular el promedio de un conjunto de números. Suponga que usted obtuvo calificaciones de 80, 60, 60, 95 y 75 en un grupo de pruebas. Por tanto, su calificación promedio es

$$\text{promedio} = (80 + 60 + 60 + 95 + 75)/5 = 74$$

Otra manera de ver estas calificaciones es en forma gráfica, como en la figura 15-50. El área bajo esta curva se calcula como sigue

$$\text{área} = (80 \times 1) + (60 \times 2) + (95 \times 1) + (75 \times 1)$$

Ahora se divide lo anterior por la longitud de la base, a saber 5. Entonces,

$$\frac{(80 \times 1) + (60 \times 2) + (95 \times 1) + (75 \times 1)}{5} = 74$$

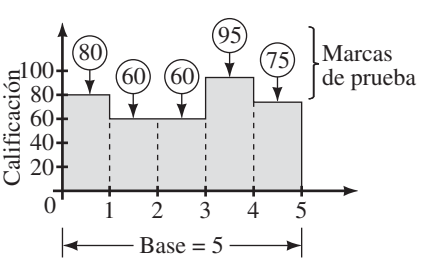


FIGURA 15-50 Determinación del promedio mediante el área.

la cual es exactamente la respuesta que se obtuvo antes. Esto es,

$$\text{promedio} = \frac{\text{área bajo la curva}}{\text{longitud de la base}} \qquad \textbf{(15-18)}$$

En general, el resultado se cumple. Entonces, *para determinar el valor promedio de una forma de onda, se divide el área bajo la forma de onda por la longitud de su base. Las áreas por arriba del eje se consideran positivas, mientras que las áreas por debajo del mismo son negativas*. Este método es válido sin importar la forma de la onda.

Los valores promedio también se llaman **valores de cd**, debido a que los medidores de cd indican valores promedio en lugar de valores instantáneos. En consecuencia, si se evalúa una cantidad que no es de cd con un medidor de cd, éste leerá el promedio de la forma de onda, es decir, el valor calculado de acuerdo con la ecuación 15-18.

EJEMPLO 15-23

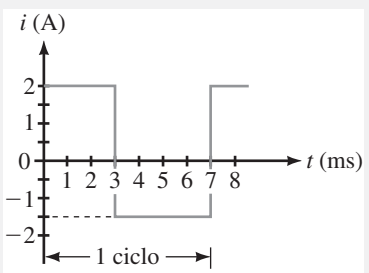


FIGURA 15-51

a. Calcule el promedio de la forma de onda de corriente de la figura 15-51.
b. Si la parte negativa de la figura 15-51 es −3 A en lugar de −1.5 A, ¿cuál es el valor promedio?
c. Si la corriente se mide con un amperímetro de cd, ¿cuál será el valor que indique el amperímetro en cada caso?

Solución

a. La forma de onda se repite cada 7 ms, entonces $T = 7$ ms y el valor promedio es

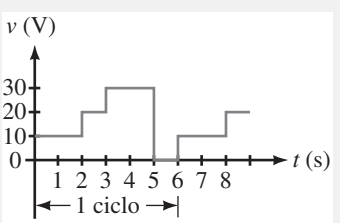
$$I_{\text{prom}} = \frac{(2\text{ A} \times 3\text{ ms}) - (1.5\text{ A} \times 4\text{ ms})}{7\text{ ms}} = \frac{6 - 6}{7} = 0\text{ A}$$

b. $$I_{\text{prom}} = \frac{(2\text{ A} \times 3\text{ ms}) - (3\text{ A} \times 4\text{ ms})}{7\text{ ms}} = \frac{-6\text{ A}}{7} = -0.857\text{ A}$$

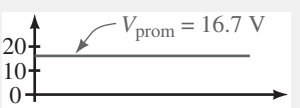
c. Un amperímetro de cd que mide en el caso del inciso (a) indicará cero, mientras que en (b) indicará −0.857 A.

EJEMPLO 15-24

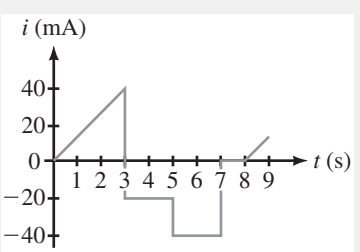
Calcule el valor promedio para las formas de onda de las figuras 15-52(a) y (c). Dibuje los promedios en cada caso.



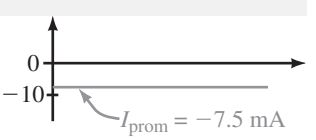
(a)



(b)



(c)



(d)

FIGURA 15-52

Solución Para la forma de onda de (a), $T = 6$ s, entonces,

$$V_{\text{prom}} = \frac{(10\text{V} \times 2\text{s}) + (20\text{V} \times 1\text{s}) + (30\text{V} \times 2\text{s}) + (0\text{V} \times 1\text{s})}{6\text{s}} = \frac{100\text{ V-s}}{6\text{s}} = 16.7\text{V}$$

El promedio se muestra en (b). Un voltímetro de cd indicaría 16.7 V. Para la forma de onda de (c), T = 8 s y

$$I_{\text{prom}} = \frac{\frac{1}{2}(40\text{mA} \times 3\text{s}) - (20\text{mA} \times 2\text{s}) - (40\text{mA} \times 2\text{s})}{8\text{s}} = \frac{-60}{8}\text{ mA} = -7.5\text{mA}$$

En este caso, un amperímetro de cd indicaría −7.5 mA.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 9

Determine los promedios de las figuras 15-53(a) y (b).

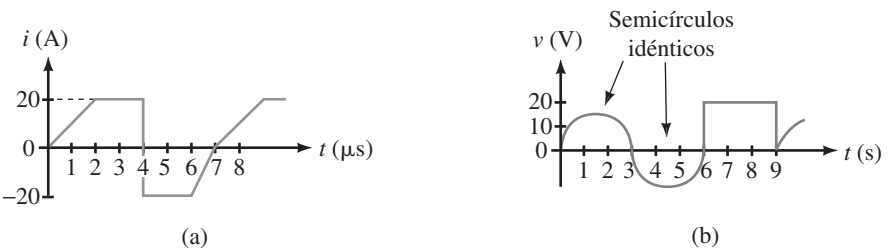


FIGURA 15-53

Respuestas
a. 1.43 A; b. 6.67 V

Promedios de la onda seno

Debido a que una onda seno es simétrica, su área bajo el eje horizontal es igual que su área por encima del mismo; por esa razón, en un ciclo completo el área neta es cero, independientemente de la frecuencia y el ángulo de fase. Entonces, el promedio de sen ωt, sen$(\omega t \pm \theta)$, sen $2\omega t$, cos ωt, cos$(\omega t \pm \theta)$, cos $2\omega t$, etc., son todas cero. Sin embargo, el promedio de media onda seno no es cero. Considere la figura 15-54, el área bajo medio ciclo se encuentra mediante cálculo como sigue

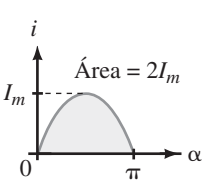


FIGURA 15-54 Área bajo un medio ciclo.

$$\text{área} = \int_0^{\pi} I_m \,\text{sen}\alpha \, d\alpha = \Big[-I_m \cos\alpha\Big]_0^{\pi} = 2I_m \qquad \textbf{(15-19)}$$

De manera similar, el área bajo un medio ciclo de voltaje es $2V_m$. (Si no ha estudiado cálculo, esta área se puede aproximar mediante métodos numéricos, como se describe después en esta sección.)

Dos casos son importantes en electrónica; el promedio de la onda completa y el promedio de media onda. El caso de la onda completa se ilustra en la figura 15-55. El área de 0 a 2π es $2(2I_m)$ y la base es 2π. Por tanto, el promedio es

$$I_{\text{prom}} = \frac{2(2I_m)}{2\,\pi} = \frac{2I_m}{\pi} = 0.637I_m$$

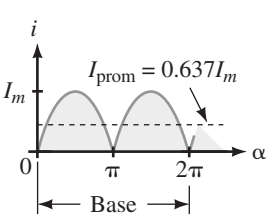


FIGURA 15-55 Promedio de una onda completa.

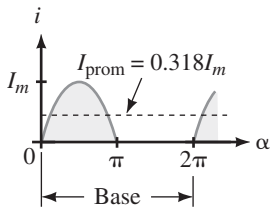


FIGURA 15-56 Promedio de media onda.

Para el caso de media onda (figura 15-56),

$$I_{prom} = \frac{2I_m}{2\,\pi} = \frac{I_m}{\pi} = 0.318I_m$$

Las expresiones correspondientes para el voltaje son

$$V_{prom} = 0.637V_m \text{ (onda completa)}$$

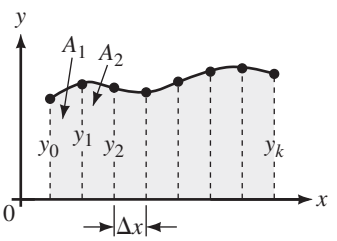
$$V_{prom} = 0.318V_m \text{ (media onda)}$$

Métodos numéricos

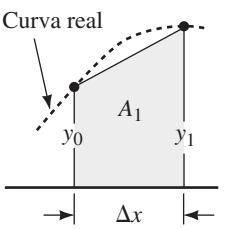
Si el área bajo una curva no puede calcularse de manera exacta, sí puede aproximarse. Un método es ponderar la curva mediante segmentos de líneas rectas como en la figura 15-57. (Si las líneas rectas se ajustan a la curva, la exactitud es muy buena.) Cada elemento de área es un trapezoide (b) cuya área es su altura promedio por su base. Entonces, $A_1 = \frac{1}{2}(y_0 + y_1)\Delta x$, $A_2 = \frac{1}{2}(y_1 + y_2)\Delta x$, etc. El área total es $A_1 + A_2 + \cdots + A_k = \frac{1}{2}(y_0 + y_1) + \frac{1}{2}(y_1 + y_2) + \cdots$ etc. Al combinar los términos se obtiene

$$\text{área} = \left(\frac{y_0}{2} + y_1 + y_2 + \cdots + y_{k-1} + \frac{y_k}{2}\right)\Delta x \qquad \textbf{(15-20)}$$

Este resultado se conoce como la **regla trapezoidal**. El Ejemplo 15-25 ilustra su uso.



(a) Aproximación a la curva



(b) Elemento de área

FIGURA 15-57 Determinación del área con la regla trapezoidal.

EJEMPLO 15-25

Aproxime el área bajo $y = \text{sen}(\omega t - 30°)$, figura 15-58. Use un tamaño de incremento de $\pi/6$ rad, es decir, 30°.

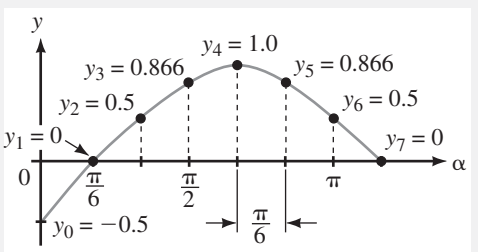


FIGURA 15-58

Solución Los puntos en la curva sen(ωt – 30°) se han obtenido con calculadora y han sido graficados como en la figura 15-58. Al sustituir estos valores en la ecuación 15-20 se obtiene

$$\text{área} = \left(\frac{1}{2}(-0.5) + 0 + 0.5 + 0.866 + 1.0 + 0.866 + 0.5 + \frac{1}{2}(0)\right)\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1.823$$

El área exacta, determinada mediante cálculo, es 1.866; por tanto, la aproximación del ejemplo 15-25 tiene un error de 2.3 por ciento.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 10

1. Repita el ejemplo 15-25 con un tamaño de incremento de $\pi/12$ rad. ¿Cuál es el porcentaje de error?
2. Aproxime el área bajo $v = 50 \text{ sen}(\omega t + 30°)$ a partir de $\omega t = 0°$ a $\omega t = 210°$. Use un tamaño de incremento de $\pi/12$ rad.

Respuestas

1. 1.855; 0.59%
2. 67.9 (exacto 68.3; error = 0.6%)

Superposición de ca y cd

Algunas veces la ca y la cd se usan en el mismo circuito. Por ejemplo, los amplificadores se alimentan mediante cd pero las señales que amplifican son de ca. La figura 15-59 muestra un circuito simple con ca y cd combinadas.

La figura 15-60(c) muestra ca y cd superpuestas. Ya que se sabe que el promedio de una onda seno es cero, el valor promedio de la forma de onda combinada será su componente de cd, *E*. Sin embargo, los voltajes pico dependen de ambos componentes, como se ilustra en (c). Observe para el caso ilustrado que aunque la forma de onda varía en forma sinusoidal, no alterna su polaridad, ya que ésta nunca cambia a negativa.

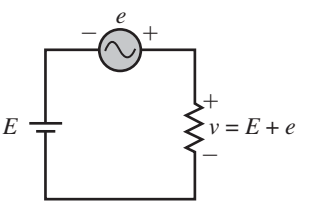
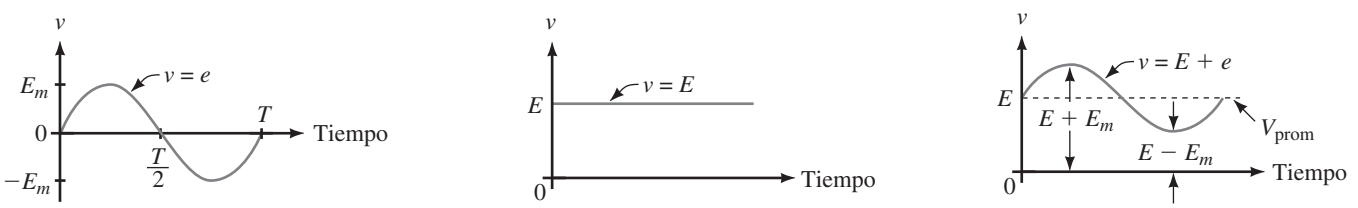


FIGURA 15-59



(a) Sólo ca. $E = 0$ V, $V_{prom} = 0$ V

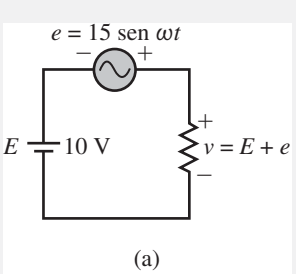
(b) Sólo cd. $e = 0$ V, $V_{prom} = E$

(c) ca y cd superpuestas, $V_{prom} = E$

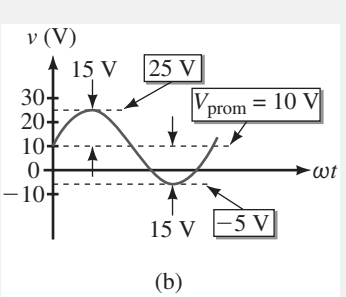
FIGURA 15-60 ca y cd superpuestas.

EJEMPLO 15-26

Dibuje la forma de onda para el voltaje *v* para el circuito de la figura 15-61(a). Determine sus voltajes promedio, pico y mínimo.



(a)



(b)

FIGURA 15-61 $v = 10 + 15 \text{ sen } \omega t$.

Solución La forma de onda se compone de un valor de cd de 10 V con 15 V de ca encima de la de cd. El promedio es el valor de cd, $V_{prom} = 10$ V. El voltaje pico es $10 + 15 = 25$ V, mientras que el mínimo es $10 - 15 = -5$ V. Su forma de onda alterna polaridad, aunque no es simétrica, como es el caso cuando no hay componente de cd.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 11

Repita el ejemplo 15-26 si la fuente de cd de la figura 15-61 es $E = -5$ V.

Respuestas
$V_{prom} = -5$ V; pico positivo $= 10$ V; pico negativo $= -20$ V

15-9 Valores efectivos (rms)

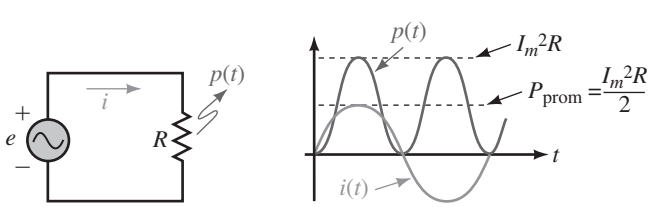
Aunque los valores instantáneos, pico y promedio proporcionan información útil acerca de la forma de onda, ninguno de ellos representa verdaderamente la capacidad de la forma de onda para hacer trabajo útil. En esta sección se presenta una representación que sí lo hace. Se llama **valor efectivo** de la forma de onda. El concepto de valor efectivo es importante; en la práctica, la mayoría de los voltajes y corrientes de ca se expresan como valores efectivos. Los valores efectivos también se llaman **valores rms** por razones que se discuten en breve.

¿Qué es un valor efectivo?

Un valor efectivo es un valor cd equivalente: expresa cuántos volts o amperes de cd equivalen a una forma de onda que varía con el tiempo en términos de su capacidad para producir potencia promedio. Los valores efectivos dependen de la forma de onda. Un ejemplo familiar es el valor del voltaje de un contacto de pared doméstico. En América del Norte su valor es 120 Vca. Esto significa que el voltaje sinusoidal en el contacto de la pared de una casa es capaz de producir la misma potencia promedio que 120 volts de cd estable.

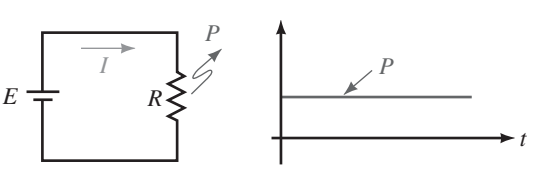
Valores efectivos para las ondas seno

El valor efectivo de una forma de onda se determina con los circuitos de la figura 15-62. Considere una corriente que varía en forma sinusoidal, $i(t)$. Por definición, el valor efectivo de i es el valor de la corriente de cd que produce la misma potencia promedio. Considere que en (b) la fuente de cd se ajusta hasta que su potencia promedio es igual que la potencia promedio en (a). La corriente de cd resultante es entonces el valor efectivo de la corriente de (a). Para determinar este valor, se calcula la potencia promedio en ambos caso y entonces se igualan.



$p(t) = i^2R$. Por tanto, $p(t)$ varía en forma cíclica.

(a) Circuito de ca



$P = I^2R$. Por tanto, P es constante.

(b) Circuito de cd

FIGURA 15-62 Determinación del valor efectivo de la ca sinusoidal.

Primero considere el caso de cd. Ya que la corriente es constante, la potencia es constante y la potencia promedio es

$$P_{\text{prom}} = P = I^2R \tag{15-21}$$

Ahora considere el caso de ca. La potencia en el resistor en cualquier valor de tiempo es $p(t) = i^2R$, donde i es el valor instantáneo de la corriente. En la figura 15-62(a) se muestra una gráfica de $p(t)$ que se ha obtenido elevando al cuadrado los valores de corriente en varios puntos a lo largo del eje y luego multiplicando por R. La potencia promedio es el promedio de $p(t)$. Ya que $i = I_m \operatorname{sen} \omega t$,

$$\begin{aligned} p(t) &= i^2R \\ &= (I_m \operatorname{sen} \omega t)^2R = I_m{}^2R \operatorname{sen}^2\omega t \\ &= I_m{}^2R\left[\frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t)\right] \end{aligned} \tag{15-22}$$

donde se ha usado la identidad trigonométrica $\operatorname{sen}^2 \omega t = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t)$, que aparece en las tablas matemáticas incluidas en la portada de este libro. Entonces,

$$p(t) = \frac{I_m{}^2R}{2} - \frac{I_m{}^2R}{2}\cos 2\omega t \tag{15-23}$$

Para obtener el promedio de $p(t)$, observe que el promedio de $\cos 2\omega t$ es cero y entonces el último término de la ecuación 15-23 se elimina, y queda

$$P_{\text{prom}} = \text{promedio de } p(t) = \frac{I_m{}^2R}{2} \tag{15-24}$$

Ahora se igualan las ecuaciones 15-21 y 15-24 para cancelar R.

$$I^2 = \frac{I_m{}^2}{2}$$

Se saca la raíz cuadrada en ambos lados y se obtiene,

$$I = \sqrt{\frac{I_m{}^2}{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707I_m$$

La corriente I es el valor que se está buscando; es el valor efectivo de la corriente i. Para enfatizar que es un valor efectivo, inicialmente se usará la notación del subíndice I_{ef}. Entonces,

$$I_{\text{ef}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707I_m \tag{15-25}$$

Los valores efectivos para el voltaje se encuentran de la misma forma:

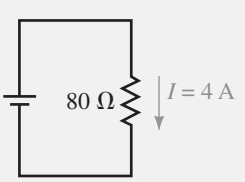
$$E_{\text{ef}} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = 0.707E_m \tag{15-26a}$$

$$V_{\text{ef}} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = 0.707V_m \tag{15-26b}$$

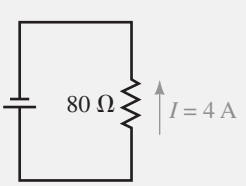
Como se puede ver, *los valores efectivos para las formas de onda sinusoidales dependen sólo de la magnitud*.

NOTAS . . .

Debido a que las corrientes de ca se alternan en dirección, se podría esperar que la potencia promedio sea cero, con la potencia durante el medio ciclo negativo igual y opuesta a la potencia durante el medio ciclo positivo, cancelándose por tanto. Sin embargo, esto no es cierto, ya que como se muestra en la ecuación 15-22, la corriente está al cuadrado, por esa razón la potencia nunca es negativa. Esto es consistente con la idea de que, en lo que se refiere a la disipación de potencia, no importa la dirección de la corriente a través de un resistor, figura 15-63.



(a) $P = (4)^2(80) = 1280$ W



(b) $P = (4)^2(80) = 1280$ W

FIGURA 15-63 Ya que la potencia depende sólo de la magnitud de la corriente, es la misma para ambas direcciones de ésta.

EJEMPLO 15-27

Determine los valores efectivos de

a. $i = 10 \text{ sen } \omega t$ A
b. $i = 50 \text{ sen}(\omega t + 20°)$ mA
c. $v = 100 \cos 2\omega t$ V

Solución Como los valores efectivos dependen sólo de la magnitud,

a. $I_{ef} = (0.707)(10 \text{ A}) = 7.07 \text{ A}$
b. $I_{ef} = (0.707)(50 \text{ mA}) = 35.35 \text{ mA}$
c. $V_{ef} = (0.707)(100 \text{ V}) = 70.7 \text{ V}$

Para obtener los valores pico a partir de los valores efectivos, se vuelven a escribir las ecuaciones 15-25 y 15-26. Entonces

$$I_m = \sqrt{2} I_{ef} = 1.414 I_{ef} \quad \textbf{(15-27)}$$

$$E_m = \sqrt{2} E_{ef} = 1.414 V_{ef} \quad \textbf{(15-28a)}$$

$$V_m = \sqrt{2} V_{ef} = 1.414 V_{ef} \quad \textbf{(15-28b)}$$

Es importante hacer notar que estas relaciones se cumplen sólo para formas de onda sinusoidales. Sin embargo, el concepto de valor efectivo se aplica a cualquier forma de onda, como pronto se verá.

Considere de nuevo el voltaje de ca del contacto de la pared de una casa. Debido a que $E_{ef} = 120$ V, $E_m = (\sqrt{2})(120 \text{ V}) = 170$ V, esto significa que un voltaje sinusoidal que alterna entre ± 170 V produce la misma potencia promedio en un circuito resistivo que 120 V de cd estable, figura 15-64.

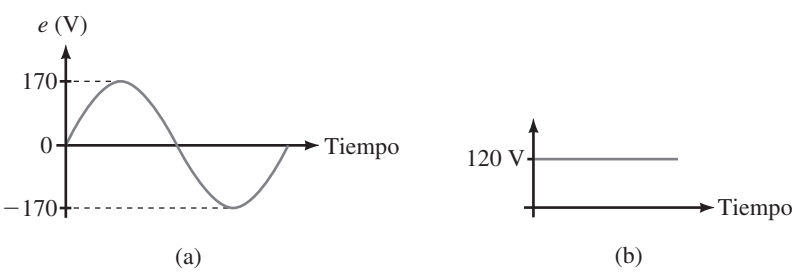


FIGURA 15-64 120 V de cd estable es capaz de producir la misma potencia promedio que una ca sinusoidal con $E_m = 170$ V.

Ecuación general para los valores efectivos

La relación $\sqrt{2}$ se cumple sólo para formas de onda sinusoidales. Para otras formas de onda se requiere una fórmula general. Mediante cálculo puede demostrarse que para cualquier forma de onda

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt} \quad \textbf{(15-29)}$$

con una ecuación similar para el voltaje. Esta ecuación se usa para calcular los valores efectivos de cualquier forma de onda, incluida la sinusoidal. Además, conduce a un método gráfico para encontrar los valores efectivos. En la ecuación 15-29, la integral de i^2 representa el área bajo la forma de onda de i^2. Entonces,

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{\text{área bajo la curva } i^2}{\text{base}}} \qquad \textbf{(15-30)}$$

Para calcular los valores efectivos con esta ecuación, se hace lo siguiente:

Paso 1: eleve al cuadrado la curva de corriente (o voltaje).

Paso 2: determine el área bajo la curva al cuadrado.

Paso 3: divida el área entre la longitud de la curva.

Paso 4: encuentre la raíz cuadrada del valor del paso 3.

Este proceso se lleva a cabo fácilmente para formas de onda rectangulares, ya que el área bajo su curva al cuadrado es fácil de calcular. Para otras formas de onda se tiene que usar cálculo o aproximar el área usando métodos numéricos como en el problema 62 al final del capítulo. Para el caso especial de una ca y cd superpuestas (figura 15-60), la ecuación 15-29 conduce a la siguiente fórmula:

$$I_{ef} = \sqrt{I_{cd}^2 + I_{ca}^2} \qquad \textbf{(15-31)}$$

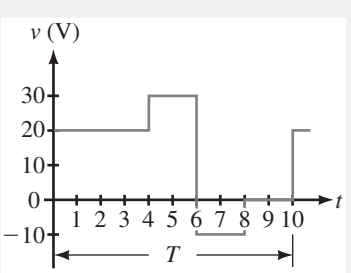
donde I_{cd} es el valor de la corriente de cd, I_{ca} es el valor efectivo del componente de ca, I_{ef} es el valor efectivo de las corrientes de ca y cd combinadas. Las ecuaciones 15-30 y 15-31 también se cumplen para el voltaje cuando V se sustituye por I.

Valores rms

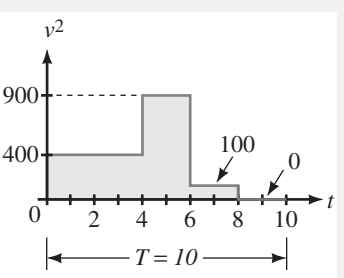
Considere de nuevo la ecuación 15-30. Para usar esta ecuación se calcula la raíz de la media al cuadrado para obtener el valor efectivo. Por esta razón, los valores efectivos se llaman **raíz cuadrática media** o valores **rms** y **los términos *efectivo* y *rms* son sinónimos**. Debido a que en la práctica las cantidades de ca sinusoidales casi siempre se expresen en valores rms, a partir de aquí se supondrá, a menos que se diga otra cosa, que *todos los voltajes y corrientes de ca sinusoidales son valores rms*.

EJEMPLO 15-28

Un ciclo de una forma de onda de voltaje se muestra en la figura 15-65(a). Determine su valor efectivo (rms).



(a) Forma de onda de voltaje



(b) Forma de onda cuadrada

FIGURA 15-65

Solución Se eleva al cuadrado la forma de onda de voltaje punto por punto y se grafica como en (b). Se aplica la ecuación 15-30:

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{(400 \times 4) + (900 \times 2) + (100 \times 2) + (0 \times 2)}{10}}$$

$$= \sqrt{\frac{3600}{10}} = 19.0 \text{ V}$$

Entonces, la forma de onda de la figura 15-65(a) tiene el mismo valor efectivo que 19.0 V de cd estable.

EJEMPLO 15-29

Determine el valor efectivo (rms) de la forma de onda de la figura 15-66(a).

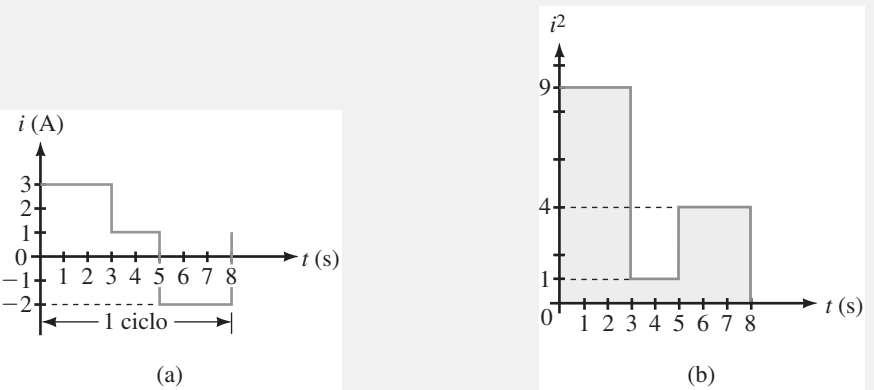


FIGURA 15-66

Solución Se eleva al cuadrado la curva y se aplica la ecuación 15-30. Entonces,

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{(9 \times 3) + (1 \times 2) + (4 \times 3)}{8}}$$

$$= \sqrt{\frac{41}{8}} = 2.26 \text{ A}$$

EJEMPLO 15-30

Calcule el valor rms de la forma de onda de la figura 15-61(b).

Solución Se usa la ecuación 15-31 (reemplazando *I* por *V*). Primero se calcula el valor rms del componente de ca. $V_{ac} = 0.707 \times 15 = 10.61$ V y se sustituye en la ecuación 15-31 para obtener:

$$V_{rms} = \sqrt{V_{dc}^2 + V_{ac}^2} = \sqrt{(10)^2 + (10.61)^2} = 14.6 \text{ V}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 12

1. Determine el valor rms de la corriente de la figura 15-51.
2. Repita para el voltaje graficado en la figura 15-52(a).

Respuestas
1. 1.73 A; 2. 20 V

Eliminación de la notación *ef* y *rms*

Los subíndices *ef* y *rms* no se usan en la práctica. Una vez que el concepto es familiar, se eliminan. A partir de ahora, quedan implícitos.

15-10 Tasa de cambio de una onda seno (derivada)

Como se verá después, varios efectos importantes sobre los circuitos dependen de la tasa de cambio de las cantidades sinusoidales. La tasa de cambio de una cantidad es la pendiente, es decir, la derivada, de su forma de onda contra el tiempo. Considere la forma de onda de la figura 15-67. Como se indica, la pendiente es máxima positiva al inicio del ciclo, cero en ambos picos, máxima negativa en el punto de cruce del semiciclo y máxima positiva al final del ciclo. Esta pendiente se grafica en la figura 15-68. Observe que también es sinusoidal, pero se adelanta a la forma original por 90°. Entonces, si *A* es una onda seno, *B* es una onda coseno, véase las Notas. Este resultado será importante en este libro en el capítulo 16.

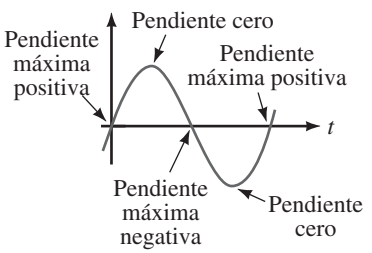


FIGURA 15-67 Pendiente en varios puntos de una onda seno.

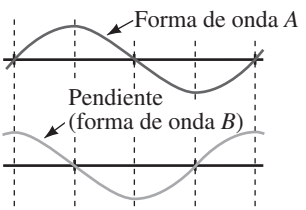


FIGURA 15-68 Se muestra el desplazamiento de fase de 90°.

NOTAS . . .

La derivada de una onda seno

El resultado que se ha desarrollado intuitivamente aquí puede probarse con facilidad mediante cálculo. Para ilustrarlo, considere la forma de onda sen ωt mostrada en la figura 15-67. La pendiente de esta función es su derivada. Esto es,

$$\text{Pendiente} = \frac{d}{dt} \operatorname{sen} \omega t = \omega \cos \omega t$$

Por tanto, la pendiente de una onda seno es una onda coseno, como se ilustra en la figura 15-68.

15-11 Medición de voltaje y corriente de ca

Dos de los instrumentos más importantes para la medición de cantidades de ca son el multímetro y el osciloscopio. Los multímetros leen la magnitud del voltaje y la corriente de ca, y en ocasiones también la frecuencia. Los osciloscopios muestran la forma de onda y el periodo y permiten determinar la frecuencia, la diferencia de fase, etcétera.

Medidores para voltaje y corriente

Hay dos clases fundamentales de medidores de ca: uno mide sólo valores rms para formas de onda sinusoidales (llamados instrumentos "que responden al promedio"; el otro mide valor rms sin importar la forma de onda (llamados medidores de "rms verdadero"). La mayoría de los medidores comunes son de los que responden al promedio.

Medidores que responden al promedio

Los medidores que responden al promedio usan un circuito rectificador para convertir la ca que entra en cd. Responden al valor promedio de la entrada rectificada, la cual, como se muestra en la figura 15-55, es $0.637V_m$ para una onda seno rectificada de "onda completa". Sin embargo, el valor rms de una onda seno es $0.707V_m$. Por esa razón, para hacer que el medidor dé lecturas directamente en rms, la escala se modifica por un factor de $0.707V_m/0.637V_m = 1.11$. Otros medidores usan un circuito de "media onda" con el cual se obtiene la forma de onda de la figura 15-56. En este caso, el promedio es $0.318V_m$, lo que produce un factor de escala de $0.707V_m/0.318V_m = 2.22$. Debido a que estos medidores están calibrados sólo para ca sinusoidal, sus lecturas no tienen sentido para otras formas de onda. La figura 15-69 muestra un MMD que responde al promedio.

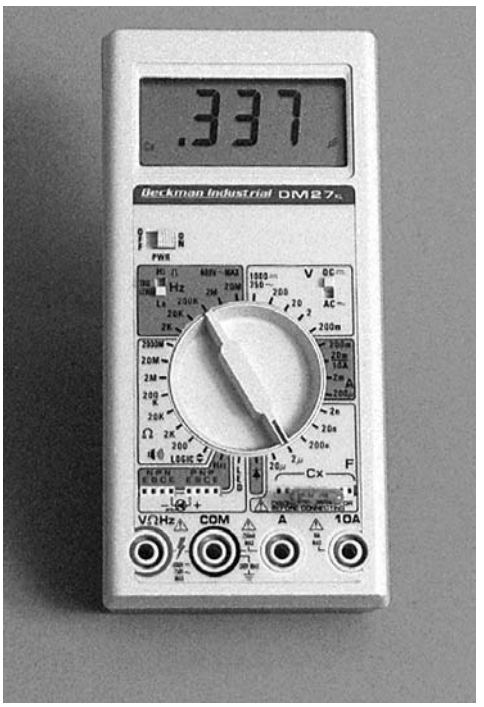


FIGURA 15-69 Un MMD que responde al promedio. Aunque todos los MMD pueden medir voltaje, corriente y resistencia, éste también puede medir frecuencia.

Medición de rms verdadero

Si se necesita medir el valor rms de una forma de onda no sinusoidal, se requiere un medidor de rms verdadero, el cual indica los voltajes y corrientes rms verdaderos sin importar la forma de onda. Por ejemplo, para la forma de onda de la figura 15-64(a), cualquier medidor de ca leería correctamente 120 V, ya que es una onda seno. Para la forma de onda que se considera en el ejemplo 15-30, un medidor de rms verdadero leería correctamente 14.6 V, pero un medidor que responde al promedio daría un valor sin sentido. Los instrumentos rms verdaderos son más costosos que los medidores estándar y no se encuentran comúnmente en la práctica.

Osciloscopios

Los osciloscopios, figura 15-70, se usan para mediciones en el dominio del tiempo, es decir, forma de onda, periodo, diferencia de fase, etc. Por lo común, los valores se leen en una pantalla con escalas, aunque modelos de un precio más alto calculan y despliegan directamente la lectura digital.

Los osciloscopios miden voltaje. Para medir corriente, se requiere de un convertidor corriente en voltaje. Un tipo de convertidor es un dispositivo conocido como **gancho de corriente** que se acopla sobre el conductor que lleva la corriente y supervisa su campo magnético. Trabaja sólo con corrientes que varían con el tiempo. El campo magnético variante induce un voltaje que se despliega en la pantalla. Con estos dispositivos se puede observar la forma de onda de la corriente y hacer mediciones relacionadas con esta última. De otra manera, se puede colocar un pequeño resistor en la trayectoria de la corriente, medir su voltaje con el osciloscopio y entonces usar la ley de Ohm para determinar la corriente.

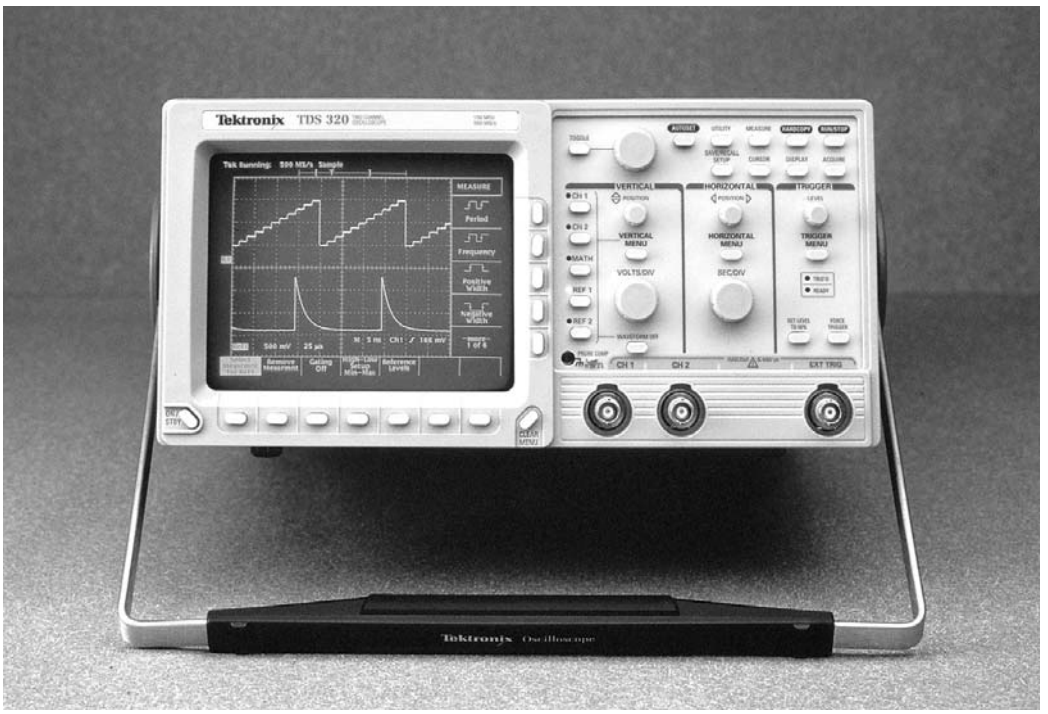


FIGURA 15-70 Un osciloscopio se puede usar para el análisis de la forma de onda.

Consideraciones en los medidores de frecuencia

Los medidores de ca miden voltaje y corriente sólo en un intervalo de frecuencia limitado, por lo común desde 50 Hz hasta unos pocos de kHz, aunque hay algunos que trabajan hasta el intervalo de 100 kHz. Sin embargo, observe que la exactitud puede ser afectada por la frecuencia. (Verifique el manual). Por otro lado, los osciloscopios miden frecuencias muy altas; incluso los de precio moderado trabajan a frecuencias hasta de cientos de MHz.

15-12 Análisis de circuitos por computadora

MULTISIM

PSpice

Multisim y PSpice proporcionan una forma conveniente de estudiar las relaciones de fase de este capítulo, ya que ambos incorporan herramientas gráficas fáciles de usar. Simplemente se configuran las fuentes con los valores de magnitud y fase deseados y se dan instrucciones al programa para calcular y graficar los resultados. Para ilustrarlo, se graficará $e_1 = 100 \text{ sen } \omega t$ V y $e_2 = 80 \text{ sen}(\omega t + 60°)$ V. Se usa una frecuencia de 500 Hz. Para Multisim, se colocan puntos de unión en los extremos del alambre para crear los nodos.

Multisim

Cree el circuito de la figura 15-71, use la fuente de ca que se encuentra en la parte de *Signal Source Components*, véase la Nota 1. Haga doble clic en *Source* 1 y cuando se abra la caja de diálogo, fije la amplitud de voltaje en 100 V, la fase en 0 grados y la frecuencia en 500 Hz. De manera similar, fije *Source* 2 en 80 V, 60 grados (véase la Nota 2) y 500 Hz. Haga clic en *Simulate* y seleccione *Transient Analysis*; en la caja de diálogo que se abre, establezca TSTOP en 0.002 (para ejecutar la solución a 2 ms de manera que se pueda ver un ciclo completo) y *Minimum number of time points* en 200 (véase la Nota 3). Haga clic en la pestaña Output y seleccione los nodos para graficar durante la simulación, haga clic en *Simulate*. Después de la simulación aparecen las gráficas de v_1 y v_2.

NOTAS . . .

Multisim

1. Se pueden usar las fuentes de voltaje de ca del menú Signal *Source Components o* del Power Source. Si se seleccionan de *Signal Source Components* se deben introducir los valores de voltaje pico; si se seleccionan de *Power Source* se debe incorporar los valores rms. También se necesitan puntos de unión para cada fuente como se indica.
2. Algunas versiones de Multisim (por ejemplo las ediciones 8, 9 y 2001) no manejan ángulos tan bien como se espera. Si se tiene alguna de estas versiones, encontrará que cambia el signo del ángulo que se introduce; debe por tanto ingresar el valor negativo. Es decir, si desea un ángulo de 60°, debe ingresar −60°. Además, algunas versiones de Multisim 2001 no aceptan ángulos negativos; si tiene una de ellas, tiene que introducir 300°, que es igual que −60°, para obtener el ángulo de 60°.
3. Multisim genera pasos de tiempo de forma automática cuando grafica las formas de onda. Sin embargo, algunas veces no genera suficientes y se obtiene una curva irregular. Si ocurre esto, haga clic en *Minimum number of time points* y teclee un número más grande, como 200.

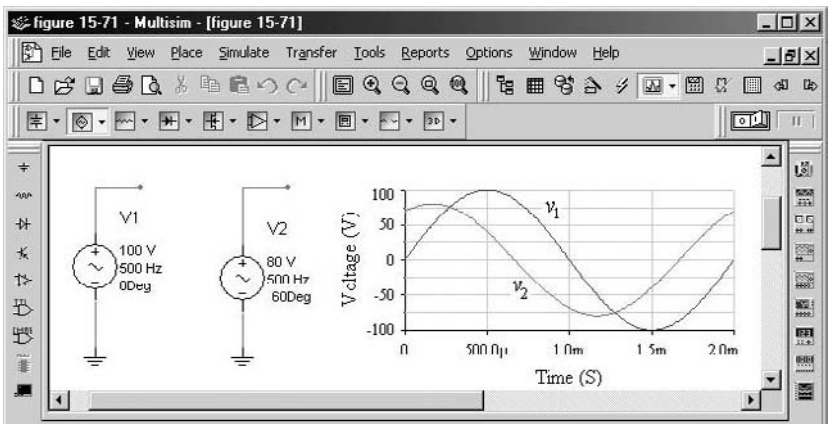


FIGURA 15-71 En algunas versiones de Multisim se debe introducir el valor negativo del ángulo que se quiere, por ejemplo, tendrá que ingresar v_2 como −60°. Observe que las formas de onda estarán en fondo negro. Se puede cambiar a blanco haciendo clic en el icono *Reverse Colors*. Aquí se ha agregado la cuadrícula y se han desactivado las marcas de selección.

Se puede verificar el ángulo entre las formas de onda usando cursores. Primero, observe que el periodo $T = 2$ ms $= 2000$ μs (esto corresponde a 360°). Se expande la gráfica a la pantalla completa, se hace clic en el icono *Grid* y después en el icono de *Cursors*. Use los cursores para medir el tiempo entre los puntos de cruce por cero como se indica en la figura 15-72. Se debe obtener 333 μs, esto da un desplazamiento angular de

$$\theta = \frac{333\ \mu s}{2000\ \mu s} \times 360° = 60°$$

como se esperaba.

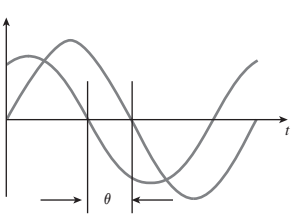


FIGURA 15-72

PSpice

Para este problema se necesita una fuente de voltaje de ca sinusoidal. Se usa *VSIN*, que se encuentra en la biblioteca *SOURCE*. Para VSIN se debe especificar magnitud, fase, frecuencia y nivel de cd (*offset*) de la fuente. Se construye el circuito en la pantalla como en la figura 15-73, observe las cajas de parámetros vacías al lado de cada fuente. Haga doble clic, una a la vez, e ingrese 0V para nivel de cd, 100V para la amplitud y 500Hz para la frecuencia de *Source* 1. De manera similar, ingrese los valores para *Source* 2. Ahora, haga doble clic en el símbolo de la fuente V2 y en su ventana del *Property editor*, desplace la pantalla verticalmente hasta que encuentre la celda etiquetada con PHASE, ingrese 60deg. De clic en *Apply* y cierre. (No se requiere hacer esto para *Source* 1, ya que PSpice usa de forma automática el valor predeterminado de cero grados.) Haga clic en el icono *New Simulations* e ingrese el nombre del archivo. Cuando se abra la caja de diálogo, selecciones *Time Domain*, fije *TSTOP* en 2 ms, para desplegar un ciclo completo, y después haga clic en OK. Seleccione los marcadores a partir de la barra de herramientas y colóquelos para que automáticamente grafiquen las trazas. Ejecute la simulación y cuando se haya completado, deben aparecer las formas de onda.

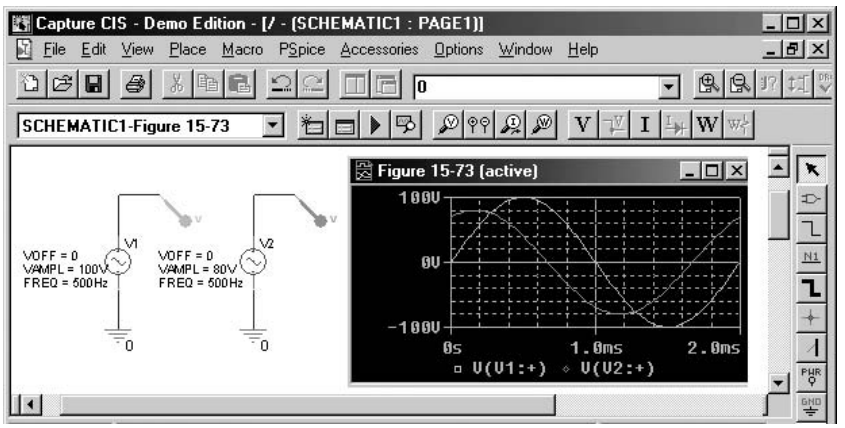


FIGURA 15-73 Estudio de las relaciones de fase con PSpice.

Se puede verificar el ángulo entre las formas de onda usando cursores. Primero, observe que el periodo $T = 2$ ms $= 2000$ μs (esto corresponde a 360°). Ahora, con los cursores se mide el tiempo entre los puntos de cruce por cero como se indica en la figura 15-72. Se debe obtener 333 μs. Con este valor se obtiene un desplazamiento angular de

$$\theta = \frac{333\ \mu s}{2000\ \mu s} \times 360° = 60°$$

lo cual concuerda con las fuentes dadas.

PROBLEMAS

15-1 Introducción

1. ¿A que se refiere "voltaje de ca" y "corriente de ca"?

15-2 Generación de voltajes de ca

2. La forma de onda de la figura 15-8 es creada por un generador de 600 rpm. Si la velocidad del generador cambia de modo que su tiempo de ciclo es de 50 ms, ¿cuál es la nueva velocidad?
3. a. ¿Qué significa valor instantáneo?
   b. Para la figura 15-74, determine los voltajes instantáneos en $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ y 8 ms.

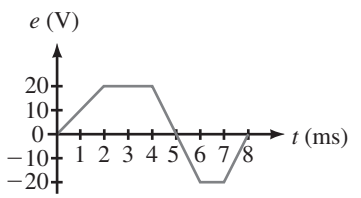


FIGURA 15-74

15-3 Convenciones de voltaje y corriente para ca

4. Para la figura 15-75, ¿qué valor tiene I cuando el interruptor está en la posición 1? ¿Cuándo está en la posición 2? Incluya el signo.
5. La fuente de la figura 15-76 tiene la forma de onda de la figura 15-74. Determine la corriente en $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$, y 8 ms. Incluya el signo.

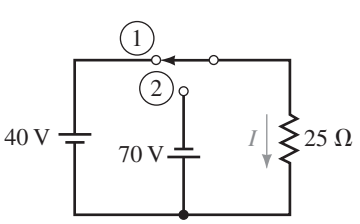


FIGURA 15-75

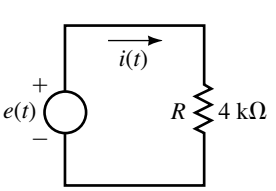


FIGURA 15-76

15-4 Frecuencia, periodo, amplitud y valor pico

6. Para cada uno de los siguientes, determine el periodo:
   a. $f = 100$ Hz
   b. $f = 40$ kHz
   c. $f = 200$ MHz
7. Para cada uno de los siguientes, determine la frecuencia:
   a. $T = 0.5$ s
   b. $T = 100$ s
   c. $5T = 80$ μs
8. Para una onda triangular, $f = 1.25$ MHz. ¿Cuál es su periodo? ¿Cuánto tiempo le toma pasar por 8×10^7 ciclos?
9. Determine el periodo y la frecuencia de la forma de onda de la figura 15-77.
10. Determine el periodo y la frecuencia de la forma de onda de la figura 15-78. ¿Cuántos ciclos se muestran?

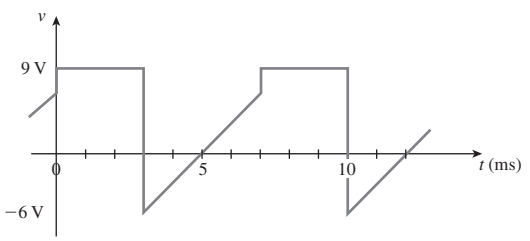


FIGURA 15-77

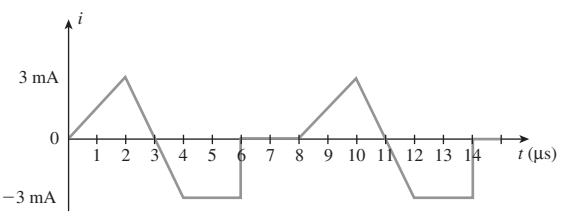


FIGURA 15-78

11. ¿Cuál es el voltaje pico a pico para la figura 15-77? ¿Cuál es la corriente pico a pico de la figura 15-78?
12. Para cierta forma de onda, $625T = 12.5$ ms. ¿Cuál es el periodo y la frecuencia de la forma de onda?
13. ¿A través de cuántos ciclos pasa en 2 minutos y 57 segundos una onda cuadrada con una frecuencia de 847 Hz?
14. Para la forma de onda de la figura 15-79, determine
    a. periodo b. frecuencia c. valor pico a pico
15. Dos formas de onda tienen periodos de T_1 y T_2 respectivamente. Si $T_1 = 0.25T_2$ y $f_1 = 10$ kHz, ¿cuáles son los valores de T_1, T_2 y f_2?
16. Dos formas de onda tienen frecuencias f_1 y f_2, respectivamente. Si $T_1 = 4T_2$ y la forma de onda 1 es cómo la de la figura 15-77, ¿qué valor tiene f_2?

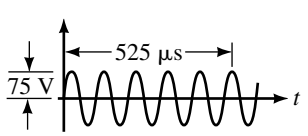


FIGURA 15-79

15-5 Relaciones angular y gráfica paras las ondas seno

17. Dado el voltaje $v = V_m$ sen α. Si $V_m = 240$ V, ¿qué valor tiene v cuando $\alpha = 37°$?
18. Para la forma de onda sinusoidal de la figura 15-80,
    a. Determine la ecuación para i.
    b. Determine la corriente en todos los puntos marcados.
19. Un voltaje sinusoidal tiene un valor de 50 V cuando $\alpha = 150°$. ¿Qué valor tiene V_m?
20. Convierta los siguientes ángulos de radianes en grados:
    a. $\pi/12$ d. 1.43
    b. $\pi/1.5$ e. 17
    c. $3\pi/2$ f. 32π

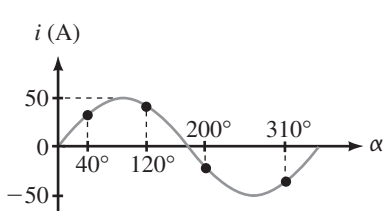


FIGURA 15-80

21. Convierta los siguientes ángulos de grados a radianes:
    a. 10° d. 150°
    b. 25° e. 350°
    c. 80° f. 620°
22. Una onda seno de 50 kHz tiene una amplitud de 150 V. Dibuje la forma de onda con sus ejes con escalas en microsegundos.
23. Si el periodo de la forma de onda en la figura 15-80 es 180 ms, calcule la corriente en $t = 30$, 75, 140 y 315 ms.
24. Una forma de onda sinusoidal tiene un periodo de 60 μs y $V_m = 80$ V. Dibuje la forma de onda. ¿Cuál es el voltaje en 4 μs?
25. Una onda seno de 20 kHz tiene un valor de 50 volts cuando $t = 5$ μs. Determine V_m y dibuje la forma de onda.
26. Para la forma de onda de la figura 15-81, determine v_2.

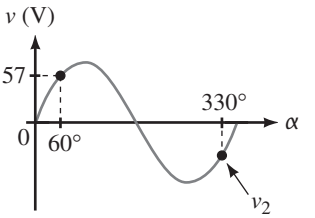
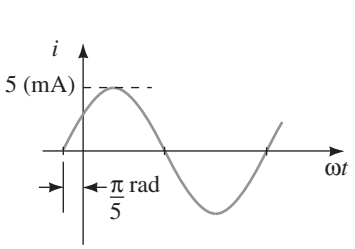


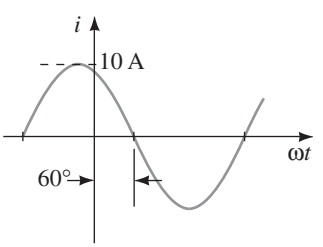
FIGURA 15-81

15-6 Voltajes y corrientes como funciones del tiempo

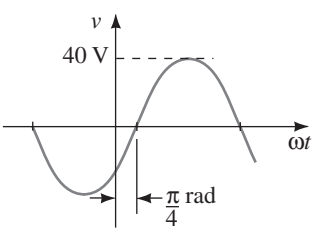
27. Calcule ω en radianes por segundo para cada uno de los siguientes casos:
    a. $T = 100$ ns d. periodo = 20 ms
    b. $f = 30$ Hz e. 5 periodos en 20 ms
    c. 100 ciclos en 4 s
28. Para cada uno de los siguientes valores de ω, calcule f y T:
    a. 100 rad/s b. 40 rad en 20 ms c. 34×10^3 rad/s
29. Determine las ecuaciones para las ondas seno con lo siguiente:
    a. $V_m = 170$ V, $f = 60$ Hz c. $T = 120$ μs, $v = 10$ V en $t = 12$ μs
    b. $I_m = 40$ μA, $T = 10$ ms
30. Determine f, T y la amplitud para cada uno de los siguientes casos:
    a. $v = 75 \text{ sen } 200\pi t$ b. $i = 8 \text{ sen } 300t$
31. Una onda seno tiene un voltaje pico a pico de 40 V y $T = 50$ ms. Determine su ecuación.
32. Dibuje las siguientes formas de onda con su eje horizontal con escalas en grados, radianes y segundos:
    a. $v = 100 \text{ sen } 200\pi t$ V
    b. $i = 90 \text{ sen } \omega t$ mA, $T = 80$ μs
33. Dada $i = 47 \text{ sen } 8260t$ mA, determine la corriente cuando $t = 0$ s, 80, 410 y 1200 μs.
34. Dado $v = 100 \text{ sen } \alpha$. Dibuje un ciclo.
    a. Determine en cuáles dos ángulos $v = 86.6$ V.
    b. Si $\omega = 100\pi/60$ rad/s, ¿en qué tiempos ocurren?
35. Escriba las ecuaciones para las formas de onda de la figura 15-82. Exprese la fase del ángulo en grados.



(a) ω = 1000 rad/s



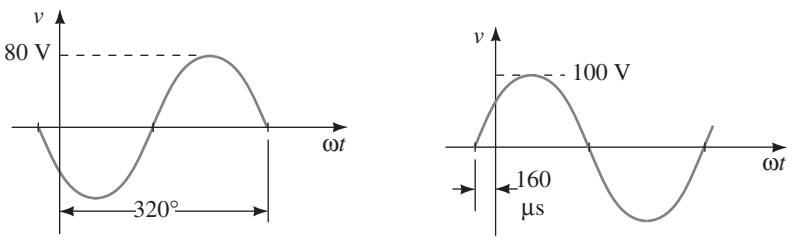
(b) $T = 50$ ms



(c) $f = 900$ Hz

FIGURA 15-82

36. Dibuje las siguientes formas de onda coloque en el eje horizontal escalas en grados y segundos.
    a. $v = 100 \text{ sen}(232.7t + 40°)$ V
    b. $i = 20 \text{ sen}(\omega t - 60°)$ mA, $f = 200$ Hz
37. Dada $v = 5 \text{ sen}(\omega t + 45°)$. Si $\omega = 20\pi$ rad/s, ¿qué valor tiene v cuando $t =$ 20, 75 y 90 ms?
38. Repita el problema 35 para las formas de onda de la figura 15-83.



(a) Periodo = 10 μs (b) $f = 833.3$ Hz

FIGURA 15-83

39. Determine la ecuación para la forma de onda que se muestra en la figura 15-84.
40. Para la forma de onda de la figura 15-85 determine i_2.

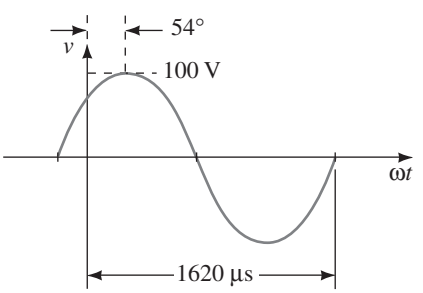


FIGURA 15-84

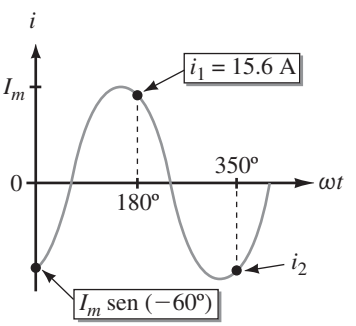
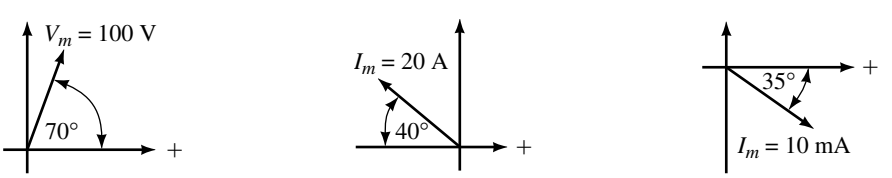


FIGURA 15-85

41. Dada $v = 30 \text{ sen}(\omega t - 45°)$ donde $\omega = 40\pi$ rad/s. Dibuje la forma de onda. ¿En qué momento v llega a 0 V? ¿En qué momento alcanza 23 V y −23 V?

15-7 Introducción a los fasores

42. Para cada uno de los fasores de la figura 15-86 determine la ecuación para $v(t)$ o $i(t)$ *como aplicable* y dibuje la forma de onda.



(a) (b) (c)

FIGURA 15-86

43. Con la ayuda de fasores, dibuje las formas de onda para cada uno de los siguientes pares y determine la diferencia de fase y qué forma de onda está adelantada.
    a. $v = 100 \operatorname{sen} \omega t$
       $i = 80 \operatorname{sen}(\omega t + 20°)$
    b. $v_1 = 200 \operatorname{sen}(\omega t - 30°)$
       $v_2 = 150 \operatorname{sen}(\omega t - 30°)$
    c. $i_1 = 40 \operatorname{sen}(\omega t + 30°)$
       $i_2 = 50 \operatorname{sen}(\omega t - 20°)$
    d. $v = 100 \operatorname{sen}(\omega t + 140°)$
       $i = 80 \operatorname{sen}(\omega t - 160°)$

44. Repita el problema 43 para los siguientes:
    a. $i = 40 \operatorname{sen}(\omega t + 80°)$
       $v = -30 \operatorname{sen}(\omega t - 70°)$
    b. $v = 20 \cos(\omega t + 10°)$
       $i = 15 \operatorname{sen}(\omega t - 10°)$
    c. $v = 20 \cos(\omega t + 10°)$
       $i = 15 \operatorname{sen}(\omega t + 120°)$
    d. $v = 80 \cos(\omega t + 30°)$
       $i = 10 \cos(\omega t - 15°)$

45. Para las formas de onda de la figura 15-87, determine las diferencias de fase. ¿Qué forma de onda está adelantada?

46. Dibuje los fasores de las formas de onda de la figura 15-87.

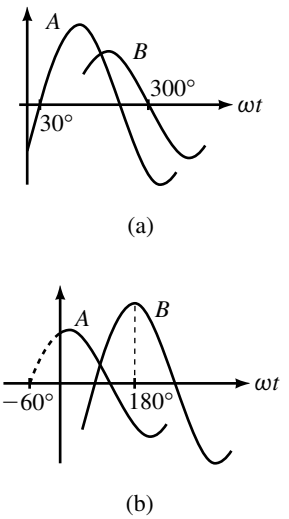


FIGURA 15-87

15-8 Formas de onda de ca y valor promedio

47. ¿Cuál es el valor promedio para cada uno de los siguientes casos para un número entero de ciclos?
    a. $i = 5 \operatorname{sen} \omega t$
    b. $i = 40 \cos \omega t$
    c. $v = 400 \operatorname{sen}(\omega t + 30°)$
    d. $v = 20 \cos 2\omega t$

48. Use la ecuación 15-20 para calcular el área de medio ciclo de la figura 15-54 use incrementos de $\pi/12$ radianes.

49. Calcule I_{prom} o V_{prom} para las formas de onda de la figura 15-88.

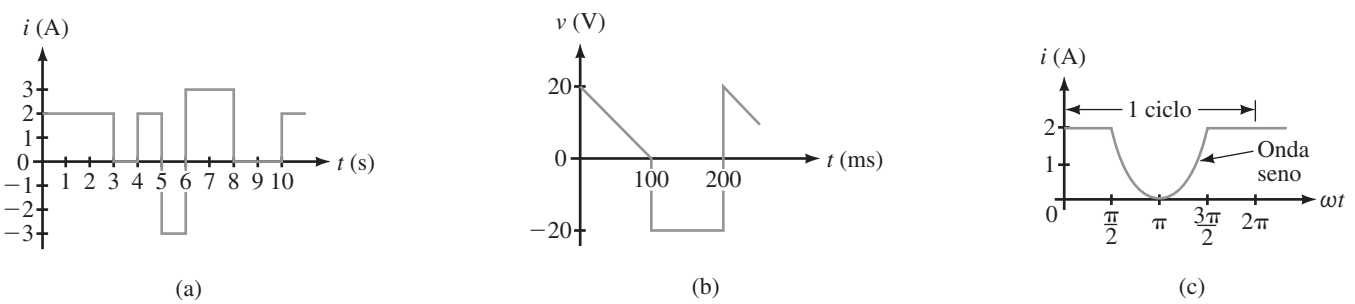


FIGURA 15-88

50. Para las formas de onda de la figura 15-89, calcule I_m.

51. Para el circuito de la figura 15-90, $e = 25 \operatorname{sen} \omega t$ V y un periodo de $T = 120$ ms.
    a. Dibuje el voltaje $v(t)$ coloque en el eje una escala en milisegundos.
    b. Determine los voltajes pico y mínimo.
    c. Calcule v cuando $t = 10$, 20, 70 y 100 ms.
    d. Determine V_{prom}.

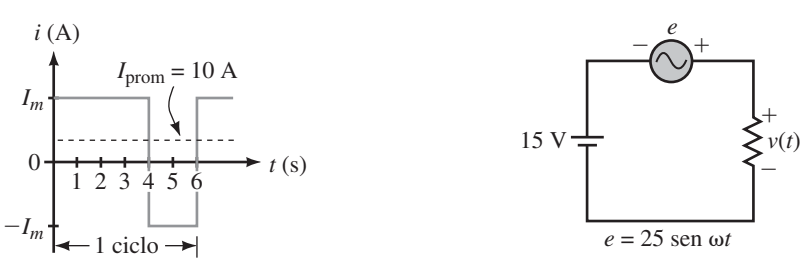


FIGURA 15-89

FIGURA 15-90

52. Use métodos numéricos para la parte curva de la forma de onda (con tamaño de incremento $\Delta t = 0.25$ s), para determinar el área y el valor promedio para la forma de onda de la figura 15-91.

53. Utilice cálculo, para encontrar el valor promedio para la figura 15-91.

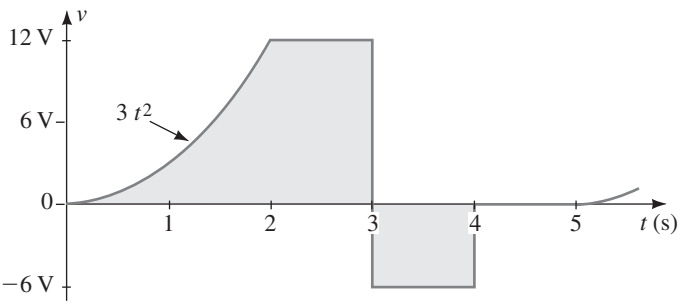


FIGURA 15-91

15-9 Valores efectivos (rms)

54. Determine los valores efectivos para cada uno de los siguientes casos:
    a. $v = 100 \text{ sen } \omega t$ V
    b. $i = 8 \text{ sen } 377t$ A
    c. $v = 40 \text{ sen}(\omega t + 40°)$ V
    d. $i = 120 \cos \omega t$ mA

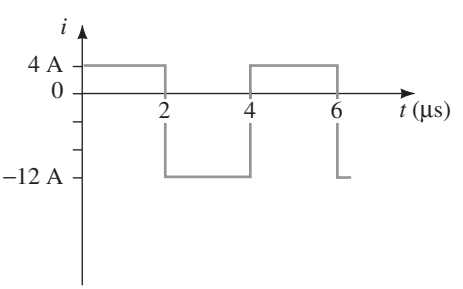
55. Determine los valores rms para cada uno de los siguientes casos:
    a. Una batería de 12 V
    b. $-24 \text{ sen}(\omega t + 73°)$ mA
    c. $10 + 24 \text{ sen } \omega t$ V
    d. $45 - 27 \cos 2\,\omega t$ V

56. Para una onda seno, $V_{ef} = 9$ V. ¿Cuál es su amplitud?

57. Determine los valores de la raíz cuadrática media para
    a. $i = 3 + \sqrt{2}(4) \text{ sen}(\omega t + 44°)$ mA
    b. Voltaje v de la figura 15-92 con $e = 25 \text{ sen } \omega t$ V

58. Calcule los valores rms de las figuras 15-88(a) y 15-89. Para la figura 15-89, $I_m = 30$ A.

59. Calcule los valores rms para las formas de onda de la figura 15-92.



(a)

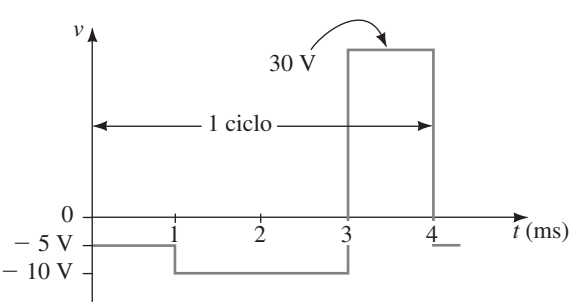


FIGURA 15-92

(b)

60. Calcule el valor efectivo para la figura 15-93.

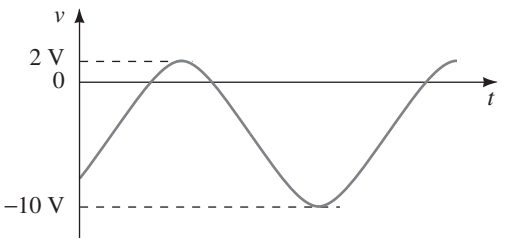


FIGURA 15-93

61. Determine los valores rms para la forma de onda de la figura 15-94. ¿Por qué es igual que el de una batería de 24 V?

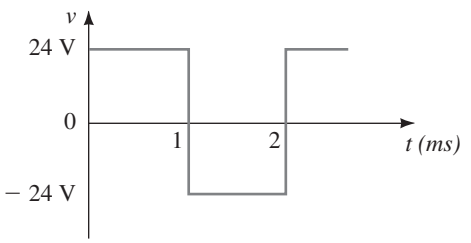


FIGURA 15-94

62. Calcule el valor rms de la forma de onda de la figura 15-52(c). Para manejar la porción triangular, utilice la ecuación 15-20. Use un intervalo de tiempo $\Delta t = 1$ s.

63. Repita el problema 62, use cálculo para manejar la porción triangular.

15-11 Medición de voltaje y corriente de ca

64. Determine la lectura de un medidor de ca que responde al promedio para cada uno de los siguientes casos. (Nota: sin sentido es una respuesta válida si se justifica su uso.) Suponga que la frecuencia está dentro del intervalo del instrumento.
    a. $v = 153 \operatorname{sen} \omega t$ V
    b. $v = \sqrt{2}(120) \operatorname{sen}(\omega t + 30°)$ V
    c. La forma de onda de la figura 15-61
    d. $v = 597 \cos \omega t$ V

65. Repita el problema 64 con un medidor de rms verdadero.

15-12 Análisis de circuitos por computadora

Utilice Multisim o PSpice para lo siguiente:

66. Dibuje la forma de onda del problema 37 y con el cursor determine el voltaje en los tiempos indicados. No olvide convertir la frecuencia a Hz. MULTISIM PSpice
67. Dibuje la forma de onda del problema 41. Use el cursor para determinar los tiempos en los cuales v alcanza 0 V, 23 V y -23V. MULTISIM PSpice
68. Suponga que las ecuaciones del problema 43 representan voltajes. Para cada caso, dibuje las formas de onda, luego utilice el cursor para determinar la diferencia de fase entre ellas. MULTISIM PSpice

✓ RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 1

1. 16.7 ms
2. Se duplica la frecuencia, el periodo es la mitad

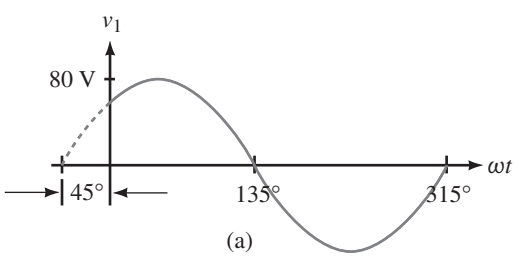
3. 50 Hz; 20 ms
4. 20 V; 0.5 y 2.5 ms; −35 V; 4 y 5 ms
5. (c) y (d); ya que la corriente es directamente proporcional al voltaje, tendrá la misma forma de onda.
6. 250 Hz
7. $f_1 = 100$ Hz; $f_2 = 33.3$ Hz
8. 50 kHz y 1 MHz
9. 22.5 Hz
10. En 12 ms, dirección →; en 37 ms, dirección ←; en 60 ms, →
11. En 75 ms, $i = -5$ A

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 2

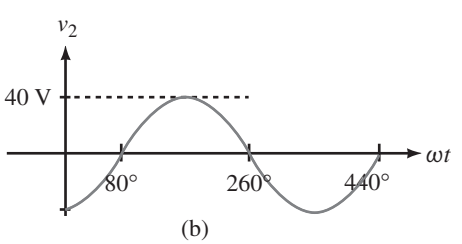
1.

α (grad)	0	45	90	135	180	225	270	315	360
i (mA)	0	10.6	15	10.6	0	−10.6	−15	−10.6	0

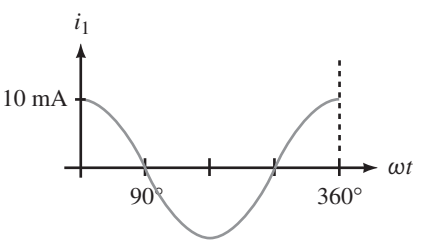
2. a. 0.349 c. 2.09
   b. 0.873 d. 4.36
3. 30°; 120°; 450°
4. Igual que la figura 15-27 con $T = 10$ s y amplitud = 50 mA.
5. 1.508×10^6 rad/s
6. $i = 8 \text{ sen } 157t$ A
7. $i = 6 \text{ sen } 69.81t$ A
8. a. $i = 250 \text{ sen}(251t - 30°)$ A
   b. $i = 20 \text{ sen}(62.8t + 45°)$ A
   c. $v = 40 \text{ sen}(628t - 30°)$ V
   d. $v = 80 \text{ sen}(314 \times 10^3 t + 36°)$ V
9. a. 2.95 ms; 7.05 ms; 22.95 ms; 27.05 ms
   b. 11.67 ms; 18.33 ms; 31.67 ms; 38.33 ms
10.



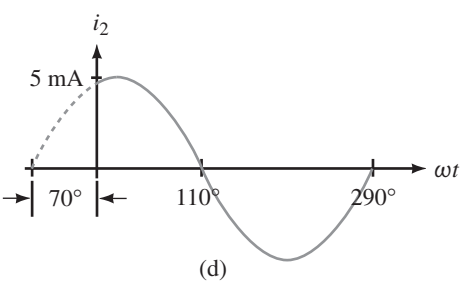
(a)



(b)



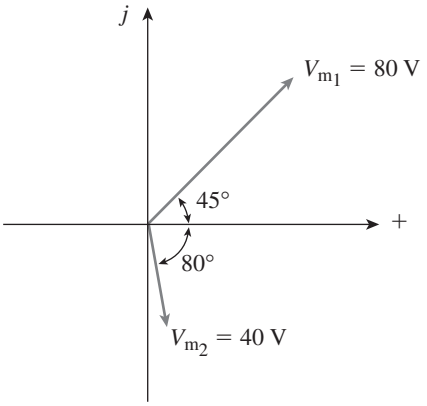
(c)



(d)

11. a. 2.25 s b. 1.33 s

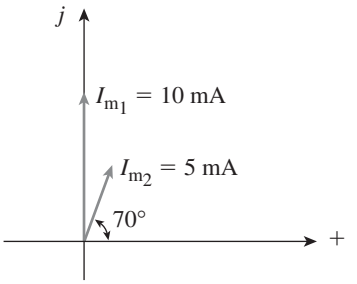
12. a.



b. 125°

c. v_1 en adelante

13. a.



b. 20°

c. i_1 en adelante

■ TÉRMINOS CLAVE

Conjugado
Dominio de los fasores
Dominio del tiempo
Forma polar
Forma rectangular
Imaginario
Impedancia
$j = \sqrt{-1}$
Número complejo
Reactancia capacitiva
Reactancia inductiva

■ PLAN GENERAL

Repaso de números complejos
Números complejos en análisis de ca
Circuitos *R*, *L* y *C* con excitación sinusoidal
Resistencia y ca sinusoidal
Inductancia y ca sinusoidal
Capacitancia y ca sinusoidal
El concepto de impedancia
Análisis de circuitos de ca por computadora

■ OBJETIVOS

Después de estudiar este capítulo será capaz de:

- expresar números complejos en formas rectangular y polar,
- representar los fasores de voltaje y corriente de ca como números complejos,
- representar las fuentes de ca en forma transformada,
- sumar y restar corrientes y voltajes mediante fasores,
- calcular las reactancias inductivas y capacitivas,
- determinar los voltajes y corrientes en circuitos simples de ca,
- explicar el concepto de impedancia,
- determinar la impedancia para elementos de circuito *R*, *L* y *C*,
- determinar los voltajes y corrientes en circuitos simples de ca mediante el concepto de impedancia,
- usar Multisim y PSpice para resolver problemas de circuitos simples de ca.

Elementos *R*, *L* y *C* y el concepto de impedancia

16

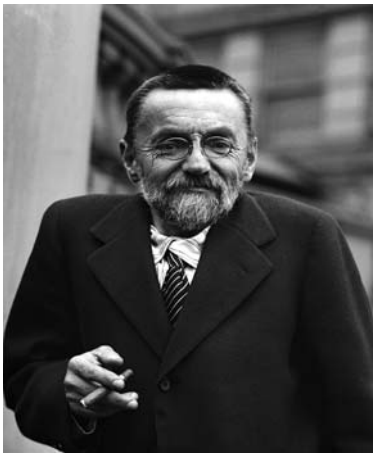
RESUMEN DEL CAPÍTULO

En el capítulo 15 aprendió cómo analizar algunos circuitos simples de ca en el dominio del tiempo usando voltajes y corrientes expresados como funciones del tiempo. Sin embargo, ese no es un método muy práctico. Un enfoque más práctico es representar los voltajes y corrientes de ca como fasores, los elementos de circuito como impedancias y analizar los circuitos en el dominio de fasores usando álgebra compleja. Con este enfoque, el análisis de circuitos de ca se maneja de forma similar al análisis de circuitos de cd, y todas las relaciones básicas y teoremas —como la ley de Ohm, las leyes de Kirchhoff, el análisis de malla y de nodos, la superposición, etc.—, se aplican. La principal diferencia es que las cantidades de ca son complejas en lugar de reales como las de cd. Si bien esto complica los detalles de cálculo, no altera los principios básicos de los circuitos. Este es el enfoque que se utiliza en la práctica. Las ideas básicas se desarrollarán en este capítulo.

Puesto que el análisis de fasores y el concepto de impedancia requieren familiaridad con los números complejos, se comenzará con una pequeña revisión de éstos. ■

PERSPECTIVA HISTÓRICA

Charles Proteus Steinmetz



CHARLES STEINMETZ NACIÓ EN BRESLAU, Alemania, en 1865 y emigró a Estados Unidos en 1889. En 1892, comenzó a trabajar para la compañía General Electric en Schenectady, Nueva York, donde permaneció hasta su muerte en 1923, y fue ahí donde su trabajo revolucionó el análisis de circuitos de ca. Antes de ese tiempo, dicho análisis se llevaba a cabo usando cálculo, un proceso difícil y que tomaba tiempo. Sin embargo, para 1893, Steinmetz había reducido el complejo proceso de la teoría de la corriente alterna a, en sus palabras, "un simple problema de álgebra". El concepto clave en su simplificación fue el fasor, una representación basada en números complejos. Por medio de la representación de voltajes y corrientes como fasores, Steinmetz fue capaz de definir una cantidad llamada **impedancia** y luego la utilizó para determinar las magnitudes del voltaje y la corriente y las relaciones de fase en una operación algebraica.

Steinmetz escribió el libro de texto fundamental sobre análisis de ca basado en su método, pero en el momento en que lo introdujo, se dijo que él era la única persona que lo entendía. Sin embargo, ahora es conocimiento común y los métodos concebidos por Steinmetz formaron las bases para casi todas las técnicas de análisis de circuitos de ca que se usan hoy en día. En este capítulo aprenderá el método y se ilustrará su aplicación para la solución de problemas básicos de circuitos de ca.

Además de su trabajo para GE, Charles Steinmetz fue profesor de ingeniería eléctrica (1902-1913) y de electrofísica (1913-1923) en Union University (ahora Union College) en Schenectady. ■

16-1 Repaso de números complejos

Un número complejo tiene la forma $\mathbf{C} = a + jb$, a y b son número reales y $j = \sqrt{-1}$. El número a se llama la parte **real** de **C** y b es llamada su parte **imaginaria**. (En teoría de circuitos se usa j para denotar el componente imaginario en lugar de i para evitar confusión con la corriente i.)

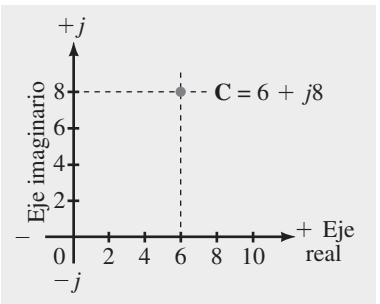


FIGURA 16-1 Un número complejo en forma rectangular.

Representación geométrica

Los números complejos se representan geométricamente, ya sea en forma rectangular o en forma polar como puntos en un plano bidimensional llamado plano complejo, figura 16-1. El número complejo $\mathbf{C} = 6 + j8$, por ejemplo, representa un punto cuya coordenada en el eje real es 6 y la coordenada en el eje imaginario es 8. Esta forma de representación se llama la **forma rectangular**.

Los números complejos también se representan en **forma polar** mediante la magnitud y el ángulo. Entonces, $\mathbf{C} = 10 \angle 53.13°$, figura 16-2, es un número complejo con magnitud 10 y ángulo 53.13°. Esta representación de magnitud y ángulo es precisamente otra manera de especificar la localización del punto representado por $\mathbf{C} = a + jb$.

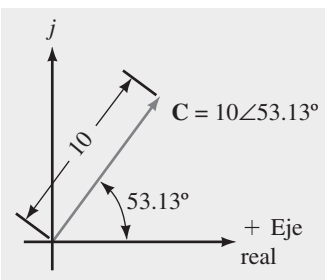


FIGURA 16-2 Un número complejo en forma polar.

Conversión entre las formas rectangular y polar

Para convertir entre sí las formas, observe a partir de la figura 16-3 que,

$$\mathbf{C} = a + jb \quad \text{(forma rectangular)} \tag{16-1}$$

$$\mathbf{C} = C \angle \theta \quad \text{(forma polar)} \tag{16-2}$$

donde C es la magnitud de **C**. A partir de la geometría del triángulo,

$$a = C \cos \theta \tag{16-3a}$$

$$b = C \operatorname{sen} \theta \tag{16-3b}$$

donde

$$C = \sqrt{a^2 + b^2} \tag{16-4a}$$

y

$$\theta = \tan^{-1} \frac{b}{a} \tag{16-4b}$$

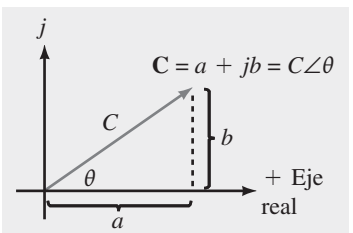


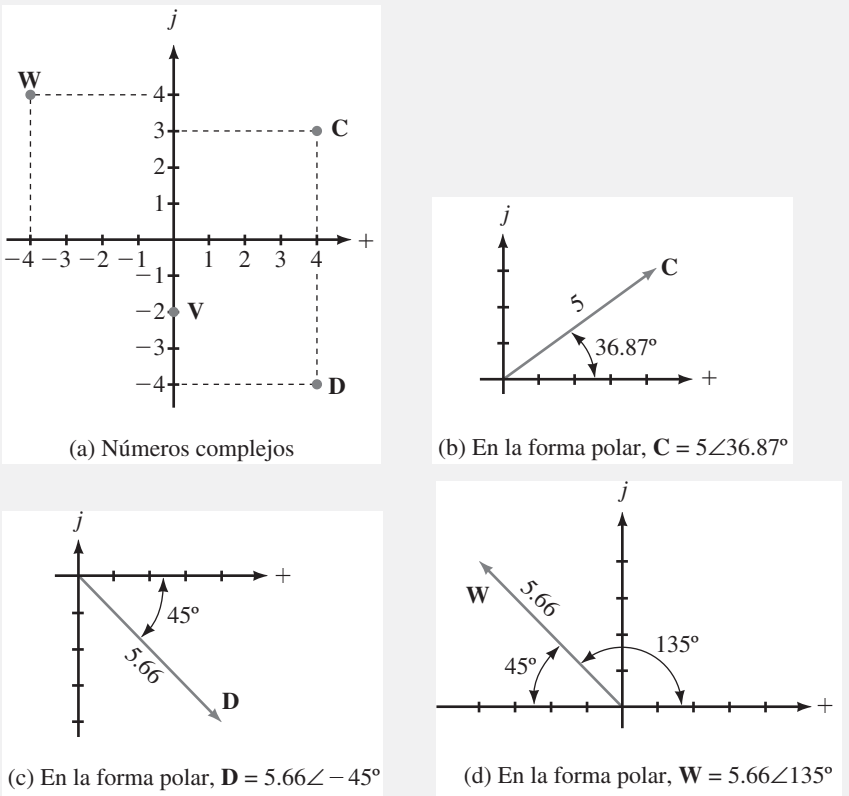
FIGURA 16-3 Equivalencia polar y rectangular.

Las ecuaciones 16-3 y 16-4 permiten la conversión entre las formas. Sin embargo, cuando se usa la ecuación 16-4(b), hay que tener cuidado cuando el número por convertirse está en el segundo o tercer cuadrante, ya que el ángulo obtenido es el complementario en lugar del real en estos dos cuadrantes. Esto se ilustra en el ejemplo 16-1 para el número complejo **W**.

EJEMPLO 16-1

Determine las formas polar y rectangular para los números complejos **C**, **D**, **V** y **W** de la figura 16-4(a).

Solución *Punto C*: parte real = 4; parte imaginaria = 3. Por lo que, $\mathbf{C} = 4 + j3$. En la forma polar, $C = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ y $\theta_C = \tan^{-1}(3/4) = 36.87°$. Entonces, $\mathbf{C} = 5 \angle 36.87°$ como se indica en (b).



(a) Números complejos

(b) En la forma polar, $\mathbf{C} = 5\angle 36.87°$

(c) En la forma polar, $\mathbf{D} = 5.66\angle -45°$

(d) En la forma polar, $\mathbf{W} = 5.66\angle 135°$

FIGURA 16-4

Punto D: en la forma rectangular, $\mathbf{D} = 4 - j4$. Entonces, $D = \sqrt{4^2 + 4^2} = 5.66$ y $\theta_D = \tan^{-1}(-4/4) = -45°$. Por tanto, $\mathbf{D} = 5.66\angle -45°$ como se muestra en (c).

Punto V: en la forma rectangular, $\mathbf{V} = -j2$. En la forma polar $\mathbf{V} = 2\angle -90°$.

Punto W: En la forma rectangular, $\mathbf{W} = -4 + j4$, entonces, $W = \sqrt{4^2 + 4^2} = 5.66$ y $\tan^{-1}(-4/4) = -45°$. Sin embargo, la inspección de la figura 16-4(d) muestra que este ángulo de 45° es el suplementario. El ángulo real, medido a partir del eje horizontal positivo, es de 135°. Por tanto, $\mathbf{W} = 5.66\angle 135°$.

En la práctica, (debido a la gran cantidad de trabajo con números complejos que se hará), se necesita un proceso de conversión más eficiente. Como se presenta después en esta sección, ya existen calculadoras de bajo costo que realizan estas conversiones en forma directa, simplemente se introducen los componentes del número complejo y se presiona la tecla de conversión. Con ellas, no ocurre el problema de determinar los ángulos para números como **W** en el ejemplo 16-1, solo se ingresa $-4 + j4$ y la calculadora regresa $5.66\angle 135°$.

Potencias de *j*

Las potencias de *j* se requieren con frecuencia en los cálculos. Aquí hay algunas potencias útiles:

$$\begin{aligned} j^2 &= (\sqrt{-1})(\sqrt{-1}) = -1 \\ j^3 &= j^2 j = -j \\ j^4 &= j^2 j^2 = (-1)(-1) = 1 \\ (-j)j &= 1 \\ \frac{1}{j} &= \frac{1}{j} \times \frac{j}{j} = \frac{j}{j^2} = -j \end{aligned} \qquad \textbf{(16-5)}$$

Suma y resta de números complejos

La suma y resta de números complejos se puede realizar de forma analítica o de forma gráfica. La suma y resta analítica se ilustra más fácil en forma rectangular, mientras que la suma y resta gráfica se ilustra mejor en forma polar. En la suma analítica se adicionan las partes real e imaginaria por separado. La resta se hace de manera similar. Para la suma gráfica, se suman vectorialmente como en la figura 16-5(a); para la resta, se cambia el signo del sustraendo y entonces se suman, como en la figura 16-5(b).

EJEMPLO 16-2

Dados $\mathbf{A} = 2 + j1$ y $\mathbf{B} = 1 + j3$, determine su suma y diferencia de manera analítica y gráfica.

Solución

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = (2 + j1) + (1 + j3) = (2 + 1) + j(1 + 3) = 3 + j4.$$
$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = (2 + j1) - (1 + j3) = (2 - 1) + j(1 - 3) = 1 - j2.$$

La suma y resta gráfica se muestran en la figura 16-5.

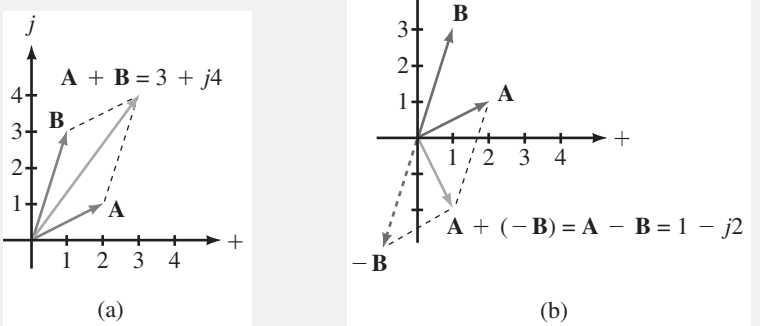


FIGURA 16-5

Multiplicación y división de números complejos

Estas operaciones, por lo general, se realizan en forma polar. Para la multiplicación, se multiplican las magnitudes y se suman los ángulos en forma algebraica. Para la división, se divide la magnitud del numerador entre la magnitud del denominador y después se resta algebraicamente el ángulo del denominador del numerador. Entonces, dados $\mathbf{A} = A\angle\theta_A$ y $\mathbf{B} = B\angle\theta_B$,

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB\underline{/\theta_A + \theta_B} \qquad \textbf{(16-6)}$$

$$\mathbf{A/B} = A/B\underline{/\theta_A - \theta_B} \qquad \textbf{(16-7)}$$

EJEMPLO 16-3

Dados $\mathbf{A} = 3\angle 35°$ y $\mathbf{B} = 2\angle -20°$, determine el producto $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ y el cociente **A/B**.

Solución

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = (3\angle 35°)(2\angle -20°) = (3)(2)\underline{/35° - 20°} = 6\angle 15°$$
$$\frac{\mathbf{A}}{\mathbf{B}} = \frac{(3\angle 35°)}{(2\angle -20°)} = \frac{3}{2}\underline{/35° - (-20°)} = 1.5\angle 55°$$

EJEMPLO 16-4

Para los cálculos que involucran solamente reales, sólo imaginarios o pequeños números enteros, algunas veces es más fácil multiplicarlos directamente en forma rectangular en lugar de convertirlos en polar. Calcule los siguientes números directamente:

a. $(-j3)(2 + j4)$.
b. $(2 + j3)(1 + j5)$.

Solución

a. $(-j3)(2 + j4) = (-j3)(2) + (-j3)(j4) = -j6 - j^2 12 = 12 - j6$
b. $(2 + j3)(1 + j5) = (2)(1) + (2)(j5) + (j3)(1) + (j3)(j5)$
$= 2 + j10 + j3 + j^2 15 = 2 + j13 - 15 = -13 + j13$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 1

1. Los números polares con el mismo ángulo pueden sumarse o restarse directamente sin convertirlos en la forma rectangular. Por ejemplo, la suma de $6\angle 36.87°$ y $4\angle 36.87°$ es $10\angle 36.87°$, mientras que la diferencia es $6\angle 36.87° - 4\angle 36.87° = 2\angle 36.87°$. Por medio de dibujos, indique por qué este procedimiento es válido.
2. Para comparar los métodos de multiplicación con valores enteros pequeños, convierta los números del ejemplo 16-4 a la forma polar, multiplíquelos y después convierta las respuestas a la forma rectangular.

Respuestas

1. Ya que los números tienen el mismo ángulo, su suma también tiene el mismo ángulo y entonces sus magnitudes simplemente se suman (o restan).

Recíprocos

En forma polar, el recíproco de un número complejo $\mathbf{C} = C\ \angle\theta$ es

$$\frac{1}{\mathbf{C}\angle\theta} = \frac{1}{C}\angle -\theta \qquad \textbf{(16-8)}$$

Entonces,

$$\frac{1}{20\angle 30°} = 0.05\angle -30°$$

Cuando se trabaja en forma rectangular, se debe ser cuidadoso, véase las Notas.

Conjugados complejos

El **conjugado** de un número complejo, denotado mediante un *, es un número complejo con la misma parte real pero la parte imaginaria opuesta. Entonces, el conjugado de $\mathbf{C} = C\angle\theta = a + jb$ es $\mathbf{C}^* = C\angle -\theta = a - jb$. Por ejemplo, si $\mathbf{C} = 3 + j4 = 5\angle 53.13°$, entonces $\mathbf{C}^* = 3 - j4 = 5\angle -53.13°$.

Calculadoras para el análisis de ca

El análisis de los circuitos de ca involucra una considerable cantidad de aritmética de números complejos y se requerirá una calculadora que trabaje fácilmente en las formas polar y rectangular, y de preferencia que despliegue el resultado en la notación estándar (o casi estándar) como en la figura 16-6. (Hay muchas calculadoras en el mercado, asegúrese de verificar con sus profesores o instructores antes de comprar para determinar qué marca y modelo es el reco-

NOTAS . . .

Un error común cuando se determinan los recíprocos en forma rectangular es escribir el recíproco de $a + j\ b$ como $\frac{1}{a+jb} = \frac{1}{a} + \frac{1}{jb}$. Esto no es correcto.

Para ilustrarlo, considere $\mathbf{C} = 3 + j\ 4$, para determinar su recíproco, introduzca $3 + j\ 4$ en la calculadora (véase la sección titulada *Calculators for AC Analysis*), y presione la tecla de inverso. El resultado

es $\frac{1}{\mathbf{C}} = \frac{1}{3+j4} = 0.12 - j0.16$.

Claramente, esto no es igual a $\frac{1}{3} + \frac{1}{j4} = 0.333 - j0.25$.

mendable para su escuela. Para fines de ilustración, aquí se usa la TI-86. Si no se cuenta con este modelo, consulte el manual de instrucciones de su calculadora y siga a través de los ejemplos. Aunque los detalles son diferentes, el concepto suele, ser el mismo.) Los cálculos que necesitará hacer varían de simples conversiones entre formas (como se ilustra en el ejemplo 16-5) hasta cálculos más complejos (como se ilustra en el ejemplo 16-6).

EJEMPLO 16-5

Use la TI-86 en el modo complejo para:

a. Determinar la forma polar de $\mathbf{W} = -4 - j4$, figura 16-4.

b. Determinar el inverso de $3 + j4$ con la respuesta en forma rectangular.

Solución Lea las notas dentro del recuadro Sugerencias para la calculadora, fije la calculadora en grados como en la Nota 1 y para el modo complejo como en la Nota 2, entonces, proceda como sigue:

a. Teclee $(-4, -4)$, presione la tecla F2 para seleccionar el despliegue polar, entonces presione Enter. La pantalla debe mostrar $5.66\angle -135°$, como se ilustra en la figura 16-6.

b. Teclee (3, 4), presiones la tecla 2^{nd} seguida por x^{-1} y presione F1, entonces, presione *Enter*. Se debe obtener $(0.12, -0.16)$ lo cual representa $0.12 - j\,0.16$ como en la figura 16-6.



FIGURA 16-6 Despliegue de números complejos en la TI-86. Observe que los resultados polares se muestran en la notación estándar, pero los rectangulares no.

Aunque todas las calculadoras con capacidad para trabajar con números complejos pueden realizar fácilmente cálculos como los anteriores, hay variaciones en cómo lo hacen, tal como se ilustró en el ejemplo 16-6. En el más bajo nivel están las calculadoras que requieren que usted haga todas las conversiones intermedias mostradas en (a), mientras que en el nivel superior están aquellas que le permiten resolver el problema en un paso como se ilustra en (b).

Sugerencias para la calculadora TI-86: Cuando se establezca un problema con números complejos, por lo general se puede proceder de varias maneras; con la experiencia, desarrollará su método preferido. Mientras tanto, los siguientes pasos le darán el arranque. Para la mayoría de los problemas use 2 o 3 dígitos decimales en la pantalla y trabaje con ángulos en grados. (El número de dígitos decimales incluidos no afecta la exactitud de los cálculos.) Observe lo siguiente:

1. Para trabajar con ángulos en grados, presione la tecla de 2a. función y después la tecla MORE. Mueva el cursor a *Degree* y presione *Enter*. Presione *Exit*.
2. Para seleccionar el modo complejo, presione la tecla de 2a. función y la tecla CPLX y después la tecla MORE. (Se debe ver ► Rec y ► Pol en la parte inferior de la pantalla.) Ahora se debe estar en el modo complejo.
3. Los números complejos deben introducirse entre paréntesis.
4. Asegúrese de usar la tecla (−) cuando se introduzcan números negativos, no la tecla de resta −.
5. Para introducir un número en forma polar, teclee la magnitud, presione la tecla de 2a. función, después la tecla con el símbolo de ángulo ∠ arriba de él. Seguido por el valor del ángulo. Por ejemplo, para ingresar $5\angle 45°$, la secuencia de teclas es (5 2a. ∠ 45).
6. La tecla F1 muestra el resultado en forma rectangular, mientras que la tecla F2 lo despliega en forma polar.

EJEMPLO 16-6

Reduzca lo siguiente a la forma polar.

$$(6 + j5) + \frac{(3 - j4)(10\angle 40°)}{6 + 30\angle 53.13°}$$

Solución

a. El uso de una calculadora con capacidades básicas requiere varios pasos intermedios, algunos de los cuales se muestran abajo.

$$\text{respuesta} = (6 + j5) + \frac{(5\angle -53.13)(10\angle 40)}{6 + (18 + j24)}$$

$$= (6 + j5) + \frac{(5\angle -53.13)(10\angle 40)}{24 + j24}$$

$$= (6 + j5) + \frac{(5\angle -53.13)(10\angle 40)}{33.94\angle 45}$$

$$= (6 + j5) + 1.473\angle -58.13 = (6 + j5) + (0.778 - j1.251)$$

$$= 6.778 + j3.749 = 7.75\angle 28.95°$$

b. La TI-86 permite resolver este problema en un paso, figura 16-7. Asegúrese de estar en modo complejo, de acuerdo con la Nota 2, entonces, ingrese los números en forma polar como en la Nota 5 y use la misma secuencia de teclas que en el ejemplo 16-5 para el paso final de conversión en polar.

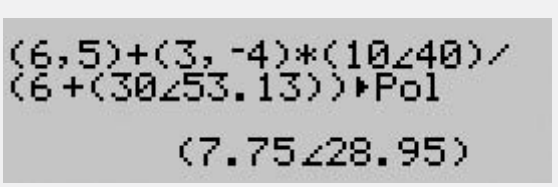


FIGURA 16-7

16-2 Números complejos en análisis de ca

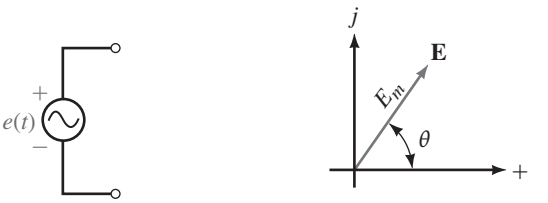
NOTAS . . .

La definición básica de un fasor es un vector radial rotatorio con una longitud igual a la amplitud (E_m o I_m) del voltaje o la corriente que representa. Sin embargo, para fines analíticos, se acostumbra definir al fasor en términos de su valor rms. Se hará este cambio en el capítulo 17. Mientras tanto, hay algunas ideas que necesitan explorarse usando la definición fundamental.

Representación de voltajes y corrientes de ca mediante números complejos

Como se vio en el capítulo 15, los voltajes y corrientes de ca pueden representarse como fasores (véase las Notas). Debido a que los fasores tienen magnitud y ángulo, pueden verse como números complejos. Para tener una idea, considere la fuente de voltaje de la figura 16-8(a). Su fasor equivalente (b) tiene magnitud E_m y ángulo θ. Por tanto puede verse como un número complejo

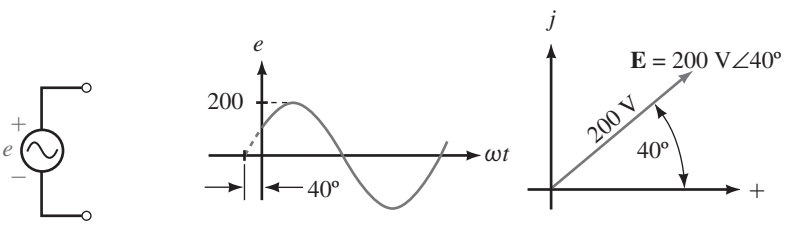
$$\mathbf{E} = E_m\angle\theta \qquad \textbf{(16-9)}$$



(a) $e(t) = E_m \text{ sen } (\omega t + \theta)$ (b) $\mathbf{E} = E_m\angle\theta$

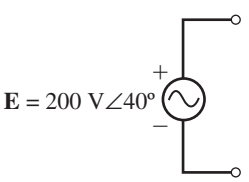
FIGURA 16-8 Representación de una fuente de voltaje sinusoidal como un número complejo.

Desde este punto de vista, el voltaje sinusoidal $e(t) = 200 \text{ sen}(\omega t + 40°)$ de la figura 16-9(a) y (b) se representa mediante su fasor equivalente $\mathbf{E} = 200\,\text{V}\angle 40°$ como en (c).



(a) $e = 200 \text{ sen } (\omega t + 40°)$ V (b) Forma de onda (c) Fasor equivalente

FIGURA 16-9 Transformación de $e = 200 \text{ sen } (\omega t + 40°)$ V en $\mathbf{E} = 200\,\text{V}\angle 40°$.



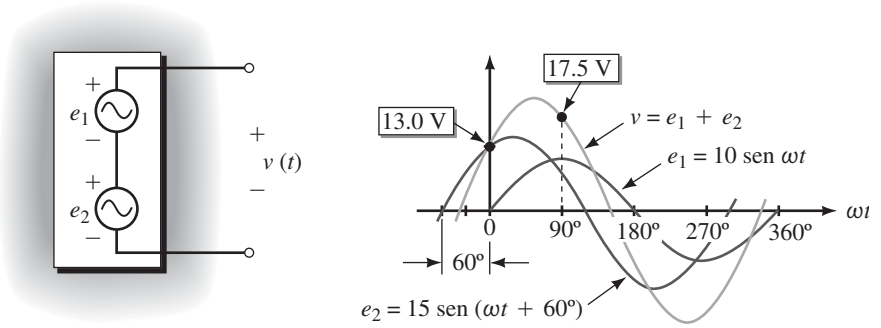
Fuente transformada

FIGURA 16-10 Transformación directa de la fuente.

Se puede tomar ventaja de esta equivalencia. *En lugar de mostrar una fuente como un voltaje e(t) que varía en el tiempo y después se convertirá en un fasor, se puede representar la fuente por su fasor equivalente desde el inicio*. Este punto de vista se ilustra en la figura 16-10. Ya que $\mathbf{E} = 200\,\text{V}\angle 40°$, esta representación mantiene toda la información original de la figura 16-9, ya que la variación sinusoidal en el tiempo y su ángulo asociado, como se ilustra en la figura 16-9(b), está implícita en la definición del fasor.

La idea que se ilustra en la figura 16-10 es de gran importancia para la teoría de circuitos. *Al reemplazar la función del tiempo e(t) con su fasor equivalente* **E**, *se ha transformado la fuente del dominio del tiempo al dominio de los fasores*. El valor de este método se ilustra enseguida.

Antes de pasar a ella, se debe observar que las leyes de voltaje y de corriente de Kirchhoff se aplican en el dominio del tiempo (es decir, cuando los voltajes y corrientes se expresan como funciones del tiempo) y también en el dominio de los fasores (es decir, cuando los voltajes y corrientes se representan mediante fasores). Por ejemplo, $e = v_1 + v_2$ en el dominio del tiempo se puede transformar a $\mathbf{E} = \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2$ en el dominio de los fasores y viceversa. De manera similar ocurre con las corrientes. Aunque se han establecido los resultados an-



(a) $e_1 = 10$ sen ωt
$e_2 = 15$ sen ($\omega t + 60°$)

(b) Formas de onda

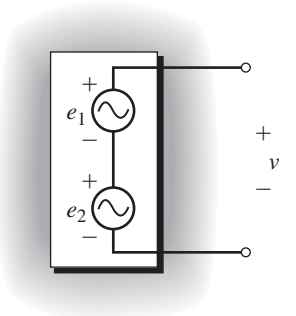
FIGURA 16-11 Suma de formas de onda punto por punto.

teriores sin probarlos, esto se puede hacer de manera rigurosa, tal y como se realiza en libros de texto de teoría de circuitos avanzados.

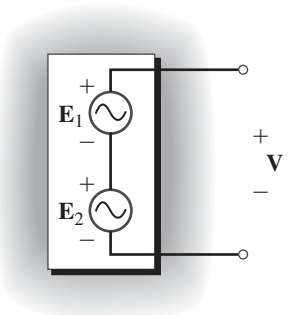
Suma de voltajes y corrientes de ca

Las cantidades sinusoidales algunas veces requieren ser sumadas o restadas como en la figura 16-11. Aquí, se desea sumar e_1 y e_2, donde $e_1 = 10$ sen ωt y $e_2 = 15$ sen ($\omega t + 60°$). La adición de e_1 y e_2 se determina sumando las formas de onda punto por punto como en (b). Por ejemplo, en $\omega t = 0°$, $e_1 = 10$ sen $0° = 0$ y $e_2 = 15$ sen$(0° + 60°) = 13$ V, y su suma es 13 V. De manera similar, $\omega t = 90°$, $e_1 = 10$ sen $90° = 10$ V y $e_2 = 15$ sen $(90° + 60°) = 15$ sen $150° = 7.5$ y su suma es 17.5 V. Si se continúa de esta manera, se obtiene la suma de $e_1 + e_2$ (la forma de onda en gris claro).

Como se puede ver, este proceso es tedioso y no proporciona la expresión analítica para el voltaje que resulta. Una mejor forma es transformar las fuentes y usar números complejos para realizar la suma. Esto se muestra en la figura 16-12. Aquí se han reempezado los voltajes e_1 y e_2 con sus fasores equivalentes, $\mathbf{E}_1$ y $\mathbf{E}_2$, y v con su fasor equivalente $\mathbf{V}$. Ya que $v = e_1 + e_2$, al reemplazar v, e_1, y e_2 con sus fasores equivalentes se obtiene $\mathbf{V} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$. Ahora $\mathbf{V}$ se encuentra al sumar $\mathbf{E}_1$ y $\mathbf{E}_2$ como números complejos. Una vez que se conoce $\mathbf{V}$, se determina su correspondiente ecuación en el tiempo y su forma de onda.



(a) Red original.
$v(t) = e_1(t) + e_2(t)$



(b) Red transformada.
$\mathbf{V} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$

FIGURA 16-12 Circuito transformado. Esta es una de las ideas clave del análisis de circuitos sinusoidales.

EJEMPLO 16-7

Dados $e_1 = 10$ sen ωt V y $e_2 = 15$ sen$(\omega t + 60°)$ V como antes, determine v y dibújelo.

Solución

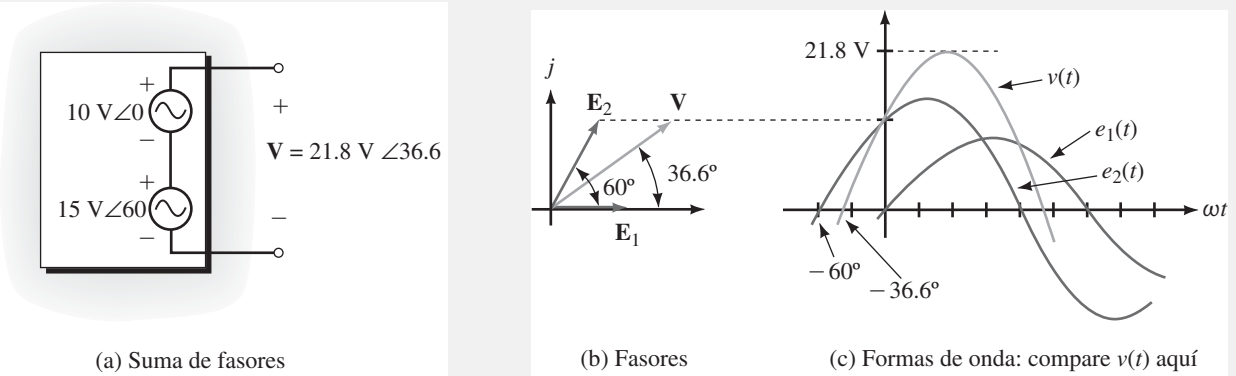
$e_1 = 10$ sen ωt V. Entonces, $\mathbf{E}_1 = 10\,\text{V}\angle 0°$.
$e_2 = 15$ sen$(\omega t + 60°)$ V. Entonces, $\mathbf{E}_2 = 15\,\text{V}\angle 60°$.

Las fuentes transformadas se muestran en la figura 16-13(a) y los fasores en la (b).

$$\mathbf{V} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = 10\angle 0° + 15\angle 60° = (10 + j0) + (7.5 + j13)$$
$$= (17.5 + j13) = 21.8\,\text{V}\angle 36.6°$$

Entonces, $v = 21.8$ sen$(\omega t + 36.6°)$ V

Las formas de onda se muestran en (c). Para verificar que se produce el mismo resultado que al de sumar las formas de onda punto por punto, véase los Problemas prácticos 2.



(a) Suma de fasores

(b) Fasores

(c) Formas de onda: compare $v(t)$ aquí con $v(t)$ en la Figura 16–11 (b)

FIGURA 16-13 Observe que $v(t)$, determinado a partir del fasor **V** da el mismo resultado que al sumar e_1 y e_2 punto por punto.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 2

Verifique por sustitución directa que $v = 21.8 \text{ sen } (\omega t + 36.6^\circ)$ V, como en la figura 16-13, es la suma de e_1 y e_2. Para hacerlo, calcule e_1 y e_2 en cada punto, súmelos y compare la suma con $21.8 \text{ sen } (\omega t + 36.6^\circ)$ V calculada en el mismo punto. Realice estos cálculos en intervalos de $\omega t = 30^\circ$ a lo largo del ciclo completo para verificar por sí mismo que el resultado es correcto en cualquier punto. Por ejemplo, en $\omega t = 0^\circ$, $v = 21.8 \text{ sen } (\omega t + 36.6^\circ) = 21.8 \text{ sen } (36.6^\circ) = 13$ V, como se vio antes en la figura 16-11.

Respuestas
Aquí están los puntos en la gráfica a intervalos de 30°:

ωt	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270°	300°	330°	360°
v	13	20	21.7	17.5	8.66	−2.5	−13	−20	−21.7	−17.5	−8.66	2.5	13

NOTAS IMPORTANTES . . .

1. Hasta este punto se han usado valores pico como V_m e I_m para representar las magnitudes de los fasores de voltajes y corrientes, ya que ha sido más convenientes para los fines planteados. Sin embargo, en la práctica se usan los valores rms. En consecuencia, ahora se cambiará a rms. Por tanto, a partir de aquí, el fasor $\text{V} = 120 \text{ V} \angle 0^\circ$ se considera un voltaje de 120 volts rms con un ángulo de 0°. Si se requiere convertir en una función del tiempo, primero se multiplica el valor rms por $\sqrt{2}$ y se sigue el procedimiento usual. Entonces, $v = \sqrt{2}\,(120) \text{ sen } \omega\text{t} = 170 \text{ sen } \omega t$.
2. Para sumar o restar voltajes o corrientes sinusoidales se siguen los tres pasos descritos en el ejemplo 16-7. Esto es,
   - Se convierten las ondas seno a fasores y se expresan en forma de números complejos.
   - Se suman o restan los números complejos.
   - Se vuelven a convertir en funciones del tiempo si se desea.
3. Aunque se usan los fasores para representar las formas de onda sinusoidales, debe observarse que las ondas seno y los fasores no son lo mismo. Los voltajes y corrientes sinusoidales son reales, son cantidades que se evalúan con medidores y cuyas formas de onda se pueden ver en el osciloscopio. *Por otro lado*, *los fasores son abstracciones matemáticas que se usan para ayudar a visualizar las relaciones y resolver los problemas*.
4. Se dice que las cantidades expresadas como funciones del tiempo están en el **dominio del tiempo**, mientras que las cantidades expresadas como **fasores** están en el **dominio de los fasores** (o la frecuencia). Entonces, $v = 170 \text{ sen } \omega t$ V está en el dominio del tiempo, mientras que $\text{V} = 120 \text{ V} \angle 0^\circ$ es su equivalente en el dominio de fasores.

EJEMPLO 16-8

Exprese el voltaje y la corriente de la figura 16-14 en los dominios del tiempo y de los fasores.

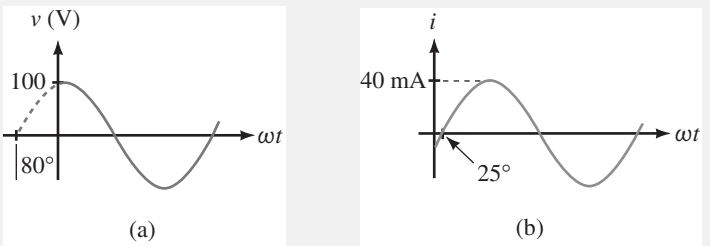


FIGURA 16-14

Solución

a. Dominio del tiempo: $v = 100 \text{ sen}(\omega t + 80°)$ volts.
Dominio de los fasores: $\mathbf{V} = (0.707)(100 \text{ V} \angle 80°) = 70.7 \text{ V} \angle 80°$ (rms).

b. Dominio del tiempo: $i = 40 \text{ sen}(\omega t - 25°)$ mA.
Dominio de los fasores: $\mathbf{I} = (0.707)(40 \text{ mA} \angle -25°) = 28.3 \text{ mA} \angle -25°$ (rms).

EJEMPLO 16-9

Si $i_1 = 14.14 \text{ sen}(\omega t - 55°)$ A e $i_2 = 4 \text{ sen}(\omega t + 15°)$ A, determine su suma i. Trabaje con valores rms.

Solución

$$\mathbf{I}_1 = (0.707)(14.14 \text{ A}) \angle -55° = 10 \text{ A} \angle -55°$$
$$\mathbf{I}_2 = (0.707)(4 \text{ A}) \angle 15° = 2.828 \text{ A} \angle 15°$$
$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 = 10 \text{ A} \angle -55° + 2.828 \text{ A} \angle 15°$$
$$= (5.74 \text{ A} - j8.19 \text{ A}) + (2.73 \text{ A} + j0.732 \text{ A})$$
$$= 8.47 \text{ A} - j7.46 \text{ A} = 11.3 \text{ A} \angle -41.4$$
$$i(t) = \sqrt{2}(11.3) \text{ sen}(\omega t - 41.4°) = 16 \text{ sen}(\omega t - 41.4°) \text{ A}$$

Aunque puede parecer tonto convertir valores pico en rms y luego volver a convertir los rms en pico, como se realizó en el ejemplo 16-9, se hizo por una razón. Esto se justifica porque pronto no se trabajará en el dominio del tiempo, sólo con fasores. En ese punto la solución estará completa cuando se tenga la respuesta en la forma $\mathbf{I} = 11.3 \angle -41.4°$. Para ayudar al enfoque rms, los voltajes y corrientes en los siguientes dos ejemplos, y en otros más que se verán después, se expresan como un valor rms multiplicado por $\sqrt{2}$.).

EJEMPLO 16-10

Para la figura 16-15, $v_1 = \sqrt{2}(16) \text{ sen } \omega t$ V, $v_2 = \sqrt{2}(24) \text{ sen}(\omega t + 90°)$ y $v_3 = \sqrt{2}(15) \text{ sen}(\omega t - 90°)$ V. Determine el voltaje de la fuente e.

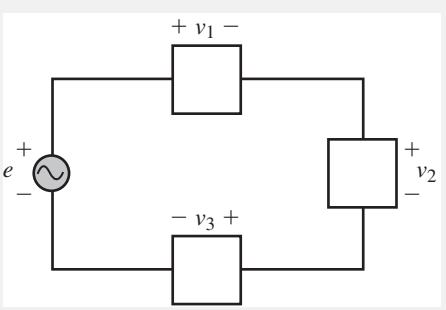


FIGURA 16-15

Solución La respuesta se obtiene mediante la LVK. Primero, se convierten en fasores, entonces, $\mathbf{V}_1 = 16\ \text{V}\angle 0°$, $\mathbf{V}_2 = 24\ \text{V}\angle 90°$, y $\mathbf{V}_3 = 15\ \text{V}\angle -90°$. Al aplicar la LVK se obtiene $\mathbf{E} = \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 + \mathbf{V}_3 = 16\ \text{V}\angle 0° + 24\ \text{V}\angle 90° + 15\ \text{V}\angle -90° = 18.4\ \text{V}\angle 29.4°$. Al volver a convertir en una función del tiempo se llega a $e = \sqrt{2}(18.4)\ \text{sen}(\omega t + 29.4°)$ V.

EJEMPLO 16-11

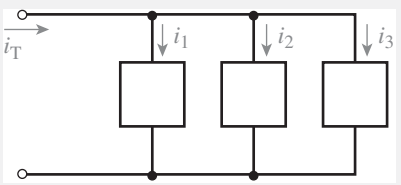


FIGURA 16-16

Para la figura 16-16, $i_1 = \sqrt{2}(23)\ \text{sen}\ \omega t$ mA, $i_2 = \sqrt{2}(0.29)\ \text{sen}\ (\omega t + 63°)$ A e $i_3 = \sqrt{2}(127) \times 10^{-3}\ \text{sen}(\omega t - 72°)$ A. Determine la corriente i_T.

Solución Se convierten a fasores. Entonces, $\mathbf{I}_1 = 23\ \text{mA}\angle 0°$, $\mathbf{I}_2 = 0.29\ \text{A}\angle 63°$ e $\mathbf{I}_3 = 127 \times 10^{-3}\ \text{A}\angle -72°$. Con la LCK se obtiene $\mathbf{I}_T = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_3 = 23\ \text{mA}\angle 0° + 290\ \text{mA}\angle 63° + 127\ \text{mA}\angle -72° = 238\ \text{mA}\angle 35.4°$. Al convertir de nuevo en una función del tiempo se llega a $i_T = \sqrt{2}(238)\ \text{sen}\ (\omega t + 35.4°)$ mA.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 3

1. Convierta lo siguiente en funciones de tiempo. Los valores son rms.
   a. $\mathbf{E} = 500\ \text{mV}\angle -20°$ b. $\mathbf{I} = 80\ \text{A}\angle 40°$
2. Para el circuito de la figura 16-17, determine el voltaje e_1.

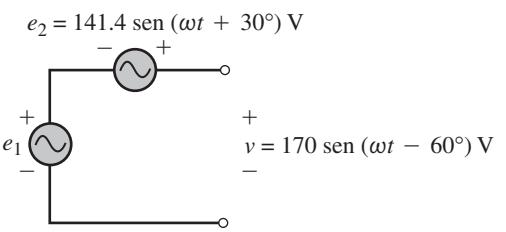


FIGURA 16-17

Respuestas

1. a. $e = 707\ \text{sen}(\omega t - 20°)$ mV b. $i = 113\ \text{sen}(\omega t + 40°)$ A
2. $e_1 = 221\ \text{sen}(\omega t - 99.8°)$ V

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 1

(Las respuestas están al final del capítulo)

1. Convierta lo siguiente en la forma polar:
   a. $j6$ b. $-j4$ c. $3 + j3$ d. $4 - j6$
   e. $-5 + j8$ f. $1 - j2$ g. $-2 - j3$
2. Convierta lo siguiente en la forma rectangular:
   a. $4\angle 90°$ b. $3\angle 0°$ c. $2\angle -90°$ d. $5\angle 40°$
   e. $6\angle 120°$ f. $2.5\angle -20°$ g. $1.75\angle -160°$
3. Si $-\mathbf{C} = 12\angle -140°$, ¿cuál es el valor de $\mathbf{C}$?
4. Dado $\mathbf{C}_1 = 36 + j4$ y $\mathbf{C}_2 = 52 - j11$. Determine $\mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_2$, $\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2$, $1/(\mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_2)$ y $1/(\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2)$. Exprese en forma rectangular.
5. Dado $\mathbf{C}_1 = 24\angle 25°$ y $\mathbf{C}_2 = 12\angle -125°$. Determine $\mathbf{C}_1 \cdot \mathbf{C}_2$ y $\mathbf{C}_1/\mathbf{C}_2$.
6. Calcule lo siguiente y exprese las respuestas en forma rectangular.
   a. $\dfrac{6 + j4}{10\angle 20°} + (14 + j2)$ b. $(1 + j6) + \left[2 + \dfrac{(12\angle 0°)(14 + j2)}{6 - (10\angle 20°)(2\angle -10°)}\right]$
7. Para la figura 16-18, determine i_T donde $i_1 = 10\ \text{sen}\ \omega t$, $i_2 = 20\ \text{sen}(\omega t - 90°)$, e $i_3 = 5\ \text{sen}\ (\omega t + 90°)$.

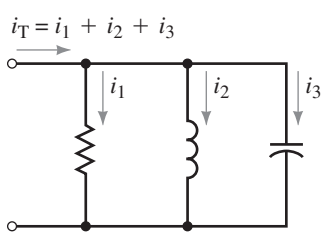


FIGURA 16-18

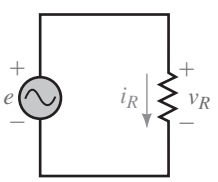
16-3 Circuitos *R*, *L* y *C* con excitación sinusoidal

Los elementos de circuitos *R*, *L* y *C* tienen propiedades eléctricas diferentes. Por ejemplo, la resistencia se opone a la corriente, la inductancia se opone a cambios en la corriente y la capacitancia se opone a cambios en el voltaje. Estas diferencias dan como resultado relaciones voltaje-corriente totalmente distintas, como se vio antes. Ahora es de interés investigar estas relaciones para el caso de ca sinusoidal. Las ondas seno tienen varias características importantes que se descubrirán a partir de esta investigación:

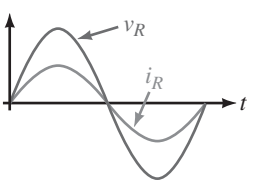
1. Cuando un circuito que se compone de elementos de circuito *R*, *L* y *C* está conectado a una fuente sinusoidal, todas las corrientes y voltajes en el circuito serán sinusoidales.
2. Estas ondas seno tienen la misma frecuencia que la fuente y sólo difieren en las magnitudes y ángulos de fase.

16-4 Resistencia y ca sinusoidal

Se inicia con un circuito puramente resistivo. Aquí se aplica la ley de Ohm y por tanto, la corriente es directamente proporcional al voltaje. Por esa razón las variaciones de la corriente siguen las variaciones del voltaje y alcanzan su máximo cuando el voltaje alcanza su pico, cambian de dirección cuando el voltaje cambia de polaridad, etc. (figura 16-19). A partir de esto, se concluye que *para un circuito puramente resistivo*, *la corriente y el voltaje están en fase*. Ya que las formas de onda de voltaje y corriente coinciden, sus fasores también coinciden (figura 16-20).



(a) El voltaje de la fuente es una onda seno. Por tanto, v_R es una onda seno



(b) $i_R = v_R/R$. Por lo cual i_R también es una onda seno

FIGURA 16-19 Se aplica la ley de Ohm. Observe que la corriente y el voltaje están en fase.

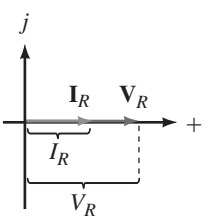


FIGURA 16-20 Para un resistor, los fasores de voltaje y corriente están en fase.

La relación que se ilustra en la figura 16-19 se establece matemáticamente como

$$i_R = \frac{v_R}{R} = \frac{V_m \operatorname{sen} \omega t}{R} = \frac{V_m}{R} \operatorname{sen} \omega t = I_m \operatorname{sen} \omega t \qquad \textbf{(16-10)}$$

donde

$$I_m = V_m/R \qquad \textbf{(16-11)}$$

Al trasponer términos,

$$V_m = I_m R \qquad \textbf{(16-12)}$$

La relación en fase es válida sin importar la referencia. Por tanto, si $v_R = V_m \operatorname{sen}(\omega t + \theta)$, entonces $i_R = I_m \operatorname{sen}(\omega t + \theta)$.

EJEMPLO 16-12

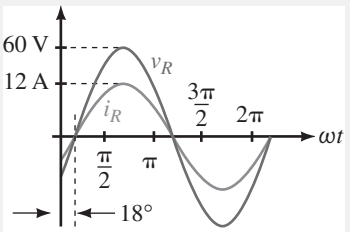


FIGURA 16-21

Para el circuito de la figura 16-19(a), si $R = 5\ \Omega$ e $i_R = 12$ sen $(\omega t - 18°)$ A, determine v_R.

Solución $v_R = Ri_R = 5 \times 12$ sen $(\omega t - 18°) = 60$ sen $(\omega t - 18°)$ V. Las formas de onda se muestran en la figura 16-21.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 4

1. Si $v_R = 150 \cos \omega t$ V y $R = 25$ kΩ, determine i_R y grafique ambas formas de onda.
2. Si $v_R = 100$ sen $(\omega t + 30°)$ V y $R = 0.2$ MΩ, determine i_R y grafique ambas formas de onda.

Respuestas

1. $i_R = 6 \cos \omega t$ mA. v_R e i_R están en fase.
2. $i_R = 0.5$ sen $(\omega t + 30°)$ mA. v_R e i_R están en fase.

16-5 Inductancia y ca sinusoidal

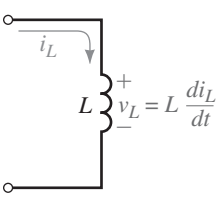


FIGURA 16-22 El voltaje v_L es proporcional a la tasa de cambio de la corriente i_L.

Fase en atraso en un circuito inductivo

Como se vio en el capítulo 13, para un inductor ideal el voltaje v_L es proporcional a la tasa de cambio de la corriente. Debido a ello, el voltaje y la corriente no están en fase como ocurre en un circuito resistivo. Esto se puede demostrar con un poco de cálculo. A partir de la figura 16-22, $v_L = Ldi_L/dt$. Para una onda seno de corriente, al diferenciar se obtiene

$$v_L = L\frac{di_L}{dt} = L\frac{d}{dt}(I_m \text{ sen } \omega t) = \omega L I_m \cos \omega t = V_m \cos \omega t$$

Si se utiliza la identidad trigonométrica $\cos \omega t = \text{sen}(\omega t + 90°)$, se puede escribir ésta como

$$v_L = V_m \text{ sen } (\omega t + 90°) \qquad \textbf{(16-13)}$$

donde

$$V_m = \omega L I_m \qquad \textbf{(16-14)}$$

Las formas de onda de voltaje y corriente se muestran en la figura 16-23 y los fasores en la figura 16-24. Como se ve, *para un circuito puramente inductivo, la corriente atrasa al voltaje por 90°*, es decir, ¼ de ciclo. De otra manera, se dice que el voltaje se adelanta a la corriente por 90°.

Aunque se ha mostrado que la corriente se atrasa al voltaje por 90° para el caso de la figura 16-23, esta relación es válida en general; es decir, la corriente siempre se atrasa al voltaje por 90° sin importar la referencia. Esto se ilustra en

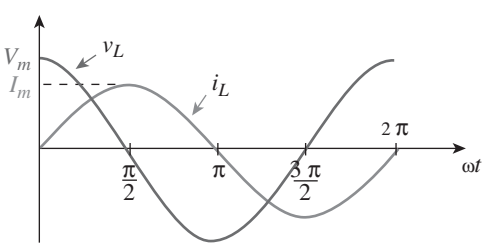


FIGURA 16-23 Para la inductancia, la corriente se atrasa al voltaje por 90°. Aquí, i_L es la referencia.

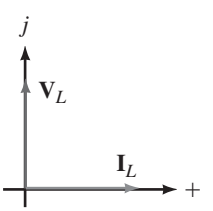
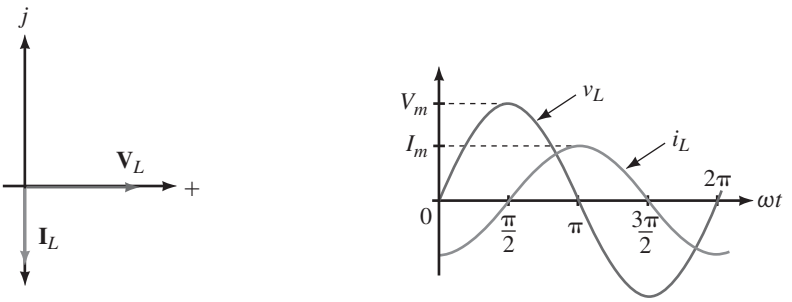


FIGURA 16-24 Los fasores para las formas de onda de la figura 16-23 muestran el atraso de 90° de la corriente.



(a) La corriente $\mathbf{I}_L$ siempre se atrasa al voltaje $\mathbf{V}_L$ por 90°

(b) Formas de onda

FIGURA 16-25 Los fasores y las formas de onda cuando $\mathbf{V}_L$ se usa como referencia.

la figura 16-25. Aquí, $\mathbf{V}_L$ está en 0° e $\mathbf{I}_L$ en −90°. Entonces, el voltaje v_L será una onda seno y la corriente $i_L = -I_m \cos \omega t$ una onda coseno negativa, es decir, i_L, la cual puede expresarse como $i_L = I_m \text{ sen } (\omega t - 90°)$. Las formas de onda se muestran en (b).

Debido a que la corriente siempre se atrasa al voltaje por 90° para una inductancia pura, si se conoce la fase del voltaje, se puede determinar la fase de la corriente y viceversa. Entonces, si se conoce v_L, i_L debe estar en atraso por 90°, mientras que si se conoce i_L, v_L debe estar en adelanto por 90°.

Reactancia inductiva

A partir de la ecuación 16-15, se ve que la relación entre V_m e I_m es

$$\frac{V_m}{I_m} = \omega L \qquad \textbf{(16-15)}$$

Esta razón se define como la **reactancia inductiva** y está dada por el símbolo X_L. Ya que la relación entre volts y amperes es ohms, la reactancia tiene unidades de ohms. Por tanto,

$$X_L = \frac{V_m}{I_m} \quad (\Omega) \qquad \textbf{(16-16)}$$

Al combinar las ecuaciones 16-15 y 16-16 se obtiene

$$X_L = \omega L \, (\Omega) \qquad \textbf{(16-17)}$$

donde ω está en radianes por segundo y L en henrys. *La reactancia X_L representa la oposición que presenta la inductancia a la corriente para el caso de ca sinusoidal.*

Ahora se tiene todo lo necesario para resolver circuitos inductivos simples con excitación sinusoidal; esto es, se sabe que la corriente se atrasa al voltaje por 90° y que sus amplitudes están relacionadas mediante

$$I_m = \frac{V_m}{X_L} \qquad \textbf{(16-18)}$$

y

$$V_m = I_m X_L \qquad \textbf{(16-19)}$$

EJEMPLO 16-13

El voltaje en una inductancia de 0.2 H es $v_L = 100 \text{ sen } (400t + 70°)$ V. Determine i_L y grafíquelo.

Solución $\omega = 400$ rad/s. Por tanto, $X_L = \omega L = (400)(0.2) = 80\ \Omega$.

$$I_m = \frac{V_m}{X_L} = \frac{100 \text{ V}}{80\ \Omega} = 1.25 \text{ A}$$

La corriente se atrasa al voltaje por 90°. Por tanto, $i_L = 1.25 \text{ sen } (400t - 20°)$ A como se indica en la figura 16-26.

NOTAS . . .

Recuerde mostrar los fasores en valores rms a partir de ahora. Sin embargo, las formas de onda se dibujan usando amplitudes pico, —V_m e I_m, etcétera.

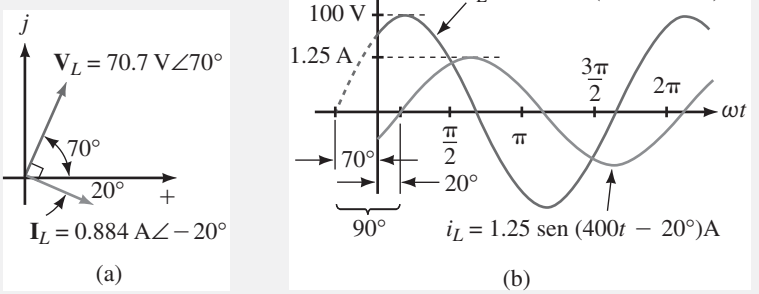


FIGURA 16-26 Con el voltaje $\mathbf{V}_L$ en 70°, la corriente $\mathbf{I}_L$ estará 90° en atraso, es decir, en −20°.

EJEMPLO 16-14

La corriente a través de una inductancia de 0.01 H es $i_L = 20 \text{ sen } (\omega t - 50°)$ A y $f = 60$ Hz. Determine v_L.

Solución

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(60) = 377 \text{ rad/s}$$
$$X_L = \omega L = (377)(0.01) = 3.77\ \Omega$$
$$V_m = I_m X_L = (20 \text{ A})(3.77\ \Omega) = 75.4 \text{ V}$$

El voltaje se adelanta por 90°. Entonces, $v_L = 75.4 \text{ sen } (377t + 40°)$ V como se muestra en la figura 16-27.

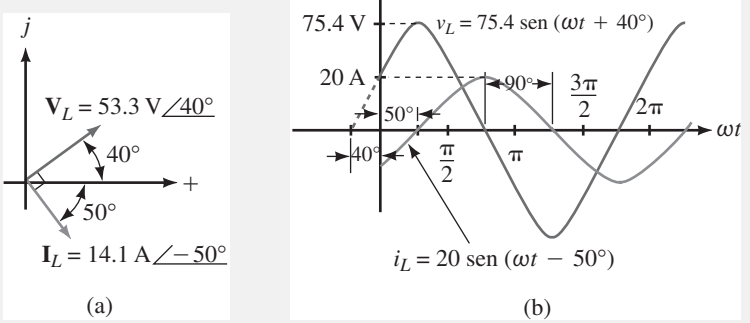


FIGURA 16-27

PROBLEMAS PRÁCTICOS 5

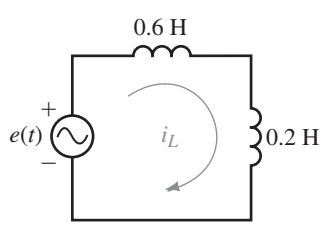
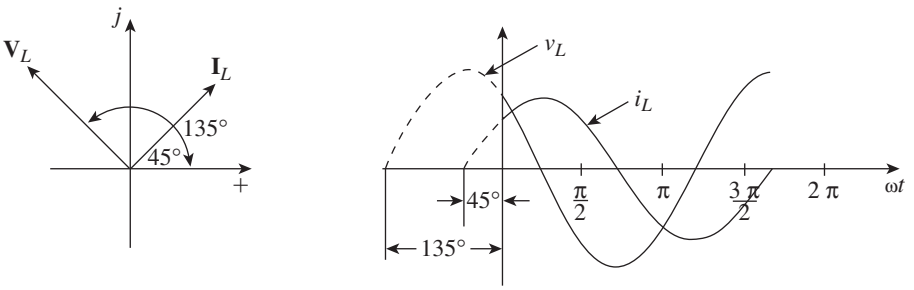


FIGURA 16-28

1. Dos inductancias están conectadas en serie, figura 16-28. Si $e = 100 \text{ sen } \omega t$ y $f = 10$ kHz, determine la corriente. Grafique el voltaje y la corriente.
2. La corriente a través de una inductancia de 0.5 H es $i_L = 100 \text{ sen } (2400t + 45°)$ mA. Determine v_L y dibuje los fasores de voltaje y corriente así como las formas de onda.

Respuestas

1. $_L = 1.99 \text{ sen } (\omega t - 90°)$ mA. Las formas de onda son iguales que las de la figura 16-25.
2. $v_L = 120 \text{ sen } (2400t + 135°$ V). Vea en las siguientes ilustraciones las formas de onda.



Variación de la reactancia inductiva con la frecuencia

Ya que $X_L = \omega L = 2\pi fL$, la reactancia inductiva es directamente proporcional a la frecuencia (figura 16-29). Entonces, si la frecuencia se duplica, la reactancia se duplica, si la frecuencia se reduce a la mitad, la reactancia también disminuye a la mitad, etc. Además, X_L es directamente proporcional a la inductancia. Entonces, si la inductancia se duplica, X_L también se duplica, etc. Observe también que en $f = 0$, $X_L = 0\ \Omega$. Esto significa que la inductancia parece un corto circuito en cd. Esto ya se había concluido antes, en el capítulo 13.

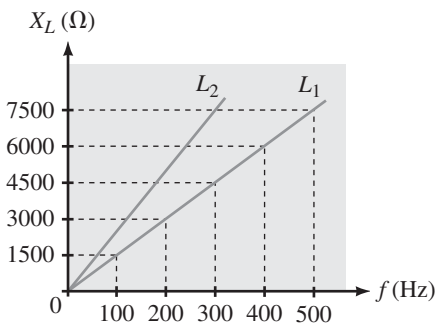


FIGURA 16-29 Variación de X_L con la frecuencia. Observe que $L_2 > L_1$.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 6

Una bobina tiene una reactancia inductiva de 50 ohms. Si se duplica tanto la inductancia como la frecuencia, ¿cuál es el nuevo valor de X_L?

Respuesta
200 Ω

16-6 Capacitancia y ca sinusoidal

Adelanto de fase en un circuito capacitivo

Para la capacitancia, la corriente es proporcional a la tasa de cambio del voltaje, es decir, $i_C = C\,dv_C/dt$, figura 16-30(a). Entonces, si v_C es una onda seno, se obtiene por sustitución,

$$i_C = C\frac{dv_C}{dt} = C\frac{d}{dt}(V_m \operatorname{sen} \omega t) = \omega C V_m \cos \omega t = I_m \cos \omega t$$

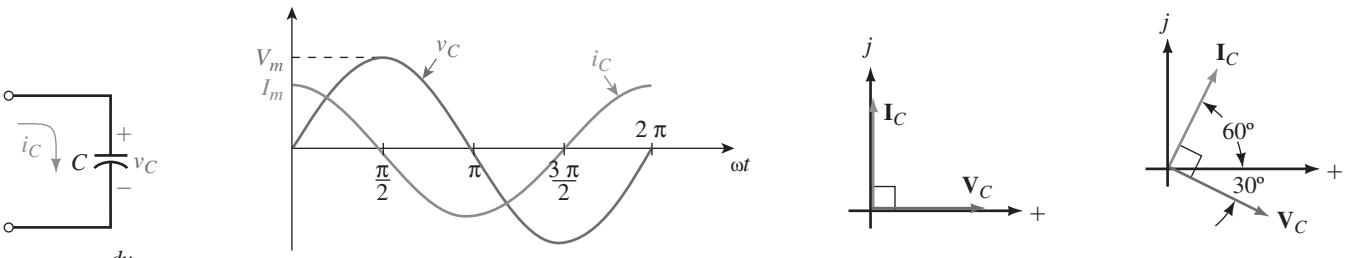
Al usar la identidad trigonométrica apropiada, esto se vuelve a escribir como

$$i_C = I_m \operatorname{sen} (\omega t + 90°) \qquad \textbf{(16-20)}$$

donde

$$I_m = \omega C V_m \qquad \textbf{(16-21)}$$

Las formas de onda se muestran en la figura 16-30(b) y los fasores en (c). Como se indica, *para un circuito puramente capacitivo, la corriente se adelanta al voltaje por 90°* o, de otra manera, el voltaje se atrasa a la corriente por 90°.



(a) $i_C = C\frac{dv_C}{dt}$ (b) Las formas de onda con v_C como referencia. (c) $\mathbf{V}_C$ en 0° (d) $\mathbf{V}_C$ en -30°

FIGURA 16-30 Para la capacitancia, la corriente siempre se adelanta al voltaje por 90°.

Esta relación se cumple sin importar la referencia. Por tanto, si se conoce el voltaje, la corriente debe estar adelante por 90°, del mismo modo, si se conoce la corriente, el voltaje debe estar atrasado 90°. Por ejemplo, si $\mathbf{I}_C$ está en 60° como en (d), $\mathbf{V}_C$ debe estar en $-30°$.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 7

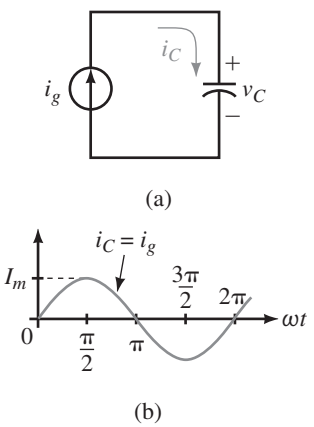


FIGURA 16-31

1. La fuente de corriente de la figura 16-31(a) es una onda seno. Grafique los fasores y el voltaje del capacitor v_C.
2. Vea el circuito de la figura 16-32(a):
   a. Grafique los fasores.
   b. Grafique la corriente del capacitor i_C.

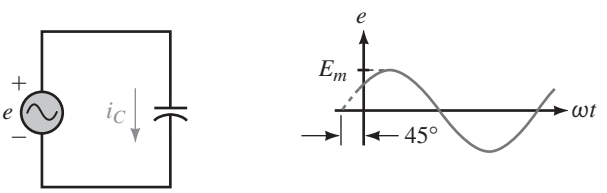


FIGURA 16-32

Respuestas

1. $\mathbf{I}_C$ está en 0°. $\mathbf{V}_C$ está en $-90°$; v_C es una onda coseno negativa.
2. a. $\mathbf{V}_C$ está en 45° e $\mathbf{I}_C$ está en 135°.
   b. Las formas de onda son iguales que las del problema 2 de los Problemas de práctica 5, excepto que las formas de onda del voltaje y la corriente están intercambiadas.

Reactancia capacitiva

Ahora considere la relación entre las magnitudes máximas de voltaje y corriente. Como se vio en la ecuación 16-21, están relacionadas mediante $I_m = \omega C V_m$. Al reordenarla se tiene $V_m/I_m = 1/\omega C$. La razón entre V_m e I_m se define como la **reactancia capacitiva** y está dada por el símbolo X_C, esto es

$$X_C = \frac{V_m}{I_m} \quad (\Omega)$$

Ya que $V_m/I_m = 1/\omega C$, también se obtiene

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (\Omega) \qquad \textbf{(16-22)}$$

donde ω está en radianes por segundo y C está en farads. *La reactancia X_C representa la oposición que presenta la capacitancia a la corriente para el caso de ca sinusoidal*. Tiene unidades de ohms.

Ahora se tiene todo lo necesario para resolver circuitos capacitivos simples con excitación sinusoidal, es decir, se sabe que la corriente se adelanta al voltaje por 90° y que

$$I_m = \frac{V_m}{X_C} \tag{16-23}$$

y

$$V_m = I_m X_C \tag{16-24}$$

EJEMPLO 16-15

El voltaje en una capacitancia de 10 μF es $v_C = 100 \text{ sen } (\omega t - 40°)$ V y $f = 1000$ Hz. Determine i_C y dibuje su forma de onda.

Solución

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(1000 \text{ Hz}) = 6283 \text{ rad/s}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(6283)(10 \times 10^{-6})} = 15.92\ \Omega$$

$$I_m = \frac{V_m}{X_C} = \frac{100 \text{ V}}{15.92\ \Omega} = 6.28 \text{ A}$$

Ya que la corriente se adelanta al voltaje por 90°, $i_C = 6.28 \text{ sen } (6283t + 50°)$ A como se indica en la figura 16-33.

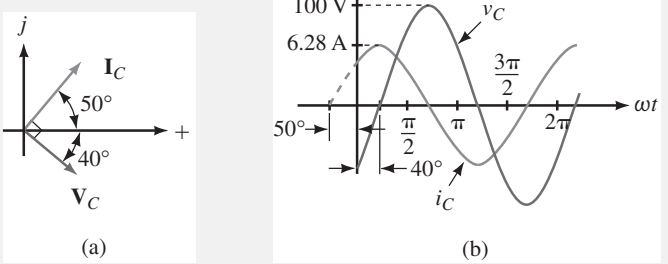


FIGURA 16-33 Los fasores no están a escala con la forma de onda.

EJEMPLO 16-16

La corriente a través de una capacitancia de 0.1 μF es $i_C = 5 \text{ sen } (1000t + 120°)$ mA. Determine v_C.

Solución

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(1000 \text{ rad/s})(0.1 \times 10^{-6}\ F)} = 10 \text{ k}\Omega$$

Entonces, $V_m = I_m X_C = (5 \text{ mA})(10 \text{ k}\Omega) = 50$ V. Ya que el voltaje está atrasado en relación con la corriente por 90°, $v_C = 50 \text{ sen}(1000t + 30°)$ V. Las formas de onda y los fasores se muestran en la figura 16-34.

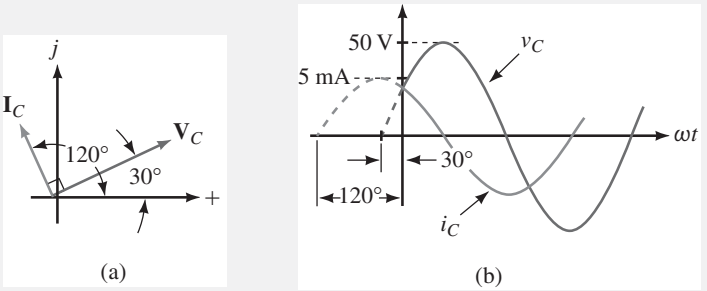


FIGURA 16-34 Los fasores no están a escala con la forma de onda.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 8

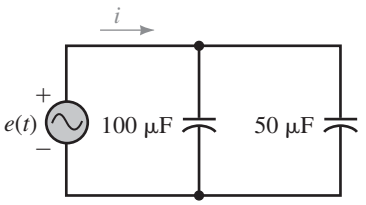


FIGURA 16-35

Dos capacitancias están conectadas en paralelo (figura 16-35). Si $e = 100 \text{ sen } \omega t$ V y $f = 10$ Hz, determine la corriente de la fuente. Grafique los fasores de corriente y voltaje así como las formas de onda.

Respuesta: $i = 0.942 \text{ sen } (62.8t + 90°) = 0.942 \cos 62.8t$ A

Véase la figura 16-30(b) y (c).

Variación de la reactancia capacitiva con la frecuencia

Debido a que $X_C = 1/\omega C = 1/2\pi fC$, la oposición que la capacitancia presenta varía inversamente con la frecuencia. Esto significa que entre más alta es la frecuencia, más baja es la reactancia y viceversa (figura 16-36). En $f = 0$, es decir cd, la reactancia capacitiva es infinita. Esto significa que una capacitancia parece un circuito abierto de cd. Esto ya se había concluido en el capítulo 10. Observe que X_C también es inversamente proporcional a la capacitancia, entonces, si ésta se duplica, X_C es la mitad, etcétera.

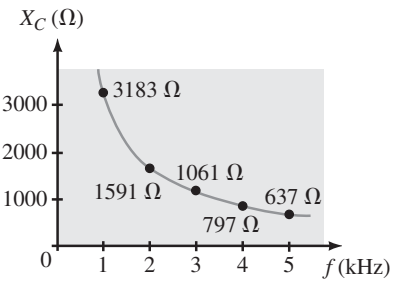


FIGURA 16-36 X_C varía de forma inversa con la frecuencia. Los valores mostrados son para $C = 0.05$ μF.

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 2

(Las respuestas están al final del capítulo)

1. Para una resistencia pura, $v_R = 100 \text{ sen}(\omega t + 30°)$ V. Si $R = 2\ \Omega$, ¿cuál es la expresión para i_R?
2. Para una inductancia pura, $v_L = 100 \text{ sen}(\omega t + 30°)$ V. Si $X_L = 2\ \Omega$, ¿cuál es la expresión para i_L?
3. Para una capacitancia pura, $v_C = 100 \text{ sen}(\omega t + 30°)$ V. Si $X_C = 2\Omega$, ¿cuál es la expresión para i_C?
4. Si $f = 100$ Hz y $X_L = 400\ \Omega$, ¿cuál es el valor de L?
5. Si $f = 100$ Hz y $X_C = 400\ \Omega$, ¿cuál es el valor de C?
6. Para cada uno de los fasores de la figura 16-37, identifique si el circuito es resistivo, inductivo o capacitivo. Justifique sus respuestas.

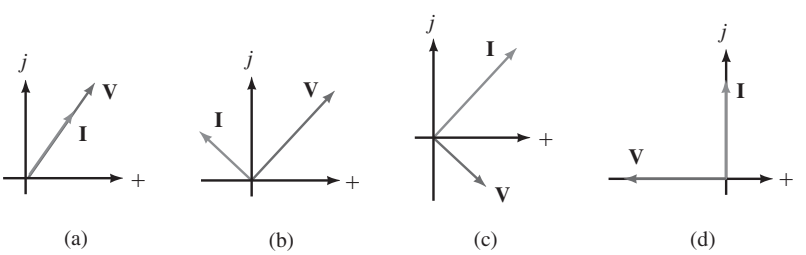


FIGURA 16-37

16-7 El concepto de impedancia

Durante el proceso de aprendizaje de las secciones 16-5 y 16-6 se manejó la magnitud y la fase por separado. Sin embargo, esto no se hace en la práctica. La forma usual es representar los elementos de circuito por su impedancia y determinar las relaciones de magnitud y fase en un solo paso. Sin embargo, antes de hacerlo, es necesario aprender cómo representar los elementos de circuitos como impedancias.

Impedancia

La oposición que un elemento de circuito presenta a la corriente en el dominio de los fasores se define como su **impedancia**. Por ejemplo, la impedancia del elemento de la figura 16-38 es la razón entre su fasor de voltaje y su fasor de corriente. La impedancia se denota con la letra **Z** mayúscula en negrita. Entonces,

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} \quad \text{(ohms)} \tag{16-25}$$

A esta ecuación también se le conoce como la ley de Ohm para circuitos de ca.

Debido a que los fasores de voltajes y corrientes son complejos, **Z** también es un complejo. Esto es,

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = \frac{V}{I}\angle\theta \tag{16-26}$$

donde V e I son las magnitudes rms de **V** y **I** respectivamente, y θ es el ángulo entre ellos. A partir de la ecuación 16-26,

$$\mathbf{Z} = Z\angle\theta \tag{16-27}$$

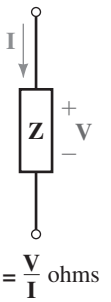
donde $Z = V/I$. Ya que $V = 0.707V_m$ y $I = 0.707I_m$, Z también se expresa como V_m/I_m. Una vez que se conocen las impedancias de un circuito, la corriente y el voltaje se determinan mediante

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}} \tag{16-28}$$

y

$$\mathbf{V} = \mathbf{IZ} \tag{16-29}$$

Ahora se determinará la impedancia para los elementos de circuito básicos R, L y C.



$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}}$ ohms

FIGURA 16-38 Concepto de impedancia.

NOTAS . . .

Aunque **Z** es un número complejo, no es un fasor. Los fasores son números complejos que se usan para representar las cantidades que varían en forma sinusoidal como el voltaje y la corriente. Sin embargo, **Z** no representa una cantidad que varía con el tiempo, es decir, no es un fasor.

Resistencia

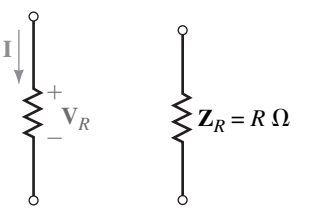
Para una resistencia pura (figura 16-39), el voltaje y la corriente están en fase. Entonces, si el voltaje tiene un ángulo θ, la corriente tendrá el mismo ángulo. Por ejemplo, si $\mathbf{V}_R = V_R\angle\theta$, entonces $\mathbf{I} = I\angle\theta$. Al sustituir en la ecuación 16-25 se obtiene:

$$\mathbf{Z}_R = \frac{\mathbf{V}_R}{\mathbf{I}} = \frac{V_R\angle\theta}{I\angle\theta} = \frac{V_R}{I}\angle 0° = 0°\ R\angle 0° = R$$

Por tanto, la impedancia de un resistor es precisamente su resistencia. Esto es,

$$\mathbf{Z}_R = R \tag{16-30}$$

Esto concuerda con lo que ya se sabe acerca de los circuitos resistivos, es decir, que la razón entre el voltaje y la corriente es R, y que el ángulo entre ellos es 0°.



(a) Voltaje y corriente (b) Impedancia

FIGURA 16-39 La impedancia de una resistencia pura.

Inductancia

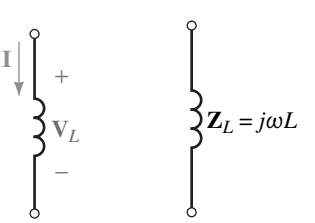
Para una inductancia pura, la corriente se atrasa al voltaje por 90°. Si se supone un ángulo de 0° para el voltaje, (se puede tomar cualquier referencia que se desee, ya que sólo interesa el ángulo entre $\mathbf{V}_L$ e **I**), se puede escribir $\mathbf{V}_L = V_L\angle 0°$ e $\mathbf{I} = I\angle -90°$. La impedancia de una inductancia pura es por tanto (figura 16-40),

$$\mathbf{Z}_L = \frac{\mathbf{V}_L}{\mathbf{I}} = \frac{V_L\angle 0°}{I\angle -90°} = \frac{V_L}{I}\angle 90° = \omega L\angle 90° = j\omega L$$

donde se ha considerado que $V_L/I_L = \omega L$. Por lo cual,

$$\mathbf{Z}_L = j\omega L = jX_L \tag{16-31}$$

ya que ωL es igual a X_L.



(a) Voltaje y corriente b) Impedancia

FIGURA 16-40 La impedancia de una inductancia pura.

EJEMPLO 16-17

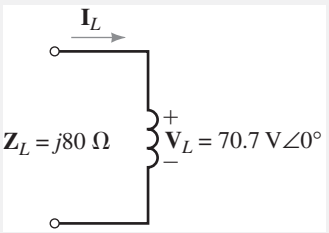


FIGURA 16-41

Considere de nuevo el ejemplo 16-13. Dado $v_L = 100 \text{ sen } (400t + 70°)$ y $L = 0.2$ H, determine i_L mediante el concepto de impedancia.

Solución Véase la figura 16-41. Use valores rms. Entonces,

$$\mathbf{V}_L = 70.7\ \text{V}\angle 70° \quad \text{y} \quad \omega = 400 \text{ rad/s}$$
$$\mathbf{Z}_L = j\omega L = j(400)(0.2) = j80\ \Omega$$
$$\mathbf{I}_L = \frac{\mathbf{V}_L}{\mathbf{Z}_L} = \frac{70.7\angle 70°}{j80} = \frac{70.7\angle 70°}{80\angle 90°} = 0.884\ \text{A}\angle -20°$$

En el dominio del tiempo, $i_L = \sqrt{2}(0.884) \text{ sen } (400t - 20°) = 1.25 \text{ sen } (400t - 20°)$ A, lo cual concuerda con la solución previa.

Capacitancia

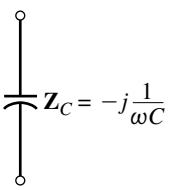


FIGURA 16-42 Impedancia para una capacitancia pura

Para una capacitancia pura, la corriente se adelanta al voltaje por 90°. Su impedancia (figura 16-42), es por tanto,

$$\mathbf{Z}_C = \frac{\mathbf{V}_C}{\mathbf{I}} = \frac{V_C\angle 0°}{I\angle 90°} = \frac{V_C}{I}\angle -90° = \frac{1}{\omega C}\angle -90° = -j\frac{1}{\omega C} \quad \text{(ohms)}$$

Entonces,

$$\mathbf{Z}_C = -j\frac{1}{\omega C} = -jX_C \quad \text{(ohms)} \qquad \textbf{(16-32)}$$

ya que $1/\omega C$ es igual a X_C.

EJEMPLO 16-18

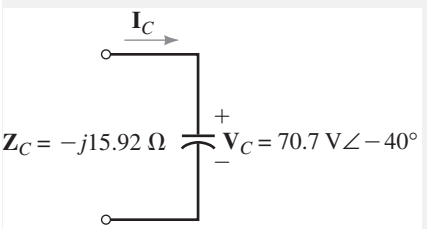


FIGURA 16-43

Dado $v_C = 100 \text{ sen } (\omega t - 40°)$V, $f = 1000$ Hz, y $C = 10\ \mu$F, determine i_C en la figura 16-43.

Solución

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(1000 \text{ Hz}) = 6283 \text{ rads/s}$$
$$\mathbf{V}_C = 70.7\ \text{V}\angle -40°$$
$$\mathbf{Z}_C = -j\frac{1}{\omega C} = -j\left(\frac{1}{6283 \times 10 \times 10^{-6}}\right) = -j15.92\ \Omega.$$
$$\mathbf{I}_C = \frac{\mathbf{V}_C}{\mathbf{Z}_C} = \frac{70.7\angle -40°}{-j15.92} = \frac{70.7\angle -40°}{15.92\angle -90°} = 4.442\ \text{A}\angle 50°$$

En el dominio del tiempo, $i_C = \sqrt{2}(4.442) \text{ sen } (6283t + 50°) = 6.28 \text{ sen } (6283t + 50°)$ A, lo cual concuerda con la solución previa en el ejemplo 16-15.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 9

1. Si $\mathbf{I}_L = 5\ \text{mA}\angle -60°$, $L = 2$ mH, y $f = 10$ kHz, ¿cuál es el valor de $\mathbf{V}_L$?
2. Un capacitor tiene una reactancia de 50 Ω a 1200 Hz. Si $v_C = 80 \text{ sen } 800t$ V, ¿cuál es el valor de i_C?

Respuestas

1. $628\ \text{mV}\angle 30°$
2. $0.170 \text{ sen } (800t + 90°)$ A

Una mirada a capítulos posteriores

La verdadera utilidad del método de impedancia se vuelve evidente cuando se consideran circuitos complejos con elementos en serie, paralelo, etc. Esto se hará después, a partir del capítulo 18. Sin embargo, antes de hacerlo, hay algunas ideas que es necesario conocer, las cuales se consideran en el capítulo 17.

16-8 Análisis de circuitos de ca por computadora

MULTISIM

PSpice

Ahora se usa Multisim y PSpice para verificar la validez del ejemplo 16-7 en el que $v(t) = 21.8 \text{ sen } (\omega t + 36.6°)$ es la suma de $e_1(t) = 10 \text{ sen } \omega t$ y $e_2(t) = 15 \text{ sen } (\omega t + 60°)$. Para hacerlo, se construyen dos circuitos en la pantalla, uno para generar la suma $e_1(t) + e_2(t)$ y el otro para generar el voltaje equivalente $v(t) = 21.8 \text{ sen } (\omega t + 36.6°)$, después se comparan las formas de onda. Ya que el proceso es independiente de la frecuencia, se puede seleccionar cualquier valor conveniente, como 500 Hz.

Multisim

Revise las notas de Multisim y a continuación cree los circuitos de la figura 16-44 en la pantalla. Se usan fuentes a partir de Signal Source Components y se colocan puntos de unión para crear nodos en los extremos del alambre como se indica. Haga doble clic en cada fuente y establezca sus valores. Dé clic en *Options*, *Sheets Properties* y en *Net names* seleccione *Show All* para desplegar los números de nodos en la pantalla, entonces haga clic en OK. (A partir de aquí, se supone que usted tiene el mismo número de nodos que se muestra en la figura 16-44, de manera que las siguientes instrucciones corresponden a ellos. Haga clic en *Simulate, Analysis* y *Transient Analysis*. En la caja de diálogo, fije TSTOP en 0.002 y en mínimo número de puntos en 200. Dé un clic en la pestaña *Output* y agregue *Nodes* 1 y 3 a la ventana a la derecha, entonces, haga clic en *Simulate*. Aparece un par de gráficas. Dé clic en *View* y en reverse *Colors* para establecer un fondo blanco. De manera similar, haga clic en *View*, agregue la cuadrícula y desactive *Select Marks*.

Resultados: las dos trazas que se ven en la pantalla son e_1 y la suma $e_1 + e_2$. (Observe que Multisim etiqueta los voltajes de las fuentes como v en lugar de e.) Ahora dé clic de nuevo en *Simulate*, *Analyses* y en *Transient Analysis*, después dé clic en la pestaña *Output* y agregue *Node* 2 a la ventana derecha. (Debe ahora mostrar los Nodos 1, 2 y 3.) Haga clic en *Simulate*. Observe que aunque se ha agregado el Nodo 2, no aparece una tercera traza, en su lugar, la traza de "suma" cambia de color. Sin embargo, hay en realidad tres trazas aquí; se trata precisamente de que los voltajes en los Nodos 2 y 3 son idénticos y entonces una gráfica está encima de la otra, causando el cambio de color. Debido a que las formas de onda son idénticas, se valida la afirmación.

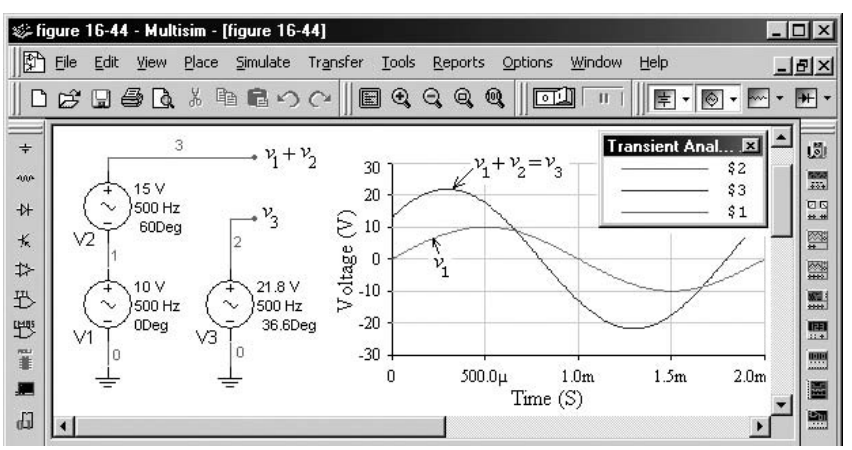


FIGURA 16-44 Verificación del ejemplo 16-7 con Multisim.

NOTAS . . .

Multisim

Como se indicó en el capítulo 15, sección 15-12, algunas versiones de Multisim no manejan los ángulos de fase de las fuentes como se espera. Si cuenta con una de ellas, tendrá que tratar el ángulo como se describe ahí, por ejemplo, se ingresa $-60°$ para obtener un ángulo de fase $+60°$.

PSpice

Cree los circuitos de la figura 16-45 mediante la fuente VSIN. Haga doble clic en cada fuente y fije el voltaje y la frecuencia como se indica en la figura 16-45. Ahora dé doble clic en el símbolo de la fuente V2 y en la ventana *Property editor* desplácese hasta que encuentre la celda etiquetada PHASE, ingrese **60deg**, dé clic en Apply y cierre la ventana. De manera similar, fije el ángulo de fase para la fuente 3 en **36.6deg**. Haga clic en el icono *New Simulation Profile*, seleccione *Transient*, fije TSTOP en 2 ms y dé clic en OK. Agregue los marcadores de voltaje M1 y M2 pero no M3, entonces corra la simulación. Aparece un par de gráficas.

Resultados: en la figura 16-45 la traza roja es el voltaje de la fuente e_1 y la otra traza (es probablemente verde) es la suma $e_1 + e_2$. Ahora agregue el marcador M3, observe que cuando se agrega M3 no aparece la tercera traza, en lugar de ello, la traza que no es roja cambia de color. Sin embargo, hay en realidad tres trazas aquí; precisamente es que los voltajes en los marcadores M2 y M3 son idénticos y las gráficas están traslapadas, causando que el color cambie. Ya que las formas de onda en los Marcadores 2 y 3 son idénticas, se verifica el resultado.

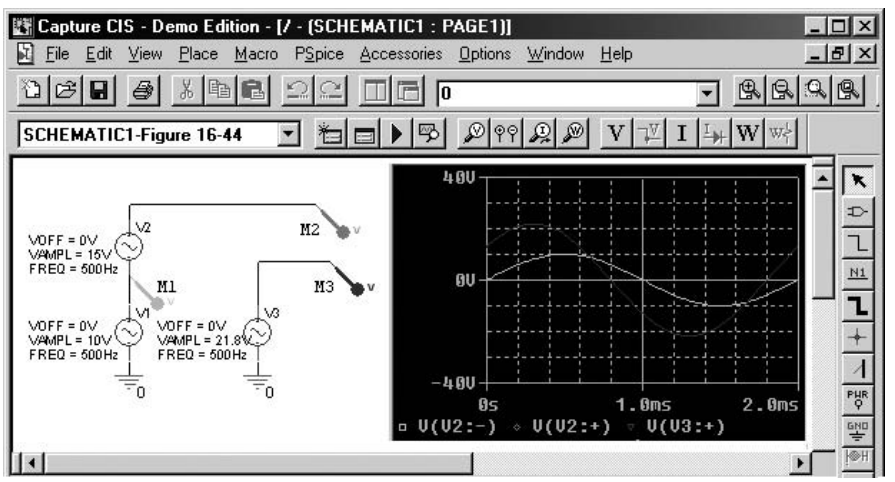


FIGURA 16-45 Verificación del ejemplo 16-7 con PSpice.

Otro ejemplo

Con PSpice es fácil estudiar la respuesta de circuitos en un amplio intervalo de frecuencias. Esto se ilustra en el ejemplo 16-19.

EJEMPLO 16-19

Calcule y grafique la reactancia de un capacitor de 12 μF en el intervalo de 10 Hz a 1000 Hz.

Solución PSpice tiene un comando para calcular la reactancia; sin embargo, es posible calcular el voltaje y la corriente en el intervalo de frecuencia deseado, y entonces graficar la relación. Esto da la reactancia. Procedimiento: cree el circuito de la figura 16-46 en la pantalla. (Se usa la fuente VAC para el análisis de fasores.) Observe que el valor preestablecido es 0V. Haga doble clic en este valor (no en el símbolo) y en la caja de diálogo ingrese **120 V**, entonces dé clic en OK. Haga clic en el icono *New Simulations Profile*, escriba el nombre y en la caja de diálogo que se abre seleccione AC *Sweep/Noise*. En *Start Frequency* teclee **10Hz**; en *End Frequency* introduzca **1kHz**; fije el tipo de barrido AC *Sweep* en *Logarithmic*, seleccione *Decade* y teclee 100 en la caja *Pts/Decade* (puntos por década). Ejecute la simulación y aparece un conjunto de ejes. Dé clic en *Trace*, *Add Trace* y en la caja de diálogo haga clic en **V1(C1)**, presione la tecla / y dé clic en **I(C1)** para obtener

la razón V1(C1)/I(C1), que es la reactancia del capacitor. Dé clic en OK y *PSpice* calculará y graficará la reactancia del capacitor contra la frecuencia. Compare la forma que obtuvo con la figura 16-36. Use el cursor para poner a escala algunos valores y verifique cada punto usando $X_C = 1/\omega C$.

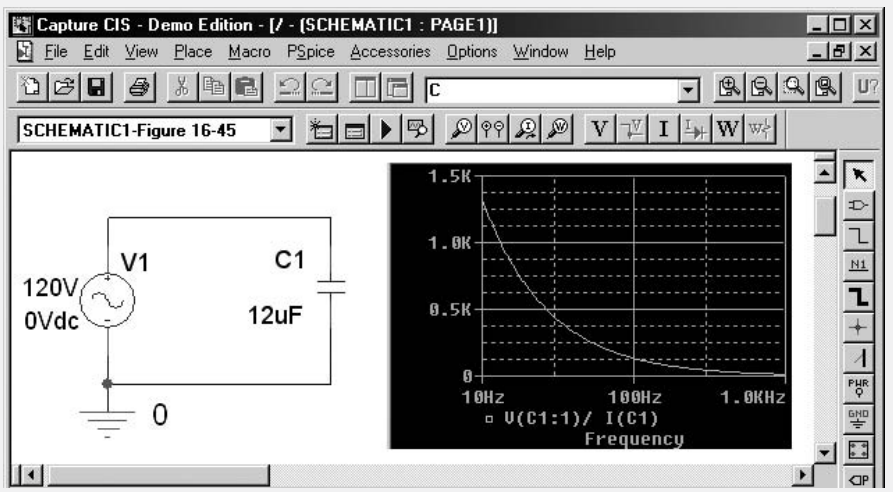
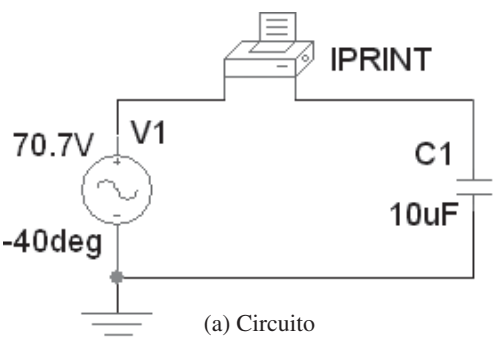


FIGURA 16-46 Cálculo de la reactancia contra la frecuencia para un capacitor de 12 μF con PSpice.

Análisis fasorial

Como un último ejemplo, se mostrará como usar PSpice para realizar el análisis fasorial, es decir, para resolver problemas con voltajes y corrientes expresadas en forma fasorial. Para ilustrarlo, considere de nuevo el ejemplo 16-18. Recuerde que $\mathbf{V}_C = 70.7\ \text{V}\angle -40°$, $C = 10\ \mu\text{F}$, y $f = 1000$ Hz. Procedimiento: cree el circuito en la pantalla (figura 16-47), con la fuente VAC y el componente IPRINT (Nota 1). Dé doble clic en el símbolo VAC y en el Property editor fije ACMAG en **70.7V** y ACPHASE en **−40deg.** (Véase la Nota 2). Haga doble clic en IPRINT y en el **Property editor** teclee **yes** en la celda AC, MAG y PHASE. Dé clic en Apply y cierre el editor.



(a) Circuito

FREQ	IM(V_PRINT1)	IP(V_PRINT1)
1.000E+03	4.442E+00	5.000E+01

(b) Lectura del amperímetro

FIGURA 16-47 Análisis fasorial mediante PSpice. El componente IPRINT es un amperímetro del programa de computadora.

NOTAS . . .

1. El componente IPRINT es un amperímetro del programa que se encuentra en la biblioteca de partes SPECIAL. En este ejemplo, se configura para desplegar la corriente de ca en formato de magnitud y ángulo de fase. Asegúrese de que esté conectado como se muestra en la figura 16-47, ya que si invierte, el ángulo de fase de la corriente medida tiene un error de 180°.
2. Si se desea desplegar la fase del voltaje de la fuente en el esquema como se muestra en la figura 16-47, haga doble clic en el símbolo de la fuente y en el editor de propiedades dé clic en ACPHASE, Display y después seleccione *Value Only*.
3. Los resultados presentados por IPRINT están expresados en formato exponencial. Entonces, la frecuencia se muestra como 1.000E+03, la cual es $1.000 \times 10^3 = 1000$ Hz, etcétera.

Dé clic en el icono *New Simulation Profile*, seleccione *AC Sweep/Noise*, fije *Start Frequency* y *End Frequency* en **1000Hz** y Total Points en 1. Ejecute la simulación. Cuando se abre la ventana de la simulación, dé clic en *View*, *Output File* y desplace hasta encontrar las respuestas (véase la Nota 3). El primer número es la frecuencia (1000Hz), el segundo número (IM) es la magnitud de la corriente (4.442 A) y el tercero (IP) es la fase (50 grados). Por tanto, $\mathbf{I}_C = 4.442\ \text{A}\angle 50°$ como se determinó anteriormente en el ejemplo 16-18.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 10

Modifique el ejemplo 16-19 para graficar tanto la corriente del capacitor como la reactancia en la misma gráfica. Necesitará agregar un segundo eje Y para la corriente del capacitor. (Véase el apéndice A si requiere ayuda.)

PROBLEMAS

16-1 Repaso de números complejos

1. Convierta cada uno de los siguientes números a forma polar:
   a. $5 + j12$
   b. $9 - j6$
   c. $-8 + j15$
   d. $-10 - j4$
2. Convierta cada uno de los siguientes números a forma rectangular:
   a. $6\angle 30°$
   b. $14\angle 90°$
   c. $16\angle 0°$
   d. $6\angle 150°$
   e. $20\angle -140°$
   f. $-12\angle 30°$
   g. $-15\angle -150°$
3. Grafique cada uno de los siguientes valores en el plano complejo:
   a. $4 + j6$
   b. $j4$
   c. $6\angle -90°$
   d. $10\angle 135°$
4. Simplifique lo siguiente usando potencias de *j*:
   a. $j(1 - j1)$
   b. $(-j)(2 + j5)$
   c. $j[j(1 + j6)]$
   d. $(j4)(-j2 + 4)$
   e. $(2 + j3)(3 - j4)$
5. Exprese sus respuestas en forma rectangular.
   a. $(4 + j8) + (3 - j2)$
   b. $(4 + j8) - (3 - j2)$
   c. $(4.1 - j7.6) + 12\angle 20°$
   d. $2.9\angle 25° - 7.3\angle -5°$
   e. $9.2\angle -120° - (2.6 + j4.1)$
   f. $\dfrac{1}{3+j4} + \dfrac{1}{8-j6}$
6. Exprese sus respuestas en forma polar.
   a. $(37 + j9.8)(3.6 - j12.3)$
   b. $(41.9\angle -80°)(16 + j2)$
   c. $\dfrac{42 + j18.6}{19.1 - j4.8}$
   d. $\dfrac{42.6 + j187.5}{11.2\angle 38°}$
7. Reduzca cada corriente siguiente a forma polar:
   a. $15 - j6 - \left[\dfrac{18\angle 40° + (12 + j8)}{11 + j11}\right]$
   b. $\dfrac{21\angle 20° - j41}{36\angle 0° + (1 + j12) - 11\angle 40°}$
   c. $\dfrac{18\angle 40° - 18\angle -40°}{7 + j12} - \dfrac{16 + j17 + 21\angle -60°}{4}$

16-2 Números complejos en análisis de ca

8. A la manera de la figura 16-10, represente cada uno de los siguientes casos como fuentes transformadas.
   a. $e = 100 \text{ sen } (\omega t + 30°)$ V
   b. $e = 15 \text{ sen } (\omega t - 20°)$ V
   c. $e = 50 \text{ sen } (\omega t + 90°)$ V
   d. $e = 50 \cos \omega t$ V
   e. $e = 40 \text{ sen } (\omega t + 120°)$ V
   f. $e = 80 \text{ sen } (\omega t - 70°)$ V
9. Determine el equivalente sinusoidal para cada una de las fuentes transformadas de la figura 16-48.
10. Dado $e_1 = 10 \text{ sen } (\omega t + 30°)$ V y $e_2 = 15 \text{ sen}(\omega t - 20°)$ V. Determine su suma $v = e_1 + e_2$ a la manera del ejemplo 16-7, es decir,
    a. Convierta e_1 y e_2 a su forma fasorial.
    b. Determine $\mathbf{V} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$
    c. Convierta $\mathbf{V}$ al dominio del tiempo.
    d. Grafique e_1, e_2 y v de acuerdo con la figura 16-13.
11. Repita el problema 10 para $v = e_1 - e_2$.

Nota: para el resto de los problemas y el resto del libro, los fasores se expresan como valores rms en lugar de valores pico.

12. Exprese los voltajes y las corrientes de la figura 16-49 en cantidades en el dominio del tiempo y en el dominio de de los fasores.

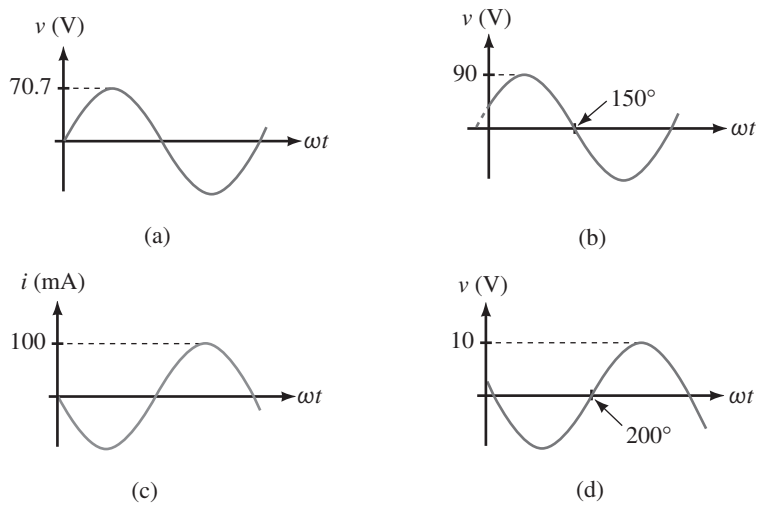


FIGURA 16-49

13. Para la figura 16-50, $i_1 = 25 \text{ sen } (\omega t + 36°)$ mA e $i_2 = 40 \cos (\omega t - 10°)$ mA.
    a. Determine los fasores $\mathbf{I}_1$, $\mathbf{I}_2$ e $\mathbf{I}_T$.
    b. Determine la ecuación para i_T en el dominio del tiempo.
14. Para la figura 16-50, $i_T = 50 \text{ sen } (\omega t + 60°)$ A e $i_2 = 20 \text{ sen } (\omega t - 30°)$ A.
    a. Determine los fasores $\mathbf{I}_T$ e $\mathbf{I}_2$.
    b. Determine $\mathbf{I}_1$.
    c. A partir de (b) determine la ecuación para i_1.
15. Para la figura 16-18, $i_1 = 7 \text{ sen } \omega t$ mA, $i_2 = 4 \text{ sen } (\omega t - 90°)$ mA e $i_3 = 6 \text{ sen } (\omega t + 90°)$ mA.
    a. Determine los fasores $\mathbf{I}_1$, $\mathbf{I}_2$, $\mathbf{I}_3$ e $\mathbf{I}_T$
    b. Determine la ecuación para i_T en el dominio del tiempo.
16. Para la figura 16-51,$i_T = 38.08 \text{ sen } (\omega t - 21.8°)$ A, $i_1 = 35.36 \text{ sen } \omega t$ A e $i_3 = 28.28 \text{ sen } (\omega t - 90°)$ A. Determine la ecuación para i_2.

NOTAS . . .

Se supone que no se usan valores rms en las respuestas de los problemas 8 a 11, ya que se inició el uso de los valores rms hasta después en el capítulo.

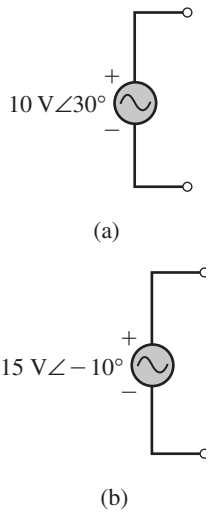


FIGURA 16-48

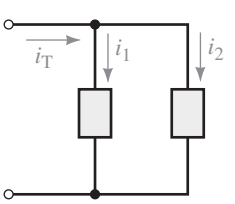


FIGURA 16-50

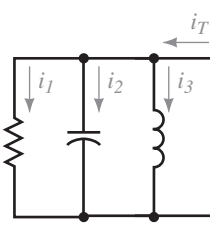


FIGURA 16-51

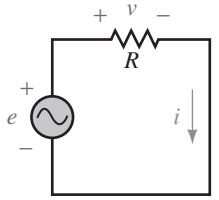


FIGURA 16-52

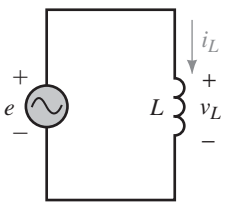


FIGURA 16-53

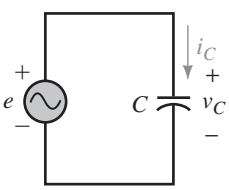


FIGURA 16-54

16-4 a 16-6

17. Para la figura 16-52, $R = 12\ \Omega$. Para cada uno de los siguientes casos determine la corriente o voltaje y grafíquelo.
    a. $v = 120 \text{ sen } \omega t$ V, $i =$ _____
    b. $v = 120 \text{ sen } (\omega t + 27°)$ V, $i =$ _____
    c. $i = 17 \text{ sen } (\omega t - 56°)$ mA, $v =$ _____
    d. $i = -17 \cos (\omega t - 67°)$ μA, $v =$ _____
18. Dados $v = 120 \text{ sen } (\omega t + 52°)$ V e $i = 15 \text{ sen } (\omega t + 52°)$ mA, ¿cuál es el valor de R?
19. Dos resistores $R_1 = 10$ kΩ y $R_2 = 12.5$ kΩ están en serie. Si $i = 14.7 \text{ sen } (\omega t + 39°)$ mA,
    a. ¿Cuánto valen v_{R_1} y v_{R_2}?
    b. Calcule $v_T = v_{R_1} + v_{R_2}$ y compárelo con v_T calculada a partir de $v_T = i R_T$.
20. El voltaje en un cierto componente es $v = 120 \text{ sen } (\omega t + 55°)$ V y su corriente es $-18 \cos (\omega t + 145°)$ mA. Demuestre que el componente es un resistor y determine su valor.
21. Para la figura 16-53, $V_m = 10$ V e $I_m = 5$ A. Para cada expresión, determine la cantidad solicitada.
    a. $v_L = 10 \text{ sen } (\omega t + 60°)$ V, $i_L =$ _____
    b. $v_L = 10 \text{ sen } (\omega t - 15°)$ V, $i_L =$ _____
    c. $i_L = 5 \cos (\omega t - 60°)$ A, $v_L =$ _____
    d. $i_L = 5 \text{ sen } (\omega t + 10°)$ A, $v_L =$ _____
22. ¿Cuál es la reactancia de un inductor de 0.5 H a. . .?
    a. 60 Hz b. 1000 Hz c. 500 rad/s
23. Para la figura 16-53, $e = 100 \text{ sen } \omega t$ y $L = 0.5$ H. Determine i_L a. . .
    a. 60 Hz b. 1000 Hz c. 500 rad/s
24. Para la figura 16-53, $L = 200$ mH,
    a. Si $v_L = 100 \text{ sen} 377t$ V, ¿cuánto vale i_L?
    b. Si $i_L = 10 \text{ sen}(2\pi \times 400t - 60°)$ mA, ¿cuánto vale v_L?
25. Para la figura 16-53, si
    a. $v_L = 40 \text{ sen } (\omega t + 30°)$ V, $i_L = 364 \text{ sen } (\omega t - 60°)$ mA y $L = 2$ mH, ¿cuál es el valor de f?
    b. $i_L = 250 \text{ sen } (\omega t + 40°)$ μA, $v_L = 40 \text{ sen } (\omega t + \theta)$ V, y $f = 500$ kHz, ¿cuál es el valor de L y θ?
26. Repita el problema 21 si los voltajes y corrientes dados son para un capacitor en lugar de un inductor.
27. ¿Cuál es la reactancia de un capacitor de 5 μF a. . .
    a. 60 Hz b. 1000 Hz c. 500 rad/s
28. Para la figura 16-54, $e = 100 \text{ sen } \omega t$ y $C = 5$ μF. Determine i_C a. . .
    a. 60 Hz b. 1000 Hz c. 500 rad/s
29. Para la figura 16-54, $C = 50$ μF.
    a. $v_C = 100 \text{ sen} 377t$ V, ¿cuánto vale i_C?
    b. $i_C = 10 \text{ sen}(2\pi \times 400t - 60°)$, ¿cuánto vale v_C?

30. Para la figura 16-54, si

a. $v_C = 362 \text{ sen } (\omega t - 33°)$ V, $i_C = 94 \text{ sen } (\omega t + 57°)$ mA y $C = 2.2$ μF, ¿cuánto vale f?
b. $i_C = 350 \text{ sen } (\omega t + 40°)$ mA, $v_C = 3.6 \text{ sen } (\omega t + \theta)$ V y $f = 12$ kHz, ¿cuánto valen C y θ?

16-7 El concepto de impedancia

31. Determine la impedancia de cada elemento de circuito de la figura 16-55.

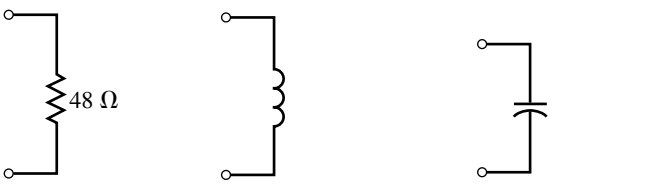


FIGURA 16-55

32. Si $\mathbf{E} = 100 \text{ V}\angle 0°$ se aplica en cada uno de los elementos de la figura 16-56:
    a. Determine cada corriente en forma fasorial.
    b. Exprese cada corriente en forma del dominio del tiempo.
33. Si la corriente a través de cada elemento de circuito de la figura 16-56 es $0.5 \text{ A}\angle 0°$:
    a. Determine cada voltaje en forma fasorial.
    b. Exprese cada voltaje en forma del dominio del tiempo.

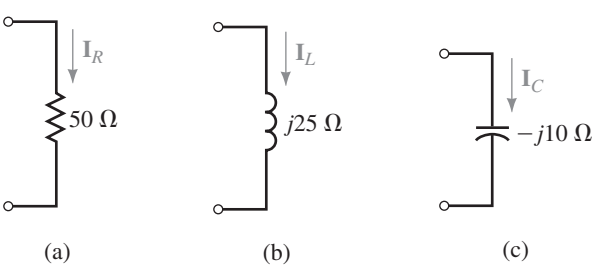
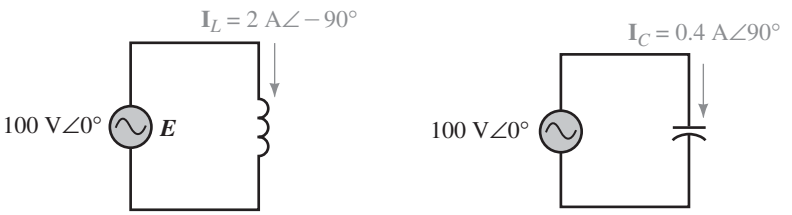


FIGURA 16-56

MULTISIM

34. Para cada inciso, determine la impedancia del elemento de circuito y establezca si es resistivo, inductivo o capacitivo.
    a. $\mathbf{V} = 240 \text{ V}\angle -30°$, $\mathbf{I} = 4 \text{ A}\angle -30°$.
    b. $\mathbf{V} = 40 \text{ V}\angle 30°$, $\mathbf{I} = 4 \text{ A}\angle -60°$.
    c. $\mathbf{V} = 60 \text{ V}\angle -30°$, $\mathbf{I} = 4 \text{ A}\angle 60°$.
    d. $\mathbf{V} = 140 \text{ V}\angle -30°$, $\mathbf{I} = 14 \text{ mA}\angle -120°$.

35. Para cada circuito de la figura 16-57 determine la incógnita.



(a) $L = 0.2$ H. Determine f

(b) $f = 100$ Hz. Determine C

FIGURA 16-57

36. a. Si $\mathbf{V}_L = 120\ \text{V}\angle 67°$, $L = 600\ \mu\text{H}$, y $f = 10$ kHz ¿cuál es el valor de $\mathbf{I}_L$?
    b. Si $\mathbf{I}_L = 48\ \text{mA}\angle -43°$, $L = 550$ mH, y $f = 700$ Hz, ¿cuál es el valor de $\mathbf{V}_L$?
    c. Si $\mathbf{V}_C = 50\ \text{V}\angle -36°$, $C = 390$ pF, y $f = 470$ kHz, ¿cuál es el valor de $\mathbf{I}_C$?
    d. Si $\mathbf{I}_C = 95\ \text{mA}\angle 87°$, $C = 6.5$ nF, y $f = 1.2$ MHz, ¿cuál es el valor de $\mathbf{V}_C$?

16-8 Análisis de circuitos de ca por computadora

MULTISIM

37. Construya el circuito de la figura 16-58 en la pantalla. Use la fuente de ca de *Sources Parts* y el amperímetro de *Indicators Parts*. Haga doble clic en el símbolo del amperímetro y establezca *Mode* en AC. Dé clic en el interruptor ON/OFF para energizar el circuito. Compare la lectura medida con el valor teórico.

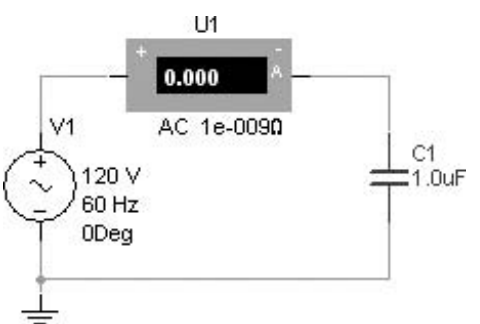


FIGURA 16-58

MULTISIM

38. Reemplace el capacitor de la figura 16-58 con un inductor de 200 mH y repita el problema 37.

PSpice

39. Construya el circuito de la figura 16-53 en la pantalla. Use una fuente de $100\ \text{V}\angle 0°$, $L = 0.2$ H, y $f = 50$ Hz. Resuelva para la corriente $\mathbf{I}_L$ (magnitud y ángulo). Véase la nota abajo.

PSpice

40. Grafique la reactancia de un inductor de 2.387 H contra la frecuencia desde 1 Hz hasta 500 Hz y compare con la figura 16-29. Cambie la escala del eje x a lineal.

PSpice

41. Para el circuito del problema 39, grafique la magnitud de la corriente contra la frecuencia desde $f = 1$ Hz hasta $f = 20$ Hz. Mida la corriente a 10 Hz y verifique con su calculadora.

Nota: PSpice no permite lazos fuente/inductor. Para superar esto, agregue un resistor muy pequeño en serie, por ejemplo, $R = 0.00001\ \Omega$.

✓ RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 1

1. a. $6\angle 90°$
   b. $4\angle -90°$
   c. $4.24\angle 45°$
   d. $7.21\angle -56.3°$
   e. $9.43\angle 122.0°$
   f. $2.24\angle -63.4°$
   g. $3.61\angle -123.7°$
2. a. $j4$
   b. $3 + j0$
   c. $-j2$
   d. $3.83 + j3.21$
   e. $-3 + j5.20$
   f. $2.35 - j0.855$
   g. $-1.64 - j0.599$
3. $12\angle 40°$
4. $88 - j7$; $-16 + j15$; $0.0113 + j\ 0.0009$; $-0.0333 - j0.0312$
5. $288\angle -100°$; $2\angle 150°$
6. a. $14.70 + j2.17$
   b. $-8.94 + j7.28$
7. $18.0 \text{ sen } (\omega t - 56.3°)$

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 2

1. $50 \text{ sen } (\omega t + 30°)$ A
2. $50 \text{ sen } (\omega t - 60°)$ A
3. $50 \text{ sen } (\omega t + 120°)$ A
4. 0.637 H
5. 3.98 μF
6. a. El voltaje y la corriente están en fase. Por tanto, es *R*
   b. La corriente se adelanta 90º. Por tanto, es *C*
   c. La corriente se adelanta 90º. Por tanto, es *C*
   d. La corriente se atrasa 90º. Por tanto, es *L*

■ TÉRMINOS CLAVE

Ángulo del factor de potencia
Corrección del factor de potencia
Corrientes parásitas
Efecto superficial
Factor de potencia (F_p)
Factor de potencia unitario
F_p
Pérdidas por corrientes parásitas
Potencia activa
Potencia aparente
Potencia instantánea
Potencia promedio
Potencia reactiva
Q
Resistencia de radiación
Resistencia efectiva
S
Triángulo de potencia
VAR
Volt-amperes (VA)
Wattímetro

■ PLAN GENERAL

Introducción
Potencia hacia una carga resistiva
Potencia hacia una carga inductiva
Potencia hacia una carga capacitiva
Potencia en circuitos más complejos
Potencia aparente
La relación entre P, Q y S
Factor de potencia
Medición de potencia de ca
Resistencia efectiva
Relaciones de energía para ca
Análisis de circuitos por computadora

■ OBJETIVOS

Después de estudiar este capítulo será capaz de:

- explicar qué se entiende por potencia reactiva, activa y aparente,
- calcular la potencia activa hacia una carga,
- calcular la potencia reactiva hacia una carga,
- calcular la potencia aparente hacia una carga,
- construir y usar el triángulo de potencia para analizar la potencia en cargas complejas,
- calcular el factor de potencia,
- explicar por qué el equipo se especifica en VA en lugar de watts,
- medir la potencia en circuitos de una sola fase,
- describir por qué la resistencia efectiva difiere de la resistencia geométrica,
- describir las relaciones de energía en circuitos de ca,
- utilizar PSpice para estudiar la potencia instantánea.

Potencia en circuitos de ca

17

RESUMEN DEL CAPÍTULO

En el capítulo 4 se estudió la potencia de circuitos de cd. En este capítulo se pondrá atención a la potencia en circuitos de ca, pues en ellos existen consideraciones adicionales que no están presentes en los de cd. En estos últimos, por ejemplo, la única relación de potencia que se encuentra es $P = VI$ watts o sus formas alternativas $P = I^2R$ y $P = V^2/R$. A esta potencia se le denomina *potencia real* o *potencia activa* y es la que hace trabajo útil, como encender una lámpara, da potencia a un calefactor, hacer funcionar un motor eléctrico, etcétera.

En los circuitos de ca también se encuentra este tipo de potencia, pero para circuitos de ca que contienen elementos reactivos (es decir, inductancia o capacitancia) también existe un segundo componente de potencia, denominado *potencia reactiva*, el cual representa la energía que oscila de ida y vuelta por todo el sistema. Por ejemplo, durante el establecimiento de corriente en una inductancia, la energía fluye de la fuente de potencia hacia la inductancia para expandir su campo magnético. Cuando el campo magnético se colapsa, esa energía regresa al circuito. Este movimiento de energía hacia adentro y hacia fuera de la inductancia constituye un flujo de potencia. Sin embargo, ya que éste se mueve en una dirección y luego en otra, no contribuye en nada al flujo promedio de potencia de la fuente hacia la carga. Por esta razón, a la potencia reactiva a veces se le denomina *potencia sin watts*. (Una situación similar ocurre con respecto al flujo de potencia hacia el campo eléctrico de un capacitor y desde éste.)

Para un circuito que contiene elementos tanto reactivos como resistivos, parte de la energía se disipa mientras que el resto se traslada de ida y de regreso entre los elementos reactivos, como ya se describió antes; por ello, están presentes ambos componentes de la potencia: los activos y los reactivos. Esta combinación de potencia real y reactiva se denomina *potencia aparente*.

En este capítulo se explicarán los tres componentes de la potencia. Las nuevas ideas que surgen incluyen el concepto del factor de potencia, el triángulo de potencia, la medición de potencia de circuitos de ca y el concepto de resistencia efectiva. ■

PERSPECTIVA HISTÓRICA



Henry Cavendish

CAVENDISH, UN QUÍMICO Y FÍSICO INGLÉS nacido en 1731, es incluido aquí no por lo que hizo en el incipiente campo eléctrico de su época, sino por lo que no hizo. Un hombre brillante, Cavendish estaba adelantado 50 años a su época, y sus experimentos sobre electricidad precedieron y anticiparon a casi todos los grandes descubrimientos que se produjeron a la mitad del siglo siguiente (por ejemplo, descubrió la ley de Coulomb antes de que éste lo hiciera). Sin embargo, Cavendish estaba interesado en la investigación y el conocimiento simplemente por su propio bien y nunca se molestó en publicar lo que aprendió, de hecho privó al mundo de sus descubrimientos y detuvo el desarrollo del campo de la electricidad por muchos años. El trabajo de Cavendish permaneció desconocido por casi un siglo hasta que otro gran científico, James Clerk Maxwell, lo publicó. En la actualidad Cavendish es más conocido por su trabajo en el campo gravitacional que por su labor en el ámbito eléctrico. Una de las cosas asombrosas que hizo fue determinar la masa de la Tierra utilizando la primitiva tecnología de su época. ■

17-1 Introducción

En cualquier instante, la potencia en una carga es igual al producto del voltaje por la corriente (figura 17-1). Esto significa que si el voltaje y la corriente varían en el tiempo, también lo hará la potencia, a ésta se le conoce como **potencia instantánea** y se simboliza mediante $p(t)$ o sólo p. Entonces,

$$p = vi \quad \text{(watts)} \tag{17-1}$$

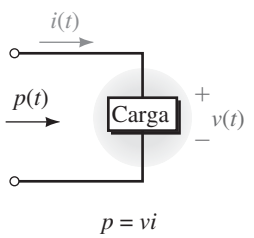


FIGURA 17-1 Referencias del voltaje, la corriente y la potencia. Cuando p es positiva, la potencia tiene la dirección de la flecha de referencia.

Ahora considere el caso de la ca sinusoidal. Ya que el voltaje y la corriente son positivos en varios instantes durante su ciclo y negativos en otros, la potencia instantánea también puede ser positiva en algunos instantes y negativa en otros. Esto se ilustra en la figura 17-2, en la que se ha multiplicado el voltaje por la corriente punto por punto para obtener la forma de onda de la potencia. Por ejemplo, a partir de $t = 0$ s a $t = t_1$, v e i son positivos; por tanto, la potencia es positiva. En $t = t_1$, $v = 0$ V y entonces $p = 0$ W. De t_1 a t_2, i es positiva y v es negativa; por tanto, p es negativa. De t_2 a t_3 tanto v como i son negativos, por tanto, p es positiva, etc. Como se discutió en el capítulo 4, un valor positivo de p significa que la potencia transferida tiene la dirección de la flecha de referencia, mientras que un valor negativo significa que está en la dirección opuesta. Por lo anterior, durante las partes positivas del ciclo de potencia, ésta fluye de la fuente a la carga, mientras que durante las partes negativas fluye hacia afuera de la carga de regreso al circuito.

La potencia real tiene la forma de onda de la figura 17-2. Ahora se mostrará que los aspectos clave del flujo de potencia contenidos en esta forma de onda pueden describirse en términos de la potencia activa, la potencia reactiva y la potencia aparente.

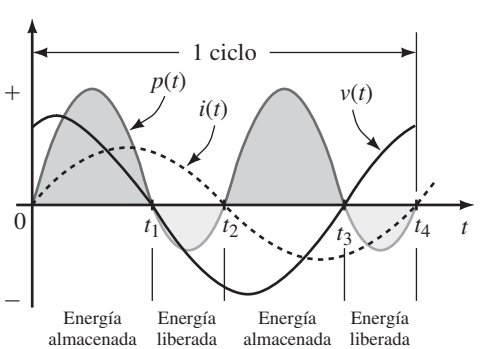


FIGURA 17-2 La potencia instantánea en un circuito de ca. La potencia positiva p representa la potencia hacia la carga; la p negativa representa la potencia que regresa desde la carga.

Potencia activa

Ya que p en la figura 17-2 representa la potencia que fluye hacia la carga, su promedio será la **potencia promedio** hacia la carga. Este promedio se denota mediante la letra P, si tiene un valor positivo, entonces, en promedio, más potencia fluye hacia la carga que la que retorna de ella. (Si P vale cero, toda la potencia que se envía a la carga es retornada.) Por tanto, si P tiene un valor positivo, representa a la potencia que en realidad es disipada por la carga. Por esta razón, P es llamada **potencia real**. En la terminología moderna, la potencia real también se llama **potencia activa**. Entonces, *la potencia activa es el valor promedio de la potencia instantánea, y los términos potencia real, potencia activa y potencia promedio significan lo mismo*. (Por lo general, se hará referencia a ella simplemente como potencia.) En este libro se usan los términos de forma intercambiable.

Potencia reactiva

Considere de nuevo la figura 17-2. Durante los intervalos en que p es negativa, la potencia esta siendo retornada desde la carga. (Esto sólo puede pasar si la carga contiene elementos reactivos: L o C.) La porción de la potencia que fluye hacia la carga y luego regresa hacia fuera se llama **potencia reactiva**. Ya que primero fluye en un sentido y luego en otro, *su valor promedio es cero*; entonces, la potencia reactiva no contribuye en nada a la potencia promedio hacia la carga.

Aunque la potencia reactiva no realiza trabajo útil, no puede ignorarse. Se requiere corriente adicional para crear potencia reactiva, y dicha corriente debe ser suministrada por la fuente; esto también significa que los conductores, los interruptores automáticos del circuito, los interruptores comunes, los transformadores y otros equipos deban ser físicamente más grandes para manejar la corriente adicional. Esto incrementa el costo de un sistema.

Como se indicó antes, la forma de onda de la figura 17-2 incluye los aspectos real y reactivo de la potencia. En este capítulo aprenderá cómo separarlos para propósitos de análisis y medición. Se inicia viendo de forma más cercana la potencia en elementos de circuitos resistivos, inductivos y capacitivos.

17-2 Potencia hacia una carga resistiva

Considere primero la potencia hacia una carga puramente resistiva (figura 17-3). Aquí, la corriente está en fase con el voltaje. Se supone que $i = I_m \text{sen } \omega t$ y $v = V_m \text{sen } \omega t$. Entonces,

$$p = vi = (V_m \text{sen } \omega t)(I_m \text{sen } \omega t) = V_m I_m \text{sen}^2 \omega t$$

Por tanto,

$$p = \frac{V_m I_m}{2}(1 - \cos 2\omega t) \qquad \textbf{(17-2)}$$

donde se ha usado la relación trigonométrica $\text{sen}^2 \omega t = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t)$ tomada de uno de los apéndices de este libro.

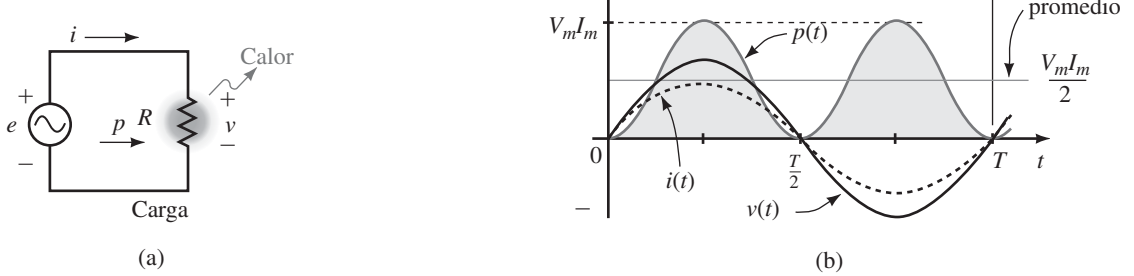


FIGURA 17-3 Potencia hacia una carga puramente resistiva. El valor pico de p es $V_m I_m$.

En (b) se muestra una gráfica de p contra tiempo. Observe que p siempre es positiva (excepto cuando momentáneamente es cero). Esto significa que la potencia fluye sólo de la fuente hacia la carga. Ya que nunca se retorna nada, toda la potencia suministrada por la fuente es absorbida por la carga. Por tanto, se concluye que *la potencia hacia una resistencia pura consiste sólo de potencia activa*. Observe también que la frecuencia de la forma de onda de la potencia es el doble que la de las formas de onda de voltaje y corriente. (Esto se confirma mediante 2ω en la ecuación 17-2.)

Potencia promedio

La inspección de la forma de onda de la potencia en la figura 17-3 muestra que su valor promedio cae a la mitad entre cero y su valor pico de $V_m I_m$. Esto es,

$$P = V_m I_m/2$$

(También se puede obtener el mismo resultado al promediar la ecuación 17-2 como se hizo en el capítulo 15.) Ya que V, la magnitud del valor rms del voltaje, es $V_m/\sqrt{2}$ e I, la magnitud del valor rms de la corriente, es $I_m/\sqrt{2}$, esto puede escribirse como $P = VI$. Entonces, la potencia promedio hacia una carga puramente resistiva es

$$P = VI \quad \text{(watts)} \tag{17-3}$$

Al sustituir $V = IR$ e $I = V/R$ en la ecuación 17-3 se obtienen las otras formas alternativas, las cuales son

$$P = I^2R \quad \text{(watts)} \tag{17-4}$$

$$= V^2/R \quad \text{(watts)} \tag{17-5}$$

Entonces, las relaciones de la potencia activa para los circuitos resistivos son las mismas para ca y para cd.

17-3 Potencia hacia una carga inductiva

Para una carga puramente inductiva como en la figura 17-4(a), la corriente se atrasa en relación con el voltaje por 90°. Si se selecciona la corriente como referencia, $i = I_m \text{sen } \omega t$ y $v = V_m \text{sen}(\omega t + 90°)$. Una gráfica de p contra tiempo (obtenida al multiplicar v por i) se ve como se muestra en (b). Observe que durante el primer cuarto de ciclo, p es positiva y entonces la potencia fluye hacia la inductancia, mientras que durante el segundo cuarto de ciclo, p es negativa y toda la potencia transferida a la inductancia durante el primer cuarto de ciclo fluye de

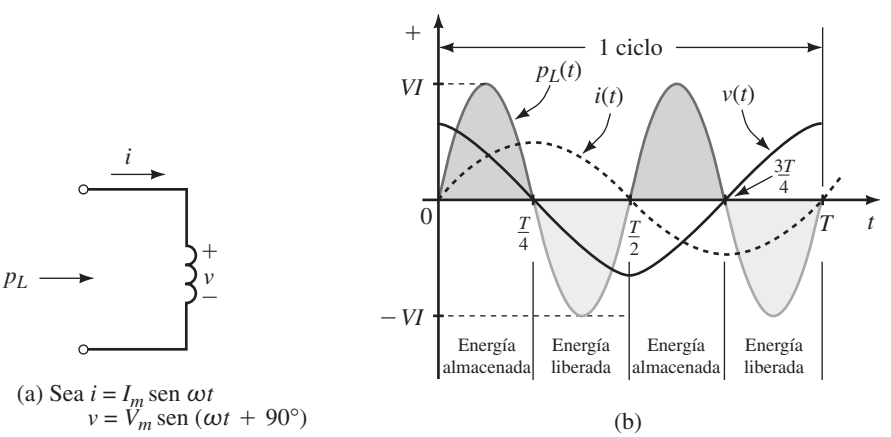


FIGURA 17-4 Potencia hacia una carga puramente inductiva. La energía almacenada durante cada cuarto de ciclo se regresa durante el siguiente cuarto de ciclo. La potencia promedio es cero.

regreso. Ocurre de manera similar para el tercer y cuarto cuartos de ciclo. Por tanto, *la potencia promedio hacia una inductancia a lo largo de un ciclo completo es cero, es decir, no hay potencia perdida asociada con una inductancia pura*. En consecuencia, $P_L = 0$ W y la única potencia que fluye en el circuito es potencia reactiva. Esto es correcto en general, es decir, *la potencia que fluye hacia una inductancia pura y fuera de ella es sólo potencia reactiva.*

Para determinar esta potencia considere de nuevo la ecuación 17-1. Con $v = V_m\text{sen}(\omega t + 90°)$ e $i = I_m\text{sen}\ \omega t$, $p_L = vi$ se llega a

$$p_L = V_m I_m \text{sen}(\omega t + 90°)\text{sen}\ \omega t$$

Después de alguna manipulación matemática, esto se reduce a

$$p_L = VI\ \text{sen}\ 2\ \omega t \qquad \textbf{(17-6)}$$

donde V e I son las magnitudes de los valores rms del voltaje y la corriente respectivamente.

El producto VI en la ecuación 17-6 se define como la **potencia reactiva** y se denota con el símbolo Q_L. Debido a que representa la "potencia" que alternadamente fluye hacia la inductancia y después fuera de ella, Q_L no contribuye en nada a la potencia promedio hacia la carga y, como se indicó antes, algunas veces es conocida como potencia sin watts. Sin embargo, como se verá pronto, la potencia reactiva es de gran importancia en la operación de los sistemas de potencia eléctricos.

Ya que Q_L es el producto del voltaje por la corriente, su unidad es el volt-ampere (VA). Para indicar que Q_L representa volt-ampere reactivos, se adiciona una "R" para obtener una nueva unidad, el **VAR** (*volt-ampere reactivo*). Por lo que,

$$Q_L = VI \quad \text{(VAR)} \qquad \textbf{(17-7)}$$

Al sustituir $V = IX_L$ e $I = V/X_L$ se llega a las siguientes formas alternativas:

$$Q_L = I^2X_L = \frac{V^2}{X_L} \quad \text{(VAR)} \qquad \textbf{(17-8)}$$

Por convención, Q_L se considera positiva. Entonces, si $I = 4$ A y $X_L = 2\ \Omega$, $Q_L = (4\text{ A})^2(2\ \Omega) = +32$ VAR. Observe que VAR (al igual que el watt) es una cantidad escalar sólo con magnitud y sin ángulo.

17-4 Potencia hacia una carga capacitiva

Para una carga puramente capacitiva, la corriente se adelanta al voltaje por 90°. Si se toma la corriente como referencia, $i = I_m\text{sen}\ \omega t$ y $v = V_m\text{sen}(\omega t - 90°)$. La multiplicación de v por i produce la curva de potencia de la figura 17-5. Observe que los lóbulos negativos y positivos de la onda de potencia son idénticos; entonces, a lo largo de un ciclo, la potencia que la capacitancia retorna al circuito es exactamente igual a la que le suministra la fuente. Esto significa que *la potencia promedio hacia una capacitancia en un ciclo completo es cero, es decir, no hay pérdidas de potencia asociadas con una capacitancia pura*. En consecuencia, $P_C = 0$ W y la única potencia que fluye en el circuito es la potencia reactiva. Esto es correcto en general; es decir, *la potencia que fluye hacia una capacitancia pura y fuera de ella es sólo la potencia reactiva*, la cual está dada por

$$p_C = vi = V_m I_m \text{sen}\ \omega t\ \text{sen}(\omega t - 90°)$$

la cual se reduce a

$$p_C = -VI\ \text{sen}\ 2\ \omega t \qquad \textbf{(17-9)}$$

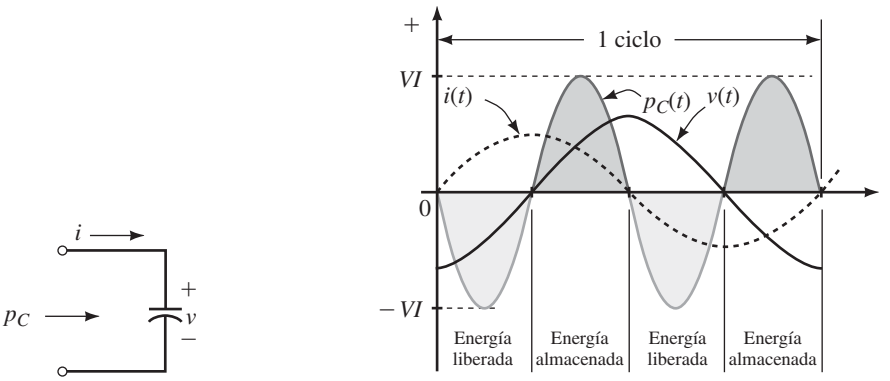


FIGURA 17-5 Potencia hacia una carga puramente capacitiva. La potencia promedio es cero.

donde V e I son las magnitudes de los valores rms del voltaje y la corriente, respectivamente. Ahora se define el producto VI como Q_C, el cual representa la potencia reactiva. Esto es,

$$Q_C = VI \quad \text{(VAR)} \tag{17-10}$$

Ya que $V = IX_C$ e $I = V/X_C$, Q_C también se puede expresar como

$$Q_C = I^2X_C = \frac{V^2}{X_C} \quad \text{(VAR)} \tag{17-11}$$

Por convención, se define que la potencia reactiva hacia la capacitancia es negativa. Por tanto, si $I = 4$ A y $X_C = 2\ \Omega$, entonces, $I^2X_C = (4\text{ A})^2(2\ \Omega) = 32$ VAR. Se puede mostrar de manera explícita el signo menos como $Q_C = -32$ VAR o de manera implícita si se establece que Q representa vars capacitivos, es decir, $Q_C = 32$ VAR (cap.).

EJEMPLO 17-1

Para cada circuito de la figura 17-6 determine la potencia real y la reactiva.

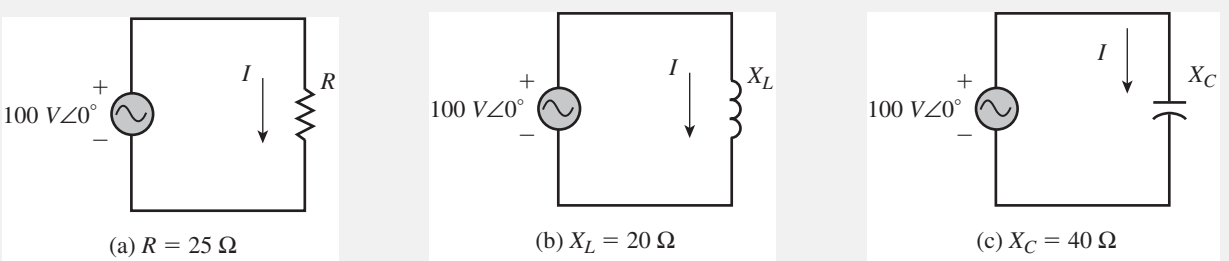


FIGURA 17-6

Solución Sólo se necesitan las magnitudes del voltaje y la corriente.

a. $I = 100\text{ V}/25\ \Omega = 4$ A. $P = VI = (100\text{ V})(4\text{ A}) = 400$ W. $Q = 0$ VAR

b. $I = 100\text{ V}/20\ \Omega = 5$ A. $Q = VI = (100\text{ V})(5\text{ A}) = 500$ VAR (ind.). $P = 0$ W

c. $I = 100\text{ V}/40\ \Omega = 2.5$ A. $Q = VI = (100\text{ V})(2.5\text{ A}) = 250$ VAR (cap.). $P = 0$ W

La respuesta para (c) puede expresarse como $Q = -250$ VAR.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 1

1. Si en algún instante la potencia en la figura 17-1 es $p = -27$ W, ¿cuál es su dirección en este instante?
2. Para una carga puramente resistiva, v e i están en fase. Dados $v = 10$ sen ωt V e $i = 5$ sen ωt A use papel milimétrico y grafique con cuidado v e i en intervalos de 30°. Ahora multiplique los valores de v e i en esos puntos y grafique la potencia. El resultado debe ser similar al de la figura 17-3(b).
   a. A partir de la gráfica, determine la potencia pico y la potencia promedio.
   b. Calcule la potencia mediante $P = VI$ y compare con el valor promedio determinado en (a).
3. Repita el ejemplo 17-1, use las ecuaciones 17-4, 17-5, 17-8 y 17-11.

Respuestas

1. De la carga hacia la fuente.
2. a. 50 W; 25 W
   b. Lo mismo

17-5 Potencia en circuitos más complejos

Las relaciones que se describieron antes fueron desarrolladas con la carga de la figura 17-1. Sin embargo, son válidas para cada elemento en un circuito, sin importar qué tan complejo sea o cómo estén interconectados sus elementos. Además, en cualquier circuito, la potencia real total P_T se calcula al sumar la potencia real de todos los elementos del circuito, en tanto que la potencia reactiva total Q_T se encuentra al sumar la potencia reactiva, teniendo en cuenta que la Q inductiva es positiva y la Q capacitiva es negativa.

Algunas veces es conveniente mostrar la potencia hacia los elementos del circuito de manera simbólica, como se ilustra en el siguiente ejemplo.

EJEMPLO 17-2

Para el circuito RL de la figura 17-7(a), $I = 5$ A. Determine P y Q.

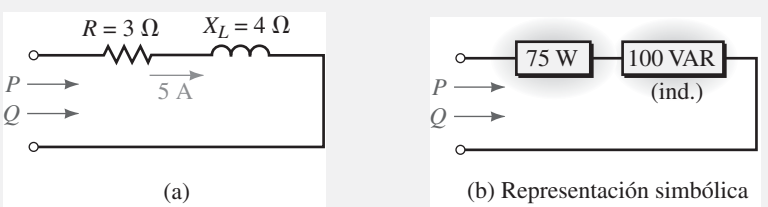


FIGURA 17-7 A partir de las terminales, P y Q son las mismas para (a) y (b).

Solución

$$P = I^2R = (5\text{ A})^2(3\ \Omega) = 75\text{ W}$$
$$Q = Q_L = I^2X_L = (5\text{ A})^2(4\ \Omega) = 100\text{ VAR (ind.)}$$

Ambas pueden representarse de manera simbólica como en la figura 17-7(b).

EJEMPLO 17-3

Para el circuito *RC* de la figura 17-8(a), determine *P* y *Q*.

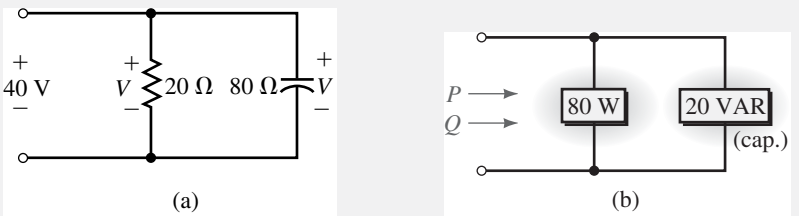


FIGURA 17-8 A partir de las terminales, *P* y *Q* son las mismas para (a) y (b).

Solución

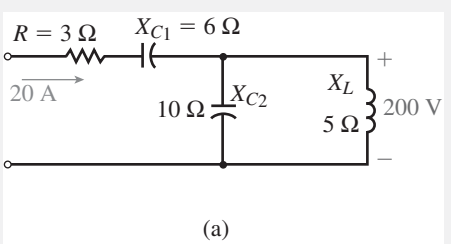
$$P = V^2/R = (40\text{ V})^2/(20\ \Omega) = 80\text{ W}$$
$$Q = Q_C = V^2/X_C = (40\text{ V})^2/(80\ \Omega) = 20\text{ VAR (cap.)}$$

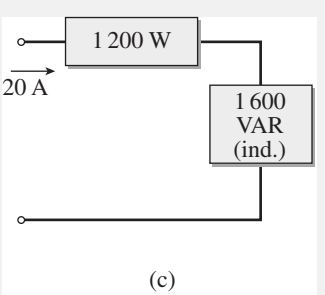
Ambas pueden representarse de manera simbólica como en la figura 17-8(b).

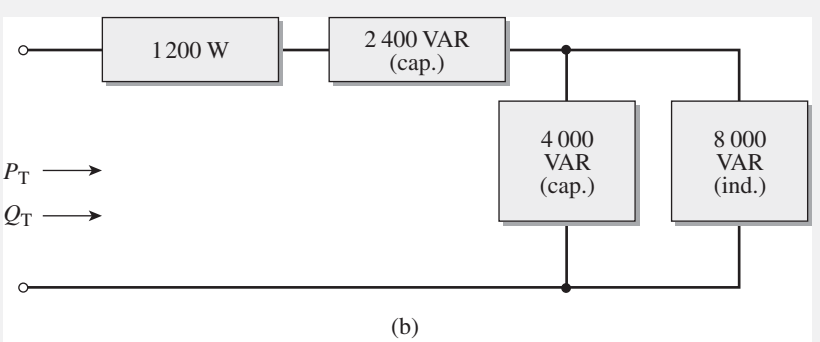
Al determinar *P* y *Q* totales, no importa como esté conectado el circuito o sistema o qué elementos eléctricos contenga. Por ejemplo, los elementos pueden estar conectados en serie, en paralelo, o en serie-paralelo y el sistema puede contener motores eléctricos y similares y la *P* total aún se encuentra mediante la suma de la potencia de los elementos individuales, mientras que la *Q* total se encuentra mediante la suma algebraica de sus potencias reactivas.

EJEMPLO 17-4

a. Para la figura 17-9(a), calcule P_T y Q_T.
b. Reduzca el circuito a su forma más simple.







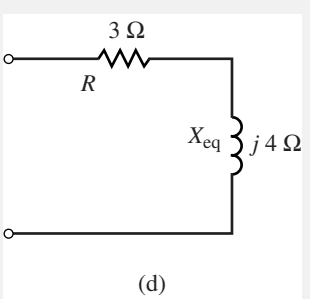


FIGURA 17-9

Solución

a. $P = I^2R = (20\text{ A})^2(3\ \Omega) = 1\ 200\text{ W}$

$Q_{C_1} = I^2X_{C_1} = (20\text{ A})^2(6\ \Omega) = 2\ 400\text{ VAR (cap.)}$

$$Q_{C_2} = \frac{V_2^2}{X_{C_2}} = \frac{(200\text{ V})^2}{(10\,\Omega)} = 4\ 000\text{ VAR (cap.)}$$

$$Q_L = \frac{V_2^2}{X_L} = \frac{(200\text{ V})^2}{5\ \Omega} = 8\ 000\text{ VAR (ind.)}$$

Todas se representan de manera simbólica en la parte (b). de la figura. $P_T = 1\ 200$ W y $Q_T = -2\ 400$ VAR $- 4\ 000$ VAR $+ 8\ 000$ VAR $= 1\ 600$ VAR. Entonces, la carga es netamente inductiva, como se muestra en (c).

b. $Q_T = I^2X_{eq}$. Entonces, $X_{eq} = Q_T/I^2 = (1\ 600\text{ VAR})/(20\text{ A})^2 = 4\ \Omega$. La resistencia del circuito permanece sin cambio, por tanto, el equivalente es el que se muestra en (d).

PROBLEMAS PRÁCTICOS 2

Para el circuito de la figura 17-10, $P_T = 1.9$ kW y $Q_T = 900$ VAR (ind). Determine P_2 y Q_2.

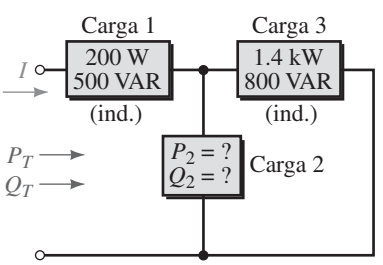


FIGURA 17-10

Respuesta
300 W, 400 VAR (cap.)

17-6 Potencia aparente

Cuando una carga tiene un voltaje V y corriente I como en la figura 17-11, la potencia que parece fluir a la carga es VI. Sin embargo, si la carga contiene tanto resistencia como reactancia, este producto no representa ni la potencia real ni la potencia reactiva. Ya que VI parece representar la potencia, se llama **potencia aparente**, la cual se simboliza con $\boldsymbol{S}$ y tiene unidades de **volt-ampere (VA)**. Entonces,

$$S = VI \quad \text{(VA)} \qquad \textbf{(17-12)}$$

donde V e I son las magnitudes del voltaje y la corriente rms respectivamente. Ya que $V = IZ$ e $I = V/Z$, S también se puede escribir como

$$S = I^2Z = V^2/Z \quad \text{(VA)} \qquad \textbf{(17-13)}$$

Para equipo pequeño, como el que se encuentra en electrónica, VA es una unidad conveniente. Sin embargo, para aparatos de potencia pesados (figura 17-12), es demasiado pequeña y con frecuencia se usan los kVA (kilovolt-ampere), donde

$$S = \frac{VI}{1\ 000} \quad \text{(kVA)} \qquad \textbf{(17-14)}$$

Además de su especificación VA, en la práctica es común que en los aparatos eléctricos se proporcione también su voltaje de operación. Una vez que se conocen ambos, es fácil determinar la corriente de operación. Por ejemplo, si un equipo se especifica en 250 kVA, 4.16 kV tiene una corriente de operación de $I = S/V = (250 \times 10^3\text{ VA})/(4.16 \times 10^3\text{ V}) = 60.1$ A.

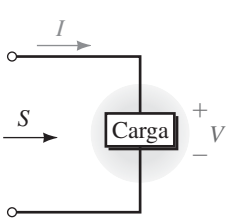


FIGURA 17-11 Potencia aparente $S = VI$.



FIGURA 17-12 Los aparatos de potencia se especifican en potencia aparente. El transformador que se muestra es una unidad de 167 kVA. *(Cortesía de Carte International Ltd.)*

17-7 La relación entre *P*, *Q* y *S*

Hasta ahora se ha tratado a las potencias real, reactiva y aparente por separado. Sin embargo, están relacionadas mediante una relación muy simple a través del triángulo de potencias.

El triángulo de potencias

Considere el circuito en serie de la figura 17-13(a). Sea la corriente a través del circuito $\mathbf{I} = I\angle 0°$, con representación fasorial (b). Los voltajes en el resistor y la inductancia son $\mathbf{V}_R$ y $\mathbf{V}_L$ respectivamente. Como se indicó en el capítulo 16, $\mathbf{V}_R$ está en fase con $\mathbf{I}$, mientras que $\mathbf{V}_L$ se le adelanta por 90°. La ley de voltajes de Kirchhoff se aplica a los voltajes de ca en forma fasorial. Entonces, $\mathbf{V} = \mathbf{V}_R + \mathbf{V}_L$ como se indica en (c).

El triángulo de voltajes de (c) puede volver a dibujarse como en la figura 17-14(a) con las magnitudes de V_R y V_L reemplazadas por IR e IX_L, respectivamente. Ahora se multiplican todas las cantidades por I, con lo cual se obtienen los lados I^2R, I^2X_L y la hipotenusa VI como se indica en (b). Observe que éstas representan P, Q y S respectivamente, como se indica en (c). Esto se llama **triángulo de potencias**. A partir de la geometría de este triángulo se puede ver que

$$S = \sqrt{P^2 + Q_L^2} \qquad \textbf{(17-15)}$$

De otra manera, la relación entre P, Q y S puede expresarse como un número complejo:

$$\mathbf{S} = P + jQ_L \qquad \textbf{(17-16a)}$$

o bien

$$\mathbf{S} = S\angle\theta \qquad \textbf{(17-16b)}$$

Si el circuito es capacitivo en lugar de inductivo, la ecuación 17-16 se vuelve

$$\mathbf{S} = P - jQ_C \qquad \textbf{(17-17)}$$

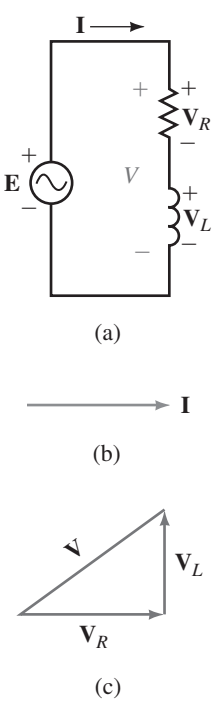
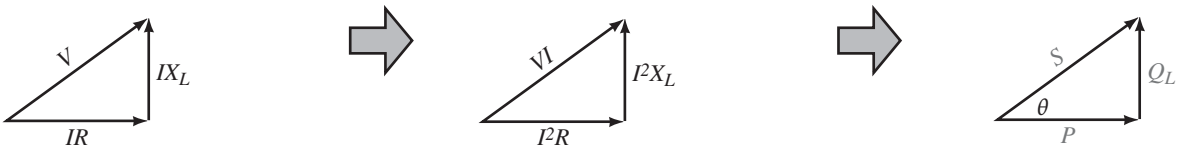


FIGURA 17-13 Pasos para el desarrollo del triángulo de potencias.



(a) Se muestran sólo las magnitudes (b) Se multiplican por *I* (c) Triángulo de potencias que resulta

FIGURA 17-14 Continuación de los pasos para el desarrollo del triángulo de potencias.

En este caso el triángulo de potencias tiene una parte imaginaria negativa, como se indica en la figura 17-15.

Las relaciones de potencia se escriben en formas generalizadas como

$$\mathbf{S} = \mathbf{P} + \mathbf{Q} \qquad \textbf{(17-18)}$$

y

$$\mathbf{S} = \mathbf{VI}^* \qquad \textbf{(17-19)}$$

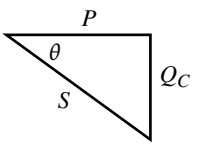


FIGURA 17-15 Triángulo de potencias para el caso capacitivo.

donde $\mathbf{P} = P\angle 0°$, $\mathbf{Q}_L = jQ_L$, $\mathbf{Q}_C = -jQ_C$, e $\mathbf{I}^*$ es el conjugado de la corriente $\mathbf{I}$ —véase la Nota—. Estas relaciones se cumplen para todas las redes sin importar qué contengan o cómo estén configuradas.

Cando se resuelven problemas que involucran potencia, se debe recordar que los valores de *P* se suman para obtener P_T, y los valores de *Q* para obtener Q_T (donde *Q* es positiva para elementos inductivos y negativa para capacitivos). Sin embargo, los valores de la potencia aparente no pueden sumarse para obtener S_T, es decir, $S_T \neq S_1 + S_2 + \cdots + S_N$. En lugar de ello, se debe determinar P_T y Q_T, y usar el triángulo de potencias para obtener S_T.

NOTAS. . .

Véase el capítulo 16, sección 16.1 para una discusión de los complejos conjugados.

EJEMPLO 17-5

Los valores de *P* y *Q* para un circuito se muestran en la figura 17-16(a).

a. Determine el triángulo de potencias.
b. Determine la magnitud de la corriente suministrada por la fuente.

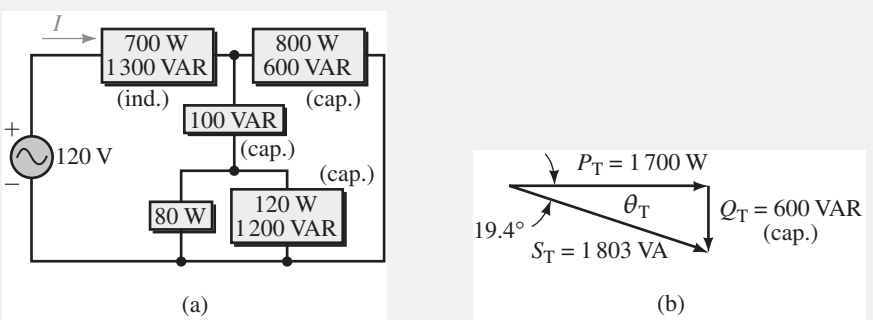


FIGURA 17-16

Solución

a. $P_T = 700 + 800 + 80 + 120 = 1\,700$ W
$Q_T = 1\,300 - 600 - 100 - 1\,200 = -600$ VAR $= 600$ VAR (cap.)
$\mathbf{S}_T = P_T + jQ_T = 1\,700 - j600 = 1\,803\angle -19.4°$ VA
El triángulo de potencia es el que se muestra. La carga es netamente capacitiva.

b. $I = S_T/E = 1\,803$ VA$/120$ V $= 15.0$ A

EJEMPLO 17-6

Un generador suministra potencia a un calefactor eléctrico, a un elemento inductivo y a un capacitor como se muestra en la figura 17-17(a).

a. Encuentre P y Q para cada carga.

b. Encuentre las potencias activa y reactiva suministradas por el generador.

c. Dibuje el triángulo de potencias para las cargas combinadas y determine la potencia aparente total.

d. Encuentre la corriente suministrada por el generador.

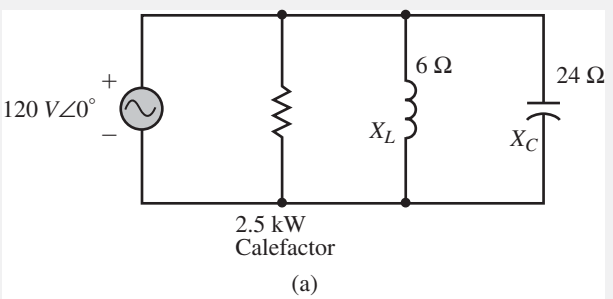


FIGURA 17-17

Solución

a. Los componentes de potencia son los siguientes:

Calefactor: $P_H = 2.5$ kW $\quad Q_H = 0$ VAR

Inductor: $P_L = 0$ W $\quad Q_L = \dfrac{V^2}{X_L} = \dfrac{(120\text{ V})^2}{6\ \Omega} = 2.4$ kVAR (ind.)

Capacitor: $P_C = 0$ W $\quad Q_C = \dfrac{V^2}{X_C} = \dfrac{(120\text{ V})^2}{24\ \Omega} = 600$ VAR (cap.)

b. $P_T = 2.5\text{ kW} + 0\text{ W} + 0\text{ W} = 2.5\text{ kW}$

$Q_T = 0\text{ VAR} + 2.4\text{ kVAR} - 600\text{ VAR} = 1.8\text{ kVAR (ind.)}$

c. El triángulo de potencias se representa en la figura 17-7(b). Tanto la hipotenusa como el ángulo se obtienen fácilmente mediante la conversión rectangular a polar. $\mathbf{S}_T = P_T + jQ_T = 2\,500 + j1\,800 = 3\,081\angle 35.8°$. Por tanto la potencia aparente es $S_T = 3\,081$ VA.

d. $I = \dfrac{S_T}{E} = \dfrac{3\,081\text{ VA}}{120\text{ V}} = 25.7$ A

Ecuaciones de potencia real y reactiva

Un examen del triángulo de potencias de las figuras 17-14 y 17-15 muestra que P y Q pueden expresarse respectivamente como

$$P = VI\cos\theta = S\cos\theta \quad \text{(W)} \tag{17-20}$$

y

$$Q = VI\,\text{sen}\,\theta = S\,\text{sen}\,\theta \quad \text{(VAR)} \tag{17-21}$$

donde V e I son las magnitudes de los valores rms del voltaje y la corriente, respectivamente, y θ es el ángulo entre ellos. P siempre es positiva, mientras Q es positiva para circuitos inductivos y negativa para circuitos capacitivos. Entonces, si $V = 120$ volts, $I = 50$ A y $\theta = 30°$, $P = (120)(50)\cos 30° = 5\,196$ W y $Q = (120)(50)\text{sen}\,30° = 3\,000$ VAR.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 3

Un generador de 208 V suministra potencia a un grupo de tres cargas. La carga 1 tiene una potencia aparente de 500 VA con $\theta = 36.87°$ (es decir, es netamente inductiva). La carga 2 tiene una potencia aparente de 1 000 VA y es netamente capacitiva con un ángulo del triángulo de potencias de $-53.13°$. La carga 3 es puramente resistiva con potencia $P_3 = 200$ W. Determine el triángulo de potencias para las cargas combinadas y la corriente del generador.

Respuestas
$S_T = 1\,300$ VA, $\theta_T = -22.6°$, $I = 6.25$ A

17-8 Factor de potencia

La cantidad cos θ en la ecuación 17-20 se define como el **factor de potencia** y se representa con el símbolo F_p. Entonces,

$$F_p = \cos\theta \qquad \textbf{(17-22)}$$

A partir de la ecuación 17-20 se observa que F_p puede calcularse como la razón entre la potencia real y la aparente. Por tanto,

$$\cos\theta = P/S \qquad \textbf{(17-23)}$$

El factor de potencia se expresa como un número o como un porcentaje. A partir de la ecuación 17-23, es evidente que el factor de potencia no puede exceder de 1.0 (o 100% si se expresa en porcentaje).

El **ángulo del factor de potencia** θ es de interés. Se calcula como sigue

$$\theta = \cos^{-1}(P/S) \qquad \textbf{(17-24)}$$

θ es el ángulo entre el voltaje y la corriente. Por tanto, para una resistencia pura $\theta = 0°$. Para una inductancia pura $\theta = 90°$ y para una capacitancia pura $\theta = -90°$. Para un circuito que contiene tanto resistencia como inductancia, θ estará entre 0° y 90°; para un circuito que contiene tanto resistencia como capacitancia θ estará entre 0° y $-90°$.

Factor de potencia unitario, en atraso y en adelanto

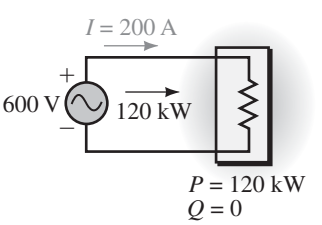
Como lo indica la ecuación 17-23, el factor de potencia de una carga cuantifica qué tanto de su potencia aparente es realmente potencia real. Por ejemplo, para un circuito resistivo puro, $\theta = 0°$ y $F_p = \cos 0° = 1.0$. En consecuencia, $P = VI$ (watts) y toda la potencia aparente de la carga es potencia real. Este caso de $F_p = 1$ se conoce como factor de potencia unitario.

Para una carga que contiene sólo resistencia e inductancia, la corriente de la carga se atrasa con respecto al voltaje. El factor de potencia en este caso se describe como *en atraso*. Por otro lado, para una carga que contiene sólo resistencia y capacitancia, la corriente se adelanta al voltaje y el factor de potencia se describe como *en adelanto*. Entonces, *un circuito inductivo tiene un factor de potencia en atraso, mientras que un circuito capacitivo tiene un factor de potencia en adelanto.*

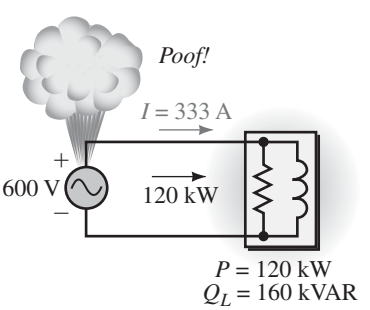
Una carga con un factor de potencia pobre puede demandar un exceso de corriente. Esto se discute enseguida.

Por qué el equipo se especifica en VA

Como se indicó antes, el equipo se especifica en términos de VA en lugar de watts. Ahora se muestra por qué. Considere la figura 17-18. Suponga que el generador está especificado en 600 V, 120 kVA. Esto significa que es capaz de suministrar $I = 120$ kVA/600 V $= 200$ A. En (a), el generador suministra una carga puramente resistiva con 120 kW. Ya que $S = P$ para una carga puramente resistiva, $S = 120$ kVA y el generador provee su corriente especificada. En (b), el generador suministra una carga con $P = 120$ kW como antes, pero $Q = 160$ kVAR.



(a) $S = 120$ kVA



(b) $S = \sqrt{(120)^2 + (160)^2} = 200$ kVA
El generador está sobrecargado

FIGURA 17-18 Ilustración de por qué los aparatos eléctricos se especifican en VA en lugar de watts. Ambas cargas disipan 120 kW pero la corriente especificada del generador (b) está excedida debido al factor de potencia de la carga.

Su potencia aparente es por tanto $S = 200$ kVA, lo cual significa que la corriente del generador es $I = 200$ kVA/600 V $= 333.3$ A. Aun cuando está suministrando la misma potencia que en (a), el generador está ahora fuertemente sobrecargado y puede resultar el daño que se indica en (b).

Este ejemplo ilustra con claridad que el especificar una carga o un dispositivo en términos de potencia es una decisión errónea, ya que su capacidad para conducir corriente pueda ser sobrepasada con creces, aun cuando su especificación de potencia no lo sea. Por esa razón *el tamaño de los aparatos eléctricos (generadores, interconexión de alambres, transformadores, etc.) que se requiere para proveer una carga está determinado por sus requerimientos de VA y no por los de potencia de carga*.

Corrección del factor de potencia

El problema que se muestra en la figura 17-18 se puede resolver al cancelar alguno o todos los componentes reactivos de la potencia al agregar reactancia del tipo opuesto al circuito. Esto se conoce como **corrección del factor de potencia**. Si se cancela por completo el componente reactivo, el ángulo del factor de potencia es 0° y el $F_p = 1$. Esto se conoce como **corrección del factor de potencia unitario**.

En la práctica, casi todas las cargas, sean residenciales, industriales o comerciales, son inductivas debido a la presencia de motores, balastros de lámparas fluorescentes y equipos similares; en consecuencia, es probable que nunca se encuentre una carga capacitiva que requiera corrección. El resultado de esto es que en la realidad casi toda la corrección del factor de potencia consiste en agregar un capacitor para cancelar los efectos inductivos. Como se ilustra enseguida, esta capacitancia se coloca en la carga.

EJEMPLO 17-7

Para el problema del generador sobrecargado de la figura 17-18(b), una capacitancia con $Q_C = 160$ kVAR se adiciona en paralelo con la carga como en la figura 17-19(a). Determine la corriente I del generador.

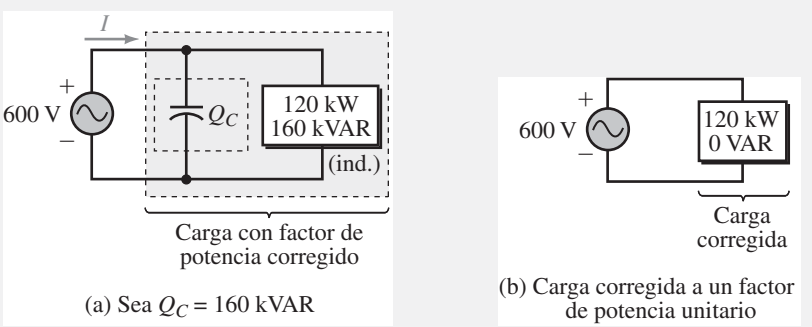


FIGURA 17-19 Corrección del factor de potencia. El capacitor en paralelo reduce en gran medida la corriente de la fuente.

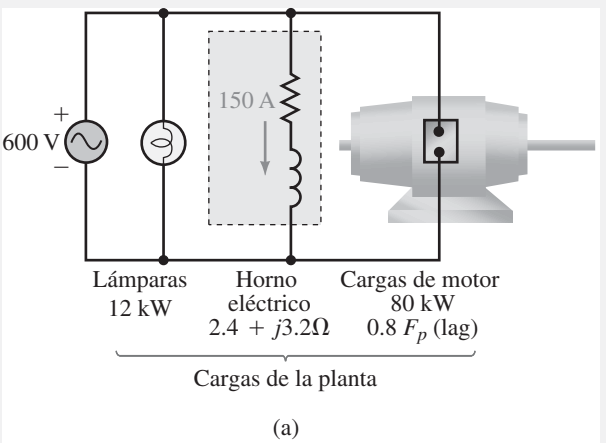
Solución $Q_T = 160$ kVAR $- 160$ kVAR $= 0$. Por tanto, $\mathbf{S}_T = 120$ kW $+ j0$ kVAR. Entonces, $S_T = 120$ kVA y la corriente disminuye de 333 A a $I = 120$ kVA/600 V $= 200$ A. Por tanto, el generador ya no está sobrecargado.

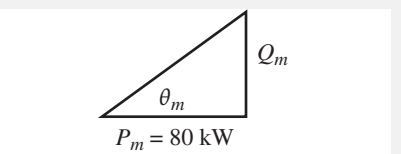
A los clientes residenciales no se les cobra directamente en VAR, esto es, pagan sus cuentas de electricidad con base sólo en el número de kilowatts-hora que usan. Esto es porque todos tienen en esencia el mismo factor de potencia y el efecto de éste simplemente se incluye en las tarifas que pagan. Por otro lado, los clientes industriales, con frecuencia tienen factores de potencia que difieren ampliamente y la compañía eléctrica tiene que supervisar sus VAR, o su factor de potencia, así como sus watts, para determinar una tarifa de cobro apropiada.

Para ilustrarlo, suponga que las cargas de la figura 17-18(a) y (b) son dos pequeñas plantas industriales. Si la compañía eléctrica basa su tarifa sólo en la potencia, ambos clientes pagarían lo mismo. Sin embargo, le cuesta más a la compañía eléctrica suministrar energía al cliente (b), ya que se requieren conductores más largos, transformadores más grandes, interruptores más grandes, etc., para manejar corrientes mayores. Por esta razón, los clientes industriales pueden pagar multas si su factor de potencia cae por debajo de un valor preestablecido por la compañía eléctrica.

EJEMPLO 17-8

Un cliente industrial es multado si el factor de potencia de la planta cae por debajo de 0.85. Las cargas equivalentes de la planta se muestran en la figura 17-20. La frecuencia es 60 Hz.





(b) Triángulo de potencias para el motor

FIGURA 17-20

MULTISIM

a. Determine P_T y Q_T.
b. Determine el valor de la capacitancia, en microfarads, que se requiere para obtener un factor de potencia superior a 0.85.
c. Determine la corriente del generador antes y después de la corrección.

Solución

a. Los componentes de potencia son los siguientes:

Lámparas: $P = 12$ kW, $Q = 0$ kVAR

Horno: $P = I^2R = (150)^2(2.4) = 54$ kW

$Q = I^2X = (150)^2(3.2) = 72$ kVAR (ind.)

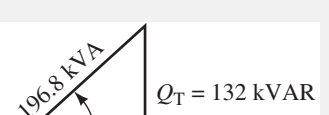
Motor: $\theta_m = \cos^{-1}(0.8) = 36.9°$. Entonces, a partir del triángulo de potencias del motor,

$Q_m = P_m \tan \theta_m = 80 \tan 36.9° = 60$ kVAR (ind.)

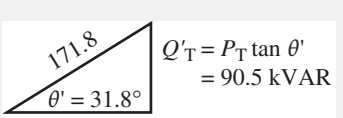
Total: $P_T = 12$ kW + 54 kW + 80 kW = 146 kW

$Q_T = 0 + 72$ kVAR + 60 kVAR = 132 kVAR (ind.)

b. El triángulo de potencias de la planta se muestra en la figura 17-21(a). Sin embargo, se debe corregir el factor de potencia a 0.85. Entonces, se necesita $\theta' = \cos^{-1}(0.85) = 31.8°$, donde θ' es el ángulo del factor de potencia de la carga corregida como se indica en la figura 17-21(b). La máxima potencia reactiva que se puede tolerar es entonces $Q'_T = P_T \tan \theta' = 146 \tan 31.8° = 90.5$ kVAR.



(a) Triángulo de potencias de la planta



(b) Triángulo de potencias después de la corrección

FIGURA 17-21 Triángulos de potencia inicial y final. Observe que P_T no cambia cuando se corrige el factor de potencia, ya que para el capacitor $P = 0$ W.

Ahora considere la figura 17-22. $Q'_T = Q_C + 132$ kVAR, donde $Q'_T = 90.5$ kVAR. Por tanto, $Q_C = -41.5$ kVAR $= 41.5$ kVAR (cap.). Pero $Q_C = V^2/X_C$, por lo que, $X_C = V^2/Q_C = (600)^2/41.5$ kVAR $= 8.67\ \Omega$, y $X_C = 1/\omega C$. Entonces, un capacitor de

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{(2\pi)(60)(8.67)} = 306\ \mu\text{F}$$

proporcionará la corrección requerida.

c. Para el circuito original de la figura 17-21(a), $S_T = 196.8$ kVA. Entonces,

$$I = \frac{S_T}{E} = \frac{196.8\ \text{kVA}}{600\ \text{V}} = 328\ \text{A}$$

Para el circuito corregido de la figura 17-21(b), $S'_T = 171.8$ kVA e

$$I = \frac{171.8\ \text{kVA}}{600\ \text{V}} = 286\ \text{A}$$

Entonces, la corrección del factor de potencia ha disminuido la corriente de la fuente en 42 A.

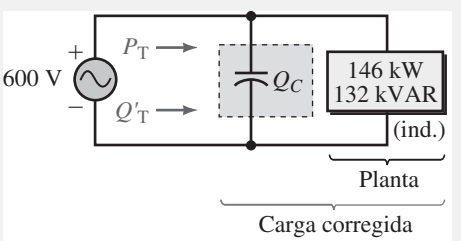


FIGURA 17-22

PROBLEMAS PRÁCTICOS 4

1. ¿En cuántos amperes se ha reducido la corriente del motor de la figura 17-20 como consecuencia de la corrección del factor de potencia?
2. Repita el ejemplo 17-8, pero ahora corrija el factor de potencia a la unidad.
3. Debido a la ampliación de la planta se ha adicionado una carga puramente resistiva de 102 kW a la planta de la figura 17-20. Determine si es necesario corregir el factor de potencia para rectificar la planta ampliada a 0.85 F_p o mejor.

Respuestas

1. Cero, no hay cambio en la corriente del motor.
2. 973 μF, 243 A. Las demás respuestas permanecen sin cambio.
3. $F_p = 0.88$. No se requiere corrección.

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 1

(Las respuestas están al final del capítulo)

1. Dibuje el triángulo de potencias para la figura 17-9(c). Use este triángulo para determinar la magnitud del voltaje aplicado.
2. Para la figura 17-10, suponga una fuente de $E = 240$ volts, $P_2 = 300$ W y $Q_2 = 400$ VAR (cap.). ¿Cuál es la magnitud de la corriente I de la fuente?
3. ¿Cuál es el factor de potencia de cada uno de los circuitos de las figuras 17-7, 17-8 y 17-9? Indique cuál de ellos está en adelanto o en atraso.
4. Considere el circuito de la figura 17-18(b). Si $P = 100$ kW y $Q_L = 80$ kVAR, ¿la fuente está sobrecargada si se supone que es capaz de manejar una carga de 120 kVA?

17-9 Medición de potencia de ca

Para medir la potencia en un circuito de ca se necesita un wattímetro, el cual es un dispositivo que evalúa la corriente y el voltaje, y a partir de estos valores determina la potencia. La mayoría de las unidades modernas son instrumentos digitales. Para dispositivos digitales (figura 17-23), la potencia se despliega en un indicador numérico, mientras que, para instrumentos analógicos (véase la Nota) la potencia se indica mediante una aguja sobre una escala, como en los medidores analógicos del capítulo 2. Sin embargo, observe que aunque los detalles difieren, su método de uso y conexión en un circuito son los mismos, razón por la cual las técnicas de medición descritas se aplican a ambos.



FIGURA 17-23 Medidor multifunción de potencia-energía. Mide potencia activa (W), potencia reactiva (VAR), potencia aparente (VA), factor de potencia energía y otros parámetros.

Para ayudarle a entender el concepto de medición de potencia, considere la figura 17-1. La potencia de carga instantánea es el producto del voltaje de la carga multiplicado por la corriente de la carga y la potencia promedio es el promedio de este producto. Por tanto, una forma de medir la potencia es crear un medidor con un circuito sensible a la corriente, un circuito sensible al voltaje, un circuito multiplicador y un circuito promediador. La figura 17-24 muestra una representación simbólica simplificada de tal instrumento. La corriente pasa a través de su bobina de corriente (CC) para crear un campo magnético proporcional a la corriente, y un circuito sensor de estado sólido conectado en el voltaje de la carga reacciona con este campo para producir un voltaje de salida proporcional al producto del voltaje y la corriente instantáneos (es decir, proporcional a la potencia instantánea). El circuito promediador evalúa esta potencia y la despliega como potencia promedio. En la realidad, el esquema del medidor de la figura 17-23 es mucho más complicado que el que se describe, ya que mide muchos más parámetros, por ejemplo, VAR, VA, energía, etc. Sin embargo, la idea básica es conceptualmente correcta.

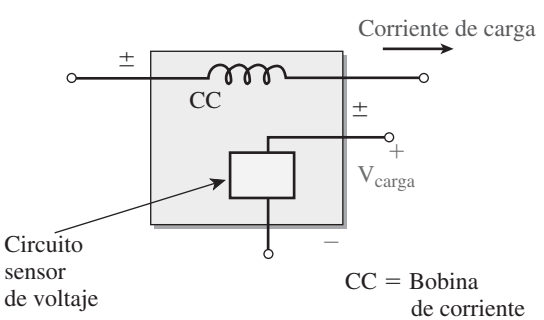


FIGURA 17-24 Representación conceptual de un wattímetro electrónico.

NOTAS . . .

Para investigación adicional

Los viejos wattímetros, llamados electrodinamómetros, aún pueden encontrarse en la práctica. Son dispositivos electromecánicos que utilizan una bobina estacionaria conectada en serie con la carga (la bobina de corriente) y una bobina con pivote (la bobina de potencial) conectada en paralelo con la carga. La interacción de los campos magnéticos de estas dos bobinas crea un par, y la aguja unida a la bobina con pivote sube a una posición en la escala correspondiente a la potencia promedio. (Para información adicional, vea el CD. Haga clic en el Botón 4 *For Further Investigation* y seleccione *Electrodynamometer Wattmeter*.)

NOTAS. . .

Se requiere ser muy claro en qué ángulo usar en la determinación de una lectura del wattímetro. El ángulo por usar en el que existe entre el voltaje en su bobina de voltaje y la corriente a través de su bobina de corriente, use las referencias que se indican en la figura 17-24.

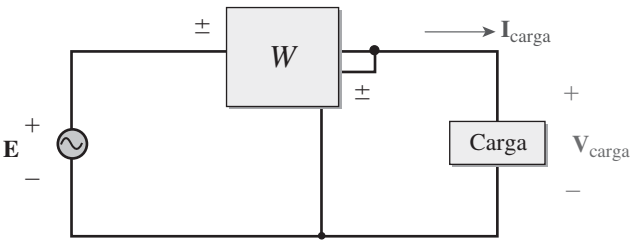


FIGURA 17-25 Conexión del wattímetro

La figura 17-25 muestra cómo conectar un wattímetro en un circuito. La corriente de la carga pasa a través de su circuito de bobina de corriente, y el voltaje de la carga se detecta mediante su circuito sensor de voltaje. Con esta conexión, el wattímetro calcula y despliega el producto de la magnitud del voltaje de la carga y la magnitud de la corriente de la carga, así como el coseno del ángulo entre ellos, es decir, $V_{carga} \cdot I_{carga} \cdot \cos \theta_{carga}$, véase la Nota. Entonces, mide la potencia de la carga. Observe la marca ± en las terminales, el medidor está conectado de manera que la corriente de la carga entra en la terminal ± de la corriente y el extremo de potencial más alto de la carga está conectado a la terminal ± de voltaje. (En muchos medidores, la terminal de voltaje ± está conectada internamente, de manera que sólo tres terminales están conectadas como en la figura 17-26.)

Cuando se mide potencia en un circuito con factor de potencia bajo, se debe usar un wattímetro de factor de potencia bajo. Esto se debe a que, para cargas con factor de potencia bajo, las corrientes pueden ser muy altas, incluso cuando la potencia es baja. Entonces, se puede exceder con facilidad la corriente especificada de un wattímetro estándar y dañarlo, aun cuando la indicación de potencia en el medidor sea pequeña.

EJEMPLO 17-9

Para el circuito de la figura 17-25, qué lectura indica el wattímetro si

a. $\mathbf{V}_{carga} = 100\ \text{V}\angle\ 0°$ e $\mathbf{I}_{carga} = 15\ \text{A}\angle 60°$,

b. $\mathbf{V}_{carga} = 100\ \text{V}\angle\ 10°$ e $\mathbf{I}_{carga} = 15\ \text{A}\angle 30°$?

Solución

a. $\theta_{carga} = 60°$. Entonces, $P = (100)(15)\cos 60° = 750$ W,

b. $\theta_{carga} = 10° - 30° = -20°$. Entonces, $P = (100)(15)\cos(-20°) = 1\,410$ W.

Nota: para (b), ya que $\cos(-20°) = \cos(+20°)$, no importa si se incluye el signo menos.

EJEMPLO 17-10

Para la figura 17-26, determine la lectura del wattímetro.

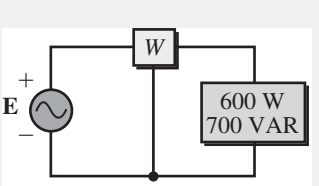


FIGURA 17-26 Este wattímetro tiene sus terminales ± del lado de voltaje conectadas internamente.

Solución Un wattímetro sólo lee potencia activa. Entonces, indica 600 W.

Debe observar que el wattímetro lee potencia sólo para elementos de circuito en el lado de la carga del medidor. Además, si la carga se compone de varios elementos, lee la potencia total.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 5

Determine la lectura del wattímetro de la figura 17-27.

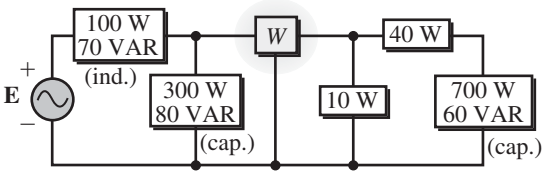


FIGURA 17-27

Respuesta
750 W

17-10 Resistencia efectiva

Hasta ahora se ha supuesto que la resistencia es constante, independiente de la frecuencia. Sin embargo, esto no es totalmente cierto. Por diversas razones, la resistencia de un circuito para ca es mayor que su resistencia para cd. Aunque este efecto es pequeño a bajas frecuencias, es muy pronunciado a altas frecuencias. La resistencia de ca se conoce como **resistencia efectiva**.

Antes de ver por qué la resistencia de ca es mayor que la resistencia de cd, se requiere examinar el concepto de resistencia. Recuerde del capítulo 3 que la resistencia se definió originalmente como la oposición a la corriente, esto es, $R = V/I$. (Esta es la resistencia óhmica.) Con base en esto se aprendió en el capítulo 4 que $P = I^2R$. Este es el último punto de vista que permite dar el significado a la resistencia de ca. Esto es, se define la resistencia de ca o efectiva como

$$R_{\text{ef}} = \frac{P}{I^2} \quad (\Omega) \tag{17-25}$$

donde P es la potencia disipada (como la determina un wattímetro). A partir de esto, se puede ver que cualquier cosa que afecte la potencia disipada afecta a la resistencia. Para cd y ca de baja frecuencia, ambas definiciones para R, es decir, $R = V/I$ y $R = P/I^2$ conducen al mismo valor. Sin embargo, conforme la frecuencia se incrementa, otros factores causan un incremento en la resistencia. Ahora se consideran algunos de ellos.

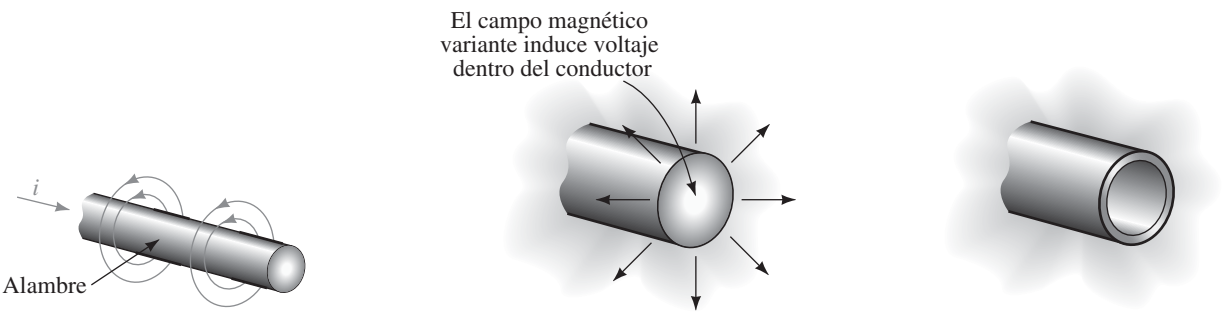
Corrientes parásitas e histéresis

El campo magnético que rodea una bobina u otro circuito que conduce corriente de ca varía con el tiempo y entonces induce voltajes en el material conductivo cercano, como gabinetes metálicos de equipo, núcleos de transformadores, etc. Las corrientes resultantes (llamadas **corrientes parásitas**) son indeseables y crean pérdidas de potencia llamadas **pérdidas por corrientes parásitas**. Debido a que la fuente debe suministrar potencia adicional para compensar dichas pérdidas, P en la ecuación 17-25 se incrementa, aumentando por tanto la resistencia de la bobina.

Si también está presente material ferromagnético, ocurre una pérdida de potencia adicional debido a los efectos de histéresis causados por el campo magnético que magnetiza de manera alternada el material en una dirección y luego en la otra. Las pérdidas por histéresis y por corrientes parásitas son importantes incluso a bajas frecuencias, como a la frecuencia del sistema de potencia de 60 Hz. Esto se analiza en el capítulo 23.

Efecto superficial

Las corrientes de ca crean alrededor de un conductor un campo magnético que varía con el tiempo, figura 17-28(a). A su vez, este campo variable induce un voltaje en el conductor. Dicho voltaje es de tal naturaleza que impulsa los electrones libres desde el centro del alambre hacia su periferia, figura 17-28(b), lo que resulta en una distribución no uniforme de la corriente, con una densidad de corriente más grande cerca de la periferia y más pequeña en el centro. Este fenómeno se conoce como **efecto superficial.** Ya que el centro del alambre conduce poca corriente, su área de sección transversal se ha reducido en efecto y, por tanto, se incrementa la resistencia. Aunque por lo general el efecto superficial es despreciable a frecuencias de línea de potencia (excepto para conductores más grandes, de varios cientos de miles de milésimas circulares), es muy notable a frecuencias de microondas, de manera que el centro de un alambre casi no conduce corriente. Por esta razón, a menudo se usan conductores huecos en lugar de los alambres sólidos, como se muestra en la figura 17-28(c).



(a) La densidad de corriente varía a través del alambre.

(b) Este voltaje activa electrones libres hacia la periferia, dejando pocos electrones en el centro.

(c) A altas frecuencias, el efecto es tan notable que se usan conductores huecos.

FIGURA 17-28 Efecto superficial en circuitos de ca.

NOTAS FINALES . . .

1. La resistencia medida por un óhmetro es la resistencia de cd.
2. Muchos de los efectos que se indicaron anteriormente se tratarán en detalle en varios de los cursos de electrónica. Aquí no se profundiza más en ellos.

Resistencia de radiación

A altas frecuencias, parte de la energía que se suministra a un circuito escapa como energía irradiada. Por ejemplo, un radiotransmisor suministra potencia a una antena, donde se convierte en ondas de radio que son irradiadas al espacio. El efecto de resistencia se llama **resistencia de radiación**. Esta resistencia es mucho más grande que la simple resistencia de cd. Por ejemplo, una antena de transmisión de TV puede tener una resistencia de una fracción de un ohm en cd, pero una resistencia efectiva de varios cientos de ohms a su frecuencia de operación.

17-11 Relaciones de energía para ca

Recuerde que la potencia y la energía están relacionadas mediante la ecuación $p = dw/dt$. Entonces, la energía se determina mediante integración como sigue

$$W = \int pdt = \int vidt \qquad \textbf{(17-26)}$$

Inductancia

Para una inductancia, $v = Ldi/dt$. Al sustituir esto en la ecuación 17-26, se cancela dt, y al reordenar los términos se obtiene

$$W_L = \int \left(L\frac{di}{dt}\right) idt = L\int idi \qquad \textbf{(17-27)}$$

Recuerde de la figura 17-4(b), que la energía fluye hacia un inductor durante el intervalo de tiempo de 0 a $T/4$ y se libera durante el intervalo de tiempo de $T/4$ a $T/2$, luego se repite el proceso. La energía almacenada (y posteriormente liberada) puede determinarse mediante la integración de la potencia desde $t = 0$ a $t = T/4$. La corriente en $t = 0$ es 0 y la corriente en $t = T/4$ es I_m. Al usar éstos como los límites de integración, se encuentra (véase la Nota)

$$W_L = L\int_0^{I_m} i\,di = \frac{1}{2}LI_m^2 = LI^2 \quad \text{(J)} \tag{17-28}$$

donde se ha usado $I = I_m/\sqrt{2}$ para expresar la energía en términos de la corriente efectiva.

NOTAS. . .

La idea de la energía almacenada ya se presentó antes, por ejemplo, la ecuación 17-28 aparece en el capítulo 13 como la 13-11 y la ecuación 17-30 aparece en el capítulo 10 como la 10-22.

Capacitancia

Para una capacitancia, $i = Cdv/dt$. Al sustituir esto en la ecuación 17-26 se obtiene

$$W_C = \int v\left(C\frac{dv}{dt}\right)dt = C\int v\,dv \tag{17-29}$$

Considere la figura 17-5(b). La energía almacenada se encuentra al integrar la potencia desde $T/4$ hasta $T/2$. Los límites correspondientes para el voltaje son 0 a V_m. Entonces,

$$W_C = C\int_0^{V_m} v\,dv = \frac{1}{2}CV_m^2 = CV^2 \quad \text{(J)} \tag{17-30}$$

donde se ha usado $V = V_m/\sqrt{2}$. Se usarán estas relaciones más adelante.

17-12 Análisis de circuitos por computadora

Las relaciones que varían en el tiempo entre el voltaje, la corriente y la potencia descritas con anterioridad en este capítulo pueden investigarse con facilidad mediante el uso de PSpice. Para ilustrarlo, considere el circuito de la figura 17-3 con $v = 1.2$ sen ωt, $R = 0.8\ \Omega$ y $f = 1\,000$ Hz. Cree el circuito en la pantalla, incluya marcadores de voltaje y corriente como en la figura 17-29. Observe las cajas vacías de parámetros al lado de la fuente. Haga doble clic en cada una e ingrese los valores como se muestra. Haga clic en el icono *New Simulation Profile*, teclee el nombre, seleccione *Transient*, establezca TSTOP en **1ms**, y haga clic en OK. Ejecute la simulación y aparecerán las formas de onda de voltaje y corriente de la figura 17-30. Para graficar la potencia, es decir, el producto vi, haga clic en *Trace*, luego *Add Trace*, y cuando se abra la caja de diálogo, use el asterisco para crear el producto V(R1:1)*I(R1), entonces haga clic en OK. La curva azul de potencia debe aparecer ahora. Compare con la figura 17-3. Observe que todas las curvas concuerdan exactamente.

NOTAS. . .

Al momento de escribir esto, Multisim no tenía una manera simple de graficar la potencia, por esa razón no se incluyó un ejemplo.

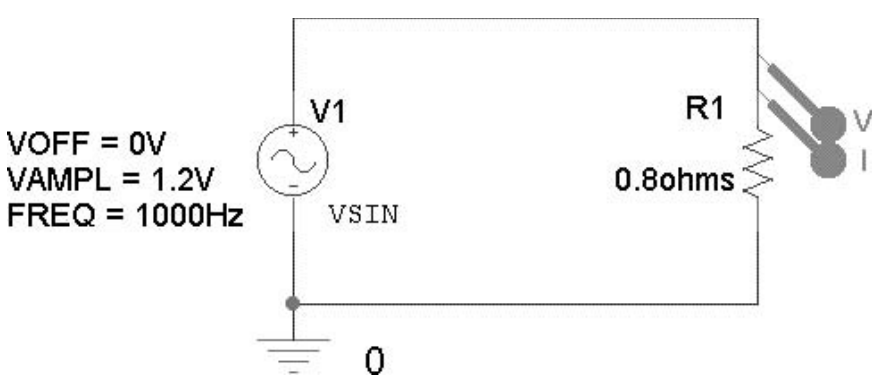


FIGURA 17-29 Circuito en PSpice.

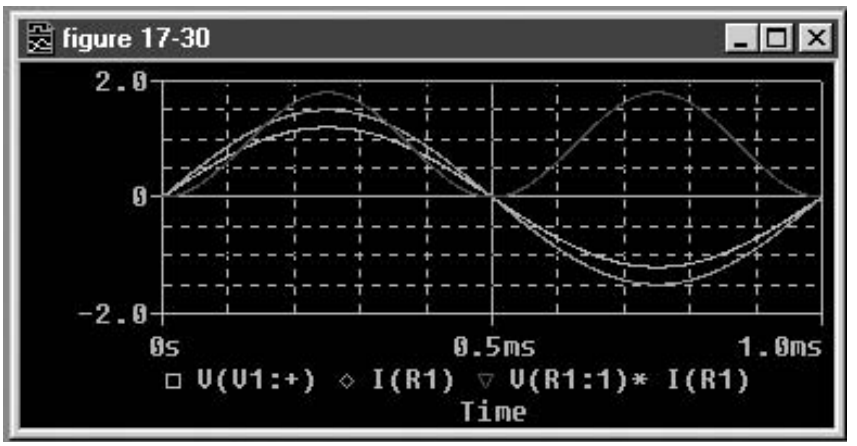


FIGURA 17-30 Formas de onda del voltaje, corriente y potencia para la figura 17-30.

PROBLEMAS

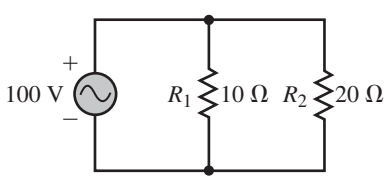


FIGURA 17-31

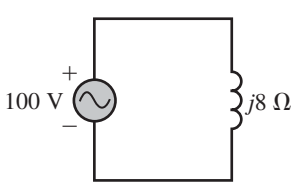


FIGURA 17-32

17-1 a 17-5

1. Observe que la curva de potencia de la figura 17-4 algunas veces es positiva y otras es negativa. ¿Cuál es el significado de esto? Entre $t = T/4$ y $t = T/2$, ¿cuál es la dirección del flujo de potencia?
2. ¿Cuál es la potencia real? ¿Cuál es la potencia reactiva? ¿Qué potencia, real o reactiva, tiene un valor promedio de cero?
3. En la figura 17-31 se muestra un par de elementos eléctricos de calefacción.
   a. Determine la potencia activa y reactiva para cada uno.
   b. Determine la potencia activa y reactiva suministrada por la fuente.
4. Para el circuito de la figura 17-32, determine la potencia activa y reactiva del inductor.
5. Si el inductor de la figura 17-32 se reemplaza con un capacitor de 40 μF y la frecuencia de la fuente es 60 Hz, ¿cuánto vale Q_C?
6. Encuentre R y X_L para la figura 17-33.
7. Para el circuito de la figura 17-34, $f = 100$ Hz. Encuentre
   a. R b. X_C c. C
8. Para el circuito de la figura 17-35, $f = 10$ Hz. Encuentre
   a. P b. X_L c. L

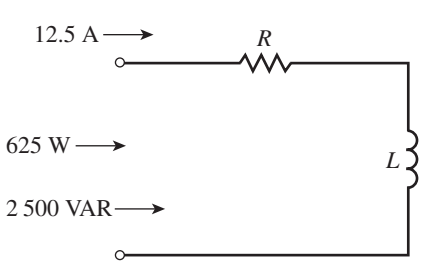


FIGURA 17-33

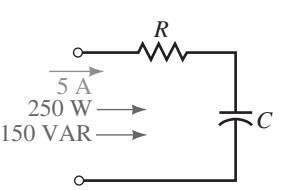


FIGURA 17-34

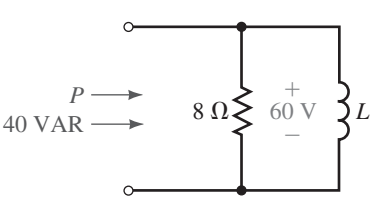


FIGURA 17-35

9. Para la figura 17-36, encuentre X_C.
10. Para la figura 17-37, $X_C = 42.5\ \Omega$. Encuentre R, P y Q.

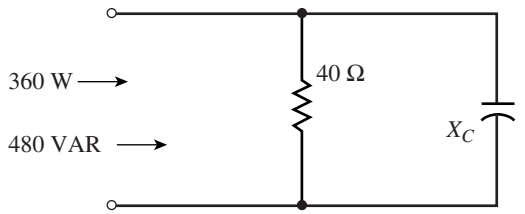


FIGURA 17-36

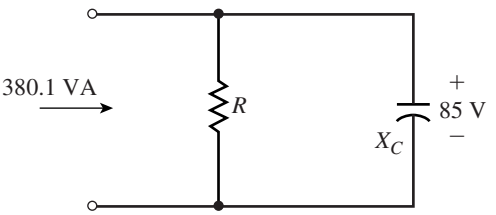


FIGURA 17-37

11. Encuentre la potencia promedio total y la potencia reactiva total suministrada por la fuente para la figura 17-38.
12. Si la fuente de la figura 17-38 se invierte, ¿qué valor tienen P_T y Q_T? ¿A qué conclusión llega a partir de esto?

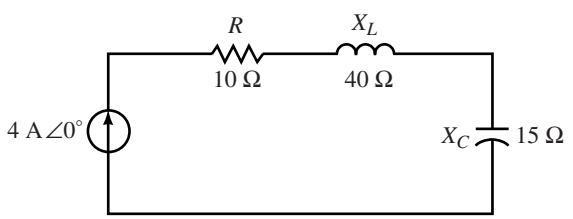


FIGURA 17-38

13. Vea la figura 17-39. Encuentre P_2 y Q_3. El elemento en la carga 3 ¿es inductivo o capacitivo?

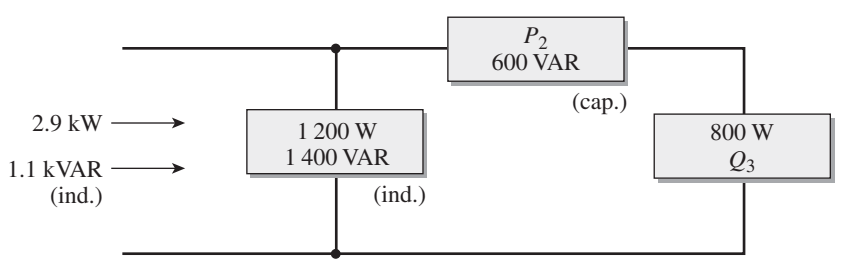


FIGURA 17-39

14. Para la figura 17-40, determine P_T y Q_T.

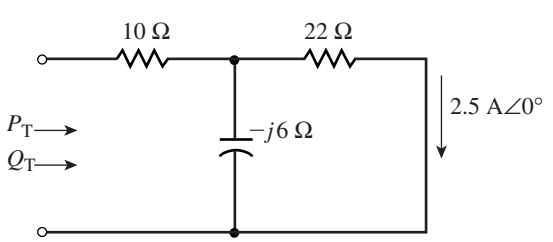


FIGURA 17-40

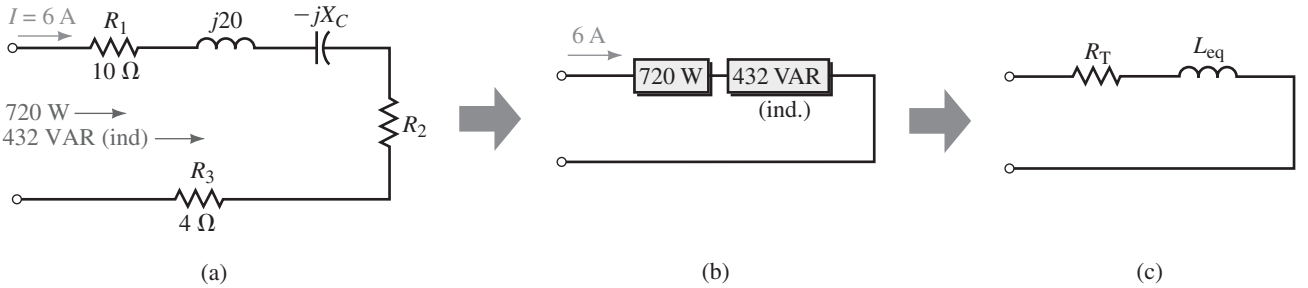


FIGURA 17-41

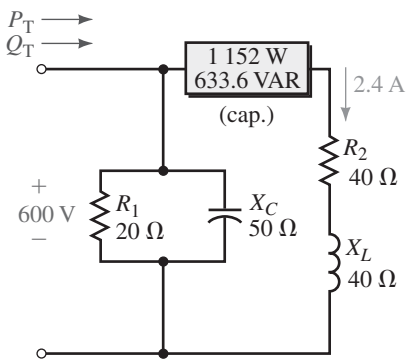


FIGURA 17-42

15. Para la figura 17-41, $\omega = 10$ rad/s. Determine
    a. R_T b. R_2 c. X_C d. L_{eq}
16. Para la figura 17-42, determine P_T y Q_T total.

17-7 La relación entre *P*, *Q* y *S*

17. Para el circuito de la figura 17-7, dibuje el triángulo de potencias y determine la potencia aparente.
18. Repita el problema 17 para la figura 17-8.
19. Ignore el wattímetro de la figura 17-27 y determine el triangulo de potencias para el circuito visto por la fuente.
20. Para el circuito de la figura 17-43, ¿cuál es la corriente de la fuente?
21. Para la figura 17-44, el generador suministra 30 A. ¿Qué valor tiene R?

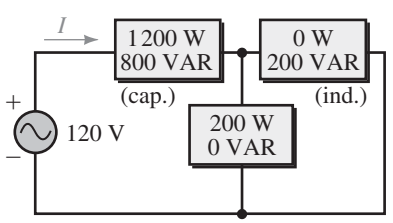


FIGURA 17-43

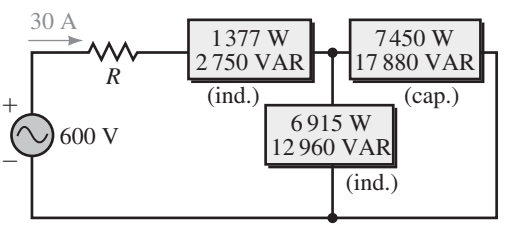


FIGURA 17-44

22. Suponga que $\mathbf{V} = 100\ \text{V}\angle 60°$ e $\mathbf{I} = 10\text{A}\angle 40°$:
    a. ¿Qué valor tiene θ, el ángulo entre **V** e **I**?
    b. Determine P a partir de $P = VI \cos\theta$.
    c. Determine Q a partir de $Q = VI \operatorname{sen}\theta$.
    d. Dibuje el triángulo de potencias y a partir de él, determine **S**.
    e. Muestre que $\mathbf{S} = \mathbf{VI}^*$ da la misma respuesta que (d).
23. Para la figura 17-45, $S_{gen} = 4\ 835$ VA. ¿Qué valor tiene R?

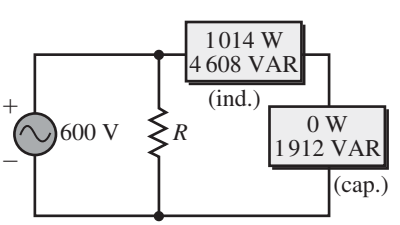


FIGURA 17-45

24. Vea el circuito de la figura 17-16:
    a. Determine la potencia aparente para cada caja.
    b. Sume las potencias aparentes que se acaban de calcular. ¿Por qué la suma no es igual $S_T = 1\ 803$ VA a la que se obtuvo en el ejemplo 17-5?

17-8 Factor de potencia

25. Vea el circuito de la figura 17-46:
    a. Determine P_T, Q_T y S_T.
    b. Determine si el fusible se fundirá.
26. Un motor con una eficiencia de 87% suministra 10 hp a una carga (figura 17-47). Su factor de potencia es de 0.65 (en atraso).
    a. ¿Cuál es la potencia de entrada del motor?
    b. ¿Cuál es la potencia reactiva del motor?
    c. Dibuje el triángulo de potencias del motor. ¿Cuál es la potencia aparente del motor?

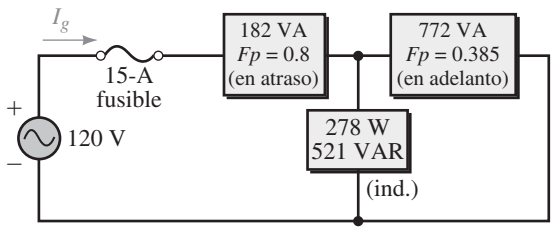


FIGURA 17-46

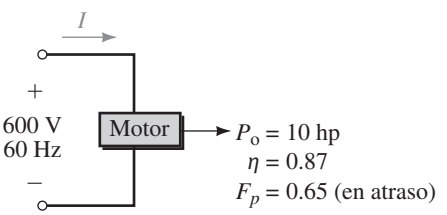
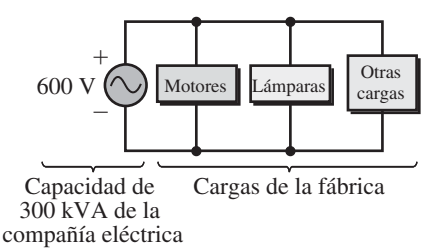
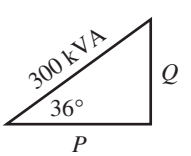


FIGURA 17-47

27. Para corregir el factor de potencia del circuito de la figura 17-47 a unitario, se agrega un capacitor.
    a. Muestre dónde se conecta el capacitor.
    b. Determine su valor en microfarads.
28. Considere la figura 17-20. El motor se reemplaza con una nueva unidad que requiere $\mathbf{S}_m = (120 + j35)$ kVA. Todo lo demás permanece igual. Encuentre lo siguiente:
    a. P_T b. Q_T c. S_T
    d. Determine cuánta corrección capacitiva kVAR se necesita para conseguir un F_p unitario.
29. Una pequeña compañía eléctrica tiene una capacidad de 600 V, 300 kVA. Suministra a una fábrica (figura 17-48) con el triángulo de potencias que se muestra en (b). Esto carga totalmente a la compañía. Si el capacitor para corregir el factor de potencia modifica la carga a un factor de potencia unitario, ¿cuánta potencia adicional (a un factor de potencia unitario) puede vender la compañía a otros clientes?



(a)



(b) Triángulo de potencia de la fábrica

FIGURA 17-48

17-9 Medición de potencia de ca

30. a. ¿Por qué el wattímetro de la figura 17-49 sólo indica 1 200 watts?
    b. ¿Dónde debe ser colocado el wattímetro para medir la potencia suministrada por la fuente? Dibuje el circuito modificado.
    c. ¿Qué indica el wattímetro en (b)?

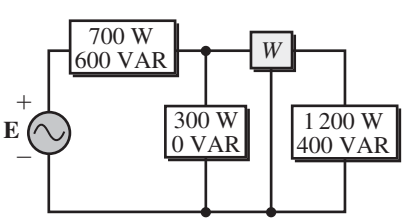


FIGURA 17-49

31. Determine la lectura del wattímetro de la figura 17-50.

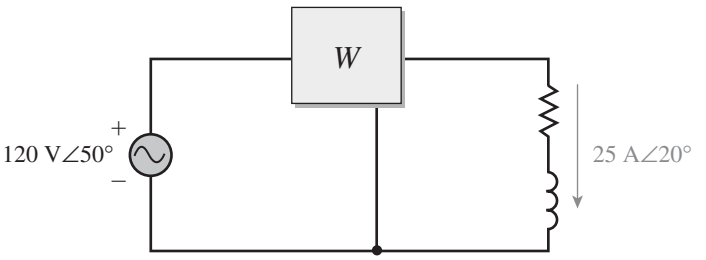


FIGURA 17-50

32. Determine la lectura del wattímetro de la figura 17-51.

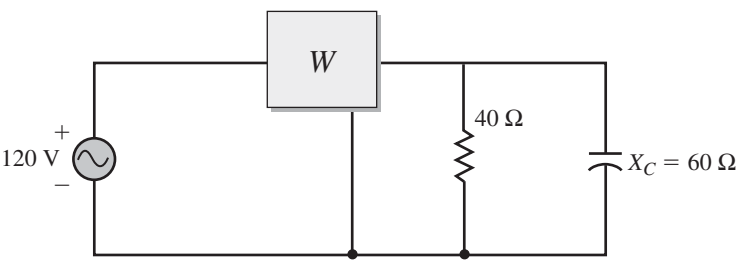


FIGURA 17-51

17-10 Resistencia efectiva

33. Las mediciones en una bobina solenoide de núcleo de hierro producen los siguientes valores: $V = 80$ V, $I = 400$ mA, $P = 25.6$ W, y $R = 140\ \Omega$. (La última medición fue tomada con un óhmetro.) ¿Cuál es la resistencia de ca de la bobina solenoide?

17-12 Análisis de circuitos por computadora

PSpice 34. Una inductancia $L = 1$ mH tiene una corriente de $i = 4$ sen $(2\pi \times 1\ 000)t$. Use PSpice para examinar la forma de onda de la potencia y compárela con la figura 17-4. Utilice la fuente de corriente ISIN (véase la Nota).

PSpice 35. Un capacitor de 10 µF tiene un voltaje de $v = 10$ sen$(\omega t - 90°)$ V. Use PSpice para examinar la forma de onda de la potencia y compárela con la figura 17-5. Utilice la fuente de voltaje VSIN con $f = 1\ 000$ Hz.

PSpice 36. La forma de onda del voltaje de la figura 17-52 se aplica a un capacitor de 200 µF.

a. Use su calculadora y los principios del capítulo 10 para determinar la corriente a través del capacitor y dibújela. (En su gráfica, también dibuje la forma de onda del voltaje). Multiplique las dos formas de onda para obtener una gráfica de $p(t)$. Calcule la potencia en sus puntos máximos y mínimos.

NOTAS. . .

PSpice representa la corriente en los dispositivos. Por tanto, cuando se hace doble clic en el símbolo de la fuente de corriente (ISIN, IPWL, etc.), y se especifica una forma de onda de corriente, se define la corriente *hacia adentro* de la fuente. Debe tomar esto en consideración cuando configure las fuentes de corriente.

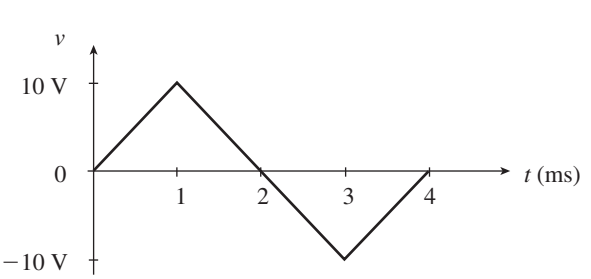


FIGURA 17-52

b. Utilice PSpice para verificar los resultados. Use la fuente de voltaje VPWL. Tiene que describir la forma de onda de la fuente. Tiene un valor de 0 V en $t = 0$, 10 V en $t = 1$ ms, -10 V en $t = 3$ ms y 0 V en $t = 4$ ms. Para dar estos valores, haga doble clic sobre el símbolo de fuente e ingrese los valores por medio del Property Editor como sigue: **0** para T1, **0V** para V1, **1ms** para T2, **10V** para V2, etc. Ejecute la simulación y grafique el voltaje, la corriente y la potencia con el procedimiento que utilizó para crear la figura 17-30. Los resultados deben concordar con los de (a).

37. Repita la pregunta 36 para la forma de onda de la corriente idéntica a la figura 17-52, excepto que oscila entre 2 A y -2 A aplicada a un inductor de 2 mH. Use la fuente de corriente IPWL (véase la Nota). PSpice

✓ RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje

1. 100 V

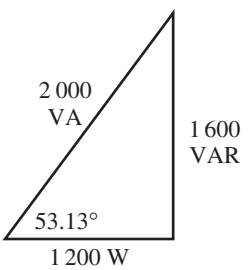


FIGURA 17-53

2. 8.76 A
3. Figura 17-7: 0.6 (en atraso); Figura 17-8: 0.97 (en adelanto); Figura 17-9: 0.6 (en atraso)
4. Sí. ($S = 128$ kVA)

Redes de impedancia

V

Como ya habrá observado, la impedancia de un inductor o capacitor depende de la frecuencia de la señal aplicada al elemento. Cuando los capacitores e inductores se combinan con resistores y fuentes de voltaje o corriente, el circuito se comportará de forma predecible para todas las frecuencias.

Esta parte del libro examina cómo se comportan los circuitos, consistentes de varias combinaciones de impedancias y fuentes en condiciones específicas. En particular, se encuentra que todas las leyes, reglas y teoremas que se han desarrollado previamente se aplican incluso a la red de impedancia más compleja.

La ley de Ohm y las leyes de voltaje y corriente de Kirchhoff se modifican con facilidad para dar el marco para desarrollar los métodos de análisis de redes. Así como en los circuitos de cd, los teoremas de Thévenin y Norton permiten simplificar un circuito complejo a una sola fuente e impedancia correspondiente.

Los teoremas y métodos de análisis se aplican a numerosos tipos de circuitos que se encuentran comúnmente en toda la tecnología eléctrica y electrónica. Los circuitos resonantes y los circuitos filtro se usan por lo general para restringir la gama de frecuencia de salida de un intervalo dado de frecuencias de entrada.

El estudio de sistemas de tres fases y transformadores es útil en particular para quien esté interesado en la distribución de potencia comercial. Estos temas tienen que ver con las aplicaciones prácticas y los inconvenientes del uso de varios tipos de circuitos.

Finalmente, se examinará cómo reacciona un circuito a voltajes alternantes no sinusoidales. Este tema involucra señales complejas que son procesadas por redes de impedancia que dan como resultad salidas que, a veces, son dramáticamente diferentes de las entradas. ■

18 Circuitos en serie-paralelo de ca

19 Métodos de análisis de ca

20 Teorema de redes de ca

21 Resonancia

22 Filtros y el diagrama de Bode

23 Transformadores y circuitos acoplados

24 Sistemas de tres fases

25 Formas de onda no sinusoidales

■ TÉRMINOS CLAVE

Admitancia
Circuito resistivo
Diagrama de admitancia
Diagrama de impedancia
Factor de potencia en adelanto y en atraso
Frecuencia de corte (o de esquina)
Impedancia capacitiva
Impedancia inductiva
Susceptancia

■ PLAN GENERAL

Ley de Ohm para circuitos de ca
Circuitos en serie de ca
Ley de voltaje de Kirchhoff y la regla del divisor de voltaje
Circuitos en paralelo de ca
Ley de corriente de Kirchhoff y la regla del divisor de corriente
Circuitos en serie-paralelo
Efectos de la frecuencia
Aplicaciones
Análisis de circuitos por computadora

■ OBJETIVOS

Después de estudiar este capítulo será capaz de

- aplicar la ley de Ohm para analizar circuitos en serie simples,
- aplicar la regla del divisor de voltaje para determinar el voltaje en cualquier elemento en un circuito en serie,
- aplicar la ley de voltaje de Kirchhoff para verificar que la suma de voltajes alrededor de un lazo cerrado es igual a cero,
- aplicar la ley de corriente de Kirchhoff para verificar que la suma de las corrientes que entran en un nodo es igual a la suma de corrientes que salen del mismo nodo,
- determinar el voltaje, la corriente y la potencia desconocidos en cualquier circuito en serie-paralelo,
- determinar el equivalente en serie o en paralelo de cualquier red que esté compuesta de alguna combinación de resistores, inductores y capacitores.

Circuitos en serie-paralelo de ca

18

RESUMEN DEL CAPÍTULO

En este capítulo se examina cómo se comportan los circuitos simples que contienen resistores, inductores y capacitores cuando se someten a voltajes y corrientes sinusoidales. Principalmente, se encuentra que las reglas y leyes que se han desarrollado para circuitos de cd pueden aplicarse igualmente a los circuitos de ca. La principal diferencia entre resolver circuitos de cd y de ca es que para el análisis de estos últimos requiere el uso de álgebra vectorial.

Con el fin de continuar de forma satisfactoria, se sugiere que el estudiante dedique tiempo para revisar los temas importantes sobre el análisis de circuitos de cd. Éstos incluyen la ley de Ohm, la regla del divisor de voltaje, las leyes de voltaje y de corriente de Kirchhoff y la regla del divisor de corriente.

También se encontrará que un breve repaso del álgebra de vectores hará el entendimiento de este capítulo más productivo. En particular, el estudiante debe ser capaz de sumar y restar cualquier número de cantidades vectoriales. ■

PERSPECTIVA HISTÓRICA

Heinrich Rudolph Hertz



HEINRICH HERTZ NACIÓ EN HAMBURGO, Alemania, el 22 de febrero de 1857. Es conocido sobre todo por su investigación sobre la transmisión de ondas electromagnéticas.

Hertz comenzó su carrera como asistente de Hermann von Helmholtz en el laboratorio de física del Instituto de Berlín. En 1885, fue nombrado profesor de física en el Politécnico de Karlsruhe, donde hizo mucho para verificar la teoría de las ondas electromagnéticas de James Clerk Maxwell.

En uno de sus experimentos, Hertz descargó una bobina de inducción con un lazo rectangular de alambre que tenía un pequeño espacio. Cuando la bobina se descargó, una chispa saltó a través del espacio. Luego, colocó una segunda bobina idéntica cerca de la primera, pero sin conexión eléctrica. Cuando la chispa saltó a través del espacio de la primera bobina, se indujo también una chispa más pequeña a través de la segunda. En la actualidad, antenas más complicadas utilizan principios similares para transmitir señales de radio a distancias inmensas. A través de más investigaciones, Hertz fue capaz de probar que las formas de onda electromagnéticas poseen muchas de las características de la luz; tienen la misma velocidad, viajan en línea recta, pueden ser reflejadas, refractadas y polarizadas.

Por último, los experimentos de Hertz condujeron al desarrollo de la comunicación por radio realizada por ingenieros eléctricos como Guglielmo Marconi y Reginald Fessenden.

Heinrich Hertz murió a la edad de 36 años el 1 de enero de 1894. ■

18-1 Ley de Ohm para circuitos de ca

NOTAS . . .

Aunque las corrientes y voltajes se pueden mostrar en el dominio del tiempo (como cantidades sinusoidales) o en el dominio de los fasores (como vectores), la resistencia y la reactancia nunca se muestran como cantidades sinusoidales. La razón de lo anterior es que, mientras las corrientes y los voltajes varían en el tiempo, la resistencia y la reactancia no.

Esta sección es un breve repaso de la relación entre el voltaje y la corriente para resistores, inductores y capacitores. A diferencia del capítulo 16, todos los fasores se dan como valores rms en lugar de valores pico. Como se vio en el capítulo 17, este método simplifica el cálculo de la potencia.

Resistores

En el capítulo 16 se vio que cuando un resistor se somete a un voltaje sinusoidal, como se muestra en la figura 18-1, la corriente resultante también es sinusoidal y está en fase con el voltaje.

El voltaje sinusoidal $v = V_m\text{sen}(\omega t + \theta)$ puede escribirse en forma de fasor como $\mathbf{V} = V\angle\theta$. Aunque la expresión sinusoidal proporciona el valor instantáneo del voltaje para una forma de onda que tiene una amplitud de V_m (voltaje pico), la forma de fasor tiene una magnitud que es el valor efectivo (o rms). La relación entre la magnitud del fasor y el pico del voltaje sinusoidal está dada por

$$V = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

Ya que el vector de resistencia puede expresarse como $\mathbf{Z}_R = R\angle 0°$, se evalúa el fasor de corriente como:

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_R} = \frac{V\angle\theta}{R\angle 0°} = \frac{V}{R}\angle\theta = I\angle\theta$$

Si se deseara convertir la corriente de la forma fasorial a su equivalente sinusoidal en el dominio del tiempo, se tendría $i = I_m\text{sen}(\omega t + \theta)$. De nuevo, la relación entre la magnitud del fasor y el valor pico del equivalente sinusoidal está dado por

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Los fasores de voltaje y corriente se pueden mostrar en un diagrama fasorial como el de la figura 18-2.

Debido a que un fasor es una corriente y el otro es un voltaje, sus longitudes relativas son totalmente arbitrarias. Sin tomar en cuenta el ángulo θ, se observe que el voltaje y la corriente a través de un resistor siempre estarán en fase.

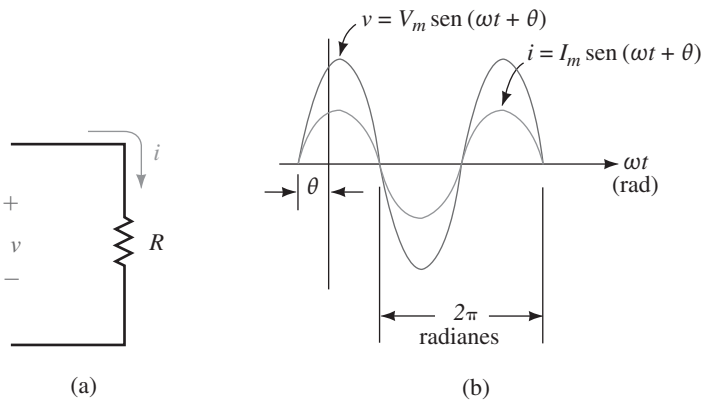


FIGURA 18-1 Voltaje y corriente sinusoidal para un resistor.

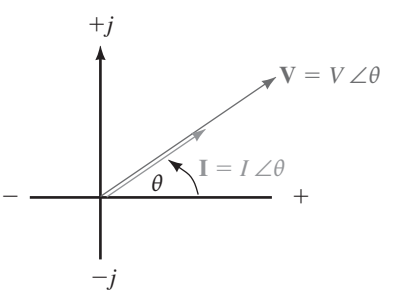


FIGURA 18-2 Fasores de voltaje y corriente para un resistor.

EJEMPLO 18-1

Vea el resistor que se muestra en la figura 18-3:

a. Determine la corriente sinusoidal i mediante fasores.
b. Dibuje las formas de onda sinusoidales para v e i.
c. Dibuje el diagrama fasorial de **V** e **I**.

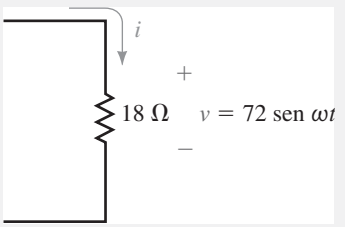


FIGURA 18-3

Solución

a. La forma de fasor del voltaje se determina como sigue:

$$v = 72 \text{ sen } \omega t \Leftrightarrow \mathbf{V} = 50.9 \text{ V} \angle 0°$$

A partir de la ley de Ohm, se determina que el fasor de corriente es

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_R} = \frac{50.9 \text{ V} \angle 0°}{18 \ \Omega \angle 0°} = 2.83 \text{ A} \angle 0°$$

la cual resulta en la forma de onda de corriente sinusoidal que tiene una amplitud de

$$I_m = (\sqrt{2})(2.83 \text{ A}) = 4.0 \text{ A}$$

Por tanto, la corriente i se escribe como

$$i = 4 \text{ sen } \omega t$$

b. Las formas de onda de voltaje y corriente se muestran en la figura 18-4.
c . La figura 18-5 muestra los fasores de voltaje y corriente.

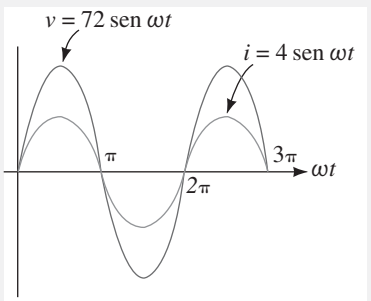


FIGURA 18-4

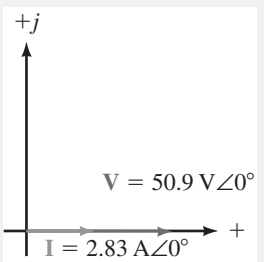


FIGURA 18-5

EJEMPLO 18-2

Con respecto al resistor de la figura 18-6:

a. Use álgebra de fasores para determinar el voltaje sinusoidal, v.
b. Dibuje las formas de onda sinusoidales para v e i.
c. Dibuje un diagrama fasorial en el que se muestre **V** e **I**.

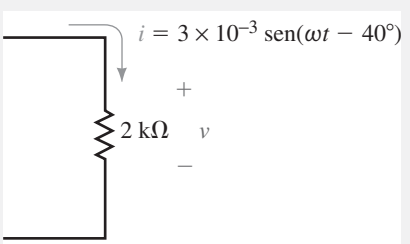


FIGURA 18-6

Solución

a. La corriente sinusoidal tiene la siguiente forma de fasor:

$$i = 3 \times 10^{-3} \text{ sen}(\omega t - 40°) \Leftrightarrow \mathbf{I} = 2.12 \text{ mA} \angle -40°$$

A partir de ley de Ohm, el voltaje en el resistor de 2 kΩ se determina como el producto de fasores

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \mathbf{I}\mathbf{Z}_R \\ &= (2.12 \text{ mA} \angle -40°)(2 \text{ k}\Omega \angle 0°) \\ &= 4.24 \text{ V} \angle -40° \end{aligned}$$

La amplitud del voltaje sinusoidal es

$$V_m = (\sqrt{2})(4.24\text{ V}) = 6.0\text{ V}$$

El voltaje se escribe ahora como

$$v = 6.0\text{ sen}(\omega t - 40°)$$

b. La figura 18-7 muestra las formas de onda sinusoidales para v e i.

c. Los correspondientes fasores para el voltaje y la corriente se muestran en la figura 18-8.

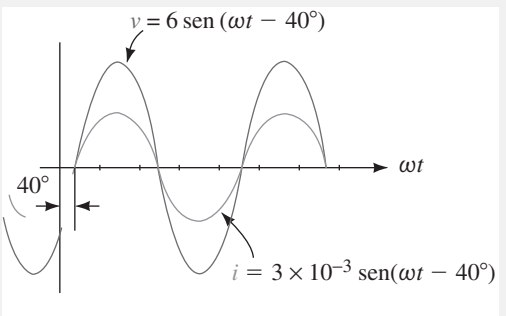


FIGURA 18-7

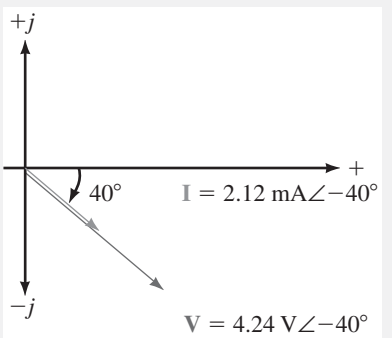


FIGURA 18-8

Inductores

Cuando una inductancia se somete a una corriente sinusoidal, se induce un voltaje sinusoidal en la inductancia de manera que el voltaje se adelanta a la forma de onda de la corriente por exactamente 90°. Si se conoce la reactancia de un inductor, entonces, a partir de la ley de Ohm, la corriente en el inductor se expresa en forma fasorial como

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_L} = \frac{V\angle\theta}{X_L\angle 90°} = \frac{V}{X_L}\angle(\theta - 90°)$$

En forma vectorial, la ecuación del inductor está dada por

$$\mathbf{Z}_L = X_L\angle 90°$$

donde $X_L = \omega L = 2\pi fL$.

EJEMPLO 18-3

Considere el inductor que se muestra en la figura 18-9:

a. Determine la expresión sinusoidal para la corriente i mediante fasores.

b. Dibuje las formas de onda sinusoidales para v e i.

c. Dibuje el diagrama fasorial en el que se muestre **V** e **I**.

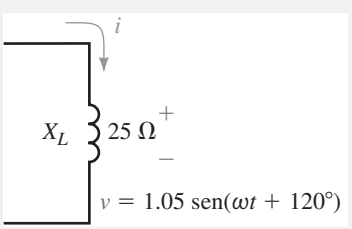


FIGURA 18-9

Solución

a. La forma fasorial del voltaje se determina como sigue:

$$v = 1.05\text{ sen}(\omega t + 120°) \Leftrightarrow \mathbf{V} = 0.742\text{ V}\angle 120°$$

A partir de la ley de Ohm, el fasor de corriente se determina mediante:

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_L} = \frac{0.742\text{ V}\angle 120°}{25\ \Omega\angle 90°} = 29.7\text{ mA}\angle 30°$$

La amplitud de la corriente sinusoidal es

$$I_m = (\sqrt{2})(29.7 \text{ mA}) = 42 \text{ mA}$$

La corriente i ahora se escribe como

$$i = 0.042 \text{ sen}(\omega t + 30°)$$

b. La figura 18-10 muestra las formas de onda sinusoidales del voltaje y la corriente.

c. Los fasores de voltaje y corriente se muestran en la figura 18-11.

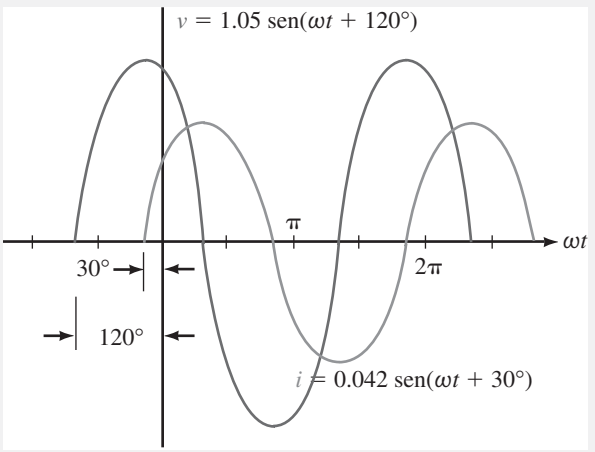


FIGURA 18-10 Voltaje y corriente sinusoidales para un inductor.

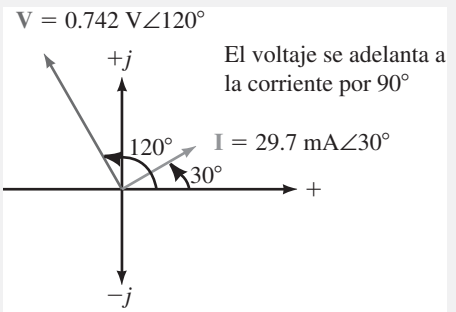


FIGURA 18-11 Fasores de voltaje y corriente para un inductor.

Capacitores

Cuando un capacitor se somete a un voltaje sinusoidal, se obtiene una corriente sinusoidal. La corriente a través del capacitor adelanta al voltaje por exactamente 90°. Si se conoce la reactancia de un capacitor, entonces, a partir de la ley de Ohm, la corriente en el capacitor expresada en forma fasorial es

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_C} \quad \frac{V\angle\theta}{X_C\angle -90°} = \frac{V}{X_C}\angle(\theta + 90°)$$

En forma vectorial, la reactancia del capacitor está dada por

$$\mathbf{Z}_C = X_C\angle -90°$$

donde

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

EJEMPLO 18-4

Considere el capacitor de la figura 18-12.

a. Determine el voltaje v en el capacitor.

b. Dibuje las formas de onda sinusoidales para v e i.

c. Dibuje un diagrama fasorial en el que se muestre **V** e **I**.

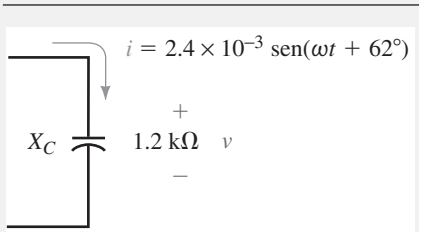


FIGURA 18-12

Solución

a. Al convertir la corriente sinusoidal en su fasor equivalente se obtiene

$$i = 2.4 \times 10^{-3} \text{ sen}(\omega t + 62°) \Leftrightarrow \mathbf{I} = 1.70 \text{ mA}\angle 62°$$

A partir de de la ley de Ohm, el voltaje fasorial en el capacitor debe ser

$$\begin{aligned}\mathbf{V} &= \mathbf{I}\mathbf{Z}_C \\ &= (1.70\ \text{mA}\angle 62°)(1.2\ \text{k}\Omega\angle -90°) \\ &= 2.04\ \text{V}\angle -28°\end{aligned}$$

La amplitud del voltaje sinusoidal es

$$V_m = (\sqrt{2})(2.04\ \text{V}) = 2.88\ \text{V}$$

El voltaje v se escribe como

$$v = 2.88\ \text{sen}(\omega t - 28°)$$

b. La figura 18-13 muestra las formas de onda para v e i.

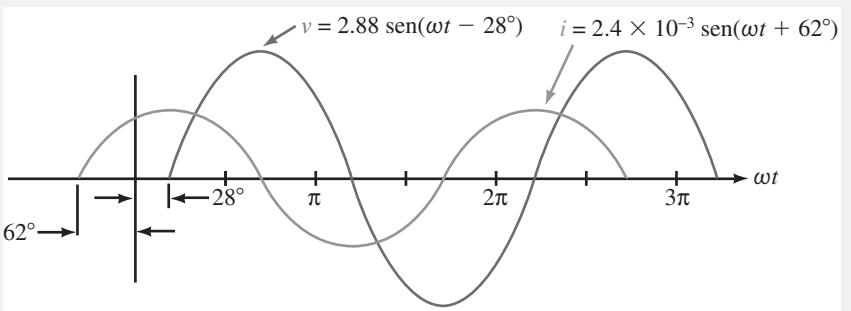


FIGURA 18-13 Voltaje y corriente sinusoidales para un capacitor.

c. El correspondiente diagrama fasorial para **V** e **I** se muestra en la figura 18-14.

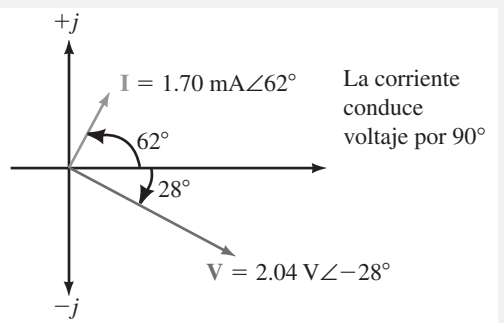


FIGURA 18-14 Fasores de voltaje y corriente para un capacitor.

Las relaciones entre el voltaje y la corriente, como se ilustró en los tres ejemplos anteriores siempre se cumplen para los resistores, inductores y capacitores.

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 1

(Las respuestas están al final del capítulo)

1. ¿Cuál es la relación de fase entre la corriente y el voltaje para un resistor?
2. ¿Cuál es la relación de fase entre la corriente y el voltaje para un capacitor?
3. ¿Cuál es la relación de fase entre la corriente y el voltaje para un inductor?

PROBLEMAS PRÁCTICOS 1

Una fuente de voltaje, $\mathbf{E} = 10\ \text{V}\angle 30°$, se aplica a una impedancia inductiva de 50 Ω.

a. Determine el fasor de corriente **I**.
b. Dibuje el diagrama fasorial para **E** e **I**.
c. Escriba las expresiones sinusoidales para e e i.
d. Dibuje las expresiones sinusoidales para e e i.

Respuestas
a. $\mathbf{I} = 0.2\ \text{A}\angle -60°$
c. $e = 14.1\ \text{sen}(\omega t + 30°)$
$i = 0.283\ \text{sen}(\omega t - 60°)$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 2

Una fuente de voltaje $\mathbf{E} = 10\ \text{V}\angle 30°$, se aplica a una impedancia capacitiva de 20 Ω.

a. Determine el fasor de corriente **I**.
b. Dibuje el diagrama fasorial para **E** e **I**.
c. Escriba las expresiones sinusoidales para *e* e *i*.
d. Dibuje las expresiones sinusoidales para *e* e *i*.

Respuestas
a. $\mathbf{I} = 0.5\ \text{A}\angle 120°$
c. $e = 14.1\ \text{sen}(\omega t + 30°)$
$i = 0.707\ \text{sen}(\omega t + 120°)$

18-2 Circuitos en serie de ca

Cuando se examinaron los circuitos de cd se vio que la corriente en un circuito en serie siempre es constante. Esto mismo se aplica cuando se tienen elementos en serie con una fuente de ca. Además, se ha visto que la resistencia total de un circuito en serie de cd que contiene *n* resistores, se determinó como la suma

$$R_T = R_1 + R_2 + \cdots + R_n$$

Cuando se analicen circuitos de ca ya no se trabajará sólo con resistencia sino también con reactancias capacitiva e inductiva. *La impedancia es un término que se usa para determinar en conjunto cómo la resistencia, capacitancia e inductancia "impiden o se oponen a" la corriente en un circuito*. El símbolo para la impedancia es la letra Z y su unidad es el ohm (Ω). Ya que la impedancia puede estar formada por la combinación de resistencias y reactancias, se escribe como una cantidad vectorial **Z**, donde

$$\mathbf{Z} = \text{Z}\angle\theta \quad (\Omega)$$

Cada impedancia puede representarse como un vector en el plano complejo, de manera que la longitud del vector es representativa de la magnitud de la impedancia. El diagrama que muestra una o más impedancias se conoce como **diagrama de impedancias**.

La impedancia resistiva $\mathbf{Z}_R$ es un vector que tiene una magnitud *R* a lo largo del eje real positivo. La reactancia inductiva $\mathbf{Z}_L$ es un vector que tiene una magnitud de $\mathbf{X}_L$ a lo largo del eje imaginario positivo, mientras que la reactancia capacitiva $\mathbf{Z}_C$ es un vector que tiene una magnitud de X_C a lo largo del eje imaginario negativo. Desde el punto de vista matemático, cada impedancia vectorial se escribe como:

$$\mathbf{Z}_R = R\angle 0° = R + j0 = R$$
$$\mathbf{Z}_L = X_L\angle 90° = 0 + jX_L = jX_L$$
$$\mathbf{Z}_C = X_C\angle 90° = 0 - jX_C = -jX_C$$

Un diagrama de impedancia que muestra cada una de las impedancias anteriores se muestra en la figura 18-15.

Todos los vectores de impedancia aparecerán en el primero o cuarto cuadrante, ya que el vector de impedancia resistiva siempre es positivo.

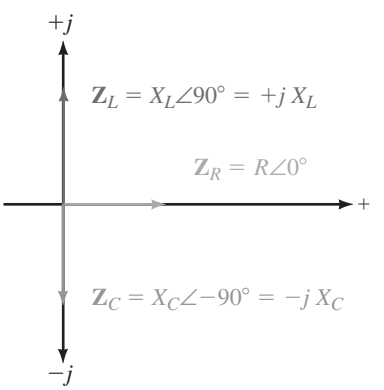


FIGURA 18-15

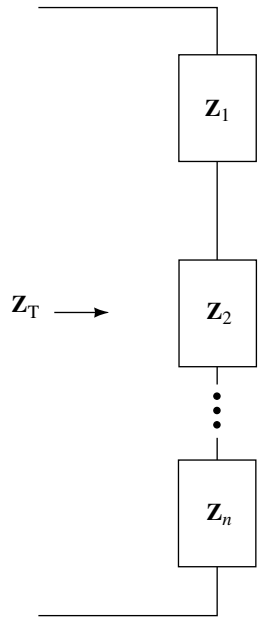


FIGURA 18-16

Para un circuito de ca en serie compuesto de *n* impedancias, como se muestra en la figura 18-16, la impedancia total del circuito se encuentra como la suma de vectores

$$\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \cdots + \mathbf{Z}_n \qquad \textbf{(18-1)}$$

Considere la rama de la figura 18-17.

Al aplicar la ecuación 18-1, se determina la impedancia total del circuito como

$$\begin{aligned}\mathbf{Z}_T &= (3\ \Omega + j0) + (0 + j4\ \Omega) = 3\ \Omega + j4\ \Omega \\ &= 5\ \Omega\angle 53.13^\circ\end{aligned}$$

Las cantidades anteriores se muestran en un diagrama de impedancias como en la figura 18-18.

A partir de la figura 18-18 se ve que la impedancia total de los elementos en serie consiste en un componente real y uno imaginario. El vector de impedancia total correspondiente puede escribirse en forma polar o rectangular.

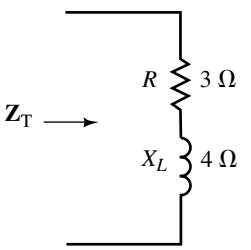


FIGURA 18-17

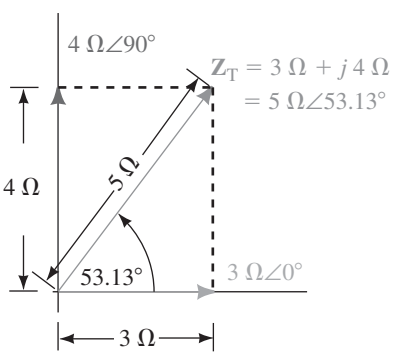


FIGURA 18-18

La forma rectangular de una impedancia se escribe como

$$\mathbf{Z} = R \pm jX$$

Si se da la forma polar de la impedancia, entonces se puede determinar la expresión equivalente de la forma rectangular a partir de

$$R = Z\cos\theta \qquad \textbf{(18-2)}$$

y

$$X = Z\,\text{sen}\,\theta \qquad \textbf{(18-3)}$$

En la representación rectangular para la impedancia, el término de resistencia, *R*, es el total de toda la resistencia que se ve en la red. El término de reactancia, *X*, es la diferencia entre el total de las reactancias capacitiva e inductiva. El signo para el término imaginario será positivo si la reactancia inductiva es mayor que la reactancia capacitiva. En tal caso, el vector de impedancia aparecerá en el primer cuadrante del diagrama de impedancias y se le refiere como si fuera una impedancia **inductiva**. Si la reactancia capacitiva es mayor, entonces el signo del término imaginario será negativo. En tal caso, el vector de impedancias aparecerá en el cuarto cuadrante del diagrama de impedancias y se dice que la impedancia es **capacitiva**.

La forma polar de cualquier impedancia se escribirá en la forma

$$\mathbf{Z} = Z\angle\theta$$

El valor Z es la magnitud (en ohms) del vector de impedancia **Z** y se determina como sigue:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \quad (\Omega) \tag{18-4}$$

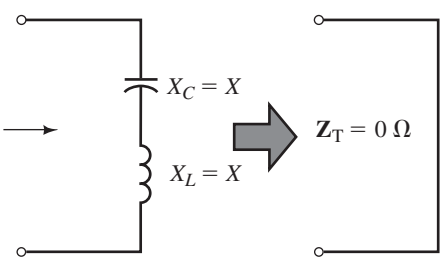
El correspondiente ángulo del vector de impedancia se determina como

$$\theta = \pm\tan^{-1}\left(\frac{X}{R}\right) \tag{18-5}$$

Siempre que un capacitor y un inductor con iguales reactancias se coloquen en serie, como se muestra en la figura 18-19, el circuito equivalente de los dos componentes es un cortocircuito, ya que la reactancia inductiva estará balanceada exactamente con la reactancia capacitiva.

Cualquier circuito de ca que tenga una impedancia total con sólo un componente real, se conoce como un circuito **resistivo**. En tal caso, el vector de impedancia $\mathbf{Z}_T$ estará localizado a lo largo del eje real positivo del diagrama de impedancia y su ángulo será 0°. La condición de acuerdo con la cual las reactancias en serie son iguales se conoce como "resonancia en serie" y se examina con mayor detalle en un capítulo posterior.

Si la impedancia **Z** se escribe en forma polar, entonces, el ángulo θ será positivo para una impedancia inductiva y negativo para una impedancia capacitiva. En el caso que el circuito sea puramente reactivo, el ángulo resultante θ será, $+90°$ (inductivo) o $-90°$ (capacitivo). Si se vuelve a examinar el diagrama de impedancia de la figura 18-18, se concluye que el circuito original es inductivo.



$$\begin{aligned}\mathbf{Z}_T &= jX_L - jX_C \\ &= jX - jX \\ &= 0\ \Omega\end{aligned}$$

FIGURA 18-19

EJEMPLO 18-5

Considere la red de la figura 18-20.

a. Encuentre $\mathbf{Z}_T$.

b. Dibuje el diagrama de impedancia para la red e indique si la impedancia total del circuito es inductiva, capacitiva o resistiva.

c. Use la ley de Ohm para determinar **I**, $\mathbf{V}_R$, y $\mathbf{V}_C$.

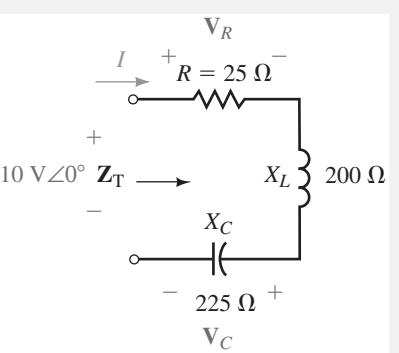


FIGURA 18-20

Solución

a. La impedancia total es la suma vectorial

$$\begin{aligned}\mathbf{Z}_T &= 25\ \Omega + j200\ \Omega + (-j225\ \Omega) \\ &= 25\ \Omega - j25\ \Omega \\ &= 35.36\ \Omega\angle -45°\end{aligned}$$

b. El diagrama de impedancia correspondiente se muestra en la figura 18-21.

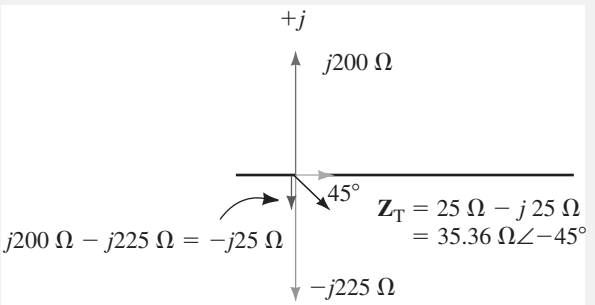


FIGURA 18-21

Ya que la impedancia total tiene un término de reactancia negativo ($-j25\ \Omega$), $\mathbf{Z}_T$ es capacitiva.

c. $$\mathbf{I} = \frac{10\ \text{V}\angle 0°}{35.36\ \Omega\angle -45°} = 0.283\ \text{A}\angle 45°$$

$$\mathbf{V}_R = (282.8\ \text{mA}\angle 45°)(25\ \Omega\angle 0°) = 7.07\ \text{V}\angle 45°$$

$$\mathbf{V}_C = (282.8\ \text{mA}\angle 45°)(225\ \Omega\angle -90°) = 63.6\ \text{V}\angle -45°$$

Observe que la magnitud del voltaje en el capacitor es mucho más grande que el voltaje de la fuente aplicado al circuito. Este ejemplo ilustra que el voltaje en los elementos reactivos debe calcularse para asegurar que no se exceden las especificaciones máximas para los componentes.

EJEMPLO 18-6

Determine la impedancia **Z** que debe estar dentro del bloque indicado en la figura 18-22 si la impedancia total de la red es $13\ \Omega\angle 22.62°$.

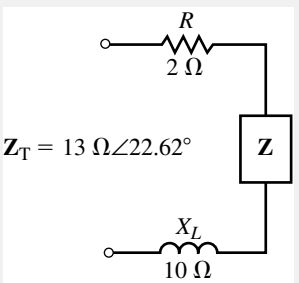


FIGURA 18-22

Solución La impedancia total se convierte de la forma polar en la rectangular, con lo cual se obtiene

$$\mathbf{Z}_T = 13\ \Omega\angle 22.62° \Leftrightarrow 12\ \Omega + j5\ \Omega$$

Ahora, se sabe que la impedancia total se determina a partir de la suma de los vectores de impedancia individuales, esto es

$$\mathbf{Z}_T = 2\ \Omega + j10\ \Omega + \mathbf{Z} = 12\ \Omega + j5\ \Omega$$

Por tanto, la impedancia **Z** se encuentra como

$$\begin{aligned}\mathbf{Z} &= 12\ \Omega + j5\ \Omega - (2\ \Omega + j10\ \Omega)\\ &= 10\ \Omega - j5\ \Omega\\ &= 11.18\ \Omega\angle -26.57°\end{aligned}$$

En su forma más simple, la impedancia **Z** consiste de una combinación en serie de un resistor de 10 Ω y un capacitor que tiene una reactancia de 5 Ω. La figura 18-23 muestra los elementos que pueden estar contenidos en **Z** para satisfacer las condiciones dadas.

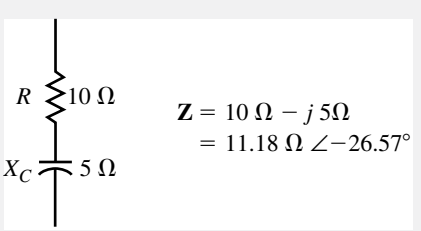


FIGURA 18-23

EJEMPLO 18-7

Determine la impedancia total para la red de la figura 18-24. Dibuje un diagrama de impedancia que muestre $\mathbf{Z}_1$, $\mathbf{Z}_2$ y $\mathbf{Z}_T$.

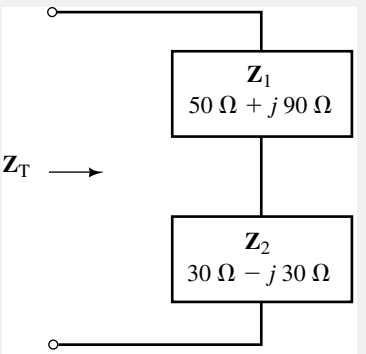


FIGURA 18-24

Solución

$$\begin{aligned}\mathbf{Z}_T &= \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2\\ &= (50\ \Omega + j90\ \Omega) + (30\ \Omega - j30\ \Omega)\\ &= (80\ \Omega + j60\ \Omega) = 100\ \Omega\angle 36.87^\circ\end{aligned}$$

Las formas polares de los vectores $\mathbf{Z}_1$ y $\mathbf{Z}_2$ son las siguientes:

$$\mathbf{Z}_1 = 50\ \Omega + j90\ \Omega = 102.96\ \Omega\angle 60.95^\circ$$
$$\mathbf{Z}_2 = 30\ \Omega - j30\ \Omega = 42.43\ \Omega\angle -45^\circ$$

El diagrama de impedancia que resulta se muestra en la figura 18-25.

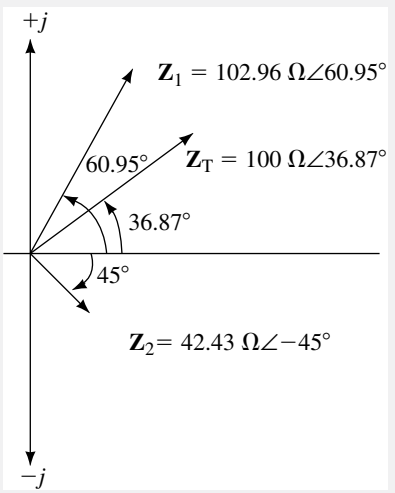


FIGURA 18-25

El ángulo de fase θ del vector de impedancia $\mathbf{Z} = Z\angle\theta$ proporciona el ángulo de fase entre el voltaje $\mathbf{V}$ en $\mathbf{Z}$ y la corriente $\mathbf{I}$ a través de la impedancia. Para una impedancia inductiva el voltaje se adelanta a la corriente por θ. Si la impedancia es capacitiva, entonces el voltaje se atrasa a la corriente por una cantidad igual a la magnitud de θ.

El ángulo de fase θ también es útil para determinar la potencia promedio disipada por el circuito. En el circuito en serie simple que se observa en la figura 18-26, se sabe que sólo el resistor disipará potencia.

La potencia promedio disipada por el resistor se determina como sigue:

$$P = V_R I = \frac{V_R^2}{R} = I^2 R \qquad \textbf{(18-6)}$$

Observe que la ecuación 18-6 usa sólo las magnitudes de los vectores de voltaje, corriente e impedancia. *La potencia nunca se determina con productos de fasores*.

La ley de Ohm proporciona la magnitud del fasor de corriente como

$$I = \frac{V}{Z}$$

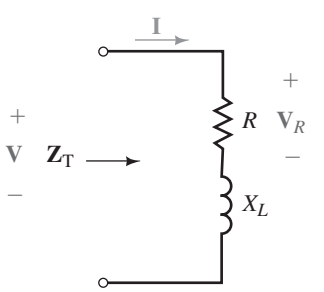


FIGURA 18-26

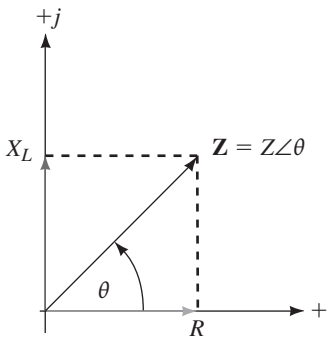


FIGURA 18-27

Al sustituir esta expresión en la ecuación 18-6 se obtiene la expresión para la potencia como

$$P = \frac{V^2}{Z^2}R = \frac{V^2}{Z}\left(\frac{R}{Z}\right) \tag{18-7}$$

A partir del diagrama de impedancia de la figura 18-27, se ve que

$$\cos\theta = \frac{R}{Z}$$

En el capítulo anterior se ha definido el factor de potencia como $F_p = \cos\theta$, donde θ es el ángulo entre los fasores de voltaje y corriente. Ahora se ve que para un circuito en serie, el factor de potencia del circuito puede determinarse a partir de las magnitudes de la resistencia y la impedancia total.

$$F_p = \cos\theta = \frac{R}{Z} \tag{18-8}$$

Se dice que el factor de potencia, F_p, está en **adelanto** si la corriente adelanta al voltaje (circuito capacitivo) y en **atraso** si la corriente se atrasa al voltaje (circuito inductivo).

Ahora, al sustituir la expresión para el factor de potencia en la ecuación 18-7, se expresa la potencia suministrada al circuito como

$$P = VI\cos\theta$$

Ya que $V = IZ$, la potencia puede expresarse como

$$P = VI\cos\theta = I^2Z\cos\theta = \frac{V^2}{Z}\cos\theta \tag{18-9}$$

EJEMPLO 18-8

Vea el circuito de la figura 18-28.

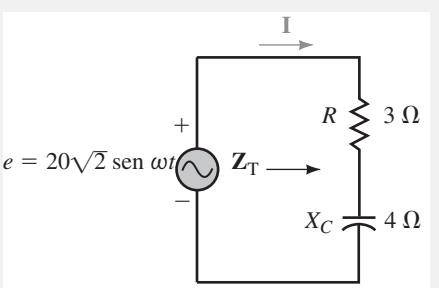


FIGURA 18-28

a. Determine la impedancia $\mathbf{Z}_T$.
b. Calcule el factor de potencia del circuito.
c. Determine **I**.
d. Dibuje el diagrama fasorial para **E** e **I**.

e. Determine la potencia promedio suministrada al circuito por la fuente de voltaje.

f. Calcule la potencia promedio disipada tanto por el resistor como por el capacitor.

Solución

a. $\mathbf{Z}_T = 3\ \Omega - j4\ \Omega = 5\ \Omega\angle -53.13°$

b. $F_p = \cos\theta = 3\ \Omega/5\ \Omega = 0.6$ (en adelanto)

c. La forma fasorial del voltaje aplicado es

$$\mathbf{E} = \frac{(\sqrt{2})(20\text{ V})}{\sqrt{2}}\angle 0° = 20\text{ V}\angle 0°$$

lo cual da una corriente de

$$\mathbf{I} = \frac{20\text{ V}\angle 0°}{5\ \Omega\angle -53.13°} = 4.0\text{ A}\angle 53.13°$$

d. El diagrama fasorial se muestra en la figura 18-29, a partir de él se ve que el fasor de corriente para el circuito capacitivo se adelanta al fasor de voltaje por 53.13°.

e. La potencia promedio suministrada al circuito por la fuente de voltaje es

$$P = (20\text{ V})(4\text{ A})\cos 53.13° = 48.0\text{ W}$$

f. La potencia promedio disipada por el resistor y el capacitor será

$$P_R = (4\text{ A})^2(3\ \Omega)\cos 0° = 48\text{ W}$$
$$P_C = (4\text{ A})^2(4\ \Omega)\cos 90° = 0\text{ W} \quad (\text{¡como se esperaba!})$$

Observe que el factor de potencia que se usa para determinar la potencia disipada por cada uno de los elementos es el factor de potencia para ese elemento y no el factor de potencia total del circuito.

Como se esperaba, la suma de potencias disipadas por el resistor y el capacitor es igual a la potencia total suministrada por la fuente de voltaje.

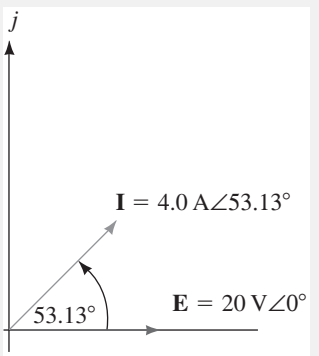


FIGURA 18-29

PROBLEMAS PRÁCTICOS 3

Un circuito se compone de una fuente de voltaje $\mathbf{E} = 50\text{ V}\angle 25°$ en serie con $L = 20$ mH, $C = 50\ \mu$F y $R = 25\ \Omega$. El circuito opera a una frecuencia angular de 2 krad/s.

a. Determine el fasor de corriente **I**.

b. Calcule el factor de potencia del circuito.

c. Calcule la potencia promedio disipada por el circuito y verifique que es igual a la potencia promedio suministrada por la fuente.

d. Use la ley de Ohm para determinar $\mathbf{V}_R$, $\mathbf{V}_L$ y $\mathbf{V}_C$.

Respuestas

a. $\mathbf{I} = 1.28\text{ A}\angle -25.19°$

b. $F_p = 0.6402$ en atraso

c. $P = 41.0\text{ W}$

d. $\mathbf{V}_R = 32.0\text{ V}\angle -25.19°$
$\mathbf{V}_C = 12.8\text{ V}\angle -115.19°$
$\mathbf{V}_L = 51.2\text{ V}\angle 64.81°$

18-3 Ley de voltaje de Kirchhoff y la regla del divisor de voltaje

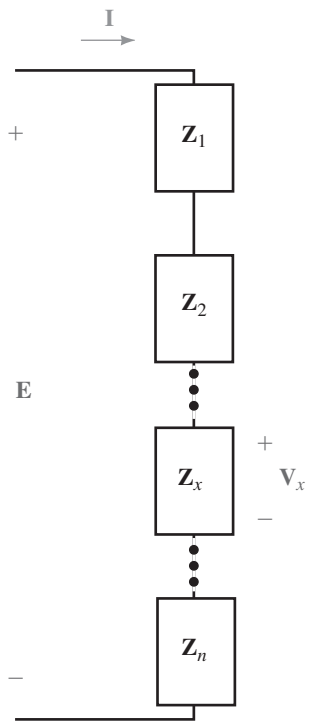


FIGURA 18-30

Cuando un voltaje se aplica a impedancias en serie, como se muestra en la figura 18-30, la ley de Ohm se usa para determinar el voltaje en cualquier impedancia como

$$\mathbf{V}_x = \mathbf{I}\mathbf{Z}_x$$

La corriente en el circuito es

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_\mathrm{T}}$$

Ahora, mediante sustitución se llega a la regla del divisor de voltaje para cualquier combinación de elementos en serie, como

$$\mathbf{V}_x = \frac{\mathbf{Z}_x}{\mathbf{Z}_\mathrm{T}}\mathbf{E} \qquad \textbf{(18-10)}$$

La ecuación 18-10 es muy similar a la ecuación para la regla del divisor de voltaje en circuitos de cd. Las diferencias fundamentales en la solución de circuitos de ca es que se usan impedancias en lugar de resistencias y que los voltajes determinados son fasores. Debido a que la regla del divisor de voltaje implica resolver productos y cocientes de fasores, por lo general se usa la forma polar en lugar de la forma rectangular de fasores.

La ley de voltaje de Kirchhoff se aplica a todos los circuitos, sin importar si son de cd o de ca. Sin embargo, como los circuitos de ca tienen voltajes que se expresan en forma sinusoidal o en forma fasorial, la ley de voltaje de Kirchhoff para circuitos de ca debe establecerse como sigue:

> *El fasor suma de las caídas de voltaje y de las elevaciones de voltaje alrededor de un lazo cerrado es igual a cero.*

Cuando se suman voltajes fasoriales, se encuentra que la suma, por lo general, se lleva a cabo más fácilmente en forma rectangular que en forma polar.

EJEMPLO 18-9

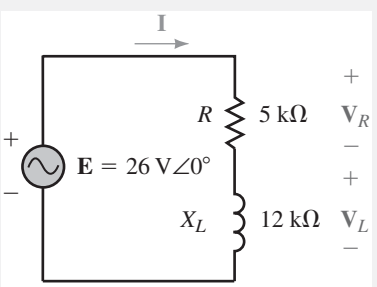


FIGURA 18-31

Considere el circuito de la figura 18-31.

a. Determine $\mathbf{Z}_\mathrm{T}$.

b. Determine los voltajes $\mathbf{V}_R$ y $\mathbf{V}_L$ mediante la regla del divisor de voltaje.

c. Verifique la ley de voltaje de Kirchhoff alrededor del lazo cerrado.

Solución

a. $\mathbf{Z}_\mathrm{T} = 5\,\mathrm{k\Omega} + j12\,\mathrm{k\Omega} = 13\,\mathrm{k\Omega}\angle 67.38°$

b. $$\mathbf{V}_R = \left(\frac{5\,\mathrm{k\Omega}\angle 0°}{13\,\mathrm{k\Omega}\angle 67.38°}\right)(26\,\mathrm{V}\angle 0°) = 10\,\mathrm{V}\angle -67.38°$$

$$\mathbf{V}_L = \left(\frac{12\,\mathrm{k\Omega}\angle 90°}{13\,\mathrm{k\Omega}\angle 67.38°}\right)(26\,\mathrm{V}\angle 0°) = 24\,\mathrm{V}\angle 22.62°$$

c. La ley de voltaje de Kirchhoff alrededor del lazo cerrado da

$$\begin{aligned} 26\,\mathrm{V}\angle 0° - 10\,\mathrm{V}\angle -67.38° - 24\,\mathrm{V}\angle 22.62° &= 0 \\ (26 + j0) - (3.846 - j9.231) - (22.154 + j9.231) &= 0 \\ (26 - 3.846 - 22.154) + j(0 + 9.231 - 9.231) &= 0 \\ 0 + j0 &= 0 \end{aligned}$$

EJEMPLO 18-10

Considere el circuito de la figura 18-32:

a. Calcule los voltajes sinusoidales v_1 y v_2 con fasores y con la regla del divisor de voltaje.

b. Dibuje un diagrama fasorial en el que muestre $\mathbf{E}$, $\mathbf{V}_1$ y $\mathbf{V}_2$.

c. Dibuje las formas de onda sinusoidales de e, v_1 y v_2.

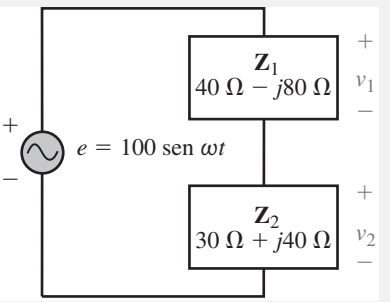


FIGURA 18-32

Solución

a. La forma fasorial de la fuente de voltaje se determina como

$$e = 100 \text{ sen } \omega t \Leftrightarrow \mathbf{E} = 70.71 \angle \text{V } 0°$$

Al aplicar la RDV, se obtiene

$$\mathbf{V}_1 = \left(\frac{40\ \Omega - j80\ \Omega}{(40\ \Omega - j80\ \Omega) + (30\ \Omega + j40\ \Omega)}\right)(70.71\ \text{V}\angle 0°)$$

$$= \left(\frac{89.44\ \Omega\angle -63.43°}{80.62\ \Omega\angle -29.74°}\right)(70.71\ \text{V}\angle 0°)$$

$$= 78.4\ \text{V}\angle -33.69°$$

y

$$\mathbf{V}_2 = \left(\frac{30\ \Omega + j40\ \Omega}{(40\ \Omega - j80\ \Omega) + (30\ \Omega + j40\ \Omega)}\right)(70.71\ \text{V}\angle 0°)$$

$$= \left(\frac{50.00\ \Omega\angle 53.13°}{80.62\ \Omega\angle -29.74°}\right)(70.71\ \text{V}\angle 0°)$$

$$= 43.9\ \text{V}\angle 82.87°$$

Se determina que los voltajes sinusoidales son:

$$v_1 = (\sqrt{2})(78.4)\text{sen}(\omega t - 33.69°)$$
$$= 111 \text{ sen}(\omega t - 33.69°)$$

y

$$v_2 = (\sqrt{2})(43.9)\text{sen}(\omega t + 82.87°)$$
$$= 62.0 \text{ sen}(\omega t + 82.87°)$$

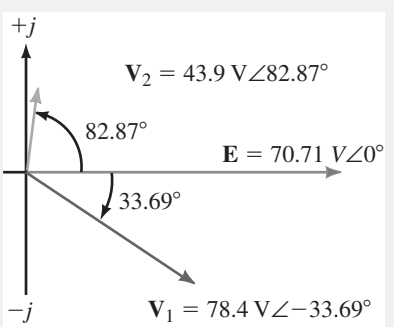


FIGURA 18-33

b. El diagrama fasorial se muestra en la figura 18-33.

c. Los correspondientes voltajes sinusoidales se muestran en la figura 18-34.

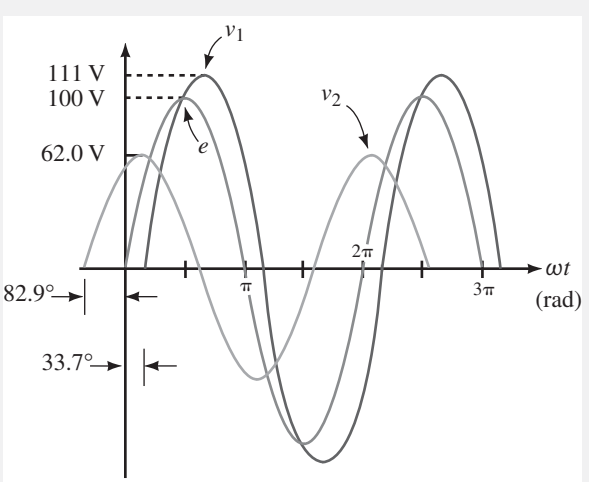


FIGURA 18-34

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 2

(Las respuestas están al final del capítulo)

1. Exprese cómo se aplica la ley de voltaje de Kirchhoff a los circuitos de ca.
2. ¿Cuál es la diferencia fundamental en el uso de la ley de voltaje de Kirchhoff para circuitos de ca y para circuitos de cd?

PROBLEMAS PRÁCTICOS 4

Un circuito está compuesto de una fuente de voltaje $\mathbf{E} = 50\,\text{V}\angle 25°$ en serie con $L = 20$ mH, $C = 50\ \mu\text{F}$ y $R = 25\ \Omega$. El circuito opera a una frecuencia angular de 2 krad/s.

a. Use la regla del divisor de voltaje para determinar el voltaje en cada uno de los elementos del circuito.
b. Verifique que la ley de voltaje de Kirchhoff se aplica al circuito.

Respuestas

a. $\mathbf{V}_L = 51.2\,\text{V}\angle 64.81°$, $\mathbf{V}_C = 12.8\,\text{V}\angle -115.19°$
$\mathbf{V}_R = 32.0\,\text{V}\angle -25.19°$
b. $51.2\,\text{V}\angle 64.81° + 12.8\,\text{V}\angle -115.19° + 32.0\,\text{V}\angle -25.19° = 50\,\text{V}\angle 25°$

18-4 Circuitos en paralelo de ca

La **admitancia Y** de cualquier impedancia se define como una cantidad vectorial que es el recíproco de la impedancia **Z**.

En forma matemática se expresa como

$$\mathbf{Y}_\text{T} = \frac{1}{\mathbf{Z}_\text{T}} = \frac{1}{Z_\text{T}\angle\theta} = \left(\frac{1}{Z_\text{T}}\right)\angle -\theta = Y_\text{T}\angle -\theta \quad \text{(S)} \qquad \textbf{(18-11)}$$

donde la unidad de la admitancia es el siemens (S).

En particular, se ha visto que la admitancia de un resistor R se llama conductancia y está dada por el símbolo$\mathbf{Y}_R$. Si se considera la resistencia como una cantidad vectorial, entonces la correspondiente forma vectorial de la conductancia es

$$\mathbf{Y}_R = \frac{1}{R\angle 0°} = \frac{1}{R}\angle 0° = G\angle 0° = G + j0 \quad \text{(S)} \qquad \textbf{(18-12)}$$

Si se determina la admitancia de un componente puramente reactivo X, la admitancia resultante se llama la **susceptancia** del componente y se le asigna el símbolo B. La unidad de la susceptancia es el siemens (S). Para distinguir entre la susceptancia inductiva y la capacitiva, se usa el subíndice L y C respectivamente. Las formas vectoriales de la admitancia reactiva están dadas como:

$$\mathbf{Y}_L = \frac{1}{X_L\angle 90°} = \frac{1}{X_L}\angle -90° = B_L\angle -90° = 0 - jB_L \quad \text{(S)} \qquad \textbf{(18-13)}$$

$$\mathbf{Y}_C = \frac{1}{X_C\angle -90°} = \frac{1}{X_C}\angle 90° = B_C\angle 90° = 0 + jB_C \quad \text{(S)} \qquad \textbf{(18-14)}$$

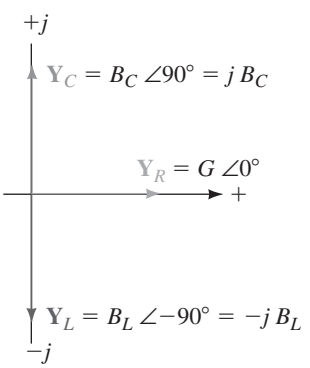


FIGURA 18-35 Diagrama de admitancia que muestra la conductancia ($\mathbf{Y}_R$) y las susceptancias ($\mathbf{Y}_L$ y $\mathbf{Y}_C$).

De manera similar a las impedancias, las admitancias pueden representarse en el plano complejo en un **diagrama de admitancias,** como se muestra en la figura 18-35.

Las longitudes de los vectores son proporcionales a las magnitudes de las correspondientes admitancias. El vector de admitancia resistiva **G** se muestra

en el eje real positivo, mientras que los vectores de admitancia inductiva y capacitiva $\mathbf{Y}_L$ y $\mathbf{Y}_C$ se muestran en el eje imaginario negativo y positivo respectivamente.

EJEMPLO 18-11

Determine las admitancias de las siguientes impedancias. Dibuje el diagrama de admitancia correspondiente.

a. $R = 10\ \Omega$

b. $X_L = 20\ \Omega$

c. $X_C = 40\ \Omega$

Soluciones

a. $\mathbf{Y}_R = \dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{10\ \Omega \angle 0^\circ} = 100\ \text{mS} \angle 0^\circ$

b. $\mathbf{Y}_L = \dfrac{1}{X_L} = \dfrac{1}{20\ \Omega \angle 90^\circ} = 50\ \text{mS} \angle -90^\circ$

c. $\mathbf{Y}_C = \dfrac{1}{X_C} = \dfrac{1}{40\ \Omega \angle -90^\circ} = 25\ \text{mS} \angle 90^\circ$

El diagrama de admitancia se muestra en la figura 18-36.

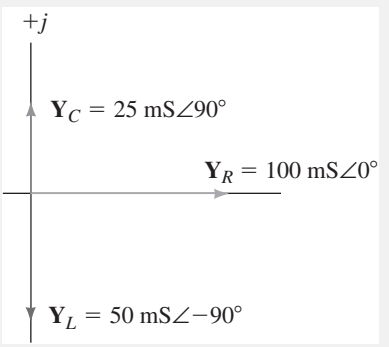


FIGURA 18-36

Para cualquier red de n admitancias, como se muestra en la figura 18-37, la admitancia total es la suma vectorial de las admitancias de la red. Desde el punto de vista matemático, la admitancia total de una red está dada por

$$\mathbf{Y}_\text{T} = \mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \cdots + \mathbf{Y}_n \quad \text{(S)} \qquad \textbf{(18-15)}$$

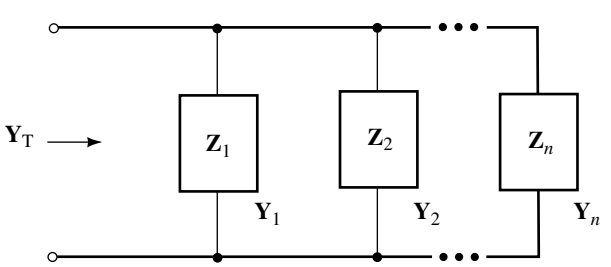


FIGURA 18-37

La impedancia resultante de una red en paralelo de n impedancia se determina como sigue

$$\mathbf{Z}_\text{T} = \frac{1}{\mathbf{Y}_\text{T}} = \frac{1}{\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \cdots + \mathbf{Y}_n}$$

$$\mathbf{Z}_\text{T} = \frac{1}{\dfrac{1}{\mathbf{Z}_1} + \dfrac{1}{\mathbf{Z}_2} + \cdots + \dfrac{1}{\mathbf{Z}_n}} \quad (\Omega) \qquad \textbf{(18-16)}$$

EJEMPLO 18-12

Determine la admitancia e impedancia equivalentes de la red de la figura 18-38. Dibuje el diagrama de admitancia.

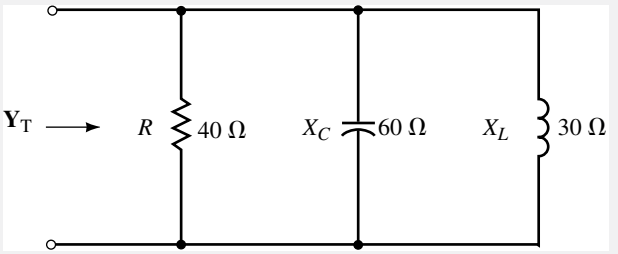


FIGURA 18-38

Solución Las admitancias de los varios elementos en paralelo son

$$\mathbf{Y}_1 = \frac{1}{40\ \Omega\angle 0^\circ} = 25.0\ \text{mS}\angle 0^\circ = 25.0\ \text{mS} + j0$$

$$\mathbf{Y}_2 = \frac{1}{60\ \Omega\angle -90^\circ} = 16.\overline{6}\ \text{mS}\angle 90^\circ = 0 + j16.\overline{6}\ \text{mS}$$

$$\mathbf{Y}_3 = \frac{1}{30\ \Omega\angle 90^\circ} = 33.\overline{3}\ \text{mS}\angle -90^\circ = 0 - j33.\overline{3}\ \text{mS}$$

La admitancia total se determina como

$$\begin{aligned}\mathbf{Y}_T &= \mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3 \\ &= 25.0\ \text{mS} + j16.\overline{6}\ \text{mS} + (-j33.\overline{3}\ \text{mS}) \\ &= 25.0\ \text{mS} - j16.\overline{6}\ \text{mS} \\ &= 30.0\ \text{mS}\angle -33.69^\circ\end{aligned}$$

Esto resulta en una impedancia total de la red de

$$\begin{aligned}\mathbf{Z}_T &= \frac{1}{\mathbf{Y}_T} \\ &= \frac{1}{30.0\ \text{mS}\angle -33.69^\circ} \\ &= 33.3\ \Omega\angle 33.69^\circ\end{aligned}$$

El diagrama de admitancia se muestra en la figura 18-39.

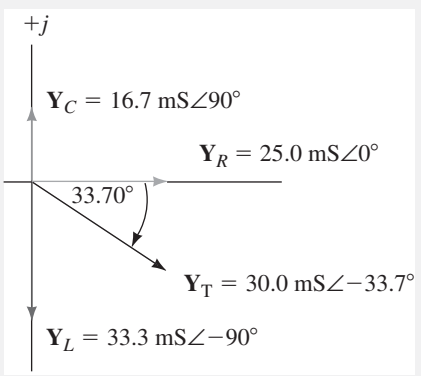


FIGURA 18-39

Dos impedancias en paralelo

Al aplicar la ecuación 18-14 a dos impedancias, se determina la impedancia equivalente como

$$\mathbf{Z}_T = \frac{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2}\quad (\Omega) \tag{18-17}$$

A partir de esta expresión, se ve que para las dos impedancias en paralelo, la impedancia equivalente se determina como el producto de las impedancias entre la suma de las mismas. Aunque la expresión para las dos impedancias es muy similar a la expresión para dos resistores en paralelo, la diferencia es que el cálculo de impedancia involucra el uso de álgebra de números complejos.

EJEMPLO 18-13

Determine la impedancia total para la red que se muestra en la figura 18-40.

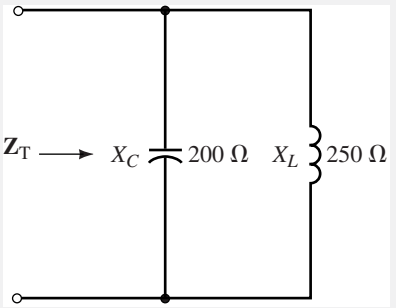


FIGURA 18-40

Solución

$$\mathbf{Z}_T = \frac{(200\ \Omega\angle -90°)(250\ \Omega\angle 90°)}{-j200\ \Omega + j250\ \Omega}$$

$$= \frac{50\ \text{k}\Omega\angle 0°}{50\angle 90°} = 1\ \text{k}\Omega\angle -90°$$

El ejemplo anterior ilustra que a diferencia de la resistencia en paralelo total, la impedancia total de una combinación de reactancias en paralelo puede ser mucho más grande que cualquiera de las impedancias individuales. De hecho, si se da una combinación en paralelo de reactancias inductiva y capacitiva del mismo valor, la impedancia total de la combinación es igual a infinito (es decir, un circuito abierto). Considere la red de la figura 18-41.

Se determina que la impedancia total $\mathbf{Z}_T$ es

$$\mathbf{Z}_T = \frac{(X_L\angle 90°)(X_C\angle -90°)}{jX_L - jX_C} = \frac{X^2\angle 0°}{0\angle 0°} = \infty\angle 0°$$

Debido a que el denominador de la ecuación anterior es igual a cero, la magnitud de la impedancia total será indefinida ($Z = \infty$). La magnitud no está definida y el álgebra conduce a un ángulo de fase de $\theta = 0°$, lo cual indica que el vector cae en el eje real positivo del diagrama de impedancia.

Siempre que un capacitor y un inductor que tienen igual reactancia estén en paralelo, el circuito equivalente de los dos componentes es un circuito abierto.

El principio de reactancias iguales en paralelo se estudiará en un capítulo posterior que aborda la "resonancia".

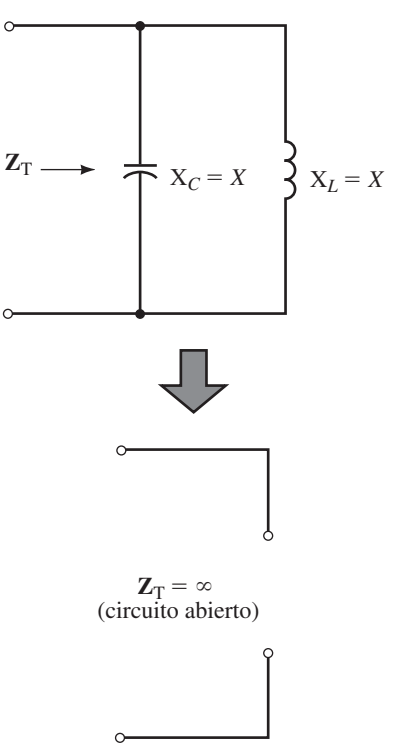


FIGURA 18-41

Tres impedancias en paralelo

La ecuación 18-16 puede resolverse para tres impedancias para dar la impedancia equivalente de

$$\mathbf{Z}_T = \frac{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3}\quad (\Omega) \qquad \textbf{(18-18)}$$

aunque ésta es menos útil que la ecuación general.

EJEMPLO 18-14

Determine la impedancia equivalente de la red de la figura 18-42.

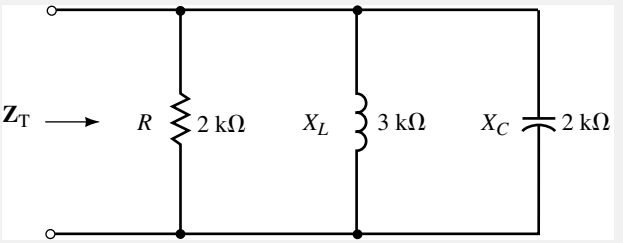


FIGURA 18-42

Solución

$$\mathbf{Z}_T = \frac{(2\,\text{k}\Omega\angle 0°)(3\,\text{k}\Omega\angle 90°)(2\,\text{k}\Omega\angle -90°)}{(2\,\text{k}\Omega\angle 0°)(3\,\text{k}\Omega\angle 90°) + (2\,\text{k}\Omega\angle 0°)(2\,\text{k}\Omega\angle -90°) + (3\,\text{k}\Omega\angle 90°)(2\,\text{k}\Omega\angle -90°)}$$

$$= \frac{12 \times 10^9\ \Omega\angle 0°}{6 \times 10^6\angle 90° + 4 \times 10^6\angle -90° + 6 \times 10^6\angle 0°}$$

$$= \frac{12 \times 10^9\ \Omega\angle 0°}{6 \times 10^6 + j2 \times 10^6} = \frac{12 \times 10^9\ \Omega\angle 0°}{6.325 \times 10^6\angle 18.43°}$$

$$= 1.90\,\text{k}\Omega\angle -18.43°$$

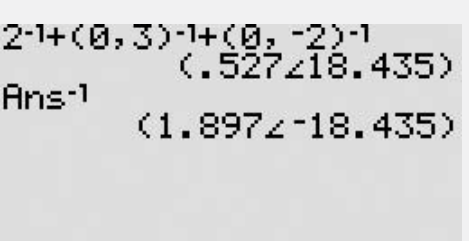
De manera que la impedancia equivalente de la red es

$$Z_T = 1.80\,\text{k}\Omega - j0.6\,\text{k}\Omega$$

Sugerencia para el uso de la calculadora TI-86: en el capítulo 5 se mostró que el valor equivalente de varios resistores en paralelo se puede evaluar con la tecla x^{-1}, que se encuentra en todas las calculadoras científicas. Si su calculadora es capaz de realizar operaciones con números complejos, se puede usar un método similar para resolver la impedancia equivalente en cualquier circuito, incluso con elementos reactivos como en la figura 18-42. La siguiente secuencia de teclas muestra cómo se determina $\mathbf{Z}_T$ para este ejemplo con la calculadora TI-86. Recuerde que la forma rectangular de un número complejo como $3 + j4$ se ingresa en la TI-86 como (3,4). Si tiene en cuenta que todas las impedancias están en kΩ, se puede evitar el tecleo innecesario e ingresar los valores numéricos como sigue:

2	x^{-1}	+	(	0	,	3	)	x^{-1}	+
(	0	,	(−)	2	)	x^{-1}	ENTER	x^{-1}	ENTER

Dependiendo de la calculadora, en la pantalla aparecerá algo similar a lo siguiente:



PROBLEMAS PRÁCTICOS 5

Un circuito está compuesto de una fuente de corriente $i = 0.030 \text{ sen } 500t$, en paralelo con $L = 20$ mH, $C = 50$ μF y $R = 25\ \Omega$.

a. Determine el voltaje **V** en el circuito.
b. Calcule el factor de potencia del circuito.
c. Calcule la potencia promedio disipada por el circuito y verifique que es igual a la potencia suministrada por la fuente.
d. Use la ley de Ohm para encontrar las cantidades fasoriales $\mathbf{I}_R$, $\mathbf{I}_L$, e $\mathbf{I}_C$.

Respuestas
a. $\mathbf{V} = 0.250\ \text{V}\angle 61.93°$
b. $F_p = 0.4705$ en atraso
c. $P_R = 2.49\ \text{mW} = P_\text{T}$
d. $\mathbf{I}_R = 9.98\ \text{mA}\angle 61.98°$
$\mathbf{I}_C = 6.24\ \text{mA}\angle 151.93°$
$\mathbf{I}_L = 25.0\ \text{mA}\angle -28.07°$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 6

Un circuito consiste de una fuente de corriente de 2.5 A_{rms} conectada en paralelo con un resistor, un inductor y un capacitor. El resistor tiene un valor de 10 Ω y disipa 40 W de potencia.

a. Calcule los valores de X_L y X_C si $X_L = 3X_C$.
b. Determine las magnitudes de la corriente a través del inductor y el capacitor.

Respuestas
a. $X_L = 26.7\ \Omega$, $X_C = 8.89\ \Omega$
b. $I_L = 0.75$ A, $I_C = 2.25$ A

18-5 Ley de corriente de Kirchhoff y la regla del divisor de corriente

La regla del divisor de corriente para circuitos de ca tiene la misma forma que para los circuitos de cd con la notable excepción de que las corrientes se expresan en fasores. Para una red en paralelo como la que se muestra en la figura 18-43, la corriente en cualquier rama de la red se determina mediante impedancias o admitancias.

$$\mathbf{I}_x = \frac{\mathbf{Y}_x}{\mathbf{Y}_\text{T}}\mathbf{I} \qquad \text{o bien} \qquad \mathbf{I}_x = \frac{\mathbf{Z}_\text{T}}{\mathbf{Z}_x}\mathbf{I} \tag{18-19}$$

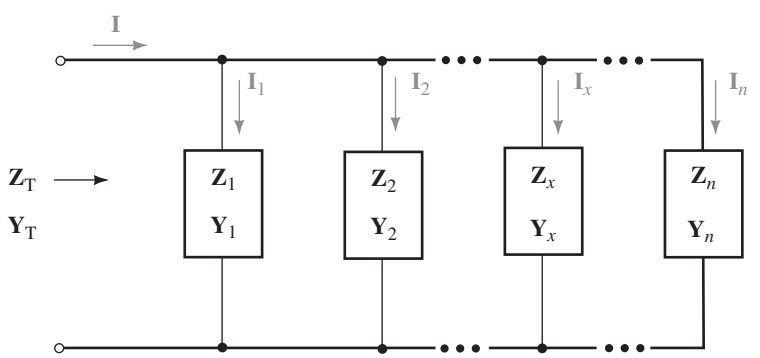


FIGURA 18-43

Para dos ramas en paralelo la corriente en cualquier rama se determina a partir de las impedancias como

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2}\mathbf{I} \qquad \textbf{(18-20)}$$

También, como se espera, la ley de corriente de Kirchhoff se puede aplicar a cualquier nodo en un circuito de ca. Para tales circuitos, la LCK se establece como sigue:

La suma de los fasores de corriente que entran y salen de un nodo es igual a cero.

EJEMPLO 18-15

Calcule la corriente en cada una de las ramas en la red de la figura 18-44.

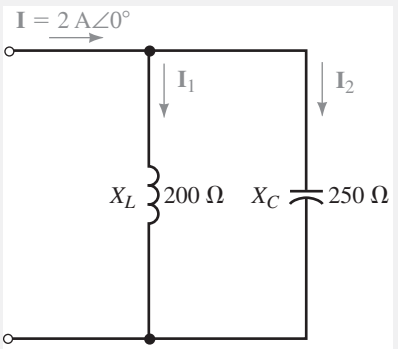


FIGURA 18-44

Solución

$$\mathbf{I}_1 = \left(\frac{250\ \Omega\angle -90^\circ}{j200\ \Omega - j250\ \Omega}\right)(2\ \text{A}\angle 0^\circ)$$

$$= \left(\frac{250\ \Omega\angle -90^\circ}{50\ \Omega\angle -90^\circ}\right)(2\ \text{A}\angle 0^\circ) = 10\ \text{A}\angle 0^\circ$$

e

$$\mathbf{I}_2 = \left(\frac{200\ \Omega\angle 90^\circ}{j200\ \Omega - j250\ \Omega}\right)(2\ \text{A}\angle 0^\circ)$$

$$= \left(\frac{200\ \Omega\angle 90^\circ}{50\ \Omega\angle -90^\circ}\right)(2\ \text{A}\angle 0^\circ) = 8\ \text{A}\angle 180^\circ$$

Los resultados anteriores ilustran que las corrientes en componentes reactivos en paralelo pueden ser significativamente más grandes que la corriente aplicada. Si la corriente a través del componente excede la corriente máxima especificada del elemento, pueden ocurrir severos daños.

EJEMPLO 18-16

Con relación al circuito de la figura 18-45:

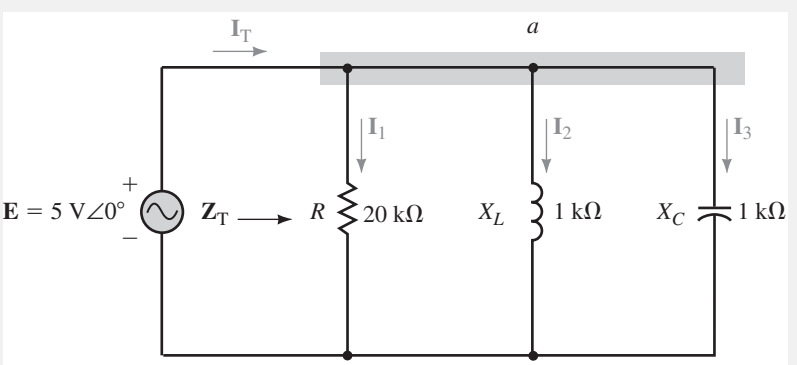


FIGURA 18-45

a. Determine la impedancia total, $\mathbf{Z}_T$.
b. Determine la corriente suministrada, $\mathbf{I}_T$.
c. Calcule $\mathbf{I}_1$, $\mathbf{I}_2$ e $\mathbf{I}_3$ mediante la regla del divisor de corriente.
d. Verifique la ley de corriente de Kirchhoff en el nodo *a*.

Solución

a. Debido a que las reactancias inductiva y capacitiva están en paralelo y tienen el mismo valor, se puede reemplazar la combinación por un circuito abierto. En consecuencia, sólo se requiere considerar el resistor R. Como resultado

$$\mathbf{Z}_T = 20\ \text{k}\Omega\angle 0^\circ$$

b. $$\mathbf{I}_T = \frac{5\ \text{V}\angle 0^\circ}{20\ \text{k}\Omega\angle 0^\circ} = 250\ \mu\text{A}\angle 0^\circ$$

c. $$\mathbf{I}_1 = \left(\frac{20\ \text{k}\Omega\angle 0^\circ}{20\ \text{k}\Omega\angle 0^\circ}\right)(250\ \mu\text{A}\angle 0^\circ) = 250\ \mu\text{A}\angle 0^\circ$$

$$\mathbf{I}_2 = \left(\frac{20\ \text{k}\Omega\angle 0^\circ}{1\ \text{k}\Omega\angle 90^\circ}\right)(250\ \mu\text{A}\angle 0^\circ) = 5.0\ \text{mA}\angle -90^\circ$$

$$\mathbf{I}_3 = \left(\frac{20\ \text{k}\Omega\angle 0^\circ}{1\ \text{k}\Omega\angle -90^\circ}\right)(250\ \mu\text{A}\angle 0^\circ) = 5.0\ \text{mA}\angle 90^\circ$$

d. Observe que las corrientes a través del inductor y el capacitor están fuera de fase por 180º. Al sumar los fasores de corriente en forma rectangular se tiene

$$\mathbf{I}_T = 250\ \mu\text{A} - j5.0\ \text{mA} + j5.0\ \text{mA} = 250\ \mu\text{A} + j0 = 250\ \mu\text{A}\angle 0^\circ$$

Los resultados anteriores satisfacen la ley de corriente de Kirchhoff en el nodo.

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 3

(Las respuestas están al final del capítulo)

1. Exprese cómo se aplica la ley de corriente de Kirchhoff a los circuitos de ca.
2. ¿Cuál es la diferencia fundamental en relación a cómo se aplica la ley de corriente de Kirchhoff en circuitos de ca y en circuitos de cd.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 7

a. Use la regla del divisor de corriente para determinar la corriente a través de cada rama en el circuito de la figura 18-46.

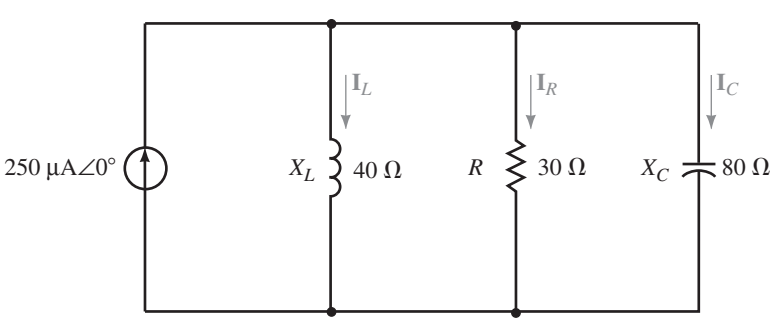


FIGURA 18-46

b. Verifique que la ley de corriente de Kirchhoff se aplica al circuito de la figura 18-46.

Respuestas

a. $\mathbf{I}_L = 176\ \mu\text{A}\angle -69.44^\circ$

$\mathbf{I}_R = 234\ \mu\text{A}\angle 20.56^\circ$

$\mathbf{I}_C = 86.8\ \mu\text{A}\angle 110.56^\circ$

b. $\Sigma\mathbf{I}_{sal} = \Sigma\mathbf{I}_{ent} = 250\ \mu\text{A}$

18-6 Circuitos en serie-paralelo

Ahora se pueden aplicar las técnicas de circuitos en serie y paralelo para resolver circuitos más complicados. Al igual que en los circuitos de cd, el análisis se simplifica si se inicia con las combinaciones que se reconocen fácilmente. Si es necesario, el circuito original puede volverse a dibujar para hacer más simplificaciones evidentes. Sin importar la complejidad de los circuitos, se encuentra que las reglas fundamentales del análisis de circuitos se aplican a todos los casos.

Considere la red de la figura 18-47.

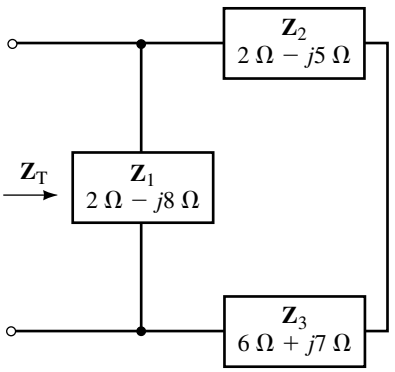


FIGURA 18-47

Se observa que las impedancias $\mathbf{Z}_2$ y $\mathbf{Z}_3$ están en serie. Se observa que la rama que contiene esta combinación está en paralelo con la impedancia $\mathbf{Z}_1$.

La impedancia total de la red se expresa como

$$\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1 \parallel (\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3)$$

Al resolver para $\mathbf{Z}_T$ se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned}
\mathbf{Z}_T &= (2\ \Omega - j8\ \Omega)\|(2\ \Omega - j5\ \Omega + 6\ \Omega + j7\ \Omega) \\
&= (2\ \Omega - j8\ \Omega) \parallel (8\ \Omega + j2\ \Omega) \\
&= \frac{(2\ \Omega - j8\ \Omega)(8\ \Omega + j2\ \Omega)}{2\ \Omega - j8\ \Omega + 8\ \Omega + j2\ \Omega)} \\
&= \frac{(8.246\ \Omega\angle -75.96°)(8.246\ \Omega\angle 14.04°)}{11.66\ \Omega\angle -30.96°} \\
&= 5.832\ \Omega\angle -30.96° = 5.0\ \Omega - j3.0\ \Omega
\end{aligned}$$

EJEMPLO 18-17

Determine la impedancia total de la red de la figura 18-48. Exprese la impedancia en forma polar y en forma rectangular.

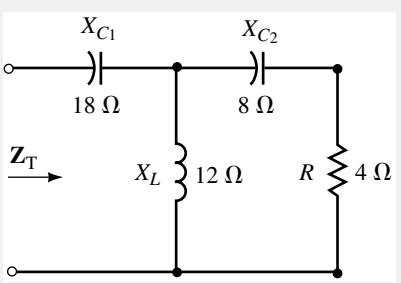
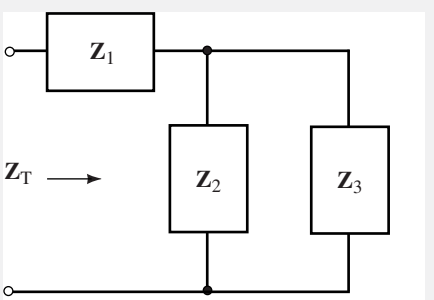


FIGURA 18-48

Solución Después de volver a dibujar y etiquetar el circuito dado, se tiene el circuito que se observa en la figura 18-49.



$\mathbf{Z}_1 = -j18\ \Omega$
$\mathbf{Z}_2 = +j12\ \Omega = 12\ \Omega\angle 90°$
$\mathbf{Z}_3 = 4\ \Omega - j8\ \Omega = 8.94\ \Omega\angle -63.43°$

FIGURA 18-49

La impedancia total está dada por

$$\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 \parallel \mathbf{Z}_3$$

donde

$$\begin{aligned}
\mathbf{Z}_1 &= -j18\ \Omega = 18\Omega\angle -90° \\
\mathbf{Z}_2 &= j12\ \Omega = 12\Omega\angle 90° \\
\mathbf{Z}_3 &= 4\ \Omega - j8\ \Omega = 8.94\ \Omega\angle -63.43°
\end{aligned}$$

La impedancia total se determina como sigue

$$\mathbf{Z}_T = -j18\ \Omega + \left[\frac{(12\ \Omega\angle 90°)(8.94\ \Omega\angle -63.43°)}{j12\ \Omega + 4\ \Omega - j8\ \Omega}\right]$$

$$= -j18\ \Omega + \left(\frac{107.3\ \Omega\angle 26.57°}{5.66\angle 45°}\right)$$

$$= -j18\ \Omega + 19.0\ \Omega\angle -18.43°$$

$$= -j18\ \Omega + 18\ \Omega - j6\ \Omega$$

$$= 18\ \Omega - j24\ \Omega = 30\ \Omega\angle -53.13°$$

EJEMPLO 18-18

Considere el circuito de la figura 18-50:

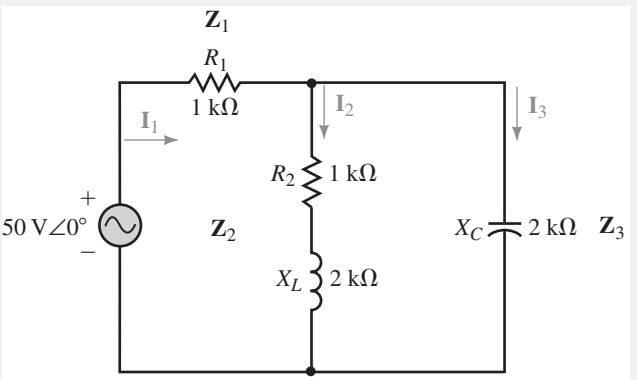


FIGURA 18-50

a. Determine $\mathbf{Z}_T$.
b. Determine las corrientes $\mathbf{I}_1$, $\mathbf{I}_2$, e $\mathbf{I}_3$.
c. Calcule la potencia total proporcionada por la fuente de voltaje.
d. Determine las potencias promedio P_1, P_2 y P_3 disipadas en cada impedancia. Verifique que la potencia promedio suministrada al circuito es la misma que la potencia disipada por las impedancias.

Solución

a. La impedancia total se determina por la combinación

$$\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 \parallel \mathbf{Z}_3$$

Para la combinación en paralelo se tiene

$$\mathbf{Z}_2 \parallel \mathbf{Z}_3 = \frac{(1\ \text{k}\Omega + j2\ \text{k}\Omega)(-j2\ \text{k}\Omega)}{1\ \text{k}\Omega + j2\ \text{k}\Omega - j2\ \text{k}\Omega}$$

$$= \frac{(2.236\ \text{k}\Omega\angle 63.43°)(2\ \text{k}\Omega\angle -90°)}{1\ \text{k}\Omega\angle 0°}$$

$$= 4.472\ \text{k}\Omega\angle -26.57° = 4.0\ \text{k}\Omega - j2.0\ \text{k}\Omega$$

b. De manera que la impedancia total es

$$\mathbf{Z}_T = 5\ \text{k}\Omega - j2\ \text{k}\Omega = 5.385\ \text{k}\Omega\angle -21.80°$$

$$\mathbf{I}_1 = \frac{50\ \text{V}\angle 0°}{5.385\ \text{k}\Omega\angle -21.80°}$$

$$= 9.285\ \text{mA}\angle 21.80°$$

Al aplicar la regla del divisor de corriente se obtiene

$$\mathbf{I}_2 = \frac{(2\ \text{k}\Omega\angle -90°)(9.285\ \text{mA}\angle 21.80°)}{1\ \text{k}\Omega + j2\ \text{k}\Omega - j2\ \text{k}\Omega}$$

$$= 18.57\ \text{mA}\angle -68.20°$$

e

$$\mathbf{I}_3 = \frac{(1\ \text{k}\Omega + j2\ \text{k}\Omega)(9.285\ \text{mA}\angle 21.80°)}{1\ \text{k}\Omega + j2\ \text{k}\Omega - j2\ \text{k}\Omega}$$

$$= \frac{(2.236\ \text{k}\Omega\angle 63.43°)(9.285\ \text{mA}\angle 21.80°)}{1\ \text{k}\Omega\angle 0°}$$

$$= 20.761\ \text{mA}\angle 85.23°$$

c. $$P_T = (50\ \text{V})(9.285\ \text{mA})\cos 21.80°$$
$$= 431.0\ \text{mW}$$

d. Debido a que sólo los resistores disipan potencia, se usa $P = I^2R$:

$$P_1 = (9.285\ \text{mA})^2(1\ \text{k}\Omega) = 86.2\ \text{mW}$$
$$P_2 = (18.57\ \text{mA})^2(1\ \text{k}\Omega) = 344.8\ \text{mW}$$

De otra manera, la potencia disipada por $\mathbf{Z}_2$ se pudo haber determinado por $P = I^2Z\cos\theta$:

$$P_2 = (18.57\ \text{mA})^2(2.236\ \text{k}\Omega)\cos 63.43° = 344.8\ \text{mW}$$

Ya que $\mathbf{Z}_3$ es puramente capacitiva, no disipará ninguna potencia.

$$P_3 = 0$$

Al combinar estas potencias, la potencia total disipada es:

$$P_T = 86.2\ \text{mW} + 344.8\ \text{mW} + 0 = 431.0\ \text{mW} \quad (\text{¡se verifica!})$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 8

En relación con la figura 18-51:

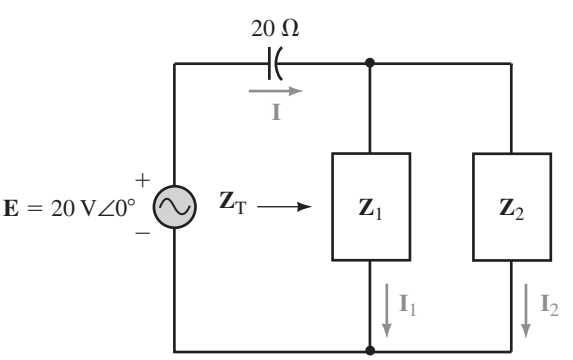


FIGURA 18-51

a. Calcule la impedancia total, $\mathbf{Z}_T$.
b. Determine la corriente $\mathbf{I}$.
c. Use la regla del divisor de corriente para encontrar $\mathbf{I}_1$ e $\mathbf{I}_2$.
d. Determine el factor de potencia para cada impedancia $\mathbf{Z}_1$ y $\mathbf{Z}_2$.
e. Determine el factor de potencia del circuito.
f. Verifique que la potencia total disipada por las impedancias $\mathbf{Z}_1$ y $\mathbf{Z}_2$ es igual a la potencia suministrada por la fuente de voltaje.

Respuestas

a. $\mathbf{Z}_T = 18.9\ \Omega\angle -45°$

b. $\mathbf{I} = 1.06\ \text{A}\angle 45°$

c. $\mathbf{I}_1 = 0.354\ \text{A}\angle 135°$, $\mathbf{I}_2 = 1.12\ \text{A}\angle 26.57°$

d. $F_{P(1)} = 0.4472$ en adelanto, $F_{P(2)} = 0.7071$ en atraso,

e. $F_P = 0.7071$ en adelanto

f. $P_T = 15.0$ W, $P_1 = 2.50$ W, $P_2 = 12.5$ W

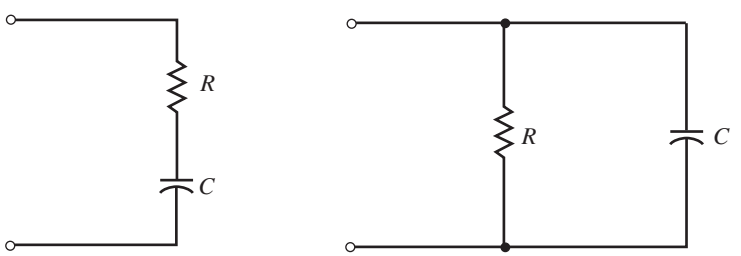
$P_1 + P_2 = 15.0\ \text{W} = P_T$

18-7 Efectos de la frecuencia

Como ya se ha visto, la reactancia de inductores y capacitores depende de la frecuencia. Por consiguiente, la impedancia total de cualquier red que tiene elementos reactivos también depende de la frecuencia. Cualquier circuito de este tipo requiere un análisis por separado en cada frecuencia de interés. Aquí se examinarán varias combinaciones simples de resistores, capacitores e inductores para ver cómo operan diversos circuitos a diferentes frecuencias. Algunas de las combinaciones más importantes se examinarán con gran detalle en capítulos posteriores en los que se aborda resonancia y filtros.

Circuitos *RC*

Como el nombre lo implica, los circuitos *RC* se componen de un resistor y un capacitor. Los componentes de un circuito *RC* pueden estar conectados en serie o en paralelo, como se muestra en la figura 18-52.



(a) Circuito RC en serie (b) Circuito RC en paralelo

FIGURA 18-52

Considere el circuito *RC* en serie de la figura 18-53. Recuerde que la reactancia capacitiva X_C, está dada por

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

La impedancia total del circuito es una cantidad vectorial expresada como

$$\mathbf{Z}_T = R - j\frac{1}{\omega C} = R + \frac{1}{j\omega C}$$

$$\mathbf{Z}_T = \frac{1 + j\omega RC}{j\omega C} \qquad \textbf{(18-21)}$$

Si se define la **frecuencia de corte** o **de esquina** para un circuito *RC* como

$$\omega_c = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau} \quad \text{(rad/s)} \qquad \textbf{(18-22)}$$

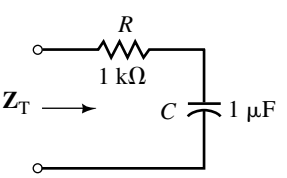


FIGURA 18-53

TABLA 18-1

Frecuencia angular, ω (rad/s)	X_C (Ω)	$\mathbf{Z}_T$ (Ω)
0	∞	∞
1	1 M	1 M
10	100 k	100 k
100	10 k	10.05 k
200	5 k	5.099 k
500	2 k	2.236 k
1 000	1 k	1.414 k
2 000	500	1118
5 000	200	1019
10 k	100	1005
100 k	10	1000

o de manera equivalente como

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} \quad \text{(Hz)} \tag{18-23}$$

entonces se vuelven evidentes varios puntos importantes.

Para $\omega \leq \omega_c/10$ (o $f \leq f_c/10$)) la ecuación 18-21 se puede expresar como

$$\mathbf{Z}_T \simeq \frac{1 + j0}{j\omega C} = \frac{1}{j\omega C}$$

y para $\omega \geq 10\omega_c$, la expresión de (18-21) se simplifica como sigue

$$\mathbf{Z}_T \simeq \frac{0 + j\omega RC}{j\omega C} = R$$

Al resolver para la magnitud de la impedancia a varias frecuencias angulares, se tienen los resultados que se observan en la tabla 18-1.

Si la magnitud de la impedancia $\mathbf{Z}_T$ se grafica como una función de la frecuencia angular ω, se obtiene la gráfica de la figura 18-54. Observe que la abscisa y la ordenada de la gráfica no están en una escala lineal sino logarítmica. Esto permite mostrar los resultados en un amplio intervalo de frecuencias.

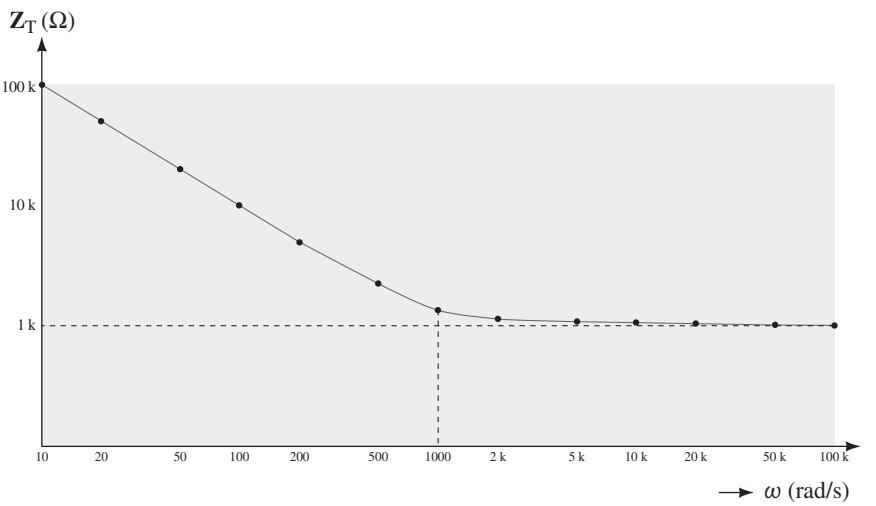


FIGURA 18-54 Impedancia frente a frecuencia angular para la red de la figura 18-53.

La gráfica ilustra que la reactancia de un capacitor es muy alta (efectivamente un circuito abierto) a bajas frecuencias. En consecuencia, la impedancia total del circuito en serie también será muy alta a bajas frecuencias. En segundo lugar se observa que conforme la frecuencia se incrementa, la reactancia disminuye. Por tanto, conforme la frecuencia aumenta, la reactancia capacitiva tiene un efecto disminuido en el circuito. A muy altas frecuencias (por lo común para $\omega \geq 10\omega_c$), la impedancia del circuito será efectivamente $R = 1\ \text{k}\Omega$.

Considere el circuito *RC* en paralelo de la figura 18-55. La impedancia total $\mathbf{Z}_T$, del circuito se determina como

$$\mathbf{Z}_T = \frac{\mathbf{Z}_R\mathbf{Z}_C}{\mathbf{Z}_R + \mathbf{Z}_C} = \frac{R\left(\frac{1}{j\omega C}\right)}{R + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$= \frac{\frac{R}{j\omega C}}{\frac{1 + j\omega RC}{j\omega C}}$$

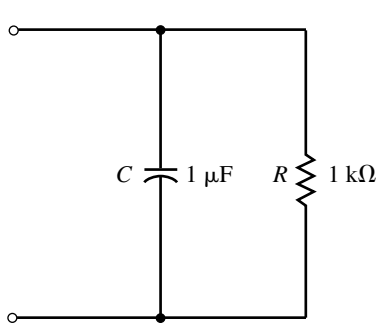


FIGURA 18-55

la cual se simplifica en

$$\mathbf{Z}_T = \frac{R}{1 + j\omega RC} \qquad \textbf{(18-24)}$$

Como antes, la frecuencia de corte está dada por la ecuación 18-22. Ahora, al examinar la expresión de (18-24) para $\omega \leq \omega_c/10$, se tiene el siguiente resultado:

$$\mathbf{Z}_T \simeq \frac{R}{1 + j0} = R$$

Para $\omega \geq 10\omega_c$, se tiene

$$\mathbf{Z}_T \simeq \frac{R}{0 + j\omega RC} = \frac{1}{j\omega C}$$

Si se resuelve para la impedancia del circuito en la figura 18-55 a varias frecuencias angulares, se obtienen los resultados de la tabla 18-2.

Al graficar la magnitud de la impedancia $\mathbf{Z}_T$ como una función de la frecuencia angular ω, se obtiene la gráfica de la figura 18-56. Observe que la abscisa y la ordenada están de nuevo en escala logarítmica, lo cual permite mostrar los resultados para un amplio intervalo de frecuencias.

TABLA 18-2

Frecuencia angular, ω (rad/s)	X_C (Ω)	Z_T (Ω)
0	∞	1 000
1	1 M	1 000
10	100 k	1 000
100	10 k	995
200	5 k	981
500	2 k	894
1 k	1 k	707
2 k	500	447
5 k	200	196
10 k	100	99.5
100 k	10	10

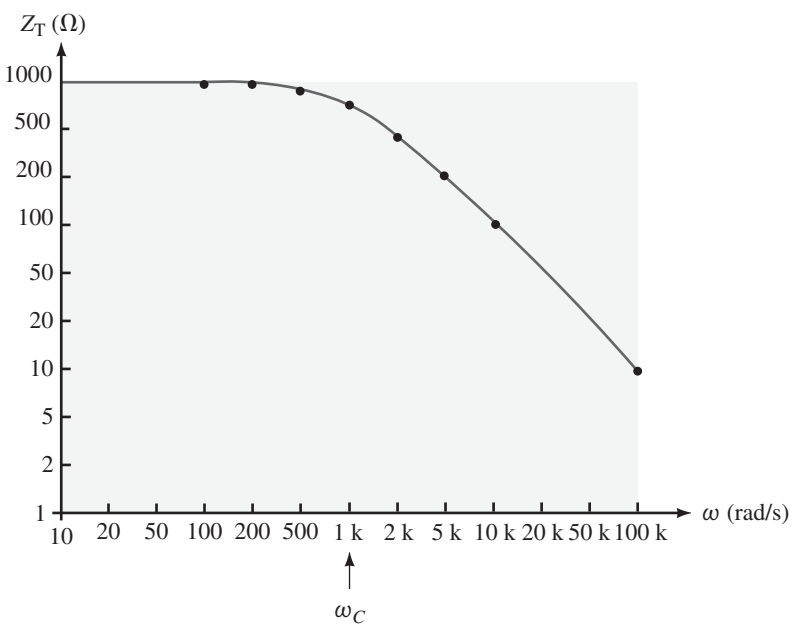


FIGURA 18-56 Impedancia frente a la frecuencia angular para la red de la figura 18-55.

Los resultados indican que en cd ($f = 0$ Hz) el capacitor, que se comporta como un circuito abierto, resulta en una impedancia de circuito de $R = 1$ kΩ. Conforme la frecuencia se incrementa, la reactancia del capacitor se aproxima a 0 Ω, lo que resulta en una correspondiente disminución en la impedancia del circuito.

Circuitos *RL*

Los circuitos *RL* se analizan de una manera similar al análisis de los circuitos *RC*. Considere el circuito *RL* en paralelo de la figura 18-57.

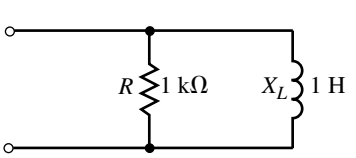


FIGURA 18-57

La impedancia total del circuito en paralelo se encuentra como sigue:

$$\mathbf{Z}_{\mathrm{T}} = \frac{\mathbf{Z}_R \mathbf{Z}_L}{\mathbf{Z}_R + \mathbf{Z}_L} = \frac{R(j\omega L)}{R + j\omega L}$$

$$\mathbf{Z}_{\mathrm{T}} = \frac{j\omega L}{1 + j\omega \dfrac{L}{R}} \qquad \textbf{(18-25)}$$

Si se define la *frecuencia de corte* o *de esquina* para un circuito *RL* como

$$\omega_c = \frac{R}{L} = \frac{1}{\tau} \quad \text{(rad/s)} \qquad \textbf{(18-26)}$$

o de manera equivalente como

$$f_c = \frac{R}{2\pi L} \quad \text{(Hz)} \qquad \textbf{(18-27)}$$

entonces varios puntos importantes se vuelven evidentes.

Para $\omega \leq \omega_c/10$ (o $f \leq f_c/10$) la ecuación 18-25 puede expresarse como

$$\mathbf{Z}_{\mathrm{T}} \simeq \frac{j\omega L}{1 + j0} = j\omega L$$

El resultado anterior indica que a bajas frecuencias el inductor tiene una reactancia muy pequeña, lo que resulta en una impedancia total que es en esencia igual a la reactancia inductiva.

Para $\omega \geq 10\omega_c$, la expresión de (18-25) se simplifica en

$$\mathbf{Z}_{\mathrm{T}} \simeq \frac{j\omega L}{0 + j\omega \dfrac{L}{R}} = R$$

Los resultados anteriores indican que a altas frecuencias la impedancia del circuito es en esencia igual a la resistencia, debido a la muy alta impedancia del inductor.

Al evaluar la impedancia a varias frecuencias angulares, se obtienen los resultados de la tabla 18-3.

TABLA 18-3

Frecuencia angular, ω (rad/s)	X_L (Ω)	Z_{T} (Ω)
0	0	0
1	1	1
10	10	10
100	100	99.5
200	200	196
500	500	447
1 k	1 k	707
2 k	2 k	894
5 k	5 k	981
10 k	10 k	995
100 k	100 k	1000

Cuando la magnitud de la impedancia $\mathbf{Z}_{\mathrm{T}}$ se grafica como una función de la frecuencia angular ω, se obtiene la gráfica de la figura 18-58.

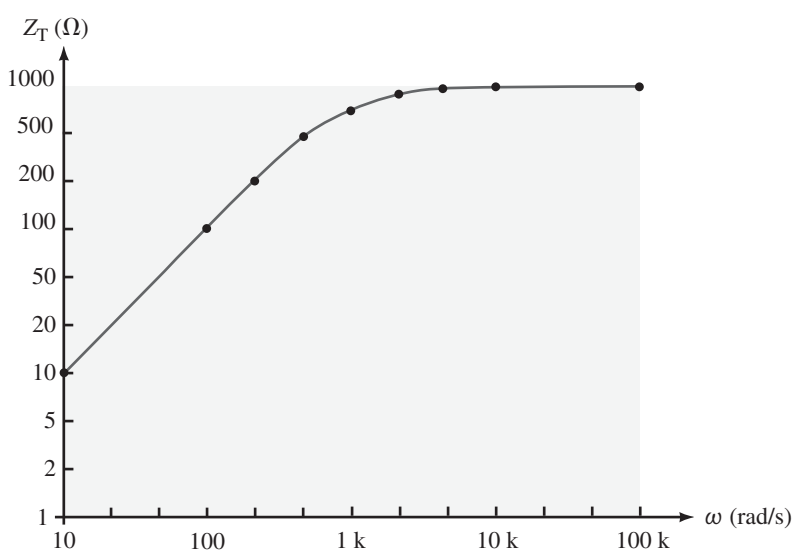


FIGURA 18-58 Impedancia frente a la frecuencia angular para la red de la figura 18-57.

Circuitos *RLC*

Cuando numerosos componentes capacitivos e inductivos se combinan con resistores en circuitos serie-paralelo, la impedancia total $\mathbf{Z}_T$ del circuito puede subir y bajar varias veces dentro del intervalo completo de frecuencias. El análisis de tales circuitos complejos está fuera del alcance de este libro. Sin embargo, para fines ilustrativos se examina el circuito *RLC* en serie simple de la figura 18-59.

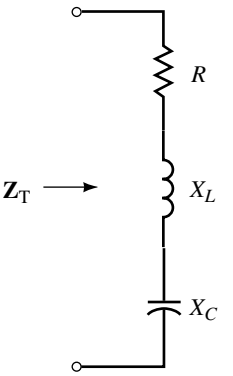


FIGURA 18-59

La impedancia $\mathbf{Z}_T$ a cualquier frecuencia será determinada como

$$\mathbf{Z}_T = R + jX_L - jX_C$$
$$= R + j(X_L - X_C)$$

A muy bajas frecuencias, el inductor aparecerá como una impedancia muy baja (efectivamente un cortocircuito), mientras que el capacitor aparecerá como una muy alta impedancia (efectivamente un circuito abierto). Ya que la reactancia capacitiva será mucho mayor que la reactancia inductiva, el circuito tendrá una reactancia capacitiva muy grande. Esto resulta en una impedancia de circuito muy alta, $\mathbf{Z}_T$.

Conforme la frecuencia aumenta, la reactancia inductiva se incrementa, en tanto que la reactancia capacitiva disminuye. En alguna frecuencia f_0, el inductor y el capacitor tendrán la misma magnitud de reactancia. A esta frecuencia, las reactancias se cancelan, resultando en una impedancia del circuito que es igual al valor de la resistencia.

Al incrementarse la frecuencia aún más, la reactancia inductiva se vuelve más grande que la reactancia capacitiva. El circuito se vuelve inductivo y la magnitud de la impedancia total del circuito de nuevo se eleva. La figura 18-60 muestra cómo la impedancia de un circuito *RLC* en serie varía con la frecuencia.

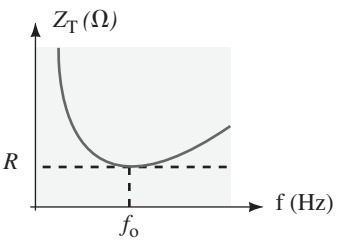


FIGURA 18-60

El análisis completo del circuito *RLC* en serie y el circuito *RLC* en paralelo se deja aquí hasta que se examine el principio de resonancia en un capítulo posterior.

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 4

(Las respuestas están al final del capítulo)

1. Para una red en serie que consiste de un resistor y un capacitor, ¿cual será la impedancia de la red a una frecuencia de 0 Hz (cd)? ¿Cuál será la impedancia de la red conforme la frecuencia se aproxime a infinito?
2. Para una red en paralelo que consiste de un resistor y un inductor, ¿cuál será la impedancia de la red a una frecuencia de 0 Hz (cd)? ¿Cuál será la impedancia de la red conforme la frecuencia se aproxime a infinito?

PROBLEMAS PRÁCTICOS 9

Dada la red *RC* en serie de la figura 18-61, calcule la frecuencia de corte en hertz y en radianes por segundo. Grafique la respuesta en frecuencia de $\mathbf{Z}_T$ (magnitud) frente a la frecuencia angular ω de la red. Muestre la magnitud de $\mathbf{Z}_T$ a $\omega_c/10$, ω_c y $10\omega_c$.

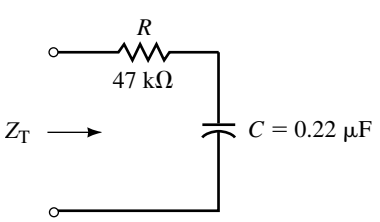


FIGURA 18-61

Respuestas

$\omega_c = 96.7$ rad/s, $f_c = 15.4$ Hz

En 0.1 ω_c: $Z_T = 472\ k\Omega$, En ω_c: $Z_T = 66.5\ k\Omega$, En 10 ω_c: $Z_T = 47.2\ k\Omega$

18-8 Aplicaciones

Como se ha visto, se puede determinar la impedancia de cualquier circuito de ca como un vector $\mathbf{Z} = R \pm jX$. Esto significa que cualquier circuito de ca puede ahora simplificarse como un circuito en serie que tiene una resistencia y una reactancia, como se muestra en la figura 18-62.

De manera adicional, un circuito de ca se puede representar como un circuito en paralelo equivalente que consiste de un solo resistor y una sola reactancia, como se muestra en la figura 18-63. *Cualquier circuito equivalente será válido sólo a la frecuencia de operación dada.*

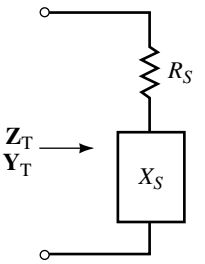


FIGURA 18-62

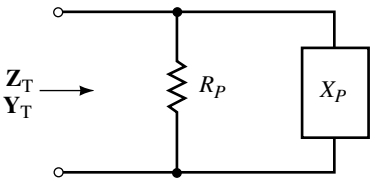


FIGURA 18-63

Ahora se examinará la técnica que se usa para convertir cualquier impedancia en serie en su equivalente en paralelo. Suponga que los dos circuitos de las figuras 18-62 y 18-63 son exactamente equivalentes a alguna frecuencia. Estos circuitos son equivalentes sólo si ambos tienen la misma impedancia total $\mathbf{Z}_T$, y la misma admitancia total, $\mathbf{Y}_T$.

A partir del circuito de la figura 18-62, la impedancia total es

$$\mathbf{Z}_T = R_S \pm jX_S$$

Por tanto, la admitancia total del circuito es

$$\mathbf{Y}_T = \frac{1}{\mathbf{Z}_T} = \frac{1}{R_S \pm jX_S}$$

Al multiplicar el numerador y el denominador por el complejo conjugado, se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_T &= \frac{R_S \mp jX_S}{(R_S \pm jX_S)(R_S \mp jX_S)} \\ &= \frac{R_S \mp jX_S}{R_S^2 + X_S^2} \\ \mathbf{Y}_T &= \frac{R_S}{R_S^2 + X_S^2} \mp j\frac{X_S}{R_S^2 + X_S^2} \end{aligned} \qquad \textbf{(18-28)}$$

Ahora, a partir del circuito de la figura 18-63, la admitancia total del circuito en paralelo se encuentra a partir de la combinación en paralelo de R_P y X_P como

$$\mathbf{Y}_T = \frac{1}{R_P} + \frac{1}{\pm jX_P}$$

lo cual da

$$\mathbf{Y}_T = \frac{1}{R_P} \mp j\frac{1}{X_P} \qquad \textbf{(18-29)}$$

Dos vectores son iguales sólo si los componentes reales son iguales y los componentes imaginarios también lo son. Por tanto, los circuitos de las figuras 18-62 y 18-63 son equivalentes sólo si se cumplen las siguientes condiciones:

$$R_P = \frac{R_S^2 + X_S^2}{R_S} \qquad \textbf{(18-30)}$$

y

$$X_P = \frac{R_S^2 + X_S^2}{X_S} \qquad \textbf{(18-31)}$$

De manera similar, se tiene la siguiente conversión de un circuito en paralelo en un circuito en serie equivalente:

$$R_S = \frac{R_P X_P^2}{R_P^2 + X_P^2} \qquad \textbf{(18-32)}$$

y

$$X_S = \frac{R_P^2 X_P}{R_P^2 + X_P^2} \qquad \textbf{(18-33)}$$

EJEMPLO 18-19

Un circuito tiene una impedancia total de $\mathbf{Z}_T = 10\ \Omega + j50\ \Omega$. Dibuje los circuitos en serie y en paralelo equivalentes.

Solución El circuito en serie será uno inductivo que tenga $R_S = 10\ \Omega$ y $X_{LS} = 50\ \Omega$.

El circuito en paralelo equivalente también será uno inductivo que tenga los siguientes valores:

$$R_P = \frac{(10\ \Omega)^2 + (50\ \Omega)^2}{10\ \Omega} = 260\ \Omega$$

$$X_{LP} = \frac{(10\ \Omega)^2 + (50\ \Omega)^2}{50\ \Omega} = 52\ \Omega$$

Los circuitos en serie y en paralelo equivalentes se muestran en la figura 18-64.

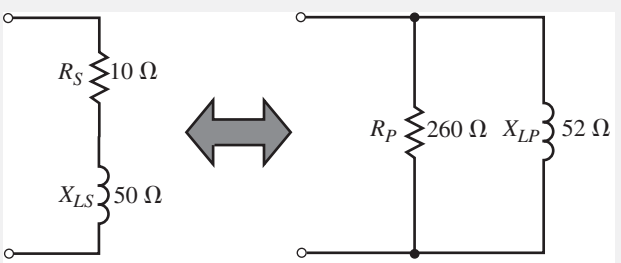


FIGURA 18–64

EJEMPLO 18-20

Un circuito tiene una admitancia total de $\mathbf{Y}_T = 0.559\ \text{mS}\angle 63.43°$. Dibuje los circuitos en serie y en paralelo equivalentes.

Solución Debido a que la admitancia está escrita en forma polar, primero se convierte a forma rectangular.

$$G_P = (0.559\ \text{mS})\cos 63.43° = 0.250\ \text{mS} \quad \Leftrightarrow \quad R_P = 4.0\ \text{k}\Omega$$

$$B_{CP} = (0.559\ \text{mS})\ \text{sen}\ 63.43° = 0.500\ \text{mS} \quad \Leftrightarrow \quad X_{CP} = 2.0\ \text{k}\Omega$$

El circuito en serie equivalente se encuentra como

$$R_S = \frac{(4\ \text{k}\Omega)(2\ \text{k}\Omega)^2}{(4\ \text{k}\Omega)^2 + (2\ \text{k}\Omega)^2} = 0.8\ \text{k}\Omega$$

y

$$X_{CS} = \frac{(4\ \text{k}\Omega)^2(2\ \text{k}\Omega)}{(4\ \text{k}\Omega)^2 + (2\ \text{k}\Omega)^2} = 1.6\ \text{k}\Omega$$

Los circuitos equivalentes se muestran en la figura 18-65.

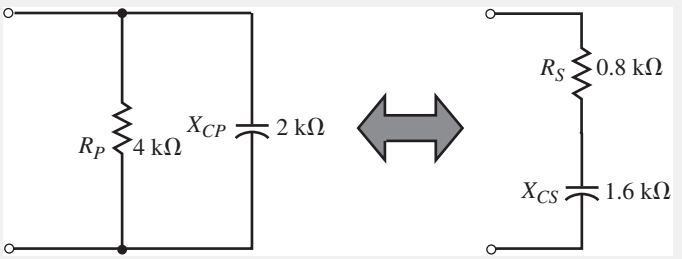


FIGURA 18-65

EJEMPLO 18-21

Con relación al circuito de la figura 18-66,

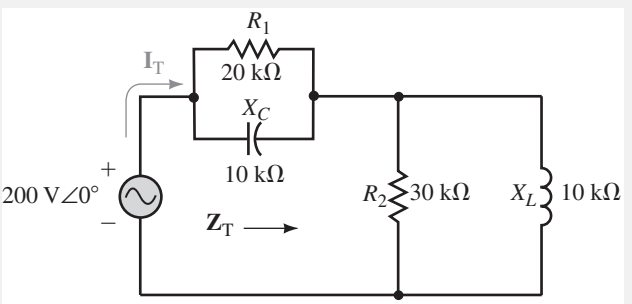


FIGURA 18-66

a. Encuentre $\mathbf{Z}_T$.

b. Dibuje el circuito en serie equivalente.

c. Determine $\mathbf{I}_T$.

Solución

a. El circuito consiste en dos redes en paralelo en serie. Se aplican las ecuaciones 18-32 y 18-33 para obtener los elementos en serie equivalentes para cada una de las redes en paralelo como sigue:

$$R_{S_1} = \frac{(20\ \text{k}\Omega)(10\ \text{k}\Omega)^2}{(20\ \text{k}\Omega)^2 + (10\ \text{k}\Omega)^2} = 4\ \text{k}\Omega$$

$$X_{CS} = \frac{(20\ \text{k}\Omega)^2(10\ \text{k}\Omega)}{(20\ \text{k}\Omega)^2 + (10\ \text{k}\Omega)^2} = 8\ \text{k}\Omega$$

y

$$R_{S_2} = \frac{(30\ \text{k}\Omega)(10\ \text{k}\Omega)^2}{(30\ \text{k}\Omega)^2 + (10\ \text{k}\Omega)^2} = 3\ \text{k}\Omega$$

$$X_{LS} = \frac{(30\ \text{k}\Omega)^2(10\ \text{k}\Omega)}{(30\ \text{k}\Omega)^2 + (10\ \text{k}\Omega)^2} = 9\ \text{k}\Omega$$

Los circuitos equivalentes se muestran en la figura 18-67.

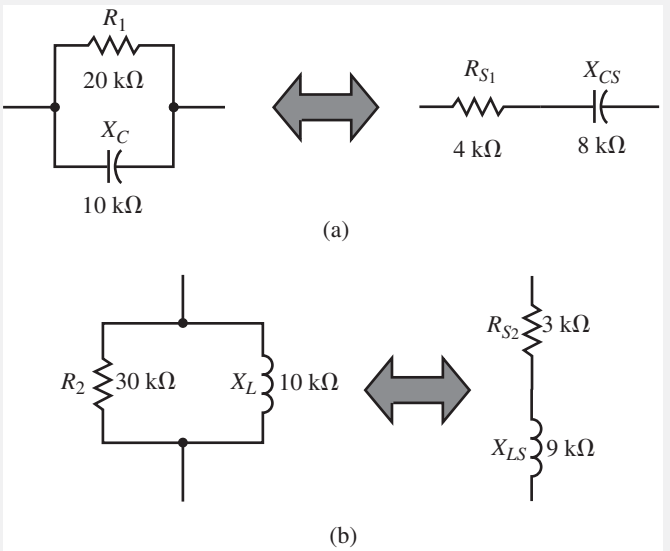


FIGURA 18-67

Se encuentra que la impedancia total del circuito es

$$\mathbf{Z}_T = (4\ \text{k}\Omega - j8\ \text{k}\Omega) + (3\ \text{k}\Omega + j9\ \text{k}\Omega) = 7\ \text{k}\Omega + j1\ \text{k}\Omega = 7.071\ \text{k}\Omega\angle 8.13°$$

b. La figura 18-68 muestra el circuito en serie equivalente.

c. $\mathbf{I}_T = \dfrac{200\ \text{V}\angle 0°}{7.071\ \text{k}\Omega\angle 8.13°} = 28.3\ \text{mA}\angle -8.13°$

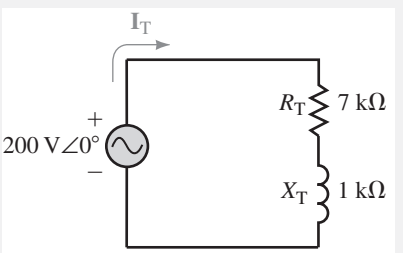


FIGURA 18-68

Un inductor de 10 mH tiene una resistencia en serie de 5 Ω.

a. Determine el equivalente en paralelo del inductor a una frecuencia de 1 kHz. Dibuje el equivalente y muestre los valores de L_P (en henries) y R_p.

b. Determine el equivalente en paralelo del inductor a una frecuencia de 1 MHz. Dibuje el equivalente y muestre los valores de L_P (en henries) y R_p.

c. Si la frecuencia se incrementara aún más, diga qué pasaría con los valores de L_P y R_p.

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 5

(Las respuestas están al final del capítulo)

Una red tiene una impedancia de $\mathbf{Z}_T = 50\ \text{k}\Omega\angle 75°$ a una frecuencia de 5 kHz.

a. Determine el circuito en serie equivalente más simple (L y R).

b. Determine el circuito en paralelo equivalente más simple.

Respuestas

a. $R_S = 12.9\ \text{k}\Omega$, $L_S = 1.54\ \text{H}$

b. $R_P = 193\ \text{k}\Omega$, $L_P = 1.65\ \text{H}$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 10

Multisim

En esta sección se usará Multisim para simular cómo se hacen las mediciones de ca sinusoidal con un osciloscopio. Las "mediciones" se interpretan después para verificar la operación de los circuitos de ca. Se usarán algunas de las características de despliegue del programa de cómputo para simplificar el trabajo. El siguiente ejemplo proporciona una guía en cada paso del procedimiento.

18-9 Análisis de circuitos por computadora

MULTISIM PSpice

EJEMPLO 18-22

Dado el circuito de la figura 18-69.

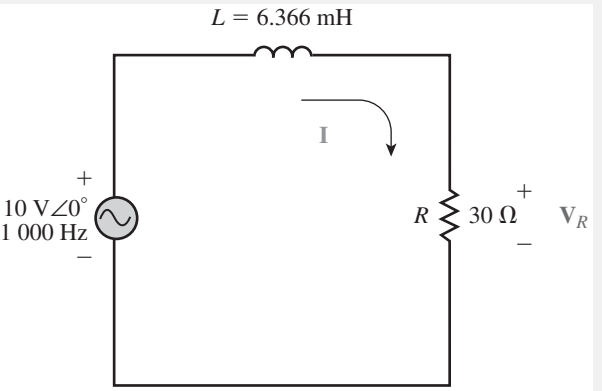


FIGURA 18-69

a. Determine la corriente **I** y el voltaje $\mathbf{V}_R$.

b. Use Multisim para desplegar el voltaje del resistor v_R y el voltaje de la fuente e. Use los resultados para verificar los que se obtuvieron en el inciso (a).

Solución

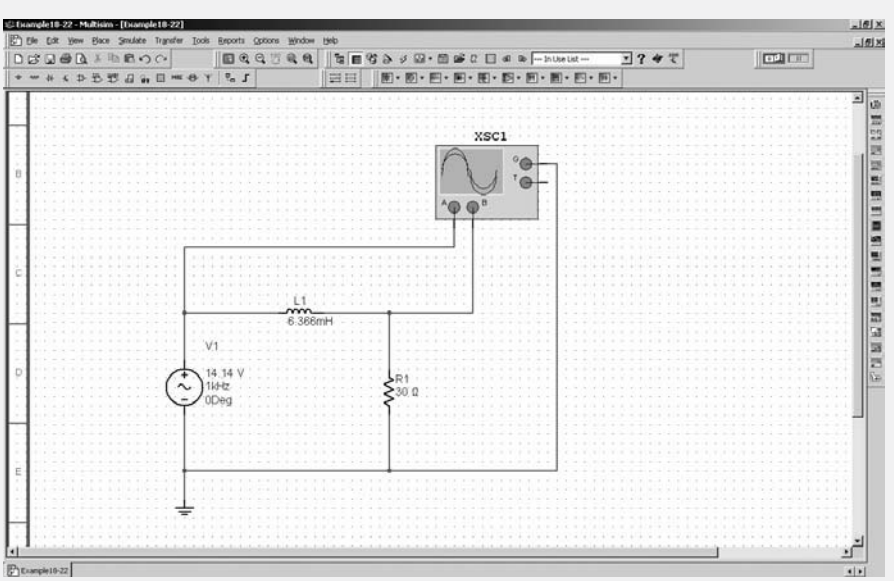
a. $X_L = 2\pi(1\ 000\ \text{Hz})(6.366 \times 10^{-3}\ \text{H}) = 40\ \Omega$

$$\mathbf{Z} = 30\ \Omega + j40\ \Omega = 50\ \Omega\angle 53.13°$$

$$\mathbf{I} = \frac{10\ \text{V}\angle 0°}{50\ \Omega\angle 53.13°} = 0.200\ \text{A}\angle -53.13°$$

$$\mathbf{V}_R = (0.200\ \text{A}\angle -53.13°)(30\ \Omega) = 6.00\ \text{V}\angle -53.13°$$

b. Use el editor de esquema para conectar el circuito que se muestra en la figura 18-70.



MULTISIM

FIGURA 18-70

La fuente de voltaje de ca se obtiene a partir de *Signal Source Family*. Las propiedades de la fuente de voltaje se cambian haciendo doble clic en el símbolo y seleccionando *Value tab.* Cambie los valores como sigue:

Voltaje (Pico):	**14.14 V**
Frecuencia:	**1 kHz**
Fase:	**0 Deg**

Después de hacer doble clic en el osciloscopio (XSC1), cambie la configuración como sigue:

Base de tiempo:	**200μs/Div**
Canal A:	**5V/Div**
Canal B:	**5V/Div**

En este punto, se puede dar clic en la herramienta *Run* y observar un osciloscopio que será muy similar al que se usa en el laboratorio. Sin embargo, se puede afinar el despliegue para proporcionar información que es aún más útil.

Haga clic en el menú y seleccione *Grapher*. Es probable que observe muchos ciclos en la ventana. Para obtener un mejor despliegue, es necesario cambiar algunas de las propiedades.

En la ventana *Grapher View*, haga clic en el menú *Edit* y seleccione *Properties*. haga clic en la pestaña Botón Axis y ajuste el intervalo correspondiente al despliegue de un ciclo ($T = 1.00$ ms). Un intervalo adecuado será de 0.020 a 0.021 s, aunque cualquier otro despliegue de 1 ms será igualmente útil.

Ya que es conveniente medir el ángulo de fase, es necesario presentar en la gráfica una cuadrícula y los cursores. Esto se consigue haciendo clic en las herramientas *Show/Hide Grid* y en *Cursor*. Después de mover los cursores, se puede determinar la relación de fase entre $\mathbf{V}_R$ y $\mathbf{E}$ directamente a partir de la tabla de datos. El despliegue que aparece es similar al que se muestra en la figura 18-71.

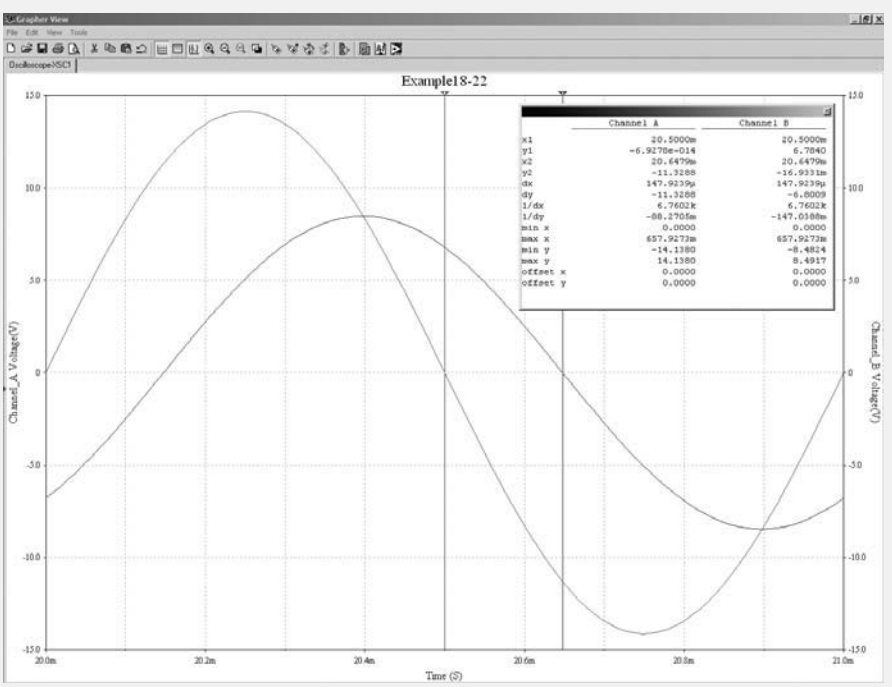


FIGURA 18-71

Después de posicionar los cursores y usar la ventana de despliegue, se tiene la posibilidad de obtener varias mediciones del circuito. El ángulo de fase del voltaje del resistor con respecto al voltaje de la fuente se encuentra usando la diferencia entre los cursores en el eje horizontal, $dx = 147.92\ \mu s$. Ahora se tiene

$$\theta = \frac{147.92\ \mu s}{1\ 000\ \mu s} \times 360^\circ = 53.25^\circ$$

La amplitud del voltaje del resistor es 8.49 V, que corresponde a un valor rms de 6.00 V. Como resultado de la medición se tiene

$$\mathbf{V}_R = 6.00\ \text{V} \angle -53.25^\circ$$

e

$$\mathbf{I} = \frac{6\ \text{V} \angle -53.25^\circ}{30\ \Omega} = 0.200\ \text{A} \angle -53.25^\circ$$

Estos valores corresponden muy cercanamente a los resultados teóricos calculados en el inciso (a) del ejemplo.

PSpice

En el siguiente ejemplo se usará el postprocesador Probe de PSpice para mostrar cómo la impedancia de un circuito *RC* cambia como una función de la frecuencia. La salida de Probe proporcionará un resultado gráfico que es muy similar a la respuesta en frecuencia determinada en las secciones anteriores de este capítulo.

EJEMPLO 18-23

Vea la red de la figura 18-72. Use PSpice para conectar el circuito. Ejecute el postprocesador Probe para proporcionar un despliegue gráfico de la impedancia de la red como una función de la frecuencia desde 50 hasta 500 Hz.

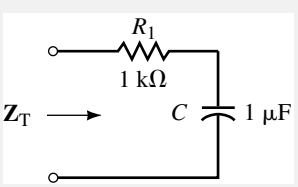


FIGURA 18-72

Solución Ya que PSpice no es capaz de analizar un circuito incompleto, es necesario proporcionar una fuente de voltaje (y tierra) al circuito de la figura 18-72. La impedancia de entrada no depende del voltaje real usado, así que se puede usar cualquier fuente de voltaje de ca. En este ejemplo se selecciona de manera arbitraria un voltaje de 10 V.

- Abra el software CIS Demo.
- Abra un nuevo proyecto y lo nómbrelo Ch 18 PSpice 1. Asegúrese de que el Analog o Mixed Signal Circuit Wizard esté activado.
- Incorpore el circuito como se muestra en la figura 18-73. Simplemente haga clic en el valor del voltaje y cambie su valor a **10V** a partir del valor preestablecido de **1V**. (No debe haber espacios entre la magnitud y las unidades.)
- Haga clic en PSpice, New Simulation Profile y dele un nombre como Ejemplo 18-23 a la nueva simulación. Se abrirá la caja de diálogo Simulation Settings.
- Haga clic en la pestaña Analysis y seleccione *AC Sweep/Noise* como el tipo de análisis. Seleccione General Settings a partir de la caja Options.
- Seleccione el tipo *Linear AC Sweep* (con bastante frecuencia se usan los barridos de frecuencia logarítmica como el de Década). Ingrese los siguientes valores en las cajas de diálogo. Star Frecuency: **50**, End Frequency: **500**, Total Points: **1001**. Haga clic en OK.
- Haga clic en PSpice y luego en Run. El postprocesador *Probe* aparecerá en la pantalla.

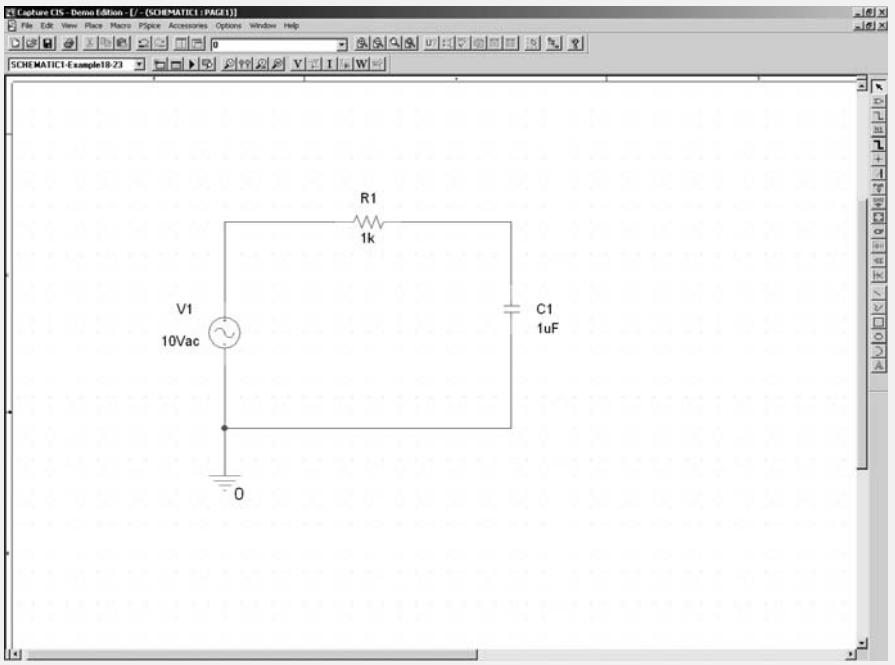


FIGURA 18-73

- Haga clic en *Trace* y *Add Trace*. Simplemente haga clic en los valores apropiados de la lista de variables y use el símbolo de división para obtener la impedancia. Ingrese la siguiente expresión en la caja Trace Expression:

V(R1:1)/I(R1)

Observe que la expresión anterior no es más que la aplicación de la ley de Ohm. La gráfica que resulta se muestra en la figura 18-74.

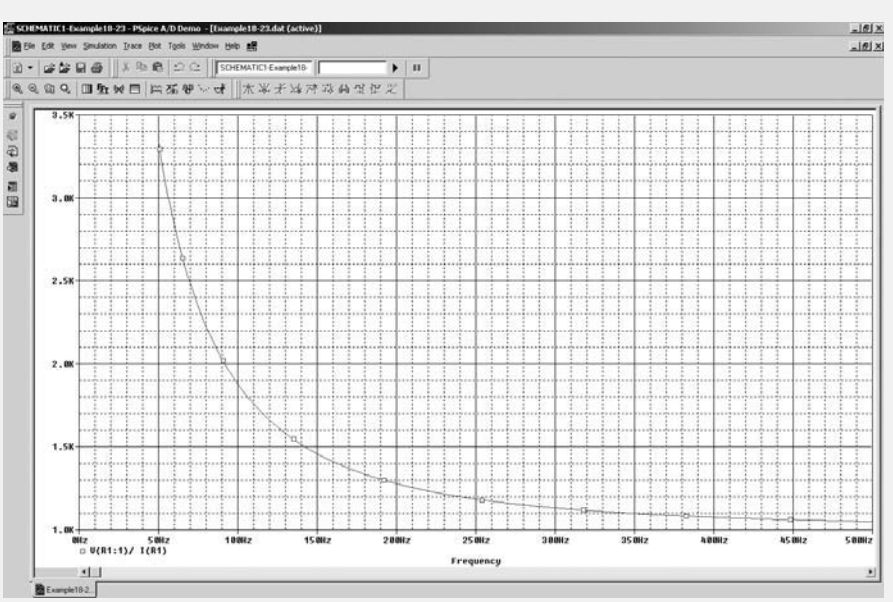
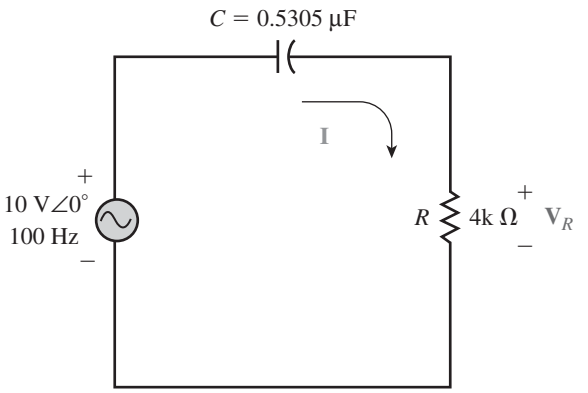


FIGURA 18-74

PROBLEMAS PRÁCTICOS 11

Dado el circuito de la figura 18-75.



MULTISIM

FIGURA 18-75

a. Determine la corriente **I** y el voltaje $\mathbf{V}_R$.
b. Use Multisim para desplegar el voltaje del resistor v_R y el voltaje de la fuente e. Use el resultado para verificar el que se obtuvo en el inciso (a).

Respuestas
a. $\mathbf{I} = 2.00\ \text{mA}\angle 36.87°$, $\mathbf{V}_R = 8.00\ \text{V}\angle 36.87°$
b. $v_R = 11.3\ \text{sen}(\omega t + 36.87°)$, $e = 14.1\ \text{sen}\ \omega t$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 12

Use PSpice para conectar el circuito de la figura 18-55. Use el postprocesador *Probe* para obtener un despliegue gráfico de la impedancia de la red como una función de la frecuencia desde 100 hasta 2000 Hz.

PSpice

PUESTA EN PRÁCTICA

Usted está trabajando en una pequeña planta industrial donde varios pequeños motores se alimentan mediante el voltaje de línea 60 Hz de ca a 120 Vac. Su supervisor le dice que uno de los motores de 2 Hp que fue recientemente instalado demanda demasiada corriente cuando el motor está a plena carga. Usted toma una lectura de corriente y encuentra que es de 14.4 A. Después de hacer algunos cálculos, determina que aun cuando el motor está a plena carga, no debería requerir esa corriente.

Sin embargo, se le ocurre una idea. Recuerda que el motor puede representarse mediante un resistor en serie con un inductor. Si puede reducir el efecto de la reactancia inductiva del motor colocando un capacitor en las terminales del mismo, será capaz de reducir la corriente, ya que la reactancia capacitiva cancelará la reactancia inductiva.

Mientras el motor está en carga, coloca el capacitor en el circuito. Como sospechaba, la corriente baja. Después de usar diferentes valores, observa que la corriente va a un mínimo de 12.4 A. Es este valor el que ha determinado para que las impedancias reactivas estén exactamente balanceadas. Dibuje el circuito completo y determine el valor de la capacitancia que se agregó al circuito. Use la información para determinar el valor de la inductancia del motor. (Suponga que el motor tiene una eficiencia de 100%.)

PROBLEMAS

18-1 Ley de Ohm para circuitos de ca

1. Para el resistor que se muestra en la figura 18-76:
   a. Encuentre la corriente sinusoidal i mediante fasores.
   b. Dibuje las formas de onda sinusoidales de v e i.
   c. Dibuje el diagrama fasorial de **V** e **I**.
2. Repita el problema 1 para el resistor de la figura 18-77.
3. Repita el problema 1 para el resistor de la figura 18-78.
4. Repita el problema 1 para el resistor de la figura 18-79.

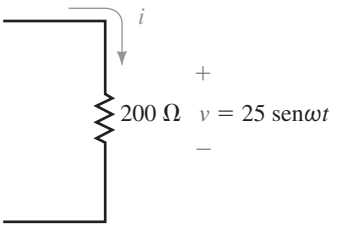


FIGURA 18-76

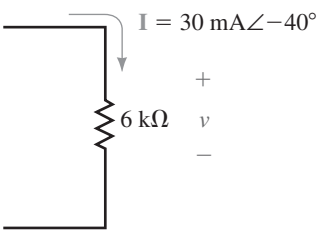


FIGURA 18-77

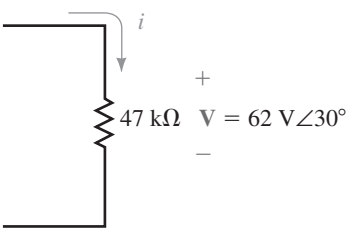


FIGURA 18-78

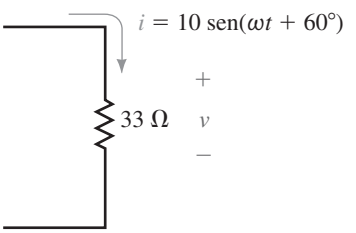


FIGURA 18-79

5. Para el componente que se muestra en la figura 18-80:
   a. Encuentre el voltaje sinusoidal v mediante fasores.
   b. Dibuje las formas de onda sinusoidales de v e i.
   c. Dibuje el diagrama fasorial para **V** e **I**.
6. Para el componente mostrado en la figura 18-81:
   a. Encuentre la corriente sinusoidal i mediante fasores.
   b. Dibuje las formas de onda sinusoidales para v e i.
   c. Dibuje el diagrama fasorial para **V** e **I**.
7. Para el componente que se muestra en la figura 18-82:
   a. Encuentre el voltaje sinusoidal v mediante fasores.
   b. Dibuje las formas de onda sinusoidales para v e i.
   c. Dibuje el diagrama fasorial para **V** e **I**.
8. Para el componente que se muestra en la figura 18-83:
   a. Encuentre la corriente sinusoidal i mediante fasores.
   b. Dibuje las formas de onda sinusoidales de v e i.
   c. Dibuje el diagrama fasorial para **V** e **I**.

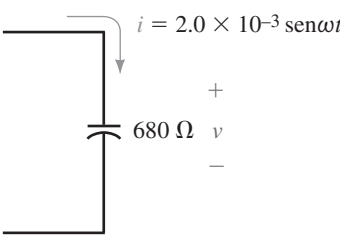


FIGURA 18-80

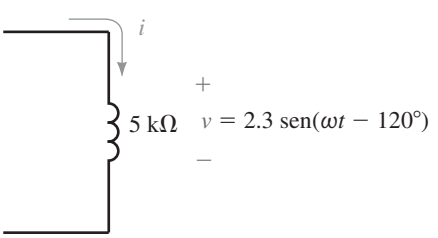


FIGURA 18-81

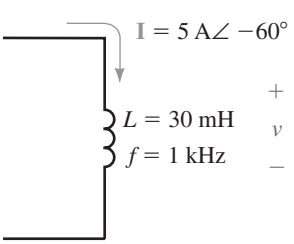


FIGURA 18-82

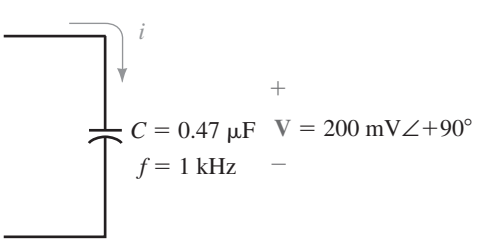


FIGURA 18-83

9. Para el componente que se muestra en la figura 18-84:
   a. Encuentre el voltaje sinusoidal v mediante fasores.
   b. Dibuje las formas de onda sinusoidales para v e i.
   c. Dibuje el diagrama fasorial para **V** e **I**.
10. Repita el problema 5 para el componente que se muestra en la figura 18-85.

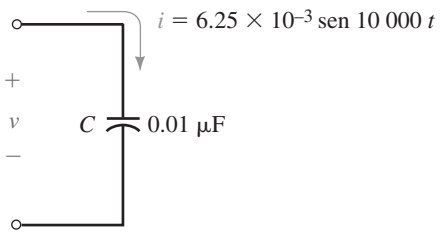


FIGURA 18-84

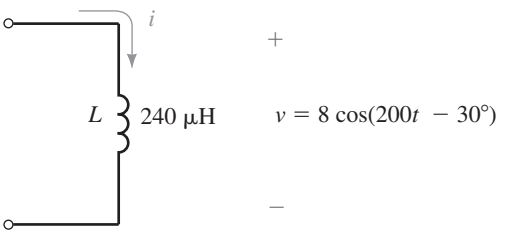


FIGURA 18-85

11. Repita el problema 5 para el componente que se muestra en la figura 18-86.
12. Repita el problema 5 para el componente que se muestra en la figura 18-87.

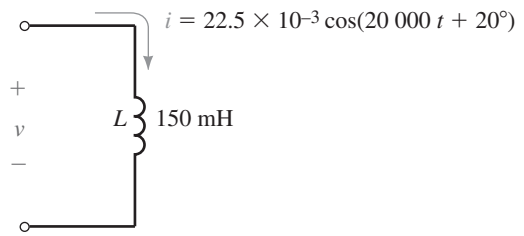


FIGURA 18-86

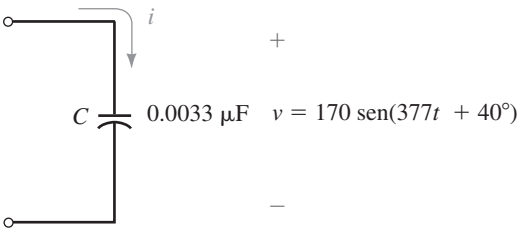
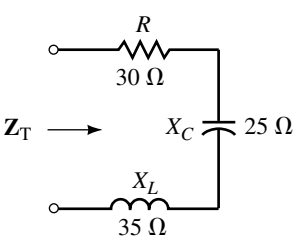


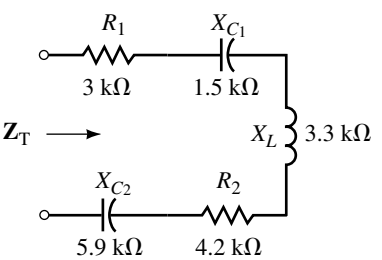
FIGURA 18-87

18-2 Circuitos en serie de ca

13. Encuentre la impedancia total para cada una de las redes que se muestran en la figura 18-88.
14. Repita el problema 13 para cada una de las redes de la figura 18-89.

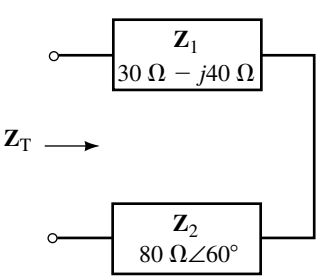


(a)

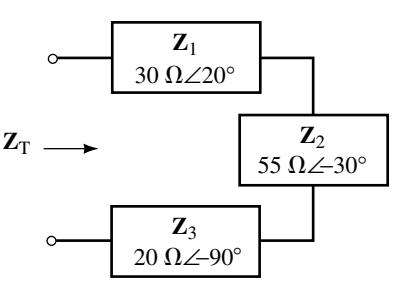


(b)

FIGURA 18-88



(a)



(b)

FIGURA 18-89

15. Vea la red de la figura 18-90.
    a. Determine la impedancia en serie de **Z** que resultará en la impedancia total dada, $\mathbf{Z}_T$. Exprese su respuesta en forma rectangular y polar.
    b. Dibuje un diagrama de impedancia que incluya $\mathbf{Z}_T$ y **Z**.
16. Repita el problema 15 para la red de la figura 18-91.
17. Un circuito que consiste de dos elementos tiene una impedancia total de $\mathbf{Z}_T = 2\ \text{k}\Omega\angle 15°$ a una frecuencia de 18 kHz. Determine los valores en ohms, henries o farads de los elementos desconocidos.
18. Una red tiene una impedancia total de $\mathbf{Z}_T = 24.0\ \text{k}\Omega\angle -30°$ a una frecuencia de 2 kHz. Si la red contiene dos elementos en serie, determine los valores en ohms, henries o farads de los elementos desconocidos.
19. Dado que la red de la figura 18-92 opera a una frecuencia de 1 kHz, ¿qué componentes en serie R y L (en henries) o C (en farads) deben estar en el bloque indicado para que resulte una impedancia total del circuito de $\mathbf{Z}_T = 50\ \Omega\angle 60°$?

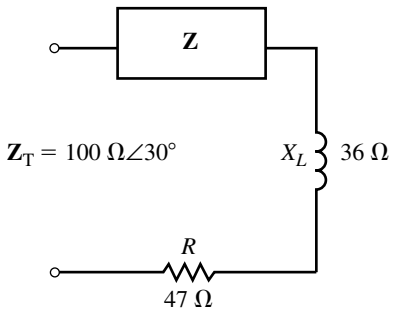


FIGURA 18-90

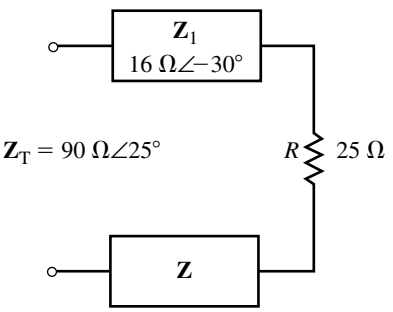


FIGURA 18-91

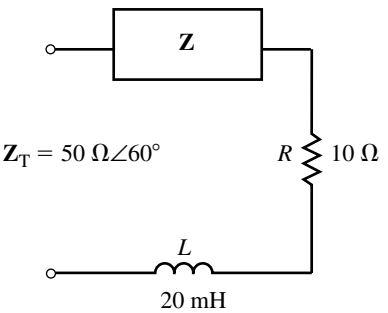


FIGURA 18-92

20. Repita el problema 19 para una frecuencia de 2 kHz.
21. Vea el circuito de la figura 18-93:
    a. Encuentre $\mathbf{Z}_T$, $\mathbf{I}$, $\mathbf{V}_R$, $\mathbf{V}_L$ y $\mathbf{V}_C$.
    b. Dibuje el diagrama fasorial mostrando $\mathbf{I}$, $\mathbf{V}_R$, $\mathbf{V}_L$ y $\mathbf{V}_C$.
    c. Determine la potencia promedio disipada por el resistor.
    d. Calcule la potencia promedio suministrada por la fuente de voltaje. Compare el resultado con el del inciso (c).

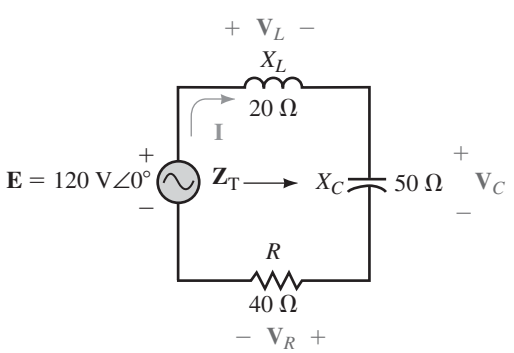


FIGURA 18-93

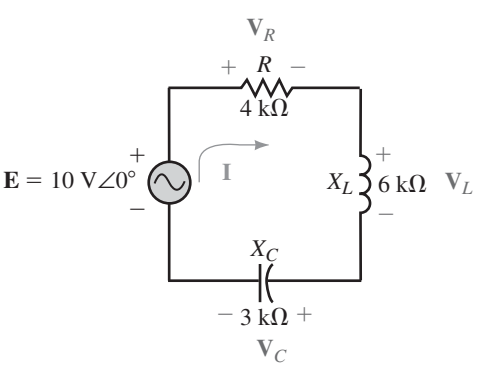


FIGURA 18-94

22. Considere el circuito de la figura 18-94.
    a. Encuentre $\mathbf{Z}_T$, $\mathbf{I}$, $\mathbf{V}_R$, $\mathbf{V}_L$ y $\mathbf{V}_C$.
    b. Dibuje el diagrama fasorial que muestre $\mathbf{I}$, $\mathbf{V}_R$, $\mathbf{V}_L$ y $\mathbf{V}_C$.

c. Escriba la expresión sinusoidal para la corriente i y los voltajes e, v_R, v_C y v_L.
d. Dibuje la corriente y los voltajes sinusoidales que encontró en (c).
e. Determine la potencia promedio disipada por el resistor.
f. Calcule la potencia promedio suministrada por la fuente de voltaje. Compare el resultado con (e).

23. Vea el circuito de la figura 18-95.
a. Determine la impedancia del circuito $\mathbf{Z}_T$.
b. Utilice los fasores para encontrar v_R, v_C y v_L.
c. Dibuje el diagrama fasorial que incluya $\mathbf{I}$, $\mathbf{V}_R$, $\mathbf{V}_L$ y $\mathbf{V}_C$.
d. Dibuje las expresiones sinusoidales para la corriente y los voltajes que encontró en el inciso (b).
e. Determine la potencia promedio disipada por el resistor.
f. Calcule la potencia promedio suministrada por la fuente de voltaje. Compare los resultados con los que obtuvo en el inciso (e).

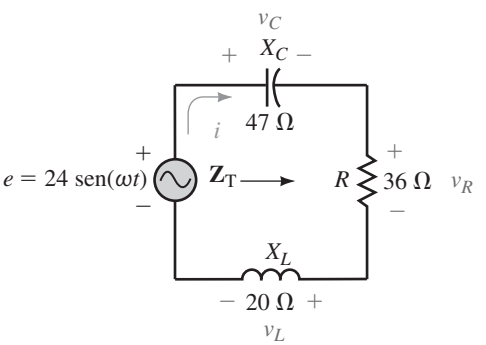


FIGURA 18-95

24. Vea el circuito de la figura 18-96.
a. Determine el valor de la reactancia del capacitor X_C, que se necesita para que el resistor en el circuito pueda disipar una potencia de 200 mW.
b. Utilice el valor de X_C del inciso (a) para determinar la expresión sinusoidal para la corriente i en el circuito.

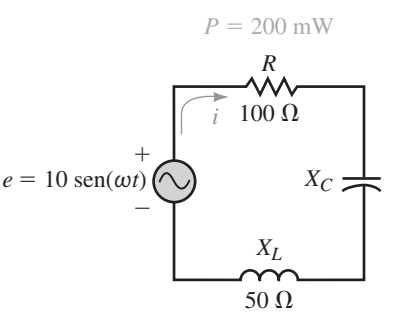


FIGURA 18-96

18-3 Ley de voltaje de Kirchhoff y la regla del divisor de voltaje

25. a. Suponga que un voltaje de 10 V$\angle 0°$ se aplica en la red de la figura 18-88(a). Utilice la regla del divisor de voltaje para encontrar el voltaje que aparece en cada elemento.
b. Verifique la ley de voltaje de Kirchhoff para la red.

26. a. Suponga que un voltaje de 240 V∠30° se aplica en la red de la figura 18-89(a). Use la regla del divisor de voltaje para encontrar el voltaje que aparece en cada impedancia.

    b. Verifique la ley de voltaje de Kirchhoff para cada red.

27. Dado el circuito de la figura 18-97:

    a. Encuentre los voltajes $\mathbf{V}_C$ y $\mathbf{V}_L$.

    b. Determine el valor de R.

28. Vea el circuito de la figura 18-98.

    a. Encuentre los voltajes$\mathbf{V}_R$ y $\mathbf{V}_L$.

    b. Determine el valor de X_C.

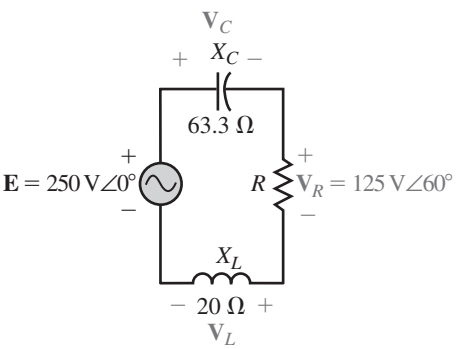


FIGURA 18-97

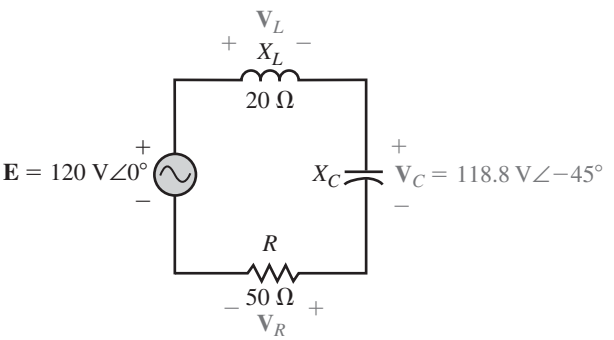


FIGURA 18-98

29. Vea el circuito de la figura 18-99:

    a. Encuentre el voltaje en X_C.

    b. Utilice la ley de voltaje de Kirchhoff para encontrar el voltaje en la impedancia desconocida.

    c. Calcule el valor de la impedancia desconocida **Z**.

    d. Determine la potencia promedio disipada por el circuito.

30. Si el circuito de la figura 18-100 tiene una corriente con una magnitud de 2.0 A y disipa una potencia total de 500 W:

    a. Calcule el valor de la impedancia desconocida **Z**. (Sugerencia: hay dos soluciones posibles.)

    b. Calcule el ángulo de fase θ de la corriente **I**.

    c. Encuentre los voltajes $\mathbf{V}_R$, $\mathbf{V}_L$ y $\mathbf{V}_Z$.

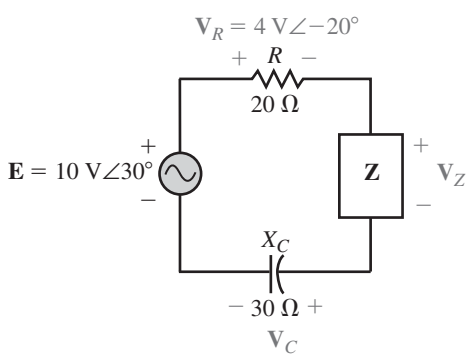


FIGURA 18-99

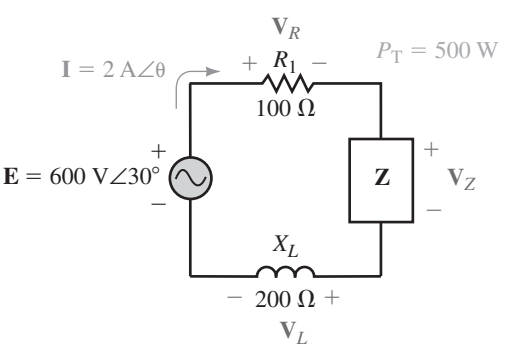


FIGURA 18-100

18-4 Circuitos en paralelo de ca

31. Determine la impedancia de entrada, $\mathbf{Z}_T$, para cada red de la figura 18-101.
32. Repita el problema 31 para la figura 18-102.

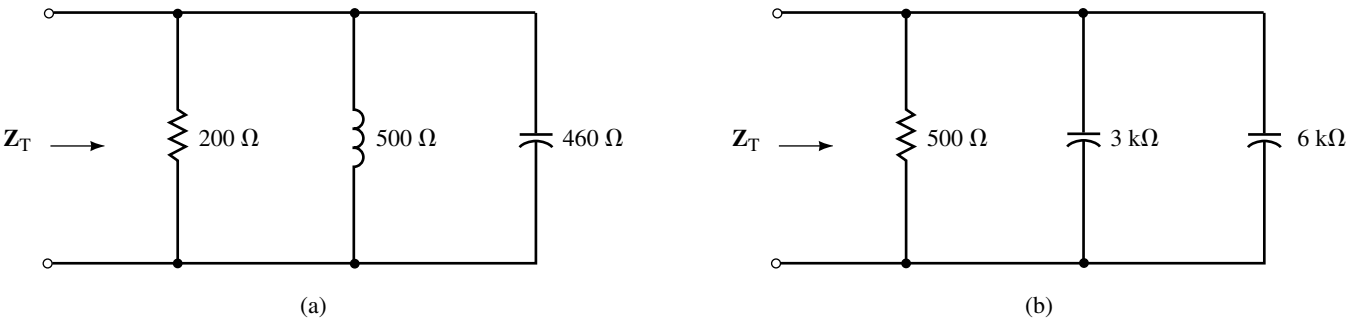


FIGURA 18-101

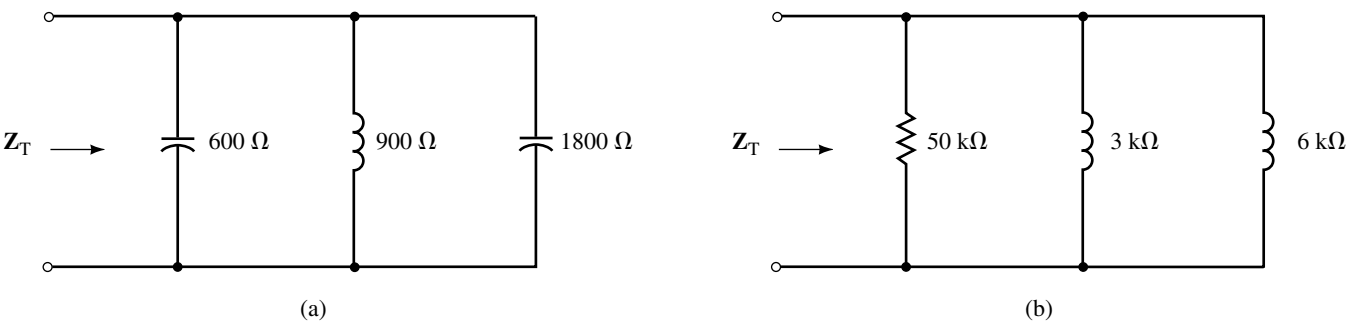


FIGURA 18-102

33. Dado el circuito de la figura 18-103.
    a. Encuentre $\mathbf{Z}_T$, $\mathbf{I}_T$, $\mathbf{I}_1$, $\mathbf{I}_2$ e $\mathbf{I}_3$.
    b. Dibuje el diagrama de admitancia que muestre cada una de las admitancias.
    c. Dibuje el diagrama fasorial en el que se muestre $\mathbf{E}$, $\mathbf{I}_T$, $\mathbf{I}_1$, $\mathbf{I}_2$ e $\mathbf{I}_3$.
    d. Determine la potencia promedio disipada por el resistor.
    e. Encuentre el factor de potencia para el circuito y calcule la potencia promedio suministrada por la fuente de voltaje. Compare la respuesta con el resultado obtenido en el inciso (d).

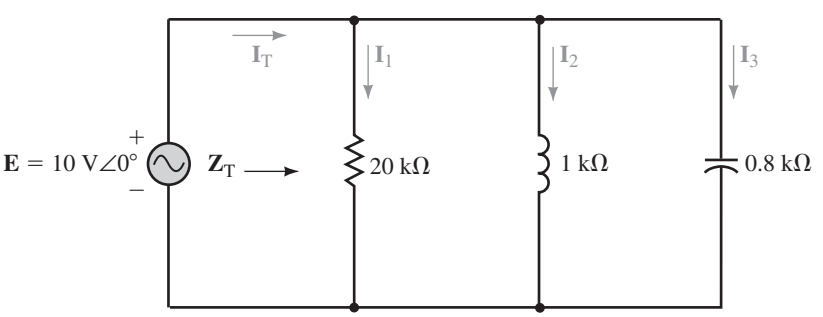


FIGURA 18-103

34. Vea el circuito de la figura 18-104.
    a. Encuentre $\mathbf{Z}_T$, $\mathbf{I}_T$, $\mathbf{I}_1$, $\mathbf{I}_2$ e $\mathbf{I}_3$.
    b. Dibuje el diagrama de admitancia para cada una de las admitancias.
    c. Dibuje el diagrama fasorial que incluya $\mathbf{E}$, $\mathbf{I}_T$, $\mathbf{I}_1$, $\mathbf{I}_2$ e $\mathbf{I}_3$.

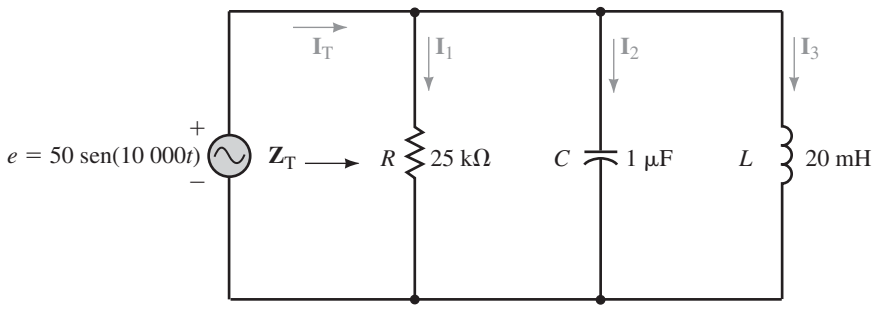


FIGURA 18-104

d. Determine las expresiones para las corrientes sinusoidales i_T, i_1, i_2 e i_3.
e. Dibuje el voltaje e y la corriente i_T sinusoidales.
f. Determine la potencia promedio disipada por el resistor.
g. Encuentre el factor de potencia del circuito y calcule la potencia promedio suministrada por la fuente de voltaje. Compare las respuestas con los resultados obtenidos en el inciso (f).

35. Vea la red de la figura 18-105.
    a. Determine $\mathbf{Z}_T$.
    b. Dada la corriente indicada, utilice la ley de Ohm para encontrar el voltaje, **V**, en la red.
36. Considere la red de la figura 18-106.
    a. Determine $\mathbf{Z}_T$.
    b. Dada la corriente indicada, use la ley de Ohm para encontrar el voltaje, **V**, en la red.
    c. Encuentre $\mathbf{I}_2$ e **I**.

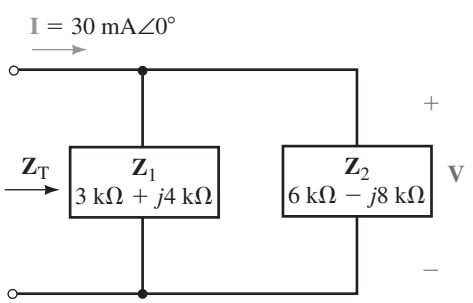


FIGURA 18-105

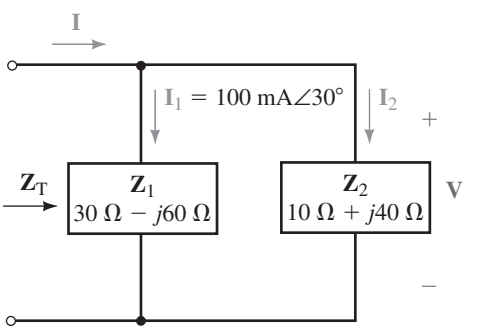


FIGURA 18-106

37. Determine la impedancia, $\mathbf{Z}_2$, que resultará en la impedancia total que se muestra en la figura 18-107.
38. Determine la impedancia, $\mathbf{Z}_2$, que resultará en la impedancia total que se muestra en la figura 18-108.

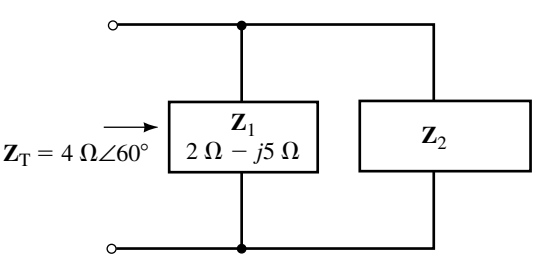


FIGURA 18-107

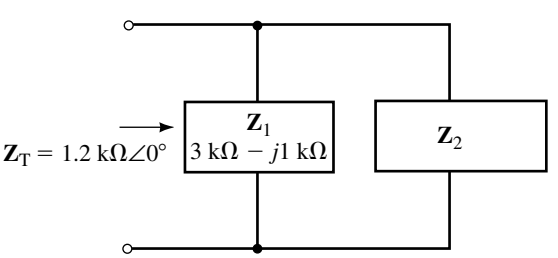


FIGURA 18-108

18-5 Ley de corriente de Kirchhoff y la regla del divisor de corriente

39. Encuentre la corriente en cada elemento de las redes de la figura 18-101, si la corriente aplicada a cada red es de 10 mA$\angle -30°$.
40. Repita el problema 39 para la figura 18-102.
41. Utilice la regla del divisor de corriente para encontrar la corriente en cada uno de los elementos en la figura 18-109. Verifique que se cumple la ley de corriente de Kirchhoff.
42. Dado que $\mathbf{I}_L = 4\ \text{A}\angle 30°$ en el circuito de la figura 18-110, encuentre las corrientes $\mathbf{I}_C$ e $\mathbf{I}_R$. Verifique que la ley de corriente de Kirchhoff se cumple para este circuito.
43. Suponga que el circuito de la figura 18-111 tiene una corriente **I** con una magnitud de 8 A:
    a. Determine la corriente $\mathbf{I}_R$ a través del resistor.
    b. Calcule el valor de la resistencia R.
    c. ¿Cuál es el ángulo de fase de la corriente **I**?

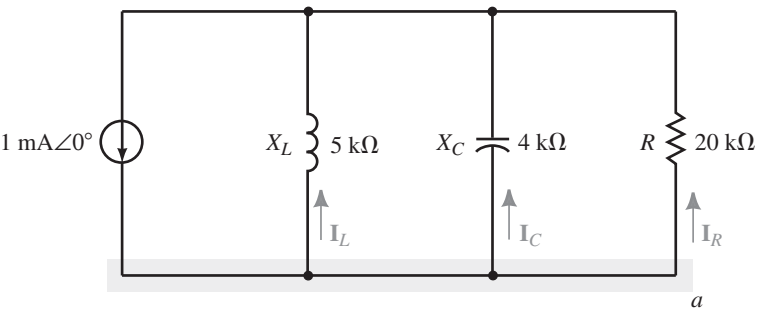


FIGURA 18-109

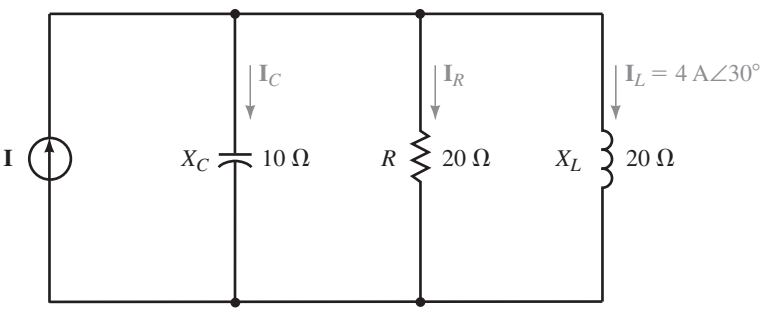


FIGURA 18-110

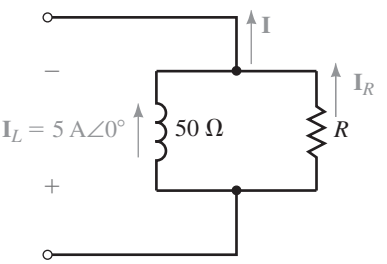


FIGURA 18-111

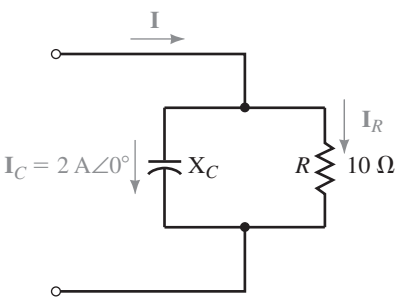


FIGURA 18-112

44. Suponga que el circuito de la figura 18-112 tiene una corriente **I** con una magnitud de 3 A:
    a. Determine la corriente $\mathbf{I}_R$ a través del resistor.
    b. Calcular el valor de la reactancia capacitiva X_C.
    c. ¿Cuál el ángulo de fase de la corriente **I**?

18-6 Circuitos en serie-paralelo

45. Vea el circuito de la figura 18-113.
    a. Encuentre $\mathbf{Z}_T$, $\mathbf{I}_L$, $\mathbf{I}_C$ e $\mathbf{I}_R$.
    b. Dibuje el diagrama fasorial que incluya **E**, $\mathbf{I}_L$, $\mathbf{I}_C$ e $\mathbf{I}_R$.

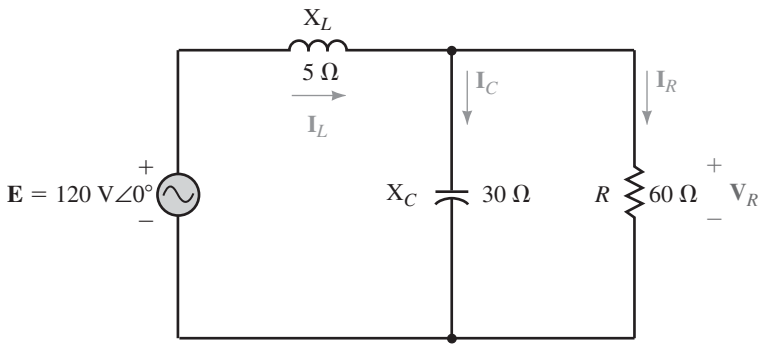


FIGURA 18-113

c. Calcule la potencia promedio disipada por el resistor.

d. Utilice el factor de potencia para calcular la potencia promedio que suministra la fuente de voltaje. Compare la respuesta con los resultados obtenidos en el inciso (c).

46. Vea el circuito de la figura 18-114.

a. Encuentre $\mathbf{Z}_T$, $\mathbf{I}_1$, $\mathbf{I}_2$ e $\mathbf{I}_3$.

b. Dibuje el diagrama fasorial que incluya $\mathbf{E}$, $\mathbf{I}_1$, $\mathbf{I}_2$ e $\mathbf{I}_3$.

c. Calcule la potencia promedio disipada por cada uno de los resistores.

d. Use el factor de potencia del circuito para calcular la potencia promedio suministrada por la fuente de voltaje. Compare las respuestas con los resultados que obtuvo en el inciso (c).

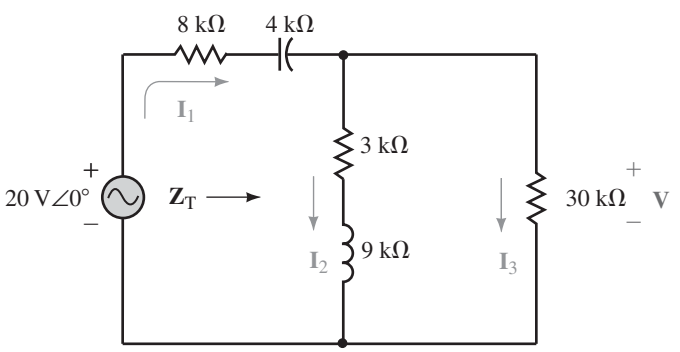


FIGURA 18-114

47. Vea el circuito de la figura 18-115.

a. Encuentre $\mathbf{Z}_T$, $\mathbf{I}_T$, $\mathbf{I}_1$ e $\mathbf{I}_2$.

b. Determine el voltaje $\mathbf{V}_{ab}$.

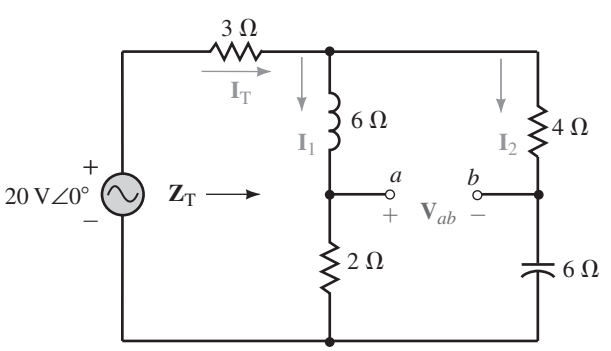


FIGURA 18-115

48. Considere el circuito de la figura 18-116.
    a. Encuentre $\mathbf{Z}_T$, $\mathbf{I}_T$, $\mathbf{I}_1$ e $\mathbf{I}_2$.
    b. Determine el voltaje **V**.

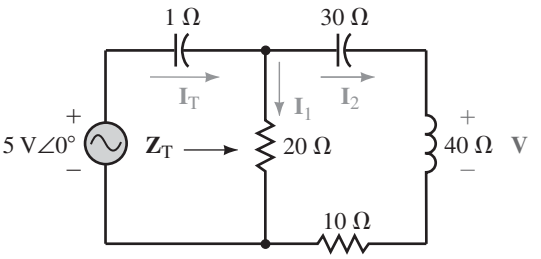


FIGURA 18-116

49. Vea el circuito de la figura 18-117.
    a . Encuentre $\mathbf{Z}_T$, $\mathbf{I}_1$, $\mathbf{I}_2$ e $\mathbf{I}_3$.
    b . Determine el voltaje **V**.

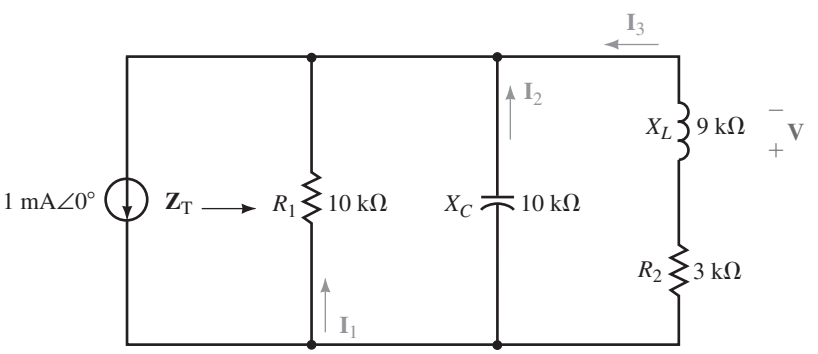


FIGURA 18-117

50. Vea el circuito de la figura 18-118.
    a. Encuentre $\mathbf{Z}_T$, $\mathbf{I}_1$, $\mathbf{I}_2$ e $\mathbf{I}_3$.
    b. Determine el voltaje **V**.

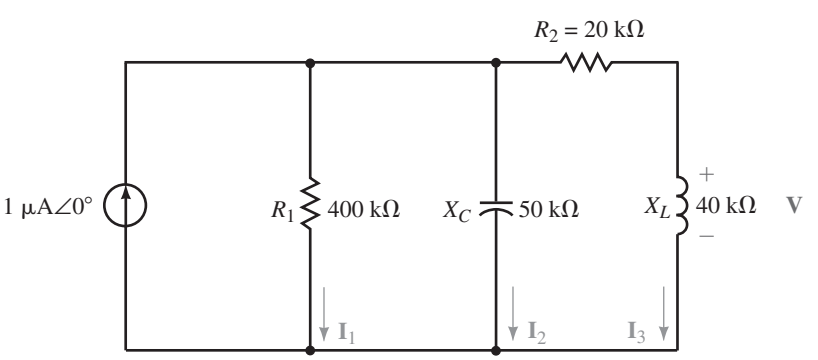


FIGURA 18-118

18.7 Efectos de la frecuencia

51. Un resistor de 50 kΩ se coloca en serie con un capacitor de 0.01 μF. Determine la frecuencia de corte ω_C (en rad/s) y dibuje la respuesta en frecuencia de ($\mathbf{Z}_T$ frente a ω) de la red.
52. Un inductor de 2 mH se coloca en paralelo con un resistor de 2 kΩ. Determine la frecuencia de corte ω_C (en rad/s) y dibuje la respuesta en frecuencia ($\mathbf{Z}_T$ frente a ω) de la red.
53. Un resistor de 100 kΩ se coloca en paralelo con un capacitor de 0.47 μF. Determine la frecuencia de corte f_C (en Hz) y dibuje la respuesta en frecuencia ($\mathbf{Z}_T$ frente a f) de la red.
54. Un resistor de 2.7 kΩ se coloca en paralelo con un inductor de 20 mH. Determine la frecuencia de corte f_C (en Hz) y dibuje la respuesta en frecuencia ($\mathbf{Z}_T$ frente a f) de la red.

18.8 Aplicaciones

55. Convierta cada una de las redes de la figura 18-119 en una red en serie equivalente que consista de dos elementos.
56. Convierta cada una de las redes de la figura 18-119 en una red en paralelo equivalentes que consista de dos elementos.

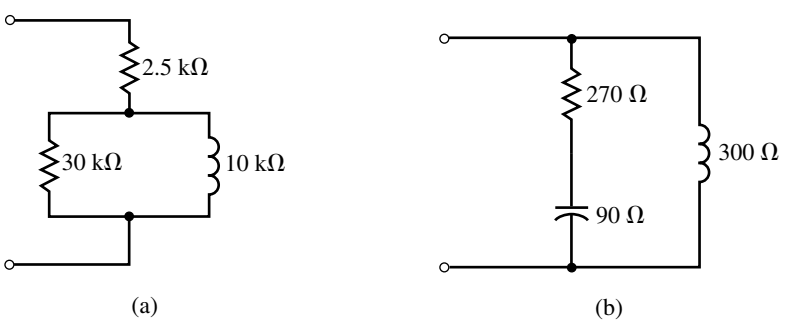


FIGURA 18-119

57. Muestre que las redes de la figura 18-120 tienen la misma impedancia de entrada a las frecuencias de 1 krad/s y 10 krad/s. (Se puede demostrar que estas redes son equivalentes en todas las frecuencias.)

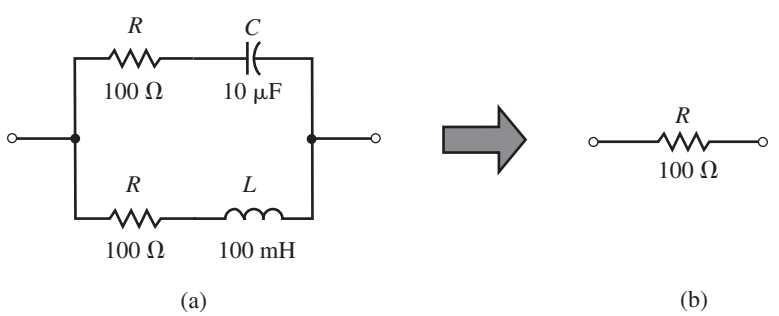


FIGURA 18-120

58. Demuestre que las redes de la figura 18-121 tienen la misma impedancia de entrada a las frecuencias de 5 rad/s y 10 rad/s.

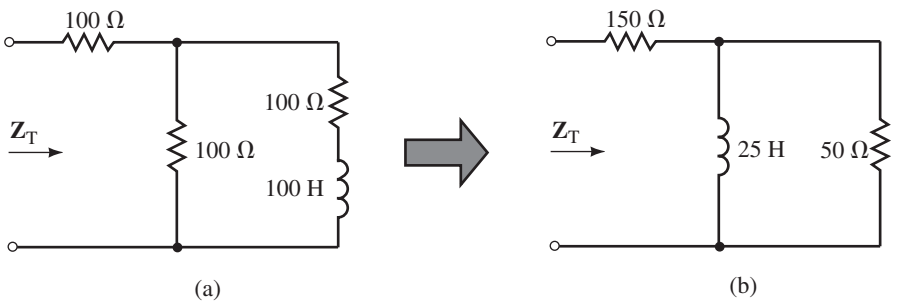


FIGURA 18-121

18.9 Análisis de circuitos por computadora

MULTISIM

59. Dado el circuito de la figura 18-122:
    a . Utilice Multisim para desplegar simultáneamente el voltaje del capacitor v_C y e. Tome nota de sus resultados y determine el voltaje del fasor $\mathbf{V}_C$.
    b . Intercambie la posición del resistor y del capacitor con respecto a tierra. Utilice Multisim para desplegar de manera simultánea el voltaje del resistor v_R y e. Tome nota de sus resultados y determine el voltaje del fasor $\mathbf{V}_R$.
    c. Compare sus resultados con los que se obtuvieron en el ejemplo 18-8.

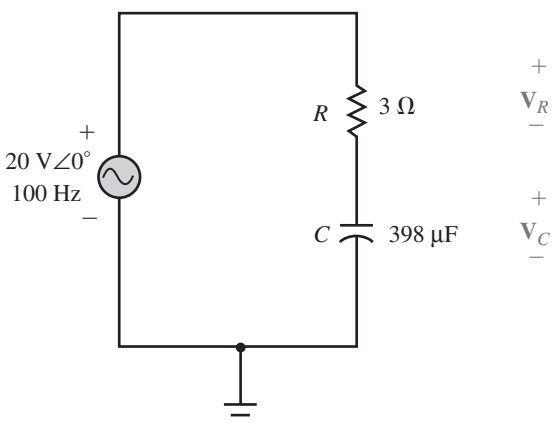


FIGURA 18-122

MULTISIM

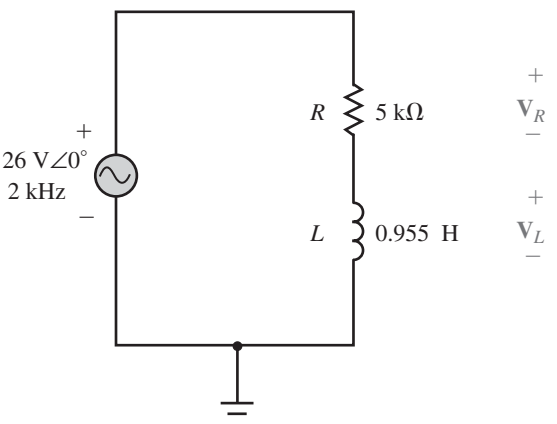


FIGURA 18-123

MULTISIM

MULTISIM

60. Dado el circuito de la figura 18-123:
    a. Utilice Multisim para desplegar el voltaje del inductor v_L y e. Tome nota de sus resultados y determine el voltaje del fasor $\mathbf{V}_L$.
    b. Intercambie la posición del resistor y el inductor en relación con la tierra. Use Multisim para mostrar el voltaje del inductor v_R y e. Tome nota de sus resultados y determine el voltaje del fasor $\mathbf{V}_R$.
    c. Compare sus resultados con los que se obtuvieron en el ejemplo 18-9.

PSpice

61. Un resistor de 50 kΩ se coloca en serie con un capacitor de 0.01 μF. Use PSpice para introducir esos componentes en un circuito. Ejecute el postprocesador *Probe* para proporcionar un despliegue gráfico de la impedancia de la red como una función de la frecuencia desde 50 a 500 Hz. Deje el barrido de frecuencia logarítmico en octavas.

62. Un inductor de 2 mH se coloca en paralelo con un resistor de 2 kΩ. Utilice PSpice para conectar estos componentes en un circuito. Corra el postprocesador *Probe* para proporcionar un despliegue gráfico de la impedancia de la red como una función de la frecuencia desde 50 a 500 Hz. Deje el barrido de frecuencia logarítmico en octavas. PSpice

63. Un resistor de 100 kΩ se coloca en paralelo con un capacitor de 0.47 μF. Use PSpice para conectar estos componentes en un circuito. Corra el postprocesador *Probe* para proporcionar un despliegue gráfico de la impedancia de la red como una función de la frecuencia desde 0.1 a 10 Hz. Deje el barrido de frecuencia logarítmico en octavas. PSpice

64. Un resistor de 2.7 kΩ se coloca en paralelo con un inductor de 20 mH. Use PSpice para conectar estos componentes en un circuito. Corra el postprocesador *Probe* para proporcionar un despliegue gráfico de la impedancia de la red como una función de la frecuencia desde 100 kHz a 1 MHz. Deje el barrido de frecuencia logarítmico en octavas. PSpice

✓ RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 1

1. La corriente y el voltaje están en fase.
2. La corriente se adelanta al voltaje por 90°.
3. El voltaje se adelanta a la corriente por 90°.

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 2

1. La suma fasorial de las caídas y elevaciones de voltaje alrededor de un lazo cerrado es igual a cero.
2. Todos los voltajes deben expresarse como fasores, es decir, $\mathbf{V} = V\angle\theta = V\cos\theta + jV\,\text{sen}\theta$.

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 3

1. La suma fasorial de las corrientes que entran en un nodo es igual a la suma fasorial de las corrientes que salen del mismo nodo.
2. Todas las corrientes deben expresarse como fasores, es decir, $\mathbf{I} = I \angle \theta = I\cos\theta + jI\,\text{sen}t$

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 4

1. En $f = 0$ Hz , $\text{Z} = \infty$ (circuito abierto)
2. Conforme $f \infty$, $\text{Z} = R$

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 5

1. $R_P = 795\ \Omega$, $L_P = 10.1$ mH
2. $R_P = 795$ MΩ, $L_P = 10.0$ mH

TÉRMINOS CLAVE

Fuentes dependientes
Fuentes independientes
Puente de Hay
Puente de Maxwell
Puente de Schering
Puentes balanceados

PLAN GENERAL

Fuentes dependientes
Conversión de fuentes
Análisis de mallas (lazos)
Análisis de nodos
Conversiones delta en Y y Y en delta
Redes de puente
Análisis de circuitos por computadora

OBJETIVOS

Después de estudiar este capítulo será capaz de:

- convertir una fuente de voltaje de ca en una fuente de corriente equivalente, y a la inversa, convertir una fuente de corriente en una fuente de voltaje equivalente,
- encontrar la corriente o el voltaje en un circuito que tiene una fuente de corriente dependiente o una fuente de voltaje dependiente,
- establecer las ecuaciones lineales simultáneas para resolver circuitos de ca utilizando el análisis de mallas,
- usar determinantes complejos para encontrar las soluciones para un conjunto de ecuaciones lineales,
- establecer las ecuaciones lineales simultáneas para resolver un circuito de ca usando el análisis de nodos,
- llevar a cabo la conversiones delta en Y y Y en delta para circuitos que tienen elementos reactivos,
- encontrar la condición de balance en un circuito puente de ca. En particular, se examinarán los puentes de Maxwell, Hay y Schering,
- utilizar Multisim para analizar los circuitos puente,
- usar PSpice para calcular la corriente y el voltaje en un circuito de ca.

Métodos de análisis de ca

19

RESUMEN DEL CAPÍTULO

Hasta este punto se han examinado sólo circuitos que contienen una fuente de ca. En este capítulo se continúa el estudio al analizar circuitos con múltiples fuentes y redes de puente. Se encontrará que la mayoría de las técnicas que se usan en el análisis de circuitos de ca son análogas a las que se utilizan en el análisis de circuitos de cd. En consecuencia, una revisión del capítulo 8 ayudará a entender los temas de este capítulo.

Casi al final de este capítulo se examinará cómo se usan las técnicas por computadora para analizar incluso los circuitos de ca más complejos. Debe enfatizarse que aunque las técnicas por computadora son mucho más simples que utilizar lápiz y calculadora, no se consigue conocimiento con sólo introducir en forma mecánica datos en la computadora. Ésta se usa nada más como herramienta para verificar los resultados y proporcionar una mayor dimensión al análisis de circuitos. ■

PERSPECTIVA HISTÓRICA

Hermann Ludwig Ferdinand Helmholtz



HERMANN HELMHOLTZ NACIÓ EN POSTDAM (cerca de Berlín, Alemania) el 31 de agosto de 1821. Helmholtz fue uno de lo principales científicos del siglo XIX, su legado incluye contribuciones en los campos de la acústica, química, matemáticas, magnetismo, electricidad, mecánica, óptica y psicología.

Helmholtz se graduó en el Instituto Médico en Berlín en 1843 y practicó la medicina por cinco años como cirujano en la armada prusiana. De 1849 a 1871 fue profesor de psicología en las universidades de Königsberg, Bonn y Heidelberg. En 1871 fue nombrado profesor de física en la Universidad de Berlín.

Las más grandes contribuciones de Helmholtz fueron como físico-matemático, su trabajo en física teórica y práctica condujo a la comprobación de la ley de la conservación de la energía en su artículo "*Über die Erhaltung der Kraft*" publicado en 1847. Mostró que la mecánica, el calor, la luz, la electricidad y el magnetismo son sencillamente manifestaciones de la misma fuerza. Su trabajo llevó al entendimiento de la electrodinámica (el movimiento de la carga en conductores), y su teoría de las propiedades electromagnéticas de la luz estableció el trabajo preliminar para que futuros científicos entendieran cómo se propagan las ondas de radio.

Por su trabajo, el emperador alemán Kaiser Wilhelm I nombró a Helmholtz noble en 1883. Este gran científico murió el 8 de septiembre de 1894, a la edad de 73 años. ■

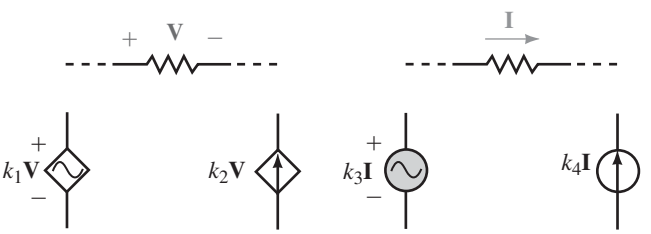
19-1 Fuentes dependientes

Las fuentes de voltaje y corriente con las que se ha trabajado hasta ahora han sido **fuentes independientes**, esto significa que el voltaje o la corriente de la fuente no depende de ninguna manera de algún voltaje o corriente en el circuito. En muchos circuitos amplificadores, en particular los que involucran transistores, es posible explicar la operación de los circuitos al reemplazar el dispositivo con un modelo electrónico equivalente. Estos modelos, con frecuencia, usan fuentes de voltaje y corriente que tienen valores dependientes de algún voltaje o corriente interno. Estos dispositivos se llaman **fuentes dependientes**. En la figura 19-1 se comparan los símbolos para las fuentes independientes y las dependientes.

Aunque la forma de diamante es el símbolo aceptado para representar las fuentes dependientes, muchos artículos y libros de texto usan un círculo. En el que está leyendo se usan ambas formas de la fuente dependiente para familiarizar al estudiante con varias notaciones. La fuente dependiente tiene una magnitud y ángulo de fase determinado por el voltaje o la corriente en algún elemento interno multiplicado por una constante k. La magnitud de la constante corresponde a las cantidades requeridas en la ecuación.



(a) Fuentes independientes



(b) Fuentes dependientes

FIGURA 19-1

EJEMPLO 19-1

En relación con el resistor que se observa en la figura 19-2, determine el voltaje $\mathbf{V}_R$ en el resistor dado que el voltaje de control tiene los siguientes valores:

a. $\mathbf{V} = 0$ V.

b. $\mathbf{V} = 5\text{ V}\angle 30°$.

c. $\mathbf{V} = 3\text{ V}\angle -150°$.

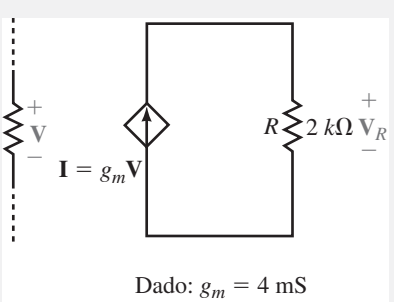


FIGURA 19-2

Solución Observe que la fuente dependiente de este ejemplo tiene una constante g_m, llamada transconductancia. En este caso, $g_m = 4$ mS.

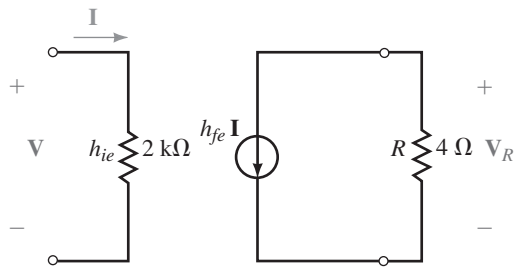
a. $\mathbf{I} = (4\text{ mS})(0\text{ V}) = 0$
$\mathbf{V}_R = 0\text{ V}$

b. $\mathbf{I} = (4\text{ mS})(5\text{ V}\angle 30°) = 20\text{ mA}\angle 30°$
$\mathbf{V}_R = (20\text{ mA}\angle 30°)(2\text{ k}\Omega) = 40\text{ V}\angle 30°$

c. $\mathbf{I} = (4\text{ mS})(3\text{ V}\angle -150°) = 12\text{ mA}\angle -150°$
$\mathbf{V}_R = (12\text{ mA}\angle -150°)(2\text{ k}\Omega) = 24\text{ V}\angle -150°$

El circuito de la figura 19-3 representa un modelo simplificado de un amplificador de transistor.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 1



$h_{fe} = 120$

FIGURA 19-3

Determine el voltaje $\mathbf{V}_R$ para cada uno de los siguientes voltajes aplicados:

a. $\mathbf{V} = 10\ \text{mV}\angle 0°$.
b. $\mathbf{V} = 2\ \text{mV}\angle 180°$.
c. $\mathbf{V} = 0.03\ \text{V}\angle 90°$.

Respuestas
a. $2.4\ \text{mV}\angle 180°$; b. $0.48\ \text{mV}\angle 0°$; c. $7.2\ \text{mV}\angle -90°$

19-2 Conversión de fuentes

Cuando se trabaja con circuitos de cd, su análisis se simplifica con frecuencia al reemplazar la fuente (sea una de voltaje o una de corriente) con su equivalente. La conversión de cualquier fuente de ca es similar al método que se usa en el análisis de circuitos de cd.

Una fuente de voltaje **E** en serie con una impedancia **Z** es equivalente a una fuente de corriente **I** que tiene la misma impedancia **Z** en paralelo. La figura 19-4 muestra las fuentes equivalentes.

A partir de la ley de Ohm, se realiza la conversión de fuentes como sigue:

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}}$$

y

$$\mathbf{E} = \mathbf{IZ}$$

Es importante enfatizar que los dos circuitos de la figura 19-4 son equivalentes entre los puntos *a* y *b*. Esto significa que cualquier red conectada en dichos puntos tendrá exactamente el mismo comportamiento, sin importar qué tipo de fuente se use. Sin embargo, los voltajes o corrientes dentro de las fuentes raramente son los mismos. Con el fin de determinar la corriente a través de la impedancia de la fuente o el voltaje en ella, el circuito se debe regresar a su estado original.

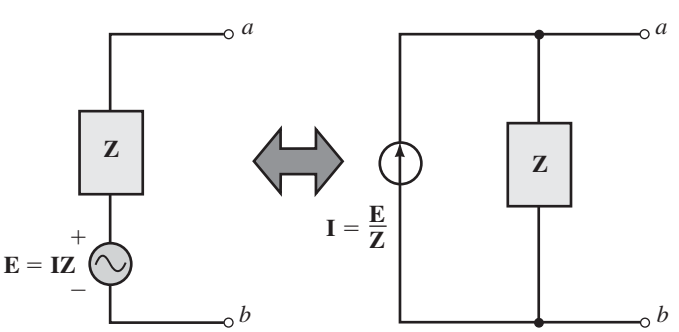


FIGURA 19-4

EJEMPLO 19-2

Convierta la fuente de voltaje de la figura 19-5 en una fuente de corriente equivalente.

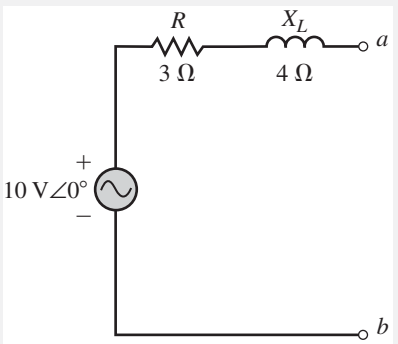


FIGURA 19-5

Solución

$$\mathbf{Z}_T = 3\ \Omega + j4\ \Omega = 5\ \Omega\angle 53.13°$$

$$\mathbf{I} = \frac{10\ \text{V}\angle 0°}{5\ \Omega\angle 53.13°} = 2\ \text{A}\angle -53.13°$$

La fuente de corriente equivalente se muestra en la figura 19-6.

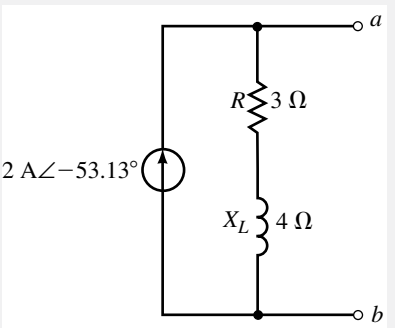


FIGURA 19-6

EJEMPLO 19-3

Convierta la fuente de corriente de la figura 19-7 en una fuente de voltaje equivalente.

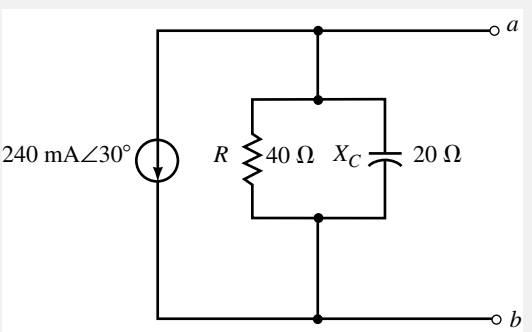


FIGURA 19-7

Solución La impedancia de la combinación en paralelo se determina como

$$\mathbf{Z} = \frac{(40\ \Omega\angle 0°)(20\ \Omega\angle -90°)}{40\ \Omega - j20\ \Omega}$$

$$= \frac{800\ \Omega\angle -90°}{44.72\angle -26.57°}$$

$$= 17.89\ \Omega\angle -63.43° = 8\ \Omega - j16\ \Omega$$

de manera que

$$\mathbf{E} = (240\ \text{mA}\angle 30°)(17.89\ \Omega\angle -63.43°)$$
$$= 4.29\ \text{V}\angle -33.43°$$

El circuito equivalente resultante se muestra en la figura 19-8.

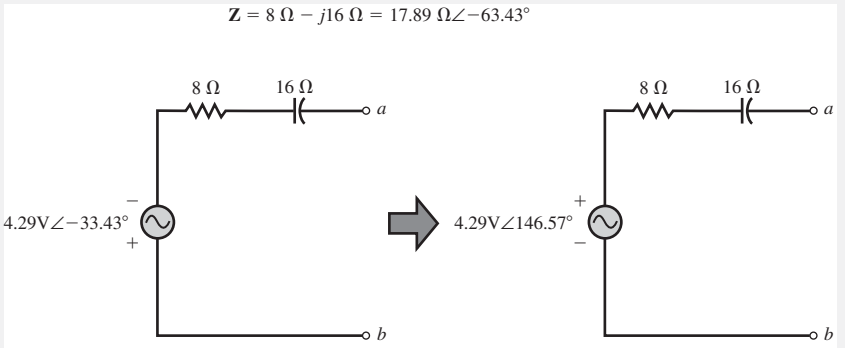


FIGURA 19-8

Se puede usar el mismo procedimiento para convertir una fuente dependiente en su equivalente en tanto el elemento de control sea externo al circuito en el cual aparece la fuente. *Si el elemento de control está en el mismo circuito que la fuente dependiente, no se puede usar este procedimiento*.

EJEMPLO 19-4

Convierta la fuente de corriente de la figura 19-9 en una fuente de voltaje equivalente.

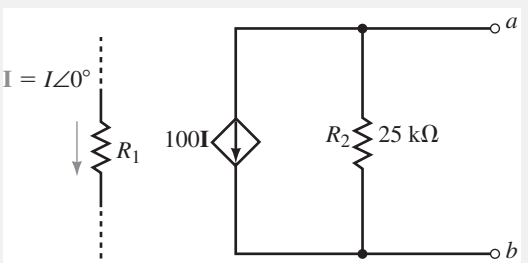


FIGURA 19-9

Solución En el circuito de la figura 19-9 el elemento de control R_1, está en un circuito separado. Por tanto, la fuente de corriente se convierte en una fuente de voltaje equivalente como sigue:

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= (100\mathbf{I}_1)(\mathbf{Z}) \\ &= (100\mathbf{I}_1)(25\ \text{k}\Omega\angle 0^\circ) \\ &= (2.5 \times 10^6\ \Omega)\mathbf{I}_1\end{aligned}$$

La fuente de voltaje que resulta se muestra en la figura 19-10. Observe que la fuente de voltaje equivalente depende de la corriente **I**, igual que la fuente de corriente original.

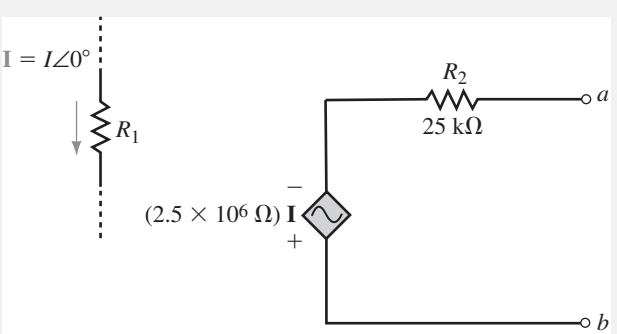


FIGURA 19-10

PROBLEMAS PRÁCTICOS 2

Convierta las fuentes de voltaje de la figura 19-11 en fuentes de corriente equivalentes.

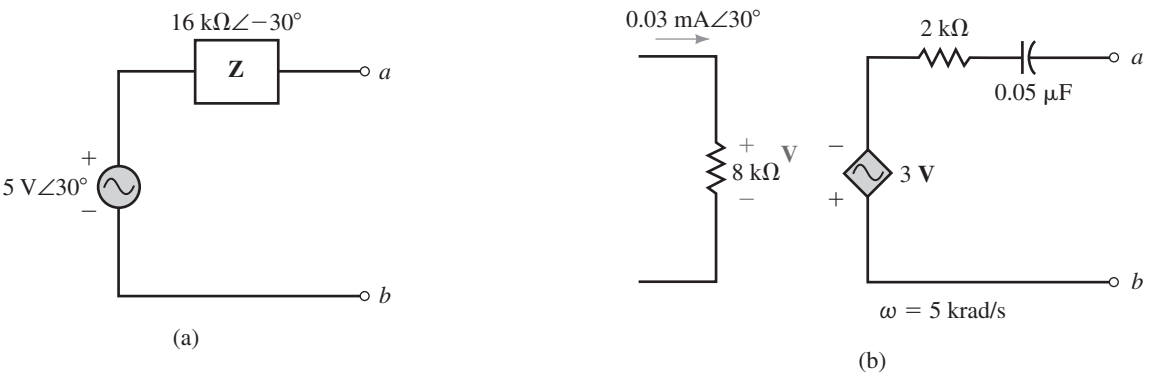


FIGURA 19-11

Respuestas

a. $\mathbf{I} = 0.3125\ \text{mA}\angle 60°$ (de *b* a *a*) en paralelo con $\mathbf{Z} = 16\ \text{k}\Omega\angle -30°$

b. $\mathbf{I} = 0.161\ \text{mA}\angle 93.43°$ (de *a* a *b*) en paralelo con $\mathbf{Z} = 2\ \text{k}\Omega - j4\ \text{k}\Omega$

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 1

(Las respuestas están al final del capítulo)

Dada una fuente de corriente de 40 mA∠0° en paralelo con una impedancia **Z**, determine la fuente de voltaje equivalente para cada una de las siguientes impedancias:

a. $\mathbf{Z} = 25\ \text{k}\Omega\angle 30°$.

b. $\mathbf{Z} = 100\ \Omega\angle -90°$.

c. $\mathbf{Z} = 20\ \text{k}\Omega - j16\ \text{k}\Omega$.

19-3 Análisis de mallas (lazos)

El análisis de mallas permite determinar cada corriente de lazo en un circuito, sin importar el número de fuentes dentro del mismo. Los siguientes pasos proporcionan una secuencia con la cual se simplifica el proceso de usar el análisis de mallas:

1. Convierta todas las expresiones sinusoidales en notación fasorial equivalente. Donde sea necesario, convierta las fuentes de corriente en fuentes de voltaje equivalentes.
2. Vuelva a dibujar el circuito, simplifique las impedancias dadas siempre que sea posible y etiquete las impedancias ($\mathbf{Z}_1$, $\mathbf{Z}_2$, etc.).
3. De manera arbitraria asigne las corrientes en el sentido de las manecillas del reloj a cada lazo cerrado interior dentro del circuito. Muestre las polaridades de todas las impedancias con las direcciones de corriente que supuso. Si una impedancia es común a dos lazos, se considera que tiene dos corrientes simultáneas. Aunque, de hecho, dos corrientes simultáneas no ocurren, esta maniobra hace los cálculos algebraicos bastante simples. La corriente real a través de una impedancia común es la suma vectorial de las corrientes de lazo individuales.
4. Aplique la ley de voltaje de Kirchhoff en cada lazo cerrado en el circuito, escriba cada ecuación como sigue:

$$\Sigma\,(\mathbf{ZI}) = \Sigma\,\mathbf{E}$$

Si las direcciones de las corrientes están originalmente asignadas en el sentido de las manecillas del reloj, entonces, las ecuaciones lineales que resultan pueden simplificarse en la forma siguiente:

$$\begin{aligned}
&\text{Lazo 1:} && +(\Sigma\mathbf{Z}_1)\mathbf{I}_1 - (\Sigma\mathbf{Z}_{1-2})\mathbf{I}_2 - \cdots - (\Sigma\mathbf{Z}_{1-n})\mathbf{I}_n = (\Sigma\mathbf{E}_1)\\
&\text{Lazo 2:} && -(\Sigma\mathbf{Z}_{2-1})\mathbf{I}_1 + (\Sigma\mathbf{Z}_2)\mathbf{I}_2 - \cdots - (\Sigma\mathbf{Z}_{2-n})\mathbf{I}_n = (\Sigma\mathbf{E}_2)\\
&\quad . && \quad .\\
&\quad . && \quad .\\
&\quad . && \quad .\\
&\text{Lazo } n\text{:} && -(\Sigma\mathbf{Z}_{n-1})\mathbf{I}_1 - (\Sigma\mathbf{Z}_{n-2})\mathbf{I}_2 - \cdots + (\Sigma\mathbf{Z}_n)\mathbf{I}_n = (\Sigma\mathbf{E}_n)
\end{aligned}$$

En la forma anterior, $\Sigma\mathbf{Z}_x$ es la suma de todas las impedancias alrededor del lazo x. El signo al frente de todas las impedancias de lazo será positivo.

$\Sigma\mathbf{Z}_{x-y}$ es la suma de las impedancias que son comunes entre el lazo x y el lazo y. Si no hay impedancias comunes entre los dos lazos, este término es cero. Todos los términos de impedancia comunes en las ecuaciones lineales tienen signo negativo.

$\Sigma\mathbf{E}_x$ es la suma de las elevaciones de voltaje en la dirección de la corriente supuesta $\mathbf{I}_x$. Si una fuente de voltaje tiene una polaridad tal que aparece como una caída de voltaje en la dirección de corriente supuesta, entonces, el voltaje está dado con un signo negativo.

5. Resuelva las ecuaciones lineales simultáneas resultantes mediante sustitución o determinantes. De ser necesario consulte el apéndice B para revisar la solución de ecuaciones lineales simultáneas.

EJEMPLO 19-5

Resuelva las ecuaciones de lazo en el circuito de la figura 19-12.

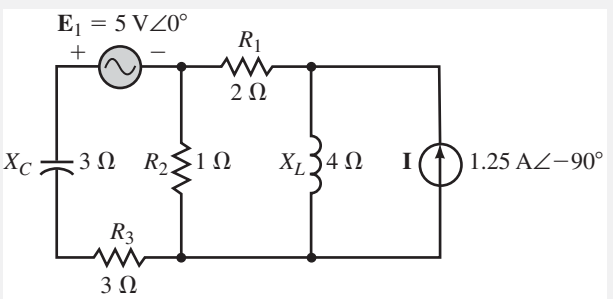
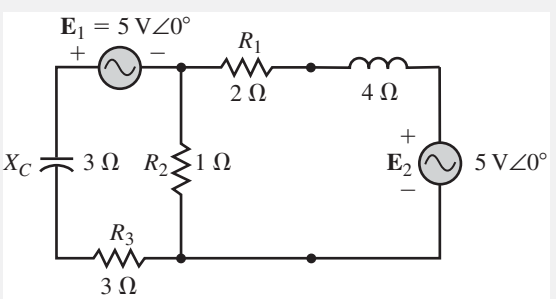


FIGURA 19-12

Solución

Paso 1: primero se convierte la fuente de corriente en una fuente de voltaje equivalente, como se muestra en la figura 19-13.



$$\begin{aligned}\mathbf{E}_2 &= (1.25\ \text{A}\angle -90^\circ)\,(4\ \Omega\angle 90^\circ)\\ &= 5\ \text{V}\angle 0^\circ)\end{aligned}$$

FIGURA 19-13

Pasos 2 y 3: enseguida el circuito se vuelve a dibujar como se muestra en la figura 19-14. Las impedancias se han simplificado y las corrientes de lazo se dibujan en la dirección en que se mueven las manecillas del reloj.

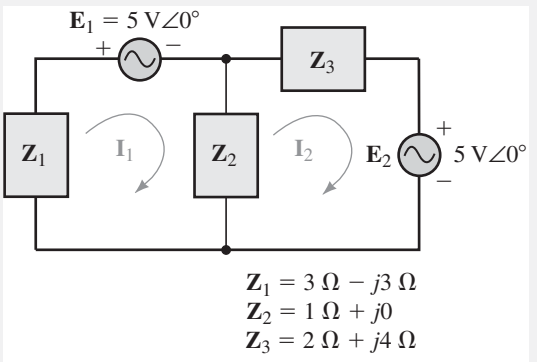


FIGURA 19-14

Paso 4: las ecuaciones de lazo se escriben como

$$\text{Lazo 1:} \quad (\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2)\mathbf{I}_1 - (\mathbf{Z}_2)\mathbf{I}_2 = -\mathbf{E}_1$$
$$\text{Lazo 2:} \quad -(\mathbf{Z}_2)\mathbf{I}_1 + (\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3)\mathbf{I}_2 = -\mathbf{E}_2$$

Cuando los valores de $\mathbf{Z}_1$, $\mathbf{Z}_2$, $\mathbf{Z}_3$, $\mathbf{E}_1$ y $\mathbf{E}_1$ se sustituyen, las ecuaciones lineales simplificadas se escriben como:

$$\text{Lazo 1:} \quad (4 - j3)\mathbf{I}_1 - (1 + j0)\mathbf{I}_2 = -5\angle 0°$$
$$\text{Lazo 2:} \quad -(1 + j0)\mathbf{I}_1 + (3 + j4)\mathbf{I}_2 = -5\angle 0°$$

Con determinantes, estas ecuaciones se resuelven como sigue:

$$\mathbf{I}_1 = \frac{-(5)(3 + j4) - (5)(1)}{(3 - j3)(1) + (3 - j3)(2 + j4) + (1)(2 + j4)}$$

$$= \frac{(-15 - j20) - 5}{(3 - j3) + (6 + j6 - j^2 12) + (2 + j4)}$$

$$= \frac{-20 - j20}{23 + j7}$$

$$= \frac{28.28\angle -135°}{24.04\angle 16.93°}$$

$$= 1.18\ \text{A}\angle -151.93°$$

e

$$\mathbf{I}_2 = \frac{-(5)(4 - j3) - (5)(1)}{23 + j7}$$

$$= \frac{(-20 + j15) - (5)}{23 + j7}$$

$$= \frac{-25 + j15}{23 + j7}$$

$$= \frac{29.15\angle 149.04°}{24.04\angle 16.93°}$$

$$= 1.21\ \text{A}\angle 132.11°$$

Sugerencia para la calculadora: una calculadora como la TI-86 simplifica mucho la solución de ecuaciones lineales simultáneas complejas.

EJEMPLO 19-6

Dado el circuito de la figura 19-15, escriba las ecuaciones de lazo y resuelva para las corrientes de lazo. Determine el voltaje **V**.

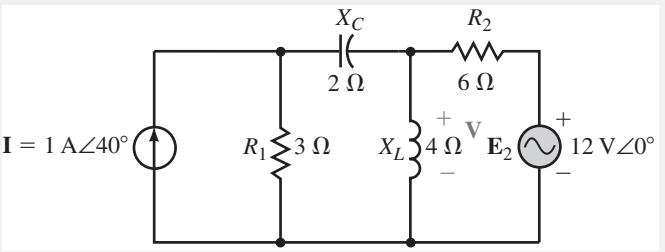


FIGURA 19-15

Solución

Paso 1: la conversión de la fuente de corriente en una fuente de voltaje equivalente da el circuito de la figura 19-16.

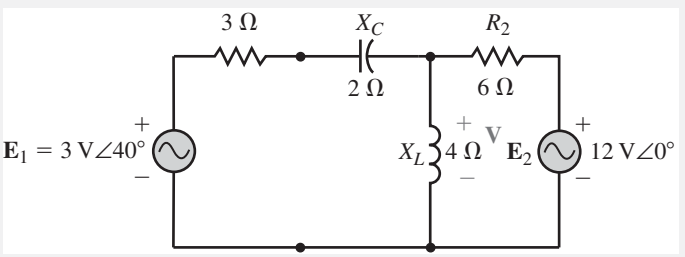


FIGURA 19-16

Pasos 2 y 3: después de simplificar las impedancias y asignar las corrientes de lazo en el sentido de las manecillas del reloj, se tiene el circuito de la figura 19-17.

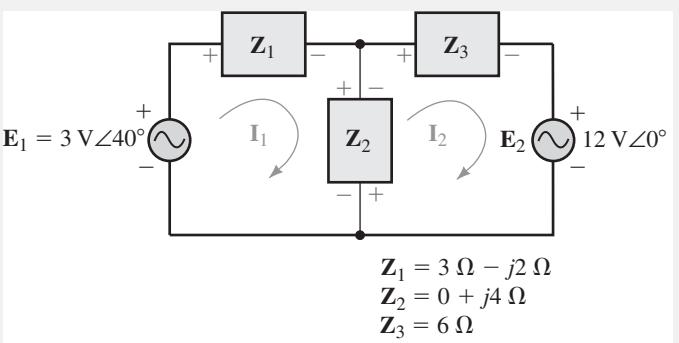


FIGURA 19-17

Paso 4: las ecuaciones de lazo para el circuito de la figura 19-17 son las siguientes:

Lazo 1: $$(\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2)\mathbf{I}_1 - (\mathbf{Z}_2)\mathbf{I}_2 = \mathbf{E}_1$$

Lazo 2: $$-(\mathbf{Z}_2)\mathbf{I}_1 + (\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3)\mathbf{I}_2 = -\mathbf{E}_2$$

las cuales, después de sustituir en las expresiones los valores de las impedancias, se llega a

Lazo 1: $$(3\ \Omega + j2\ \Omega)\mathbf{I}_1 - (j4\ \Omega)\mathbf{I}_2 = 3\ \text{V}\angle 40^\circ$$

Lazo 2: $$-(j4\ \Omega)\mathbf{I}_2 + (6\ \Omega + j4\ \Omega)\mathbf{I}_2 = -12\ \text{V}\angle 0^\circ$$

Sugerencia para la calculadora: si se usa la calculadora TI-86, los coeficientes de las ecuaciones lineales se ingresan como sigue

```
a1,1x1+a1,2x2=b1
 a1,1=(3,2)
 a1,2=(0,-4)
 b1=(3∠40)
```

y

```
a2,1x1+a2,2x2=b2
 a2,1=(0,-4)
 a2,2=(6,4)
 b2=(-12∠0)
```

Paso 5: se resuelve para las corrientes.

Las soluciones se determinan como

$$\mathbf{I}_1 = 0.7887\ \text{A}\angle -120.14°$$

e

$$\mathbf{I}_2 = 1.304\ \text{A}\angle 156.00°$$

La corriente a través de de la reactancia inductiva de 4 Ω (en la dirección hacia abajo) es

$$\begin{aligned}\mathbf{I} &= \mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2\\ &= (0.7887\ \text{A}\angle -120.14°) - (1.304\ \text{A}\angle 156.00°)\\ &= (-0.3960\ \text{A} - j0.6821\ \text{A}) - (-1.1913\ \text{A} + j0.5304\ \text{A})\\ &= 0.795\ \text{A} - j1.213\ \text{A} = 1.45\ \text{A}\angle -56.75°\end{aligned}$$

El voltaje se encuentra ahora con facilidad a partir de la ley de Ohm como

$$\begin{aligned}\mathbf{V} &= \mathbf{I}\mathbf{Z}_L\\ &= (1.45\ \text{A}\angle -56.75°)(4\ \Omega\angle 90°) = 5.80\ \text{V}\angle 33.25°\end{aligned}$$

EJEMPLO 19-7

Dado el circuito de la figura 19-18, escriba las ecuaciones de lazo y resuelva para las corrientes de lazo.

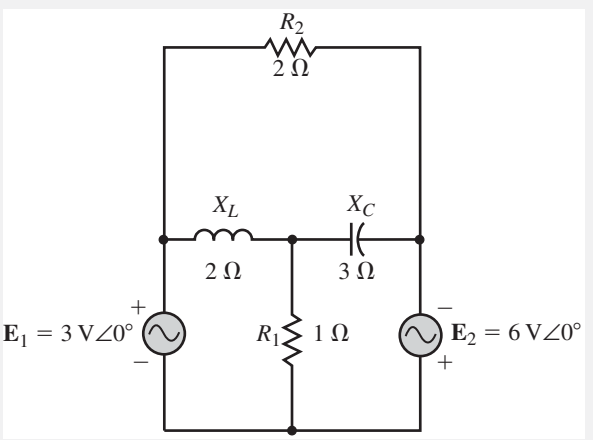


FIGURA 19-18

Solución El circuito se vuelve a dibujar en la figura 19-19, la cual muestra las corrientes de lazo y las impedancias junto con las polaridades de voltaje adecuadas.

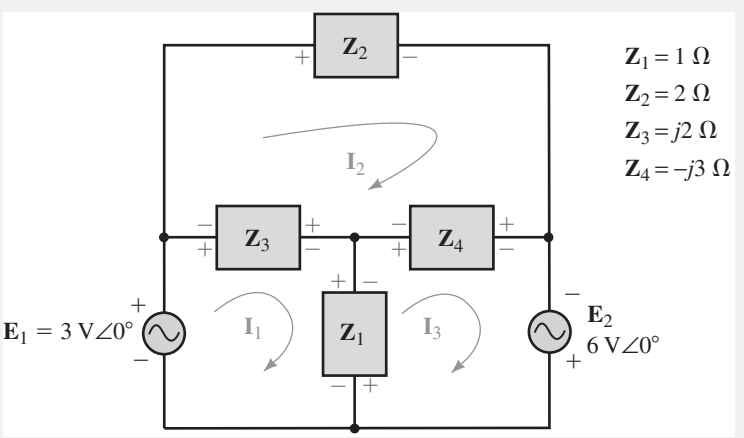


FIGURA 19-19

Las ecuaciones de lazo pueden ahora escribirse como

$$\text{Lazo 1:} \quad (\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_3)\mathbf{I}_1 - (\mathbf{Z}_3)\mathbf{I}_2 - (\mathbf{Z}_1)\mathbf{I}_3 = \mathbf{E}_1$$
$$\text{Lazo 2:} \quad -(\mathbf{Z}_3)\mathbf{I}_1 + (\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_4)\mathbf{I}_2 - (\mathbf{Z}_4)\mathbf{I}_3 = 0$$
$$\text{Lazo 3:} \quad -(\mathbf{Z}_1)\mathbf{I}_1 - (\mathbf{Z}_4)\mathbf{I}_2 + (\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_4)\mathbf{I}_3 = \mathbf{E}_2$$

Al usar los valores de impedancias dados, se tiene

$$\text{Lazo 1:} \quad (1\ \Omega + j2\ \Omega)\mathbf{I}_1 - (j2\ \Omega)\mathbf{I}_2 - (1\ \Omega)\mathbf{I}_3 = 3\ \text{V}$$
$$\text{Lazo 2:} \quad -(j2\ \Omega)\mathbf{I}_1 + (2\ \Omega - j1\ \Omega)\mathbf{I}_2 - (-j3\ \Omega)\mathbf{I}_3 = 0$$
$$\text{Lazo 3:} \quad -(1\ \Omega)\mathbf{I}_1 - (-j3\ \Omega)\mathbf{I}_2 + (1\ \Omega - j3\ \Omega)\mathbf{I}_3 = 6\ \text{V}$$

Observe que en las ecuaciones anteriores se han omitido los ángulos de fase ($\theta = 0°$) para los voltajes. Este es porque $3\ \text{V}\angle 0° = 3\ \text{V} + j0\ \text{V} = 3\ \text{V}$.

Si se usa una calculadora como la TI-86 se tiene:

$$\mathbf{I}_1 = 5.26\text{A}\ \angle -41.25°$$
$$\mathbf{I}_2 = 3.18\text{A}\ \angle -45°$$
$$\mathbf{I}_3 = 3.39\text{A}\ \angle -1.03°$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 3

Dado el circuito de la figura 19-20, escriba las ecuaciones de malla y resuelva para las corrientes de lazo. Use los resultados para determinar la corriente **I**.

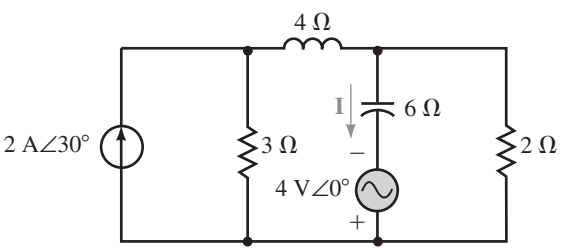


FIGURA 19-20

Respuestas
$\mathbf{I}_1 = 1.19\ \text{A}\angle 1.58°,\ \mathbf{I}_2 = 1.28\ \text{A}\angle -46.50°,\ \mathbf{I} = 1.01\ \text{A}\angle 72.15°$

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 2

Brevemente enliste los pasos que se siguen en el análisis de mallas para resolver las corrientes de lazo de un circuito.

(Las respuestas están al final del capítulo)

19-4 Análisis de nodos

El análisis de nodos permite calcular todos los voltajes en los nodos con respecto a un punto de referencia arbitrario en un circuito. Los siguientes pasos proporcionan una forma simple para aplicar el análisis de nodos.

1. Convierta todas las expresiones sinusoidales en la notación fasorial equivalente. Si es necesario, convierta las fuentes de voltaje en fuentes de corriente equivalentes.
2. Vuelva a dibujar el circuito, simplifique las impedancias siempre que sea posible y denomínelas como admitancias ($\mathbf{Y}_1$, $\mathbf{Y}_2$, etc.).

3. Seleccione y etiquete un nodo de referencia apropiado. De forma arbitraria asigne voltajes con subíndices ($\mathbf{V}_1$, $\mathbf{V}_2$, etc.) a cada uno de los n nodos restantes dentro del circuito.
4. Indique las direcciones de corriente supuestas a través de todas las admitancias en el circuito. Si una admitancia es común a dos nodos, se considera en cada una de las dos ecuaciones de nodos.
5. Aplique la ley de corriente de Kirchhoff a cada uno de los nodos n en el circuito, escriba cada ecuación como sigue:

$$\Sigma(\mathbf{YV}) = \Sigma\mathbf{I}_{\text{fuentes}}$$

Las ecuaciones lineales que resultan pueden simplificarse en la forma siguiente:

$$\begin{aligned}
\text{Nodo 1:}\quad & +(\Sigma\mathbf{Y}_1)\mathbf{V}_1 - (\Sigma\mathbf{Y}_{1-2})\mathbf{V}_2 - \cdots - (\Sigma\mathbf{Y}_{1-n})\mathbf{V}_n = (\Sigma\mathbf{I}_1)\\
\text{Nodo 2:}\quad & -(\Sigma\mathbf{Y}_{2-1})\mathbf{V}_1 + (\Sigma\mathbf{Y}_2)\mathbf{V}_2 - \cdots - (\Sigma\mathbf{Y}_{2-n})\mathbf{V}_n = (\Sigma\mathbf{I}_2)\\
&\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots\\
\text{Nodo } n\text{:}\quad & -(\Sigma\mathbf{Y}_{n-1})\mathbf{V}_1 - (\Sigma\mathbf{Y}_{n-2})\mathbf{V}_2 - \cdots + (\Sigma\mathbf{Y}_n)\mathbf{V}_n = (\Sigma\mathbf{I}_n)
\end{aligned}$$

En la forma anterior, $\Sigma\mathbf{Y}_x$ es la suma de todas las admitancias conectadas en el nodo x. El signo enfrente de todas las admitancias de nodo será positivo.

$\Sigma\mathbf{Y}_{x-y}$ es la suma de las admitancias en común entre el nodo x y el nodo y. Si no hay admitancias en común entre los dos nodos, este término es cero. Todos los términos de admitancias comunes en las ecuaciones lineales tienen un signo negativo.

$\Sigma\mathbf{I}_x$ es la suma de las fuentes de corriente que entran en el nodo x. Si una fuente de corriente sale del nodo, a la corriente se le da un signo negativo.

6. Se resuelven las ecuaciones lineales simultáneas que resultan por medio de sustitución o determinantes.

EJEMPLO 19-8

Dado el circuito de la figura 19-21, escriba las ecuaciones de nodo y resuelva para los voltajes de nodo.

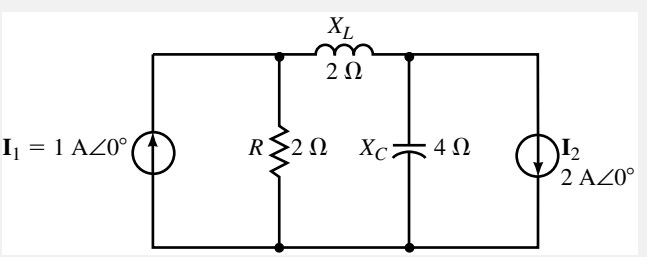


FIGURA 19-21

Solución El circuito se vuelve a dibujar en la figura 19-22, se muestran los nodos y una representación simplificada de las admitancias.

Las ecuaciones de nodo se escriben como

$$\begin{aligned}
\text{Nodo 1:}\quad & (\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2)\mathbf{V}_1 - (\mathbf{Y}_2)\mathbf{V}_2 = \mathbf{I}_1\\
\text{Nodo 2:}\quad & -(\mathbf{Y}_2)\mathbf{V}_1 + (\mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3)\mathbf{V}_2 = -\mathbf{I}_2
\end{aligned}$$

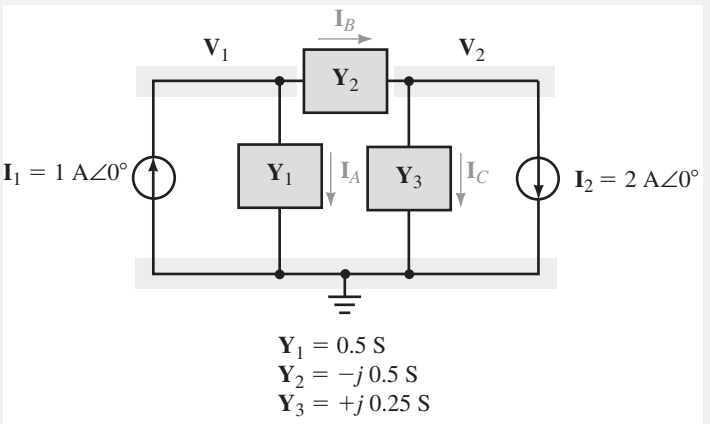


FIGURA 19-22

Ahora, al sustituir los valores de las admitancias en las ecuaciones de nodo, se obtiene

Nodo 1: $(0.5 - j0.5)\mathbf{V}_1 - (-j0.5)\mathbf{V}_2 = 1\angle 0°$

Nodo 2: $-(-j0.5)\mathbf{V}_1 + (-j0.25)\mathbf{V}_2 = -2\angle 0°$

Las cuales cuando se resuelven, dan como resultado:

$$\mathbf{V}_1 = 4.243\ \text{V}\angle 135°$$

y

$$\mathbf{V}_2 = 6.324\ \text{V}\angle -161.57°$$

EJEMPLO 19-9

Use el análisis de nodos para determinar el voltaje **V** para el circuito de la figura 19-23. Compare los resultados con los que se obtuvieron cuando el circuito se analizó mediante el análisis de mallas en el ejemplo 19-6.

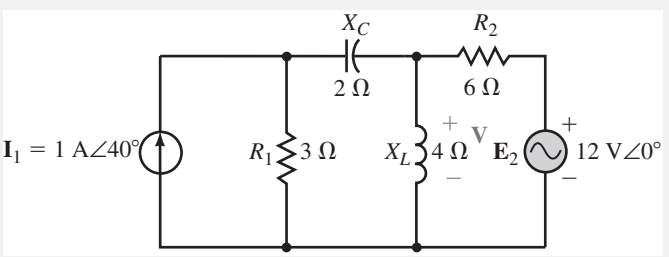


FIGURA 19-23

Solución

Paso 1: se convierte la fuente de voltaje en una fuente de corriente equivalente, como se ilustra en la figura 19-24.

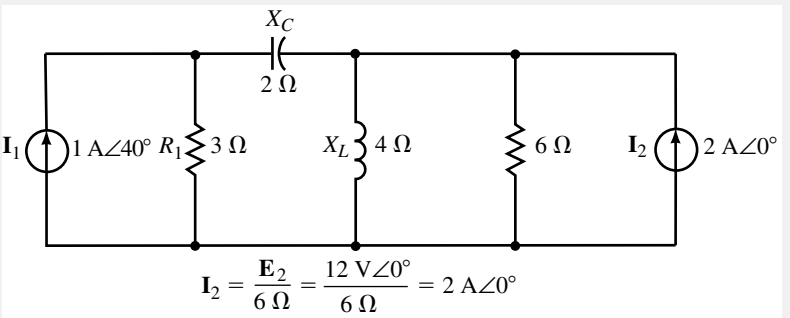


FIGURA 19-24

Pasos 2, 3 y 4: el nodo de referencia se selecciona como el nodo inferior del circuito y las admitancias se simplifican como se muestra en la figura 19-25.

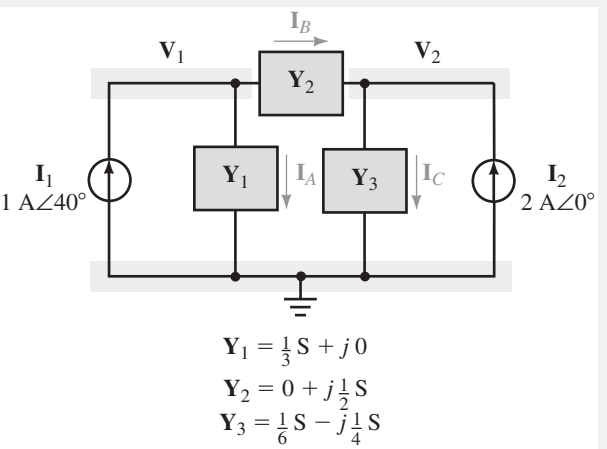


FIGURA 19-25

Paso 5: al aplicar la ley de corriente de Kirchhoff en cada nodo, se tiene lo siguiente:

Nodo 1:
$$\mathbf{I}_A + \mathbf{I}_B = \mathbf{I}_1$$
$$\mathbf{Y}_1\mathbf{V}_1 + \mathbf{Y}_2(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2) = \mathbf{I}_1$$
$$(\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2)\mathbf{V}_1 - \mathbf{Y}_2\mathbf{V}_2 = \mathbf{I}_1$$

Nodo 2:
$$\mathbf{I}_C = \mathbf{I}_B + \mathbf{I}_2$$
$$\mathbf{Y}_3\mathbf{V}_2 = \mathbf{Y}_2(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2) + \mathbf{I}_2$$
$$-\mathbf{Y}_2\mathbf{V}_1 + (\mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3)\mathbf{V}_2 = \mathbf{I}_2$$

Ahora, al sustituir los valores de las admitancias en las ecuaciones de nodo, se obtiene

Nodo 1:
$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{-j2}\right)\mathbf{V}_1 - \left(\frac{1}{-j2}\right)\mathbf{V}_2 = 1\angle 40^\circ$$

Nodo 2:
$$-\left(\frac{1}{-j2}\right)\mathbf{V}_1 + \left(\frac{1}{-j2} + \frac{1}{j4} + \frac{1}{6}\right)\mathbf{V}_2 = 2\angle 0^\circ$$

Estas ecuaciones se simplifican aún más como:

$$\text{Nodo 1:} \qquad \left(\frac{1}{3} + j\frac{1}{2}\right)\mathbf{V}_1 - \left(j\frac{1}{2}\right)\mathbf{V}_2 = 1\angle 40°$$

$$\text{Nodo 2:} \qquad -\left(j\frac{1}{2}\right)\mathbf{V}_1 + \left(\frac{1}{6} + j\frac{1}{4}\right)\mathbf{V}_2 = 2\angle 0°$$

Paso 6: finalmente, las ecuaciones se resuelven para llegar a

$$\mathbf{V}_1 = 5.29\,\text{V}\angle 48.75°$$

y

$$\mathbf{V}_2 = 5.80\,\text{V}\angle 33.27°$$

Al examinar el circuito de la figura 19-23, se observa que el voltaje $\mathbf{V}$ es igual que el voltaje de nodo $\mathbf{V}_2$. Por tanto, $\mathbf{V} = 5.80\,\text{V}\angle 33.27°$, que es el mismo resultado que se obtuvo en el ejemplo 19-6. (La ligera diferencia en el ángulo de fase es resultado del error por redondeo.)

EJEMPLO 19-10

Dado el circuito de la figura 19-26, escriba las ecuaciones de nodo, exprese todos los coeficientes en forma rectangular. Resuelva para $\mathbf{V}_1$, $\mathbf{V}_2$ y $\mathbf{V}_3$.

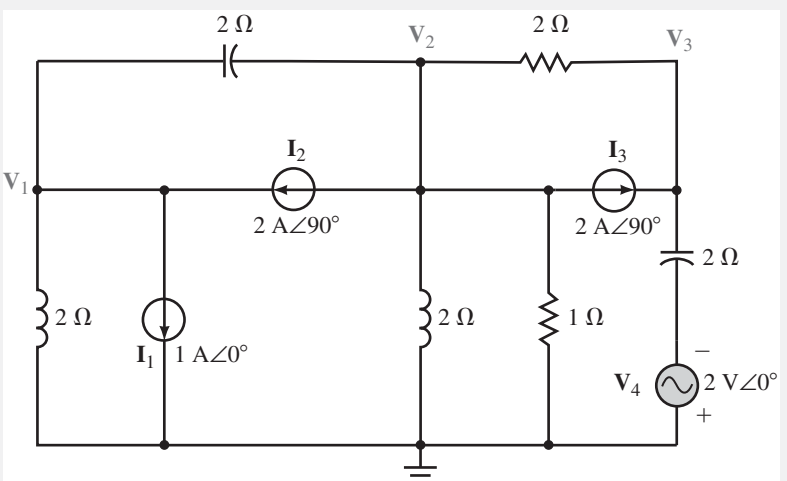


FIGURA 19-26

Solución Igual que en el ejemplo anterior, primero se necesita convertir la fuente de voltaje en su equivalente de fuente de corriente, la cual será un fasor $\mathbf{I}_4$, donde

$$\mathbf{I}_4 = \frac{\mathbf{V}_4}{\mathbf{X}_C} = \frac{2\,\text{V}\angle 0°}{2\,\Omega\angle -90°} = 1.0\,\text{A}\angle 90°$$

La figura 19-27 muestra el circuito como se ve después de la conversión de la fuente. Observe que la dirección de la fuente de corriente es hacia abajo para que corresponda con la polaridad de la fuente de voltaje $\mathbf{V}_4$.

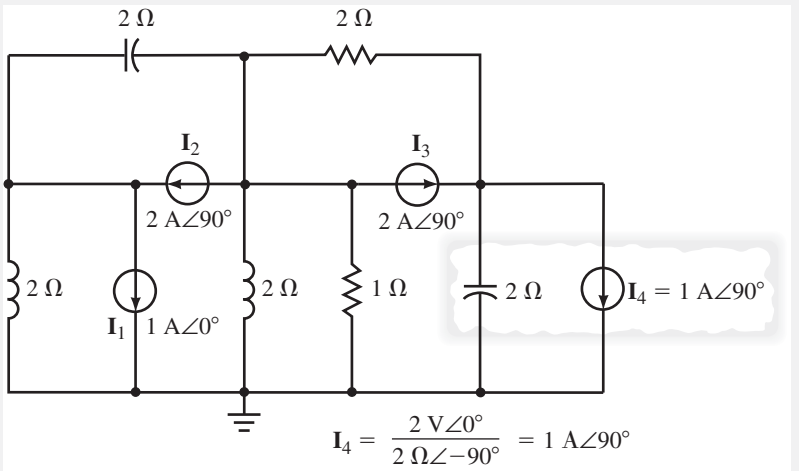


FIGURA 19-27

Ahora se marcan los nodos y las admitancias, el circuito puede simplificarse como se muestra en la figura 19-28.

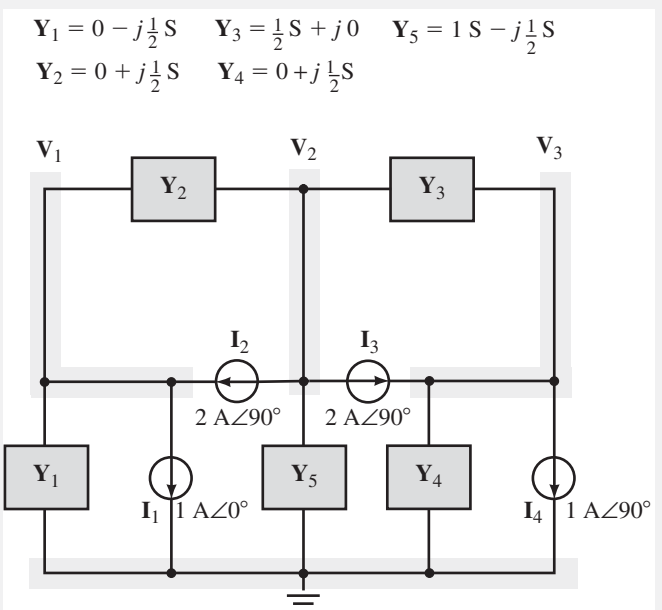


FIGURA 19-28

Las admitancias de la figura 19-28 son las siguientes:

$$\mathbf{Y}_1 = 0 - j0.5 \text{ S}$$
$$\mathbf{Y}_2 = 0 + j0.5 \text{ S}$$
$$\mathbf{Y}_3 = 0.5 \text{ S} + j0$$
$$\mathbf{Y}_4 = 0 + j0.5 \text{ S}$$
$$\mathbf{Y}_5 = 1.0 \text{ S} - j0.5 \text{ S}$$

Si se usan las admitancias asignadas, las ecuaciones de nodo se escriben como sigue:

$$\text{Nodo 1:} \quad (\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_2)\mathbf{V}_1 - (\mathbf{Y}_2)\mathbf{V}_2 - (0)\mathbf{V}_3 = -\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2$$
$$\text{Nodo 2:} \quad -(\mathbf{Y}_2)\mathbf{V}_1 + (\mathbf{Y}_2 + \mathbf{Y}_3 + \mathbf{Y}_5)\mathbf{V}_2 - (\mathbf{Y}_3)\mathbf{V}_3 = -\mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_3$$
$$\text{Nodo 3:} \quad -(0)\mathbf{V}_1 - (\mathbf{Y}_3)\mathbf{V}_2 + (\mathbf{Y}_3 + \mathbf{Y}_4)\mathbf{V}_3 = \mathbf{I}_3 - \mathbf{I}_4$$

Al sustituir la forma rectangular de las admitancias y la corriente en las ecuaciones lineales anteriores, quedan como

$$\begin{aligned}
\text{Nodo 1:} \quad & (-j0.5 + j0.5)\mathbf{V}_1 - (j0.5)\mathbf{V}_2 - (0)\mathbf{V}_3 = -1 + j2 \\
\text{Nodo 2:} \quad & -(j0.5)\mathbf{V}_1 + (j0.5 + 0.5 + 1 - j0.5)\mathbf{V}_2 - (0.5)\mathbf{V}_3 = -j2 - j2 \\
\text{Nodo 3:} \quad & -(0)\mathbf{V}_1 - (0.5)\mathbf{V}_2 + (0.5 + j0.5)\mathbf{V}_3 = j2 - j1
\end{aligned}$$

Finalmente, las ecuaciones de nodo se simplifican como sigue:

$$\begin{aligned}
\text{Nodo 1:} \quad & (0)\mathbf{V}_1 - (j0.5)\mathbf{V}_2 - (0)\mathbf{V}_3 = -1 + j2 \\
\text{Nodo 2:} \quad & -(j0.5)\mathbf{V}_1 + (1.5)\mathbf{V}_2 - (0.5)\mathbf{V}_3 = -j4 \\
\text{Nodo 3:} \quad & (0)\mathbf{V}_1 - (0.5)\mathbf{V}_2 + (0.5 + j0.5)\mathbf{V}_3 = j1
\end{aligned}$$

Estas ecuaciones se resuelven como

$$\begin{aligned}
\mathbf{V}_1 &= 10.00\text{V}\angle 90° \\
\mathbf{V}_2 &= 4.47\text{V}\angle -153.44° \\
\mathbf{V}_3 &= 2.83\text{V}\angle 135°
\end{aligned}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 4

Dado el circuito de la figura 19-29, use el análisis de nodos para encontrar los voltajes $\mathbf{V}_1$ y $\mathbf{V}_2$. Use sus resultados para determinar la corriente $\mathbf{I}$.

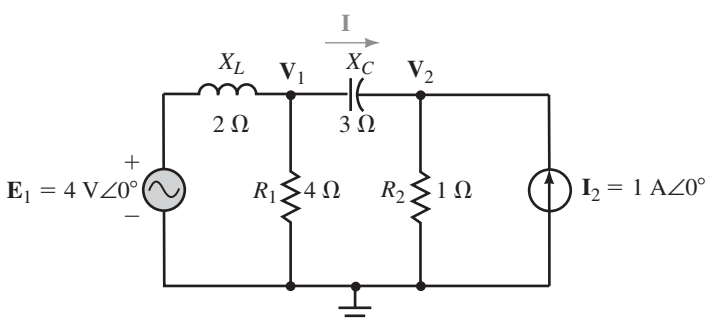


FIGURA 19-29

Respuestas
$\mathbf{V}_1 = 4.22\,\text{V}\angle -56.89°,\ \mathbf{V}_2 = 2.19\,\text{V}\angle 1.01°,\ \mathbf{I} = 1.19\,\text{A}\angle 1.85°$

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 3

Enliste brevemente los pasos que se siguen en el uso del análisis de nodos para resolver los voltajes de nodo de un circuito.

(Las respuestas están al final del capítulo)

19-5 Conversiones delta en Y y Y en delta

En el capítulo 8 se dedujeron las relaciones que muestran las equivalencias de la resistencia conectada en "delta" (o "pi") a una configuración "ye" (o "T").

De manera similar, las impedancias conectadas en una configuración Δ son equivalentes a una única configuración **Y**. La figura 19-30 muestra los circuitos equivalentes.

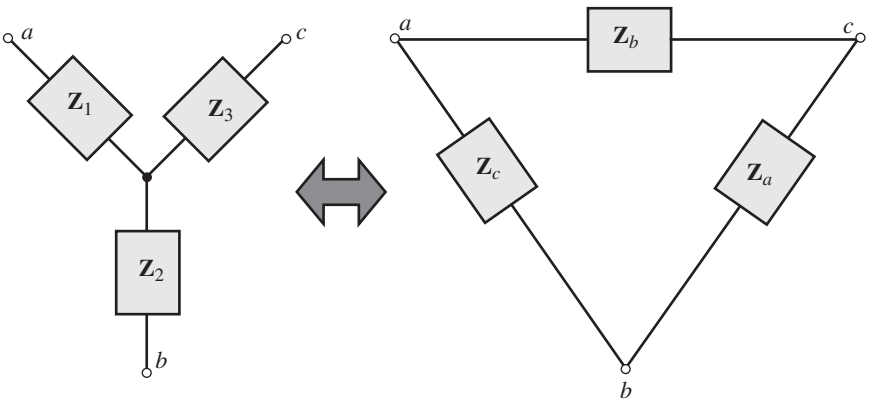


FIGURA 19-30 Equivalencia delta-Y.

Una configuración Δ se convierte en un equivalente Y mediante las siguientes expresiones:

$$\mathbf{Z}_1 = \frac{\mathbf{Z}_b\mathbf{Z}_c}{\mathbf{Z}_a + \mathbf{Z}_b + \mathbf{Z}_c} \tag{19-1}$$

$$\mathbf{Z}_2 = \frac{\mathbf{Z}_a\mathbf{Z}_c}{\mathbf{Z}_a + \mathbf{Z}_b + \mathbf{Z}_c} \tag{19-2}$$

$$\mathbf{Z}_3 = \frac{\mathbf{Z}_a\mathbf{Z}_b}{\mathbf{Z}_a + \mathbf{Z}_b + \mathbf{Z}_c} \tag{19-3}$$

La conversión anterior indica que la impedancia en cualquier rama de un circuito Y se determina tomando el producto de las dos impedancias Δ adyacentes en esta rama y dividiéndolo por la suma de las impedancias en Δ.

Si las impedancias de los lados de la red en Δ son iguales (magnitud y ángulo de fase), la red Y equivalente tendrá idénticas impedancias, cada una de las cuales se determina como

$$\mathbf{Z}_\mathrm{Y} = \frac{\mathbf{Z}_\Delta}{3} \tag{19-4}$$

Una configuración Y se convierte en un equivalente Δ usando las siguientes expresiones:

$$\mathbf{Z}_a = \frac{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_1} \tag{19-5}$$

$$\mathbf{Z}_b = \frac{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_2} \tag{19-6}$$

$$\mathbf{Z}_c = \frac{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_3} \tag{19-7}$$

Cualquier impedancia en una "Δ" se determina mediante la suma de los productos de las combinaciones de dos impedancias de la "Y" y dividiendo el resultado por la impedancia que se encuentra en la rama opuesta de la "Y".

Si las ramas de una "Y" tienen impedancias idénticas, el equivalente "Δ" tendrá impedancias dadas por

$$\mathbf{Z}_\Delta = 3\mathbf{Z}_\mathrm{Y} \tag{19-8}$$

EJEMPLO 19-11

Determine el equivalente Y de la red Δ que se muestra en la figura 19-31.

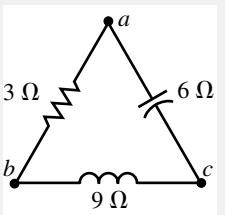


FIGURA 19-31

Solución

$$\mathbf{Z}_1 = \frac{(3\ \Omega)(-j6\ \Omega)}{3\ \Omega - j6\ \Omega + j9\ \Omega} = \frac{-j18\ \Omega}{3 + j3} = \frac{18\ \Omega\angle -90°}{4.242\angle 45°}$$
$$= 4.242\ \Omega\angle -135°$$
$$= -3.0\ \Omega - j3.0\ \Omega$$

$$\mathbf{Z}_2 = \frac{(3\ \Omega)(j9\ \Omega)}{3\ \Omega - j6\ \Omega + j9\ \Omega} = \frac{j27\ \Omega}{3 + j3} = \frac{27\ \Omega\angle 90°}{4.242\angle 45°}$$
$$= 6.364\ \Omega\angle 45°$$
$$= 4.5\ \Omega + j4.5\ \Omega$$

$$\mathbf{Z}_3 = \frac{(j9\ \Omega)(-j6\ \Omega)}{3\ \Omega - j6\ \Omega + j9\ \Omega} = \frac{54\ \Omega}{3 + j3} = \frac{54\ \Omega\angle 0°}{4.242\angle 45°}$$
$$= 12.73\ \Omega\angle -45°$$
$$= 9.0\ \Omega - j9.0\ \Omega$$

En la solución anterior se observe que la red Δ dada tiene una red Y equivalente con una rama que tiene una resistencia negativa. Este resultado indica que aunque el circuito Δ tiene un circuito Y equivalente, éste en realidad no puede construirse a partir de componentes reales porque no existen *resistores negativos* (aunque algunos componentes activos pueden mostrar características de resistencia negativa). Si la conversión dada se usa para simplificar un circuito, se intentaría con la impedancia $\mathbf{Z}_1 = -3\ \Omega - j3\ \Omega$ como si la resistencia en realidad fuera un valor negativo. La figura 19-32 muestra el circuito Y equivalente.

Se deja al estudiante demostrar que la Y de la figura 19-32 es equivalente a la Δ de la figura 19-31.

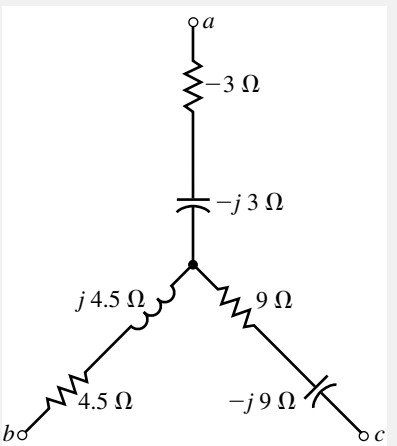


FIGURA 19-32

EJEMPLO 19-12

Encuentre la impedancia total de la red de la figura 19-33.

Solución Si se toma un momento para examinar esta red, se observe que el circuito contiene tanto una Δ como una Y. Al calcular la impedancia total, la solución es más fácil cuando se convierte la Y en una Δ.

La conversión se muestra en la figura 19-34.

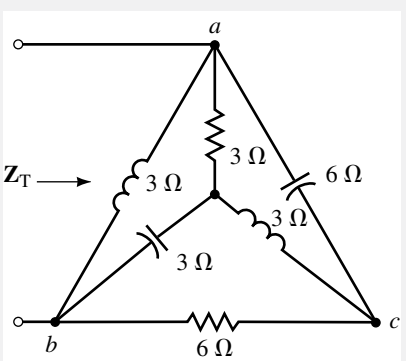


FIGURA 19-33

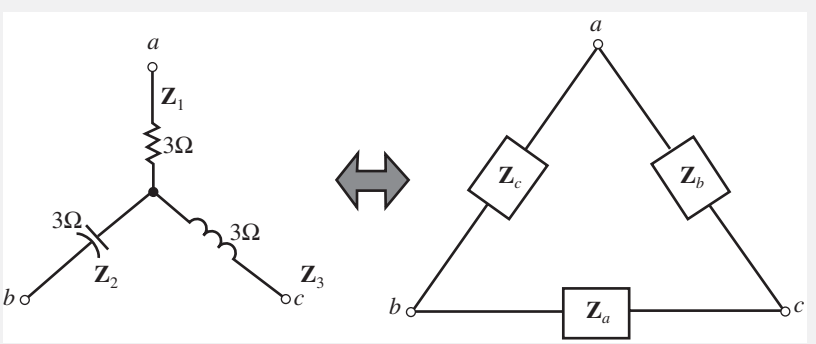


FIGURA19-34

$$\mathbf{Z}_a = \frac{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_1}$$

$$= \frac{(3\ \Omega)(j3\ \Omega) + (3\ \Omega)(-j3\ \Omega) + (j3\ \Omega)(-j3\ \Omega)}{3\ \Omega}$$

$$= \frac{-j^2 9\ \Omega}{3} = 3\ \Omega$$

$$\mathbf{Z}_b = \frac{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_2} = \frac{9\ \Omega}{-j3} = j3\ \Omega$$

$$\mathbf{Z}_c = \frac{\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_3} = \frac{9\ \Omega}{j3} = -j3\ \Omega$$

Ahora, al sustituir el equivalente Δ en la red original, se tiene la red modificada de la figura 19-35.

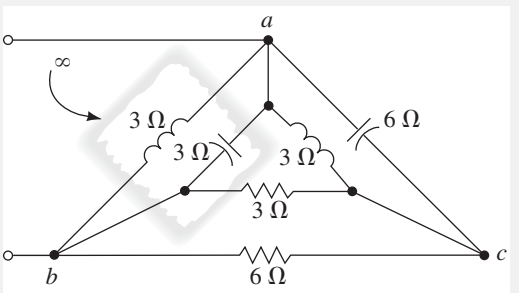


FIGURA 19-35

La red de la figura 19-35 muestra que los correspondientes lados de la Δ están en paralelo. Ya que el inductor y el capacitor en el lado izquierdo de la Δ tienen el mismo valor, se puede reemplazar la combinación en paralelo de estos dos componentes con un circuito abierto. La impedancia que resulta de la red se determina ahora fácilmente como

$$\mathbf{Z}_T = 3\ \Omega \| 6\ \Omega + (j3\ \Omega) \| (-j6\ \Omega) = 2\ \Omega + j6\ \Omega$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 5

Una red Y consiste de un capacitor de 60 Ω, un inductor de 180 Ω y un resistor de 540 Ω. Determine la correspondiente red en Δ.

Respuestas
$\mathbf{Z}_a = -1080\ \Omega + j180\ \Omega,\ \mathbf{Z}_b = 20\ \Omega + j120\ \Omega,\ \mathbf{Z}_c = 360\ \Omega - j60\ \Omega$

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 4

(Las respuestas están al final del capítulo)

Una red Δ consiste en un resistor, un inductor y un capacitor, cada uno tiene una impedancia de 150 Ω. Determine la correspondiente red en Y.

19-6 Redes de puente

Los circuitos puente, similares a la red de la figura 19-36, se usan exhaustivamente en electrónica para medir los valores de componentes desconocidos.

Recuerde del capítulo 8 que se dice que cualquier circuito puente está balanceado cuando la corriente a través de la rama entre los dos brazos es cero. En un circuito práctico, los valores de componente de resistores muy precisos se ajustan hasta que la corriente a través del elemento central (por lo general, un galvanómetro sensible) es exactamente igual a cero.

Para circuitos de ca, la condición de un **puente balanceado** ocurre cuando los vectores de impedancia de diferentes brazos satisfacen la siguiente condición:

$$\frac{\mathbf{Z}_1}{\mathbf{Z}_3} = \frac{\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_4} \qquad \textbf{(19-9)}$$

Cuando un puente balanceado se presenta en un circuito, la impedancia equivalente de la red puente se determina con facilidad cuando se remueve la impedancia central y se le reemplaza con un circuito abierto o un corto. La impedancia resultante del circuito puente se encuentra entonces en cualquiera de las dos formas siguientes:

$$\mathbf{Z}_T = \mathbf{Z}_1 \| \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3 \| \mathbf{Z}_4$$

o

$$\mathbf{Z}_T = (\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_3) \| (\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_4)$$

Si, por otro lado, el puente no está balanceado, entonces, la impedancia total debe determinarse realizando una conversión Δ en Y. De otra manera, el circuito puede estudiarse mediante el análisis de mallas o el análisis de nodos.

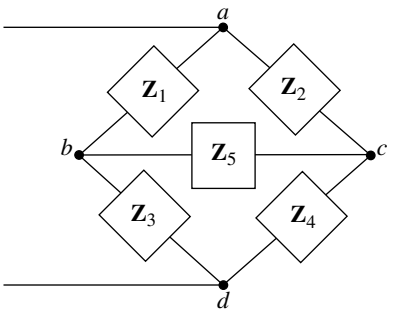
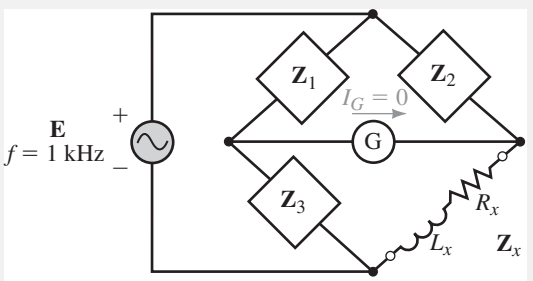


FIGURA 19-36

EJEMPLO 19-13

Dado que el circuito de la figura 19-37 es un puente balanceado.

a. Calcule la impedancia desconocida $\mathbf{Z}_x$.
b. Determine los valores de L_x y R_x si el circuito opera a una frecuencia de 1 kHz.



$\mathbf{Z}_1 = 30\ \text{k}\Omega\angle -20°$
$\mathbf{Z}_2 = 10\ \text{k}\Omega\angle 0°$
$\mathbf{Z}_3 = 100\ \Omega\angle 0°$

FIGURA 19-37

Solución

a. La expresión para la impedancia desconocida se determina a partir de la ecuación 19-9 como

$$\begin{aligned}\mathbf{Z}_x &= \frac{\mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_1} \\ &= \frac{(10\ \text{k}\Omega)(100\ \Omega)}{30\ \text{k}\Omega\angle -20°} \\ &= 33.3\ \Omega\angle 20° \\ &= 31.3 + j11.4\ \Omega\end{aligned}$$

b. A partir del resultado anterior, se tiene

$$R_x = 31.3\ \Omega$$

y

$$L_x = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{11.4\ \Omega}{2\pi(1000\ \text{Hz})} = 1.81\ \text{mH}$$

Ahora se consideran varias formas de circuitos puente que se usan en circuitos electrónicos para determinar los valores de inductores y capacitores desconocidos. Al igual que en los puentes de resistores, los circuitos usan resistores variables junto con galvanómetros de movimiento muy sensibles para asegurar una condición balanceada del puente. Sin embargo, en lugar de usar una fuente de cd para proporcionar la corriente al circuito, los circuitos puente usan fuentes de ca que operan a una frecuencia conocida (por lo general, 1 kHz). Una vez que el puente está balanceado, el valor de la inductancia o capacitancia desconocida puede determinarse con facilidad al obtener la lectura directamente del instrumento. La mayoría de los aparatos que usan circuitos puente incorporan diferentes tipos de ellos para permitir la medición de diversos tipos de impedancias.

Puente de Maxwell

El **puente de Maxwell**, que se muestra en la figura 19-38, se usa para determinar la inductancia y la resistencia en serie de un inductor que tiene una resistencia en serie relativamente grande (comparada con $X_L = \omega L$).

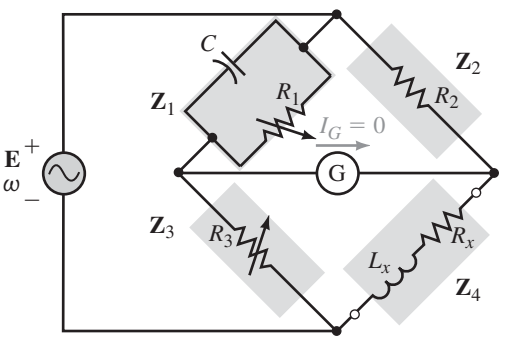


FIGURA 19-38 Puente de Maxwell.

Los resistores R_1 y R_3 se ajustan para proporcionar la condición de balance (cuando la corriente a través del galvanómetro es cero: $I_G = 0$).

Cuando el puente está balanceado, se sabe que la siguiente condición se debe cumplir:

$$\frac{\mathbf{Z}_1}{\mathbf{Z}_2} = \frac{\mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_4}$$

Si se escriben las impedancias en forma rectangular, se obtiene

$$\frac{\left[\dfrac{(R_1)\left(-j\dfrac{1}{\omega C}\right)}{R_1 - j\dfrac{1}{\omega C}}\right]}{R_2} = \frac{R_3}{R_x + j\omega L_x}$$

$$\frac{\left(-j\dfrac{R_1}{\omega C}\right)}{\left(\dfrac{\omega R_1 C - j1}{\omega C}\right)} = \frac{R_2 R_3}{R_x + j\omega L_x}$$

$$\frac{-jR_1}{\omega C R_1} - j = \frac{R_2 R_3}{R_x + j\omega L_x}$$

$$(-jR_1)(R_x + j\omega L_x) = R_2 R_3(\omega C R_1 - j)$$

$$\omega L_x R_1 - jR_1 R_x = \omega R_1 R_2 R_3 C - jR_2 R_3$$

Ahora, ya que dos números complejos pueden ser iguales solo si sus partes reales e imaginarias son iguales, entonces, se debe tener lo siguiente:

$$\omega L_x R_1 = \omega R_1 R_2 R_3 C$$

y

$$R_1 R_x = R_2 R_3$$

Al simplificar estas expresiones, se obtienen las siguientes ecuaciones para un puente de Maxwell:

$$L_x = R_2 R_3 C \qquad \textbf{(19-10)}$$

y

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_1} \qquad \textbf{(19-11)}$$

EJEMPLO 19-14

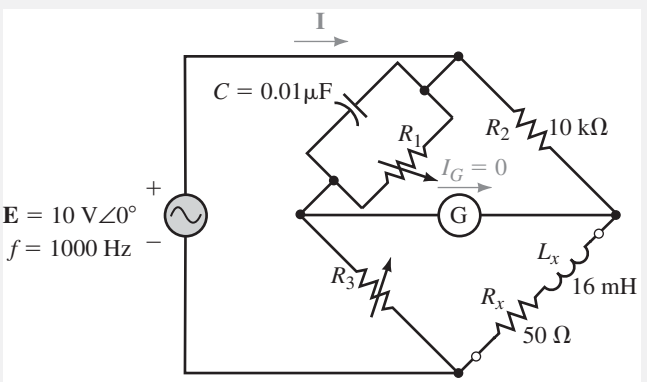


FIGURA 19-39

a. Determine los valores de R_1 y R_3 de manera que el puente de la figura 19-39 esté balanceado.

b. Calcule la corriente I cuando el puente está balanceado.

Solución

a. Al volver a escribir las ecuaciones 19-10 y 19-11 y despejar las variables desconocidas, se obtiene

$$R_3 = \frac{L_x}{R_2 C} = \frac{16\text{ mH}}{(10\text{ k}\Omega)(0.01\ \mu\text{F})} = 160\ \Omega$$

y

$$R_1 = \frac{R_2 R_3}{R_x} = \frac{(10\text{ k}\Omega)(160\ \Omega)}{50\ \Omega} = 32\text{ k}\Omega$$

b. La impedancia total se encuentra como

$$\mathbf{Z}_T = (\mathbf{Z}_C \| \mathbf{R}_1 \| \mathbf{R}_2) + [\mathbf{R}_3 \| (\mathbf{R}_x + \mathbf{Z}_{Lx})]$$
$$\mathbf{Z}_T = (-j15.915\text{ k}\Omega) \| 32\text{ k}\Omega \| 10\text{ k}\Omega + [160\ \Omega \| (50\ \Omega + j100.5\ \Omega)]$$
$$= 6.87\text{ k}\Omega\angle -25.6^\circ + 77.2\ \Omega\angle 38.0^\circ$$
$$= 6.91\text{ k}\Omega\angle -25.0^\circ$$

La corriente que resulta del circuito es

$$\mathbf{I} = \frac{10\text{ V}\angle 0^\circ}{6.91\text{ k}\Omega\angle -25^\circ} = 1.45\text{ mA}\angle 25.0^\circ$$

Puente de Hay

Con el fin de medir la inductancia y la resistencia en serie de un inductor que tiene una pequeña resistencia en serie se suele usar un **puente de Hay**, el cual se muestra en la figura 19-40.

Si se aplica un método similar al que se usó para determinar los valores de la inductancia y la resistencia desconocidas del puente de Maxwell, puede demostrarse que las siguientes ecuaciones se cumplen para el puente de Hay:

$$L_x = \frac{R_2 R_3 C}{\omega^2 R_1{}^2 C^2 + 1} \tag{19-12}$$

y

$$R_x = \frac{\omega^2 R_1 R_2 R_3 C^2}{\omega^2 R_1{}^2 C^2 + 1} \tag{19-13}$$

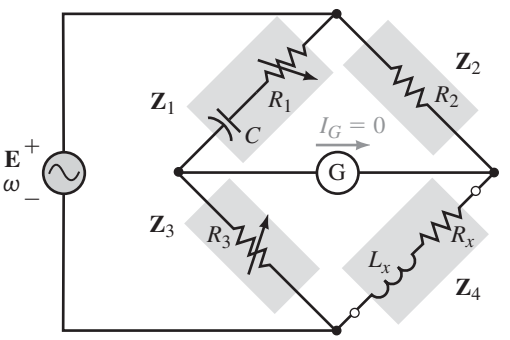


FIGURA 19-40 Puente de Hay.

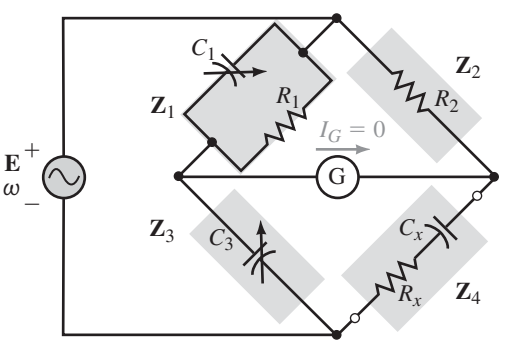


FIGURA 19-41 Puente de Schering.

Puente de Schering

El **puente de Schering** que se muestra en la figura 19-41 es un circuito que se usa para determinar el valor de la capacitancia desconocida.

Al resolver para la condición de puente balanceado, se obtienen las siguientes ecuaciones para las cantidades desconocidas del circuito:

$$C_x = \frac{R_1 C_3}{R_2} \tag{19-14}$$

$$R_x = \frac{C_1 R_2}{C_3} \tag{19-15}$$

EJEMPLO 19-15

Determine los valores de C_1 y C_3 que resultarán en un puente balanceado para el circuito de la figura 19-42.

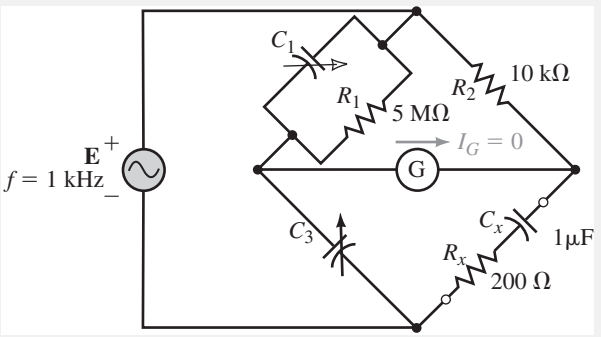


FIGURA 19-42 Puente de Hay.

MULTISIM

Solución Se vuelven a escribir las ecuaciones 19-14 y 19-15, para determinar las capacitancias desconocidas como

$$C_3 = \frac{R_2 C_x}{R_1} = \frac{(10\ \text{k}\Omega)(1\ \mu\text{F})}{5\ \text{M}\Omega} = 0.002\ \mu\text{F}$$

y

$$C_1 = \frac{C_3 R_x}{R_2} = \frac{(0.002\ \mu\text{F})(200\ \Omega)}{10\ \text{k}\Omega} = 40\ \text{pF}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 6

Determine los valores de R_1 y R_3 de manera que el puente de la figura 19-43 esté balanceado.

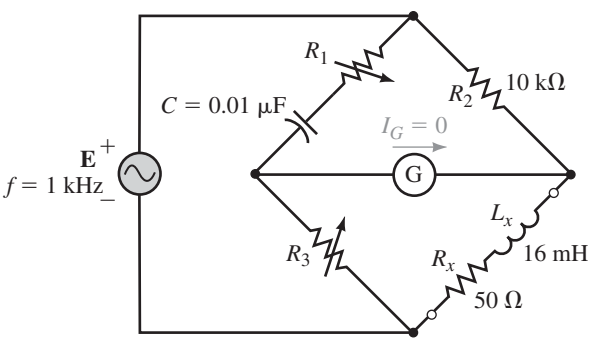


FIGURA 19-43

Respuesta
$R_1 = 7916\ \Omega,\ R_3 = 199.6\ \Omega$

19-7 Análisis de circuitos por computadora

MULTISIM

PSpice

En algunos de los ejemplos en este capítulo se analizaron circuitos que dieron como resultado tres ecuaciones lineales simultáneas. Sin duda, el lector se ha preguntado si habrá una forma menos complicada de resolver esos circuitos sin la necesidad de usar algebra compleja. Los programas de computadora son particularmente útiles para resolver tales circuitos de ca. Tanto Multisim como PSpice tienen ventajas individuales en la solución de los circuitos de ca. Como en los ejemplos

anteriores, Multisim proporciona una excelente simulación de cómo se hacen las mediciones en un laboratorio. Por otro lado, PSpice proporciona las lecturas de voltaje y corriente junto con la magnitud y el ángulo de fase. Los siguientes ejemplos muestran cómo estos programas son de utilidad para examinar los circuitos de este capítulo.

EJEMPLO 19-16

Use Multisim para demostrar que el circuito puente de la figura 19-44 está balanceado.

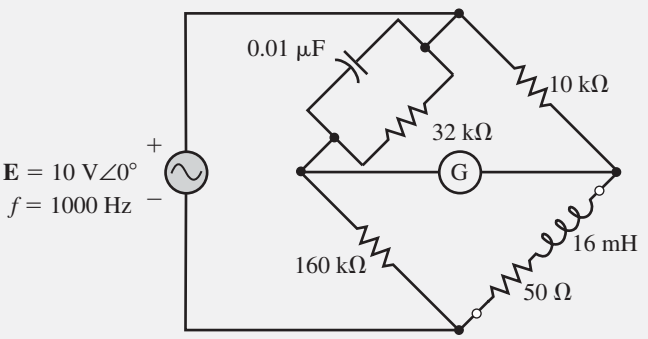
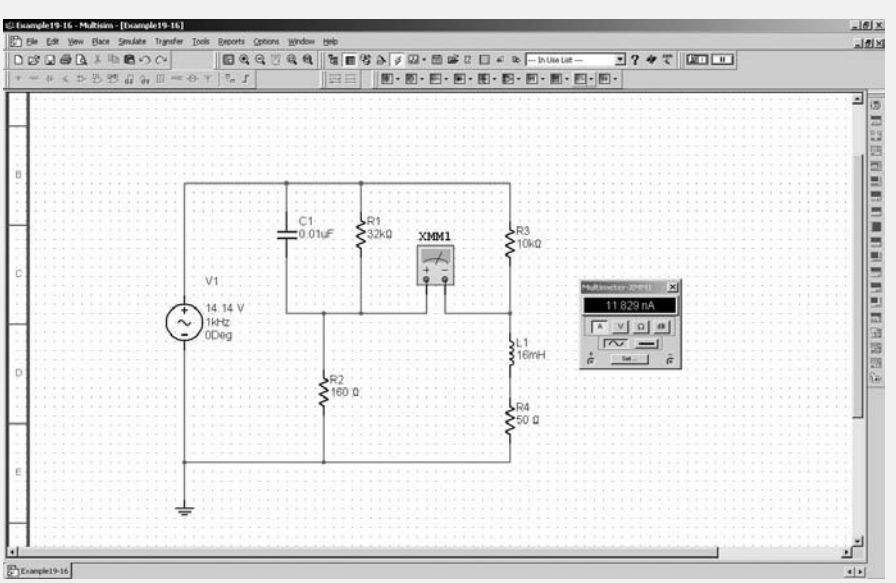


FIGURA 19-44

Solución Recuerde que un circuito puente está balanceado cuando la corriente a través de la rama entre los dos brazos del puente es igual a cero. En este ejemplo se usará un multímetro configurado en su intervalo de amperímetro de ca para verificar la condición del circuito. El amperímetro se selecciona al hacer clic en **A** y se fija en el intervalo de ca haciendo clic en el botón sinusoidal. La figura 19-45 muestra las conexiones del circuito y la lectura del amperímetro. El resultado corresponde a la condición que se analizó previamente en el ejemplo 19-14. (Nota: cuando use Multisim, el amperímetro puede no mostrar exactamente cero corriente en la condición de balance. Esto se debe a la forma en que el programa hace los cálculos. Cualquier corriente menor que *5* μA se considera efectivamente cero.)



MULTISIM

FIGURA 19-45

PROBLEMAS PRÁCTICOS 7

Use Multisim para verificar que el resultado que se obtuvo en el ejemplo 19-15 da como resultado un circuito puente balanceado. (Suponga que el puente está balanceado si la corriente del galvanómetro es menor que 5 μA.)

PSpice

EJEMPLO 19-17

Use PSpice para conectar el circuito de la figura 19-15. Suponga que el circuito opera a una frecuencia de $\omega = 50$ rad/s ($f = 7.958$ Hz). Use PSpice para obtener una impresión de salida que muestre la corriente a través de X_C, R_2 y X_L. Compare los resultados con los que se obtuvieron en el ejemplo 19-6.

Solución Ya que los componentes reactivos en la figura 19-15 fueron dados como impedancia, es necesario determinar primero los valores correspondientes en henries y farads.

$$L = \frac{4\ \Omega}{50\ \text{rad/s}} = 80\ \text{mH}$$

y

$$C = \frac{1}{(2\ \Omega)(50\ \text{rad/s})} = 10\ \text{mF}$$

Ahora ya está listo para usar OrCAD Capture para conectar el circuito como se muestra en la figura 19-46. Se repasan los pasos básicos. Use la fuente de corriente de ca ISRC de la biblioteca SOURCE y coloque la parte IPRINT de la biblioteca SPECIAL. El resistor, inductor y capacitor se seleccionan de la biblioteca ANALOG y el símbolo de tierra se selecciona mediante la herramienta Place ground.

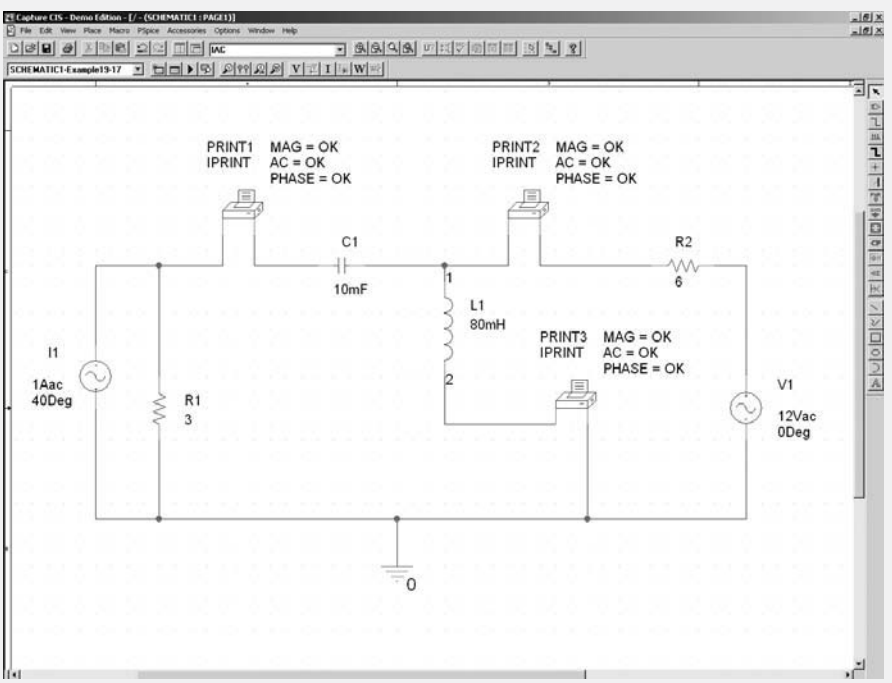


FIGURA 19-46

Cambie los valores de la fuente de corriente haciendo doble clic en el elemento y mueva la barra de desplazamiento horizontal hasta que encuentre el campo titulado AC. Teclee **1A 40Deg** en este campo. Debe colocar un espacio entre la magnitud y el ángulo de fase. Haga clic en *Apply*. Para que estos valores se desplieguen en el esquema, debe hacer clic en el botón Display y luego en *Value Only*. Dé clic en OK y regrese al editor de propiedades y cierre haciendo clic en X.

La parte IPRINT es similar a un amperímetro y proporciona una impresión de salida de la magnitud y ángulo de fase de la corriente. Las propiedades de la parte IPRINT pueden cambiarse al dar doble clic en el elemento y desplazando la barra hasta mostrar los campos apropiados. Teclee OK en los campos AC, MAG y PHASE. Para desplegar los campos seleccionados en el esquema, debe dar clic en el botón *Display* y luego seleccionar *Name* y *Value* después de cambiar cada campo. Ya que se requieren medir tres corrientes en el circuito, se puede seguir este procedimiento dos veces más. Sin embargo, un método más fácil es dar clic en la parte IPRINT y copiar el elemento con <Ctrl.><C> y <Ctrl.><V>. Cada IPRINT tendrá las mismas propiedades.

Una vez que el resto del circuito se ha terminado y conectado, haga clic en la herramienta *New Simulation Profile*. Dele un nombre a la simulación (por ejemplo, C**orrientes de Rama de ca**). Dé clic en la pestaña de *Analysis* y seleccione AC *Sweep/Noise* como el tipo de análisis. Teclee los siguientes valores:

Start Frequency: **7.958Hz**

End Frequency: **7.958Hz**

Total Points: **1**

Ya que no se necesita el postprocesador *Probe* para realizar la corrida, se deshabilita seleccionando la pestaña *Probe Window* (a partir de la caja de diálogo *Simulation Settings*). Dé clic en la ventana *Display Probe* y salga de la configuración haciendo clic en OK.

Dé clic en la herramienta *Run*. Una vez que se ha ejecutado con éxito PSpice, haga clic en el menú *View* y seleccione *Output File*. Desplácese a través del archivo hasta que las corrientes se muestren como sigue:

```
FREQ         IM(V_PRINT1)IP(V_PRINT1)
7.958E+00    7.887E-01   -1.201E+02
FREQ         IM(V_PRINT2)IP(V_PRINT2)
7.958E+00    1.304E+00    1.560E+02
FREQ         IM(V_PRINT3)IP(V_PRINT3)
7.958E+00    1.450E+00   -5.673E+01
```

La impresión anterior proporciona $\mathbf{I}_1 = 0.7887\ \text{A}\angle{-120.1°}$, $\mathbf{I}_2 = 1.304\ \text{A}\angle{156.0°}$ e $\mathbf{I}_3 = 1.450\ \text{A}\angle{-56.73°}$. Estos resultados son consistentes con los que se calcularon en el ejemplo 19-6.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 8

Use PSpice para evaluar los voltajes de nodo para el circuito de la figura 19-23. Suponga que el circuito opera a una frecuencia angular de $\omega = 1000$ rad/s ($f = 159.15$ Hz).

PUESTA EN PRÁCTICA

El puente de Schering de la figura 19-74 (pág. 660) está balanceado. En este capítulo aprendió varios métodos que permiten determinar las corrientes en cualquier parte del circuito. Use cualquier método para determinar la corriente a través del galvanómetro si el valor de $C_x = 0.07\ \mu\text{F}$. (El resto de los valores permanecen sin cambio.) Repita los cálculos para un valor de $C_x = 0.09\ \mu\text{F}$. ¿Puede hacer un planteamiento general para la corriente a través del galvanómetro si C_x es más pequeño que el valor requerido para balancear el puente? ¿Qué planteamiento general puede hacerse si el valor de C_x es más grande que el valor en el puente balanceado?

PROBLEMAS

19-1 Fuentes dependientes

1. Vea el circuito de la figura 19-47.
   Encuentre **V** cuando la corriente de control **I** es la siguiente:
   a. 20 μA∠0°
   b. 50 μA∠−180°
   c. 60 μA∠60°

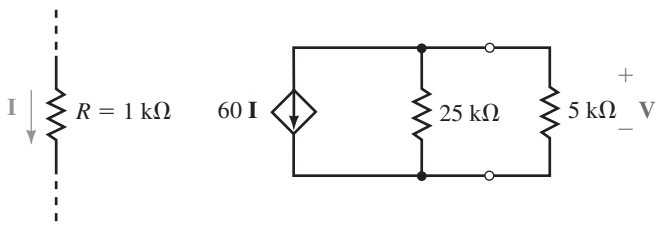


FIGURA 19-47

2. Vea el circuito de la figura 19-48.
   Encuentre **I** cuando el voltaje de control **V**, es el siguiente:
   a. 30 mV∠0°
   b. 60 mV∠−180°
   c. 100 mV∠−30°

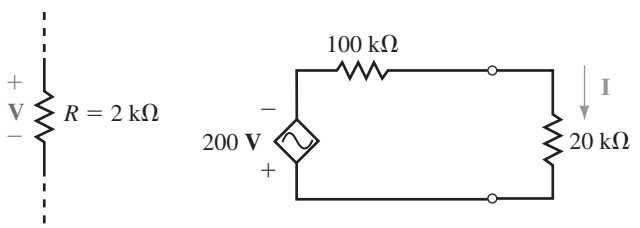


FIGURA 19-48

3. Repita el problema 1 para el circuito de la figura 19-49.

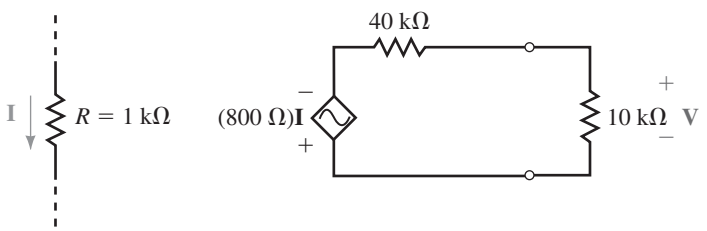


FIGURA 19-49

4. Repita el problema 2 para el circuito de la figura 19-50.

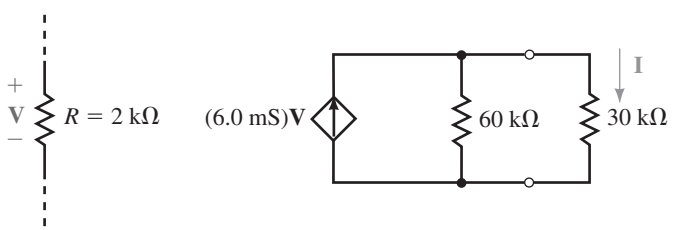


FIGURA 19-50

5. Encuentre el voltaje de salida $\mathbf{V}_{sal}$ para el circuito de la figura 19-51

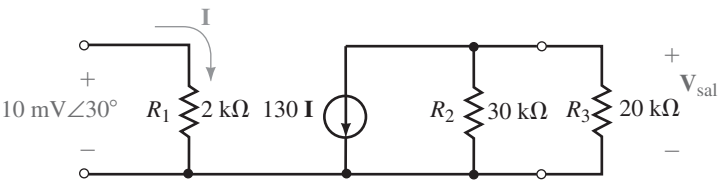


FIGURA 19-51

6. Repita el problema 5 para el circuito de la figura 19-52.

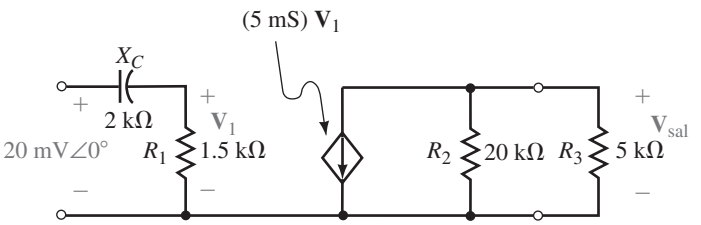


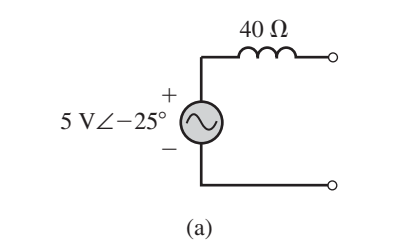
FIGURA 19-52

19-2 Conversión de fuentes

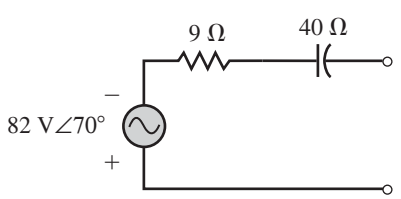
7. Dados los circuitos de la figura 19-53, convierta cada una de las fuentes de corriente en fuentes de voltaje equivalentes. Utilice el circuito resultante para encontrar $\mathbf{V}_L$.



FIGURA 19-53



(a)



(b)

FIGURA 19-54

8. Convierta cada fuente de voltaje de la figura 19-54 en una fuente de corriente equivalente.
9. Vea el circuito de la figura 19-55.
   a. Encuentre el voltaje **V**.
   b. Convierta la fuente de corriente en una fuente de voltaje equivalente y de nuevo encuentre **V**. Compare con el resultado que obtuvo en (a).

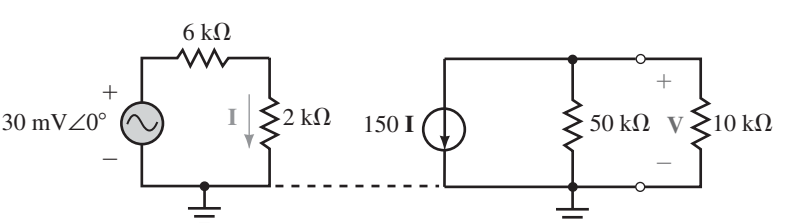


FIGURA 19-55

10. Vea el circuito de la figura 19-56.
    a. Encuentre el voltaje $\mathbf{V}_L$.
    b. Convierta la fuente de corriente en una fuente de voltaje equivalente y, una vez más, encuentre $\mathbf{V}_L$.
    c. Si $\mathbf{I} = 5\ \mu\text{A}\angle 90°$ ¿que valor tiene $\mathbf{V}_L$?

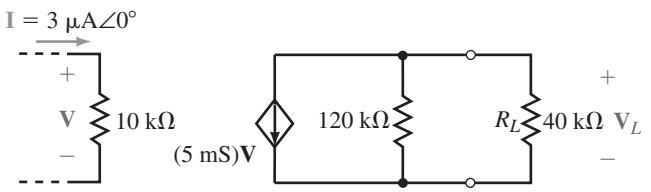


FIGURA 19-56

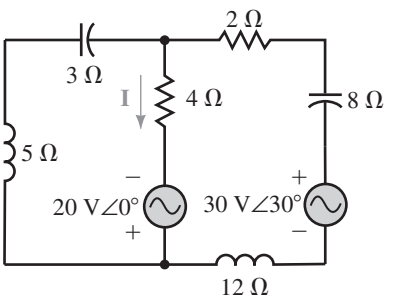


FIGURA 19-57

19-3 Análisis de mallas (lazos)

11. Considere el circuito de la figura 19-57.
    a. Escriba las ecuaciones de malla para el circuito.
    b. Encuentre las corrientes de lazo.
    c. Determine la corriente **V** a través de un resistor de 4 Ω.
12. Vea el circuito de la figura 19-58.
    a. Escriba las ecuaciones de malla para el circuito.
    b. Encuentre las corrientes de lazo.
    c. Determine la corriente a través de un inductor de 25 Ω.
13. Vea el circuito de la figura 19-59.
    a. Simplifique el circuito y escriba las ecuaciones de malla.
    b. Encuentre las corrientes de lazo.
    c. Determine el voltaje **V** en el capacitor de 15 Ω.

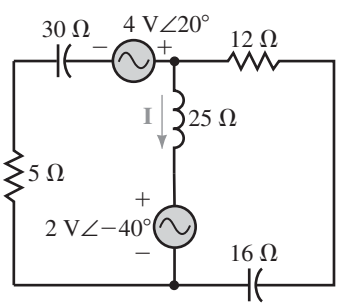


FIGURA 19-58

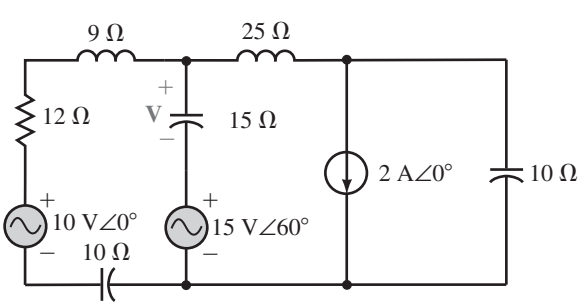


FIGURA 19-59

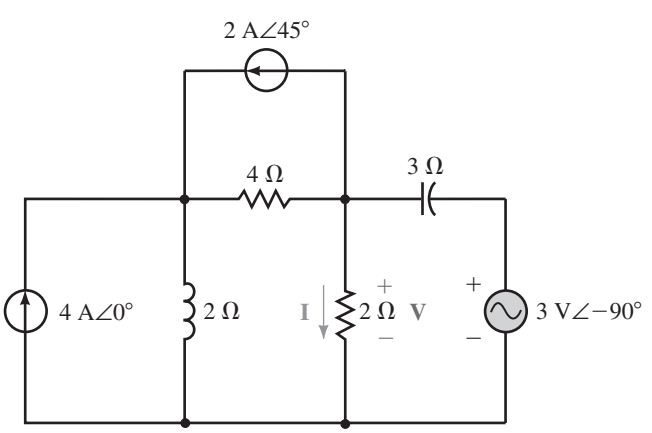


FIGURA 19-60

14. Considere el circuito de la figura 19-60.
    a. Simplifique el circuito y escriba las ecuaciones de malla.
    b. Encuentre las corrientes de lazo.
    c. Determine el voltaje **V** en el resistor de 2 Ω.

15. Utilice el análisis de mallas para encontrar la corriente **I** y el voltaje **V** en el circuito de la figura 19-61.
16. Repita el problema 15 para el circuito de la figura 19-62.

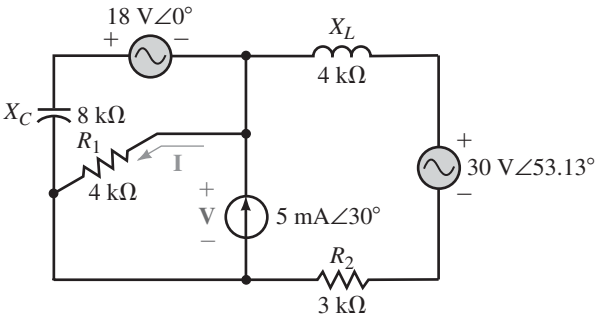


FIGURA 19-61

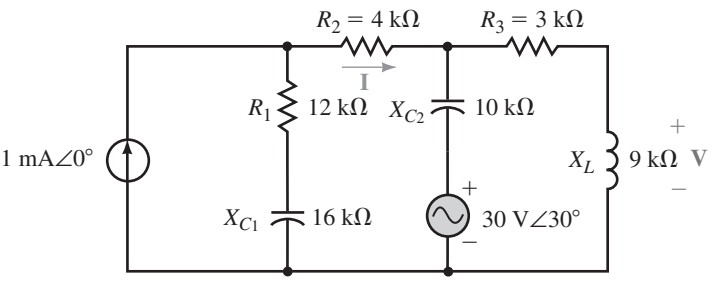


FIGURA 19-62

19-4 Análisis de nodos

17. Considere el circuito de la figura 19-63.
    a. Escriba las ecuaciones de nodo.
    b. Encuentre los voltajes de nodo.
    c. Determine la corriente **I** a través de un capacitor de 4 Ω.
18. Vea el circuito de la figura 19-64.
    a. Escriba las ecuaciones de nodo.
    b. Encuentre los voltajes de nodo.
    c. Determine el voltaje **V** en un capacitor de 3 Ω.

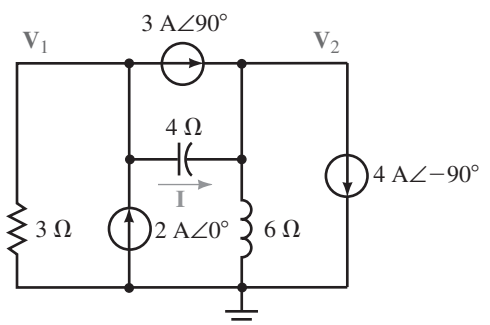


FIGURA 19-63

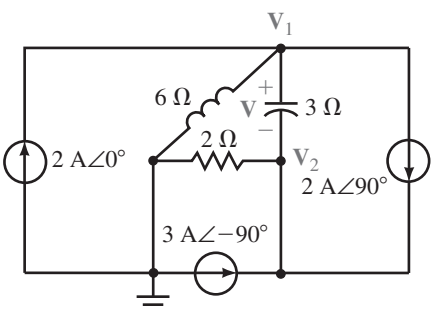


FIGURA 19-64

19. a. Simplifique el circuito de la figura 19-59 y escriba las ecuaciones de nodo.
    b. Resuelva para los voltajes de nodo.
    c. Determine el voltaje en un capacitor de 15 Ω.
20. a. Simplifique el circuito de la figura 19-60 y escriba las ecuaciones de nodo.
    b. Resuelva para los voltajes de nodo.
    c. Determine la corriente a través de un resistor de 2 Ω.
21. Utilice el análisis de nodos para determinar los voltajes de nodo en el circuito de la figura 19-61. Utilice los resultados para encontrar la corriente **I** y el voltaje **V**. Compare sus respuestas con las que obtuvo mediante el análisis de mallas en el problema 15.
22. Utilice el análisis de nodos para determinar los voltajes de nodos en el circuito de la figura 19-62. Utilice los resultados para encontrar la corriente **I** y el voltaje **V**. Compare sus respuestas con las que obtuvo mediante el análisis de mallas en el problema 16.

19-5 Conversiones delta en Y y Y en delta

23. Convierta cada una de las redes Δ de la figura 19-65 en su red equivalente Y.
24. Convierta cada una de las redes Y de la figura 19-66 en su red equivalente Δ.

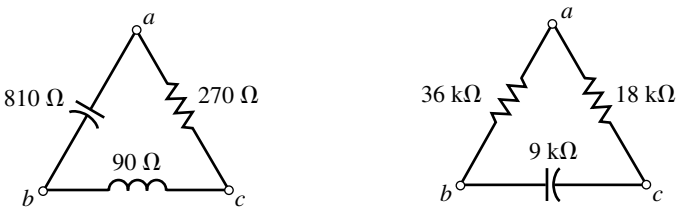


FIGURA 19-65

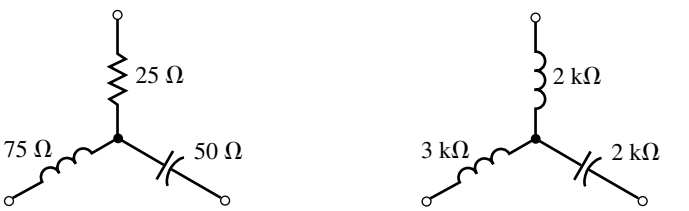


FIGURA 19-66

25. Use la conversión Δ → Y o Y → Δ para calcular I en el circuito de la figura 19-67.
26. Use la conversión Δ → Y o Y → Δ para calcular **I** en el circuito de la figura 19-68.

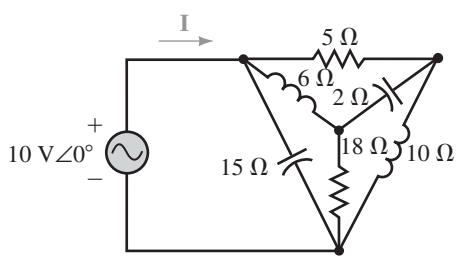


FIGURA 19-67

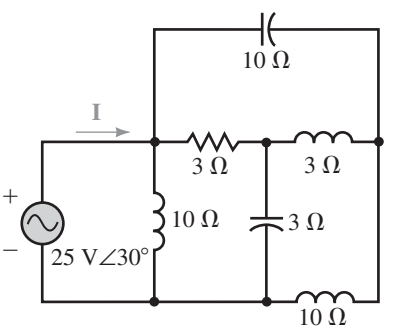


FIGURA 19-68

27. Vea el circuito de la figura 19-69:

a. Determine la impedancia equivalente, $\mathbf{Z}_T$ del circuito.

b. Encuentre las corrientes **I** e $\mathbf{I}_1$.

28. Vea el circuito de la figura 19-70:

a. Determine la impedancia equivalente, $\mathbf{Z}_T$ del circuito.

b. Encuentre los voltajes **V** y $\mathbf{V}_1$.

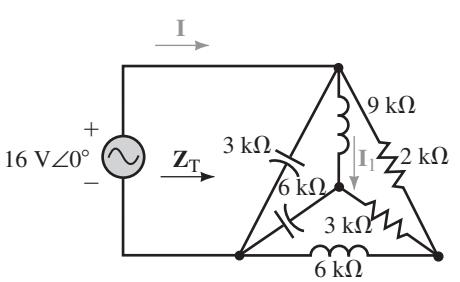


FIGURA 19-69

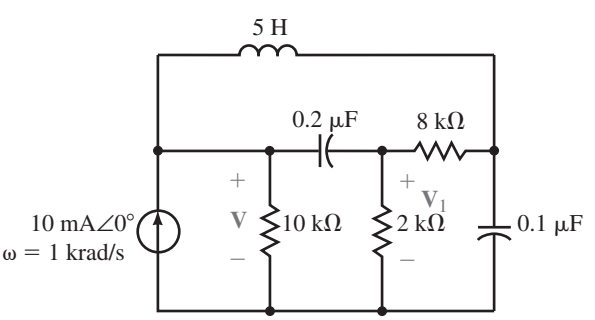


FIGURA 19-70

19-6 Redes de puente

29. Dado que el circuito puente de la figura 19-71 está balanceado:
    a. Determine el valor de la impedancia desconocida.
    b. Encuentre la corriente **I**.
30. Dado que el circuito puente de la figura 19-72 está balanceado:
    a. Determine el valor de la impedancia desconocida.
    b. Encuentre la corriente **I**.

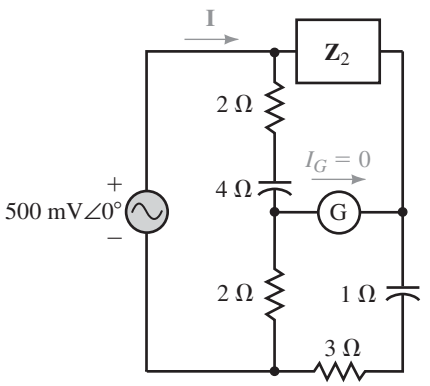


FIGURA 19-71

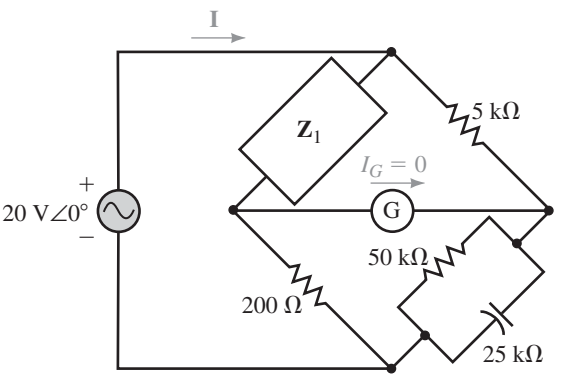
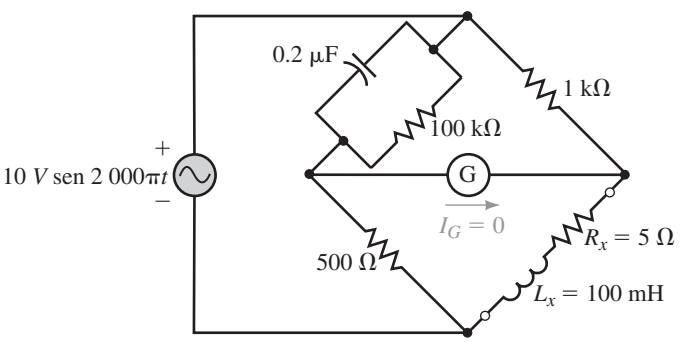


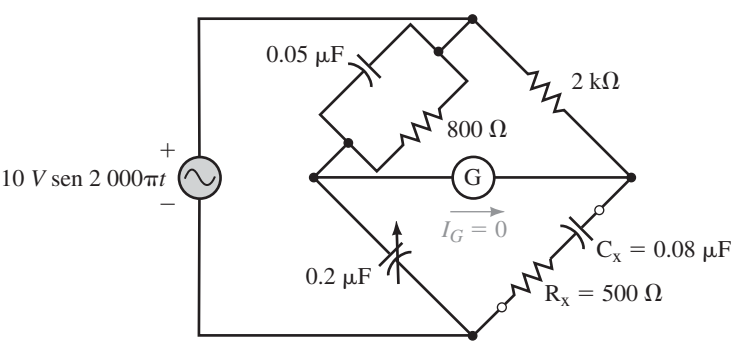
FIGURA 19-72

31. Demuestre que el circuito puente de la figura 19-73 está balanceado.
32. Demuestre que el circuito puente de la figura 19-74 está balanceado.



MULTISIM

FIGURA 19-73



MULTISIM

FIGURA 19-74

33. Deduzca las ecuaciones 19-14 y 19-15 para el puente de Schering balanceado.
34. Deduzca las ecuaciones 19-12 y 19-13 para el puente de Hay balanceado.

35. Determine los valores de los resistores desconocidos que resultarán en un puente balanceado para el circuito de la figura 19-75.

36. Determine los valores de los capacitores desconocidos que resultarán en un puente balanceado para el circuito de la figura 19-76.

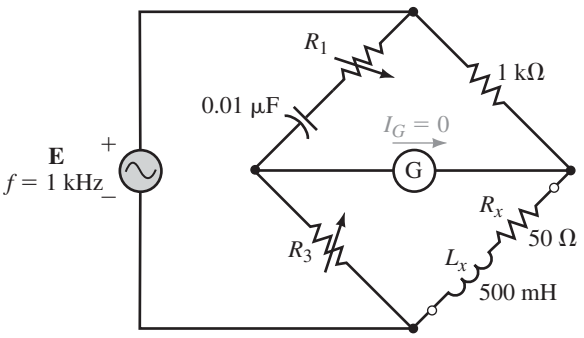


FIGURA 19-75

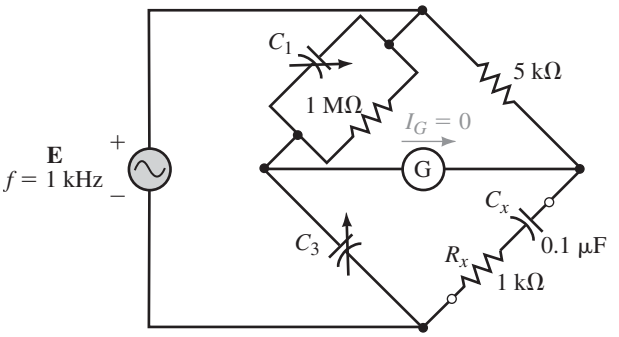


FIGURA 19-76

19-7 Análisis de circuitos por computadora

37. Use Multisim para demostrar que el circuito puente de la figura 19-73 está balanceado. (Suponga que el puente está balanceado si la corriente del galvanómetro es menor a 5 μA.) MULTISIM

38. Repita el problema 37 para el circuito puente de la figura 19-74. MULTISIM

39. Utilice PSpice para introducir el archivo del circuito de la figura 19-21. Suponga que el circuito opera a una frecuencia de $\omega = 2$ krad/s. Use IPRINT y VPRINT para obtener una impresión de los voltajes de nodo y de la corriente a través de cada elemento del circuito. PSpice

40. Utilice PSpice para introducir el archivo del circuito de la figura 19-29. Suponga que el circuito opera a una frecuencia de $\omega = 1$ krad/s. Use IPRINT y VPRINT para obtener una impresión de los voltajes de nodo y de la corriente a través de cada elemento del circuito. PSpice

41. Utilice PSpice para introducir el archivo del circuito de la figura 19-68. Suponga que el circuito opera a una frecuencia de $\omega = 20$ rad/s. Use IPRINT para obtener una impresión de la corriente **I**. PSpice

42. Utilice PSpice para introducir el archivo del circuito de la figura 19-69. Suponga que el circuito opera a una frecuencia de $\omega = 3$ krad/s. Use IPRINT para obtener una impresión de la corriente **I**. PSpice

✓ RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 1

a. $\mathbf{E} = 1\,000\,\text{V}\angle 30°$ b. $\mathbf{E} = 4\,\text{V}\angle -90°$

c. $\mathbf{E} = 1\,024\,\text{V}\angle -38.66°$

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 2

1. Convierta las fuentes de corriente a fuentes de voltaje.
2. Se vuelve a dibujar el circuito.
3. Se asigna una corriente en el sentido de las manecillas del reloj a cada lazo.
4. Se escriben las ecuaciones de lazo de acuerdo con la ley de voltaje de Kirchhoff.
5. Se resuelven las ecuaciones lineales simultáneas para encontrar las corrientes de lazo.

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 3

1. Convierta las fuentes de voltaje a fuentes de corriente.
2. Se vuelve a dibujar el circuito.
3. Se marcan todos los nodos, incluido el nodo de referencia.
4. Se escriben las ecuaciones de nodo de acuerdo con la ley de corriente de Kirchhoff.
5. Se resuelven las ecuaciones lineales simultáneas para encontrar los voltajes de nodo.

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 4

$\mathbf{Z}_1 = 150\,\Omega\angle 90°,\ \mathbf{Z}_2 = 150\,\Omega\angle -90°,\ \mathbf{Z}_3 = 150\,\Omega\angle 0°$

■ TÉRMINOS CLAVE

Potencia máxima absoluta

Potencia máxima relativa

■ PLAN GENERAL

Teorema de superposición. Fuentes independientes

Teorema de superposición. Fuentes dependientes

Teorema de Thévenin. Fuentes independientes

Teorema de Norton. Fuentes independientes

Teoremas de Thévenin y Norton para fuentes dependientes

Teorema de máxima transferencia de potencia

Análisis de circuitos por computadora

■ OBJETIVOS

Después de estudiar este capítulo será capaz de:

- aplicar el teorema de superposición para determinar el voltaje y la corriente a través de cualquier componente en un circuito dado,
- determinar el equivalente de Thévenin de circuitos que tienen fuentes independientes, dependientes o ambas,
- determinar el equivalente de Norton de circuitos que tienen fuentes independientes, dependientes o ambas,
- aplicar el teorema de máxima transferencia de potencia para determinar la impedancia de carga para la cual se transfiere la máxima potencia a la carga de un circuito dado,
- usar PSpice para encontrar los equivalentes de Thévenin y Norton de circuitos que tienen fuentes independientes o dependientes,
- usar Multisim para verificar la operación de circuitos de ca.

Teorema de redes de ca

20

RESUMEN DEL CAPÍTULO

En este capítulo se aplican los teoremas de superposición de Thévenin, de Norton y de máxima transferencia de potencia para el análisis de circuitos de ca. Aunque los teoremas de Millman y de reciprocidad se aplican también a los circuitos de ca, se han omitido porque las aplicaciones son prácticamente idénticas a las que se usaron en el análisis de circuitos de cd.

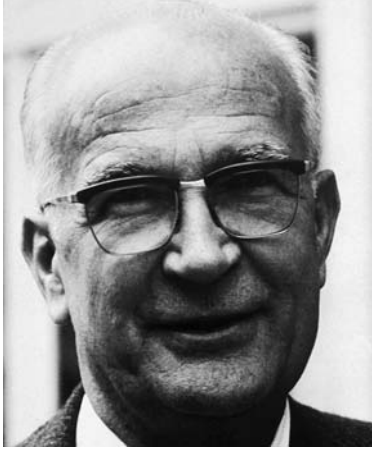
Muchas de las técnicas que se emplean en este capítulo son similares a las del capítulo 9 y, como resultado, la mayoría de los estudiantes encontrarán útil hacer un breve repaso de los teoremas de cd.

Este capítulo examina la aplicación de los teoremas de redes al considerar ambas fuentes, independientes y dependientes. Con el fin de mostrar las diferencias entre los métodos que se usan en el análisis con varios tipos de fuentes, las secciones se especifican de acuerdo con el tipo de fuente involucrada.

La comprensión de las fuentes dependientes es útil en particular cuando se trabaja con circuitos de transistores y amplificadores operacionales. Las secciones 20-2 y 20-5 están dirigidas a proporcionar las bases para analizar la operación de amplificadores de retroalimentación. El profesor debe saber que lo mejor será posponer esos temas hasta que se tome en un curso que se dedique a dichos amplificadores. En consecuencia, la omisión de las secciones 20-2 y 20-5 de ninguna forma restará valor a la continuidad de las ideas importantes que se presentan en este capítulo. ■

PERSPECTIVA HISTÓRICA

William Bradford Shockley



SHOCKLEY NACIÓ EN LONDRES, INGLATERRA, el 13 de febrero de 1910 y fue hijo de un ingeniero de minas. Después de graduarse en el California Institute of Technology y del Massachussets Institute of Technology, Shockley se unió a los Laboratorios Bell Telephone.

Con sus colaboradores, John Bardeen y Walter Brattain, Shockley desarrolló un rectificador mejorado de estado sólido usando un cristal de germanio, el cual había sido inyectado con cantidades minúsculas de impurezas. A diferencia de los tubos de vacío, los diodos que resultaron fueron capaces de operar a voltajes mucho más bajos, sin la necesidad de elementos calefactores ineficientes.

En 1948, Shockley combinó tres capas de germanio para producir un dispositivo que fuera capaz no sólo de rectificar una señal, sino también de amplificarla, a partir de ello se desarrolló el primer transistor. Desde su humilde inicio, el transistor ha sido mejorado y se ha reducido su tamaño hasta el punto que hoy un circuito que contiene miles de transistores pueden fácilmente acomodarse en un área no más grande que la cabeza de un alfiler.

La llegada del transistor ha permitido la construcción de elaboradas naves espaciales, la comunicación sin precedentes y nuevas formas de generación de energía.

Shockley, Bardeen y Brattain recibieron el Premio Nóbel de Física en 1956 por el descubrimiento del transistor. ■

20-1 Teorema de superposición. Fuentes independientes

El teorema de superposición establece lo siguiente:

El voltaje en un elemento (o la corriente a través de él) se determina por la suma del voltaje (o la corriente) debido a cada fuente independiente.

Con el fin de aplicar este teorema, todas las fuentes, excepto la que está siendo considerada, son eliminadas. Al igual que en circuitos de cd, esto se hace al reemplazar las fuentes de corriente con circuitos abiertos y las fuentes de voltaje con cortocircuitos. El proceso se repite hasta que el efecto debido a todas las fuentes ha sido determinado.

Aunque por lo general se trabaja con circuitos en los que todas las fuentes tienen la misma frecuencia, en ocasiones un circuito puede operar a más de una frecuencia en un tiempo. Esto es en particular válido en circuitos con diodos y transistores, los cuales usan una fuente de cd para establecer un punto de "polarización" (u operación) y una fuente de ca para proporcionar la señal condicionada o amplificada. En tales casos, los voltajes o corrientes que resultan se determinan aplicando el teorema de superposición. El tema de cómo resolver los circuitos que operan a diferentes frecuencias de manera simultánea, se estudia en el capítulo 25.

NOTAS . . .

Al igual que en los circuitos de cd, el teorema de superposición puede aplicarse sólo al voltaje y la corriente; no puede ser usado para resolver la potencia total disipada por algún elemento. Esto se debe a que la potencia no es una cantidad lineal, sino que sigue una relación de ley cuadrada ($P = V^2/R = I^2R$).

EJEMPLO 20-1

Determine la corriente **I** en la figura 20-1 mediante el teorema de superposición.

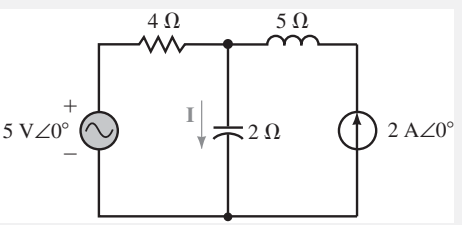


FIGURA 20-1

Solución

La corriente debida a la fuente de voltaje de 5 V∠0°: al eliminar la fuente de corriente se obtiene el circuito que se observa en la figura 20-2.

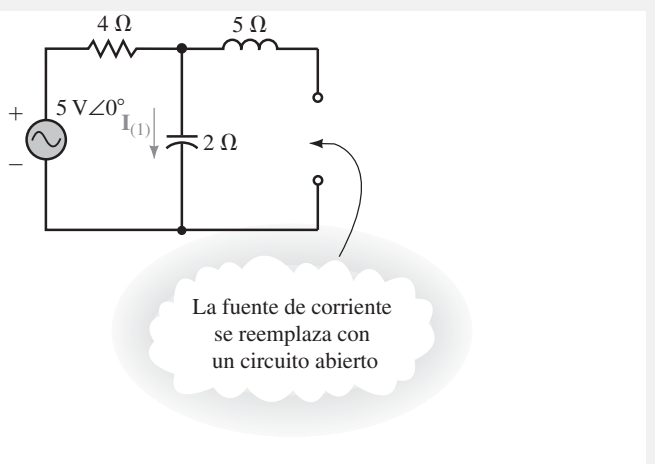


FIGURA 20-2

Al aplicar la ley de Ohm, se tiene

$$\mathbf{I}_{(1)} = \frac{5\ \text{V}\angle 0^\circ}{4 - j2\ \Omega} = \frac{5\ \text{V}\angle 0^\circ}{4.472\Omega\angle -26.57^\circ}$$
$$= 1.118\ \text{A}\angle 26.57^\circ$$

Corriente debida a la fuente de corriente de 2 A∠0°: al eliminar la fuente de voltaje, se obtiene el circuito que se muestra en la figura 20-3.

La corriente $\mathbf{I}_{(2)}$ debida a esta fuente se determina al aplicar la regla del divisor de corriente.

$$\mathbf{I}_{(2)} = (2\text{ A}\angle 0°)\frac{4\ \Omega\angle 0°}{4\ \Omega - j2\ \Omega}$$
$$= \frac{8\text{ V}\angle 0°}{4.472\ \Omega\angle -26.57°}$$
$$= 1.789\text{ A}\angle 26.57°$$

La corriente total se determina como la suma de las corrientes $\mathbf{I}_{(1)}$ e $\mathbf{I}_{(2)}$:

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_{(1)} + \mathbf{I}_{(2)}$$
$$= 1.118\text{ A}\angle 26.57° + 1.789\text{ A}\angle 26.57°$$
$$= (1.0\text{ A} + j0.5\text{ A}) + (1.6\text{ A} + j0.8\text{ A})$$
$$= 2.6 + j1.3\text{ A}$$
$$= 2.91\text{ A}\angle 26.57°$$

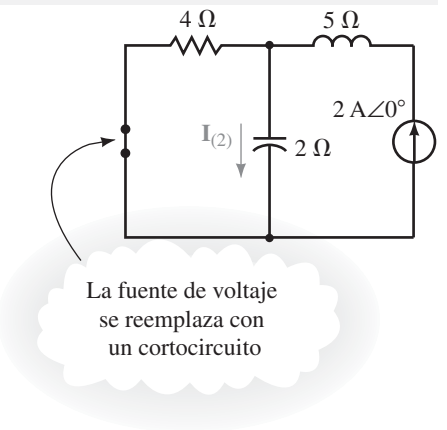


FIGURA 20-3

EJEMPLO 20-2

Considere el circuito de la figura 20-4:

Determine lo siguiente:

a. $\mathbf{V}_R$ y $\mathbf{V}_C$ aplicando el teorema de superposición.
b. La potencia disipada por el circuito.
c. La potencia suministrada al circuito por cada una de las fuentes.

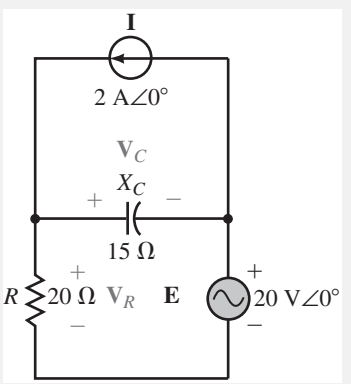


FIGURA 20-4

Solución

a. El teorema de superposición se emplea como sigue:

Voltajes debidos a la fuente de corriente: una vez que se elimina la fuente de voltaje se obtiene el circuito que se muestra en la figura 20-5.

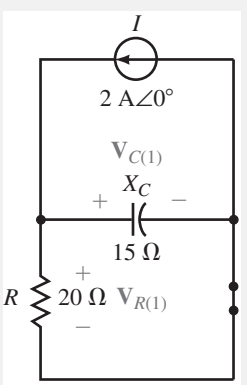


FIGURA 20-5

La impedancia "vista" por la fuente de corriente será el componente en paralelo de $\mathbf{R}\|\mathbf{Z}_C$.

$$\mathbf{Z}_1 = \frac{(20\ \Omega)(-j15\ \Omega)}{20\ \Omega - j15\ \Omega} = \frac{300\ \Omega\angle -90°}{25\ \Omega\angle -36.87°} = 12\ \Omega\angle -53.13°$$

El voltaje $\mathbf{V}_{R(1)}$ es el mismo que el voltaje en el capacitor, $\mathbf{V}_{C(1)}$. Entonces,

$$\mathbf{V}_{R(1)} = \mathbf{V}_{C(1)}$$
$$= (2\text{ A}\angle 0°)(12\ \Omega\angle -53.13°)$$
$$= 24\text{ V}\angle -53.13°$$

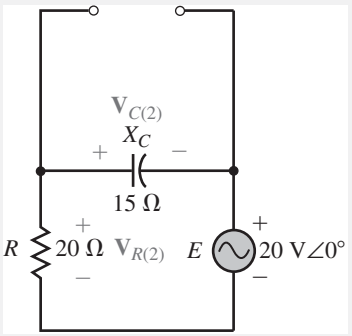


FIGURA 20-6

Voltajes debidos a la fuente de voltaje: cuando se elimina la fuente de corriente, se obtiene el circuito que se muestra en la figura 20-6.

Los voltajes $\mathbf{V}_{R(2)}$ y $\mathbf{V}_{C(2)}$ se determinan aplicando la regla del divisor de voltaje,

$$\mathbf{V}_{R(2)} = \frac{20\ \Omega\angle 0^\circ}{20\ \Omega - j15\ \Omega}(20\ \text{V}\angle 0^\circ)$$
$$= \frac{400\ \text{V}\angle 0^\circ}{25\ \angle -36.87^\circ} = 16\ \text{V}\angle +36.87^\circ$$

y

$$\mathbf{V}_{C(2)} = \frac{-15\ \Omega\angle -90^\circ}{20\ \Omega - j15\ \Omega}(20\ \text{V}\angle 0^\circ)$$
$$= \frac{300\ \text{V}\angle 90^\circ}{25\ \angle -36.87^\circ} = 12\ \text{V}\angle 126.87^\circ$$

Observe que a $\mathbf{V}_{C(2)}$ se le ha asignado un signo negativo con respecto a la polaridad supuesta originalmente. El signo negativo puede eliminarse de los cálculos sumando (o restando) 180º a los cálculos correspondientes.

Al aplicar la superposición se obtiene

$$\mathbf{V}_R = \mathbf{V}_{R(1)} + \mathbf{V}_{R(2)}$$
$$= 24\ \text{V}\angle -53.13^\circ + 16\ \text{V}\angle 36.87^\circ$$
$$= (14.4\ \text{V} - j19.2\ \text{V}) + (12.8\ \text{V} + j9.6\ \text{V})$$
$$= 27.2\ \text{V} - j9.6\ \text{V}$$
$$= 28.84\ \text{V}\angle -19.44^\circ$$

y

$$\mathbf{V}_C = \mathbf{V}_{C(1)} + \mathbf{V}_{C(2)}$$
$$= 24\ \text{V}\angle -53.13^\circ + 12\ \text{V}\angle 126.87^\circ$$
$$= (14.4\ \text{V} - j19.2\ \text{V}) + (-7.2\ \text{V} + j9.6\ \text{V})$$
$$= 7.2\ \text{V} - j9.6\ \text{V}$$
$$= 12\ \text{V}\angle -53.13^\circ$$

b. Ya que sólo el resistor disipará potencia, la potencia total disipada por el circuito se encuentra como sigue

$$P_\text{T} = \frac{(28.84\ \text{V})^2}{20\ \Omega} = 41.60\ \text{W}$$

c. La potencia suministrada al circuito por la fuente de corriente es

$$P_1 = V_1 I \cos\theta_1$$

donde $\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_C = 12\ \text{V}\angle -53.13^\circ$ es el voltaje en la fuente de corriente y θ_1 es el ángulo de fase entre $\mathbf{V}_1$ e $\mathbf{I}$.

La potencia suministrada por la fuente de corriente es

$$P_1 = (12\ \text{V})(2\ \text{A})\cos 53.13^\circ = 14.4\ \text{W}$$

La potencia suministrada al circuito por la fuente de voltaje se determina de manera similar como

$$P_2 = EI_2 \cos\theta_2$$

donde $\mathbf{I}_2$ es la corriente a través de de la fuente de voltaje y θ_2 es el ángulo de fase entre $\mathbf{E}$ e $\mathbf{I}_2$.

$$P_2 = (20\ \text{V})\left(\frac{28.84\ \text{V}}{20\ \Omega}\right)\cos 19.44^\circ = 27.2\ \text{W}$$

Como se esperaba, la potencia total suministrada al circuito debe ser la suma

$$P_\text{T} = P_1 + P_2 = 41.6\text{W}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 1

Use la superposición para encontrar **V** e **I** para el circuito de la figura 20-7.

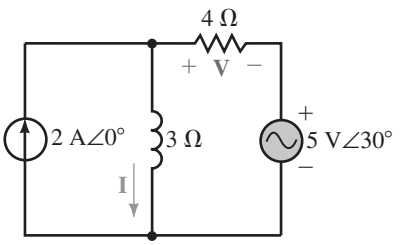


FIGURA 20-7

Respuestas
$\mathbf{I} = 2.52\ \text{A}\angle -25.41°,\ \mathbf{V} = 4.45\ \text{V}\angle 104.18°$

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 1

(Las respuestas están al final del capítulo)

Un resistor de 20 Ω está en un circuito que tiene tres fuentes sinusoidales. Después de analizar el circuito, se encuentra que la corriente a través del resistor debida a cada una de las fuentes es la siguiente:

$$I_1 = 1.5\ \text{A}\angle 20°$$
$$I_2 = 1.0\ \text{A}\angle 110°$$
$$I_3 = 2.0\ \text{A}\angle 0°$$

a. Aplique la superposición para calcular la corriente resultante a través del re-sistor.
b. Calcule la potencia disipada por el resistor.
c. Demuestre que la potencia disipada por el resistor no puede encontrase al aplicar la superposición, a saber, $P_T \neq I_1^2R + I_2^2R + I_3^2R$.

20-2 Teorema de superposición. Fuentes dependientes

En el capítulo 19 se introdujo el concepto de fuentes dependientes. Ahora se examinan los circuitos de ca que contienen fuentes dependientes. Para analizarlos, primero es necesario determinar si la fuente dependiente está supeditada a un elemento de control en su propio circuito o si el elemento de control está localizado en algún otro circuito.

Si el elemento de control es externo al circuito en consideración, el método de análisis es el mismo que para una fuente independiente. Sin embargo, si el elemento de control está en el mismo circuito, el análisis sigue una estrategia algo diferente. Los siguientes dos ejemplos muestran las técnicas que se usan para analizar los circuitos que contienen fuentes dependientes.

EJEMPLO 20-3

Considere el circuito de la figura 20-8.

a. Determine la expresión general para **V** en términos de **I**.
b. Calcule **V** si $\mathbf{I} = 1.0\ \text{A}\angle 0°$.
c. Calcule **V** si $\mathbf{I} = 0.3\ \text{A}\angle 90°$.

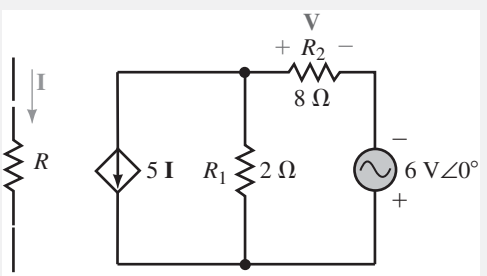


FIGURA 20-8

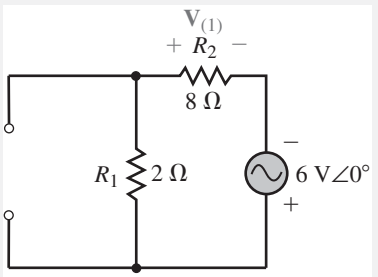


FIGURA 20-9

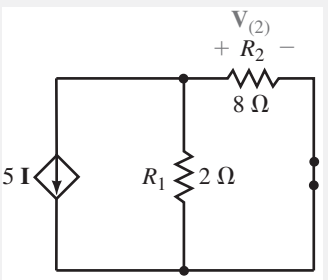


FIGURA 20-10

Solución

a. Ya que la fuente de corriente en el circuito depende de la corriente a través de un elemento que está localizado fuera del circuito de interés, éste puede analizarse de la misma manera que las fuentes independientes.

Voltaje debido a la fuente de voltaje: al eliminar la fuente de corriente se obtiene el circuito de la figura 20-9.

$$\mathbf{V}_{(1)} = \frac{8\ \Omega}{10\ \Omega}(6\ \text{V}\angle 0°) = 4.8\ \text{V}\angle 0°$$

Voltaje debido a la fuente de corriente: si se elimina la fuente de voltaje se obtiene el circuito que se muestra en la figura 20-10.

$$\mathbf{Z}_T = 2\ \Omega \| 8\ \Omega = 1.6\ \Omega\angle 0°$$
$$\mathbf{V}_{(2)} = \mathbf{V}_{Z_T} = -(5\mathbf{I})(1.6\ \Omega\angle 0°) = -8.0\ \Omega\mathbf{I}$$

A partir de la superposición, se determina que la expresión general para el voltaje es

$$\begin{aligned}\mathbf{V} &= \mathbf{V}_{(1)} + \mathbf{V}_{(2)}\\ &= 4.8\ \text{V}\angle 0° - 8.0\ \Omega\mathbf{I}\end{aligned}$$

b. Si $\mathbf{I} = 1.0\ \text{A}\angle 0°$,
$$\begin{aligned}\mathbf{V} &= 4.8\ \text{V}\angle 0° - (8.0\ \Omega)(1.0\ \text{A}\angle 0°) = -3.2\ \text{V}\\ &= 3.2\ \text{V}\angle 180°\end{aligned}$$

c. Si $\mathbf{I} = 0.3\ \text{A}\angle 90°$,
$$\begin{aligned}\mathbf{V} &= 4.8\ \text{V}\angle 0° - (8.0\ \Omega)(0.3\ \text{A}\angle 90°) = 4.8\ \text{V} - j2.4\ \text{V}\\ &= 5.367\ \text{V}\angle -26.57°\end{aligned}$$

EJEMPLO 20-4

Dado el circuito de la figura 20-11, calcule el voltaje en el resistor de 40 Ω.

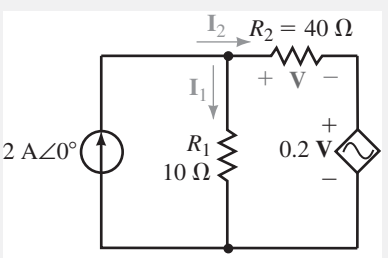


FIGURA 20-11

Solución En el circuito de la figura 20-11, la fuente dependiente es controlada por un elemento localizado en el circuito. A diferencia de las fuentes en los ejemplos anteriores, la fuente dependiente no puede ser eliminada del circuito, porque al hacerlo se contradiría la ley de voltaje de Kirchhoff o la ley de corriente de Kirchhoff o ambas.

El circuito debe analizarse considerando todos los efectos en forma simultánea.

Al aplicar la ley de corriente de Kirchhoff, se tiene

$$\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 = 2\ \text{A}\angle 0°$$

De la ley del voltaje de Kirchhoff, se tiene

$$\begin{aligned}(10\ \Omega)\,\mathbf{I}_1 &= \mathbf{V} + 0.2\ \mathbf{V} = 1.2\ \mathbf{V}\\ \mathbf{I}_1 &= 0.12\ \mathbf{V}\end{aligned}$$

e

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{V}}{40\ \Omega} = 0.025\ \mathbf{V}$$

Al combinar las expresiones anteriores se tiene

$$\begin{aligned}0.12\ \mathbf{V} + 0.025\ \mathbf{V} &= 2.0\ \text{A}\angle 0°\\ 0.145\ \mathbf{V} &= 2.0\ \text{A}\angle 0°\\ \mathbf{V} &= 13.79\ \text{V}\angle 0°\end{aligned}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 2

Determine el voltaje **V** en el circuito de la figura 20-12.

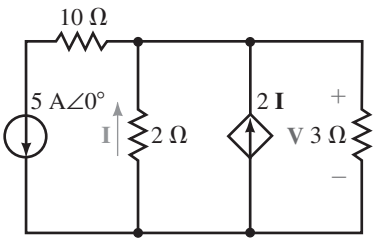


FIGURA 20-12

Respuesta
$\mathbf{V} = 2.73\ \text{V}\angle 180°$

20-3 Teorema de Thévenin. Fuentes independientes

El teorema de Thévenin es un método que convierte cualquier circuito de ca lineal bilateral en una sola fuente de voltaje de ca en serie con una impedancia equivalente como se muestra en la figura 20-13.

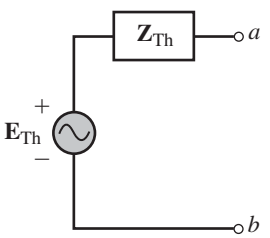


FIGURA 20-13 Circuito equivalente de Thévenin.

La red de dos terminales que resulta será equivalente cuando se conecte a cualquier rama o componente externos. Si el circuito original contiene elementos reactivos, el circuito equivalente de Thévenin será válido sólo a la frecuencia en la cual se determinaron las reactancias. El siguiente método se usa para determinar el equivalente de Thévenin de un circuito de ca que tiene ya sea fuentes independientes o fuentes que dependen de algún voltaje o corriente de algún otro circuito. El método descrito no puede usarse en circuitos que tienen fuentes dependientes controladas por voltaje o corriente en el mismo circuito.

1. Separe la rama en la cual se ubicará el circuito equivalente de Thévenin. Marque las dos terminales que quedan. Aunque se puede poner cualquier designación, aquí se usará la notación *a* y *b*.
2. Fije todas las fuentes en cero. Como en los circuitos de cd, esto se logra al reemplazar las fuentes de voltaje con cortocircuitos y las fuentes de corriente con circuitos abiertos.
3. Determine la impedancia equivalente de Thévenin $\mathbf{Z}_{\text{Th}}$ al calcular la impedancia vista entre las terminales abiertas *a* y *b*. En ocasiones puede ser necesario volver a dibujar el circuito para simplificar el proceso.
4. Vuelva a colocar las fuentes que se quitaron en el paso 3 y determine el voltaje a circuito abierto en las terminales *a* y *b*. Si alguna de las fuentes está expresada en forma sinusoidal, primero es necesario convertirlas a la forma fasorial equivalente. Para circuitos que tienen más de una fuente, puede ser necesario aplicar el teorema de superposición para calcular el voltaje a circuito abierto. Ya que todos los voltajes serán fasores, el resultado se encuentra con álgebra vectorial. El voltaje a circuito abierto es el voltaje de Thévenin $\mathbf{E}_{\text{Th}}$.
5. Dibuje el circuito equivalente de Thévenin que resulta incluyendo la porción del circuito que se quitó en el paso 1.

EJEMPLO 20-5

Determine el circuito equivalente de Thévenin externo a $\mathbf{Z}_L$ para el circuito de la figura 20-14.

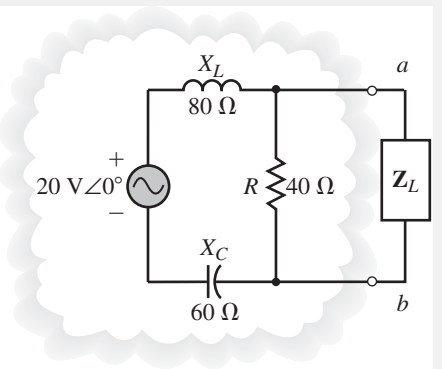


FIGURA 20-14

Solución

Pasos 1 y 2: se separa la impedancia de carga $\mathbf{Z}_L$ y se fija la fuente de voltaje en cero, se obtiene el circuito de la figura 20-15.

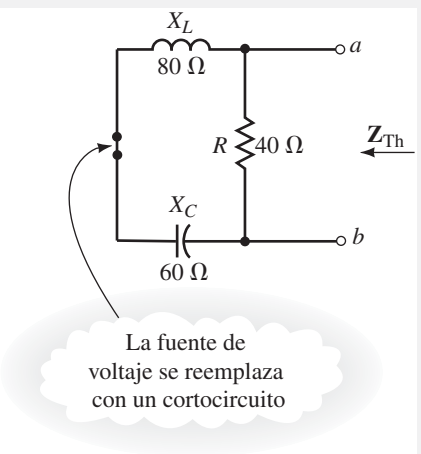


FIGURA 20-15

Paso 3: la impedancia de Thévenin entre las terminales *a* y *b* se encuentra como sigue

$$\begin{aligned}\mathbf{Z}_{\text{Th}} &= \mathbf{R}\|(\mathbf{Z}_L + \mathbf{Z}_C)\\ &= \frac{(40\ \Omega\angle 0°)(20\ \Omega\angle 90°)}{40\ \Omega + j20\ \Omega}\\ &= \frac{800\ \Omega\angle 90°}{44.72\ \Omega\angle 26.57°}\\ &= 17.89\ \Omega\angle 63.43°\\ &= 8\ \Omega + j16\ \Omega\end{aligned}$$

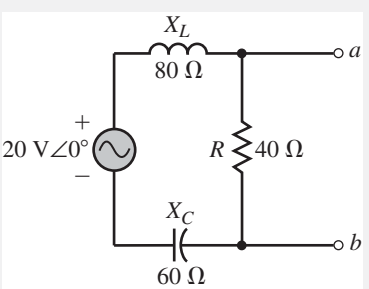


FIGURA 20-16

Paso 4: el voltaje de Thévenin se encuentra mediante la regla del divisor de voltaje, como se muestra en el circuito de la figura 20-16.

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_{\text{Th}} = \mathbf{V}_{ab} &= \frac{40\ \Omega\angle 0°}{40\ \Omega + j80\ \Omega - j60\ \Omega}(20\ \text{V}\angle 0°)\\ &= \frac{800\ \text{V}\angle 0°}{44.72\ \Omega\angle 26.57°}\\ &= 17.89\ \text{V}\angle -26.57°\end{aligned}$$

Paso 5: el circuito equivalente de Thévenin que resulta se muestra en la figura 20-17.

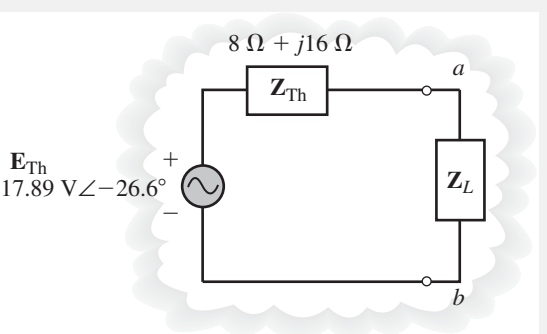


FIGURA 20-17

EJEMPLO 20-6

Determine el circuito equivalente de Thévenin externo a $\mathbf{Z}_L$ en el circuito de la figura 20-18.

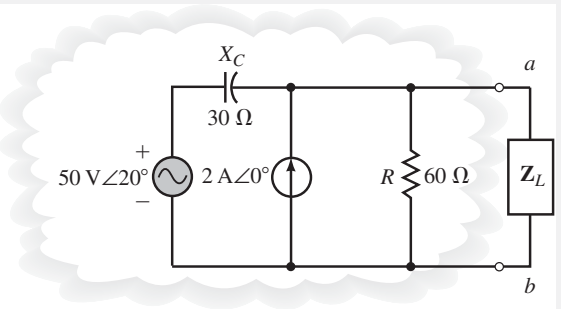


FIGURA 20-18

Solución

Paso 1: se separa la rama que contiene a $\mathbf{Z}_L$ y se obtiene el circuito de la figura 20-19.

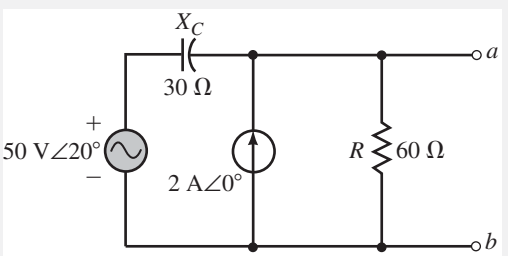


FIGURA 20-19

Paso 2: después de fijar las fuentes de voltaje y corriente en cero, se tiene el circuito de la figura 20-20.

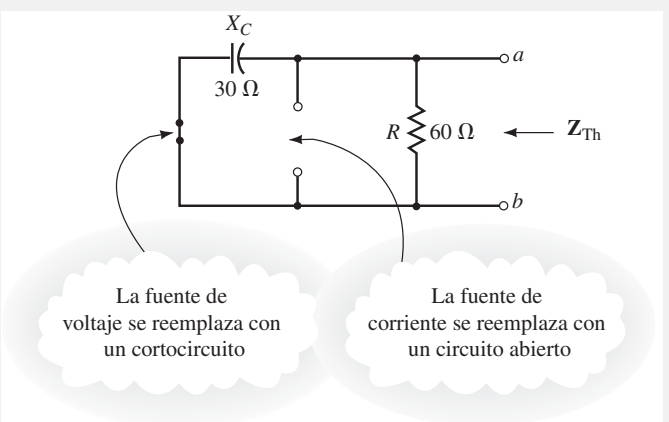


FIGURA 20-20

Paso 3: la impedancia de Thévenin se determina como

$$\begin{aligned}\mathbf{Z}_{\text{Th}} &= \mathbf{Z}_C \| \mathbf{Z}_R \\ &= \frac{(30\ \Omega\angle -90°)(60\ \Omega\angle 0°)}{60\ \Omega - j30\ \Omega} \\ &= \frac{1\ 800\ \Omega\angle -90°}{} \\ &= 26.83\ \Omega\angle -63.43°\end{aligned}$$

Paso 4: debido a que la red dada consiste de dos fuentes independientes, en este ejemplo se consideran los efectos individuales de cada una para el voltaje a circuito abierto. El efecto total se determina entonces con facilidad aplicando el teorema de superposición. Al reinsertar sólo la fuente de voltaje en el circuito original, como se muestra en la figura 20-21, es posible encontrar el voltaje a circuito abierto $\mathbf{V}_{ab(1)}$ al aplicar la regla del divisor de voltaje:

$$\mathbf{V}_{ab(1)} = \frac{60\ \Omega}{60\ \Omega - j30\ \Omega}(50\ \text{V}\angle 20°)$$
$$= \frac{3\ 000\ \Omega\angle -90°}{}$$
$$= 44.72\ \text{V}\angle 46.57°$$

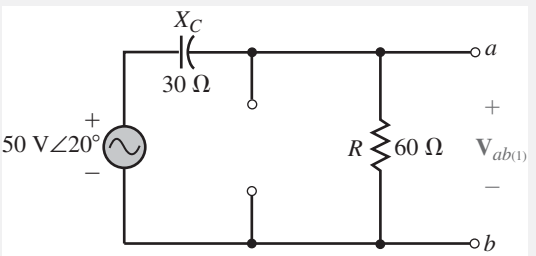


FIGURA 20-21

Ahora, si se considera sólo la fuente de corriente como se muestra en la figura 20-22, se determina $\mathbf{V}_{ab(2)}$ mediante la ley de Ohm:

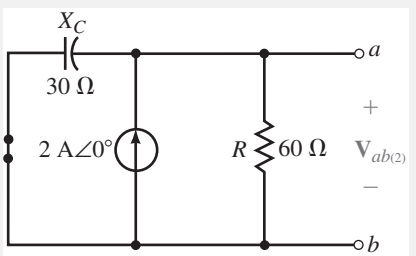


FIGURA 20-22

$$\mathbf{V}_{ab(2)} = \frac{(2\ \text{A}\angle 0°)(30\ \Omega\angle -90°)(60\ \Omega\angle 0°)}{60\ \Omega - j30\ \Omega}$$
$$= (2\ \text{A}\angle 0°)(26.83\ \Omega\angle -63.43°)$$
$$= 53.67\ \text{V}\angle -63.43°$$

A partir del teorema de superposición, el voltaje de Thévenin se determina como

$$\mathbf{E}_{\text{Th}} = \mathbf{V}_{ab(1)} + \mathbf{V}_{ab(2)}$$
$$= 44.72\ \text{V}\angle 46.57° + 53.67\ \text{V}\angle -63.43°$$
$$= (30.74\ \text{V} + j32.48\ \text{V}) + (24.00\ \text{V} - j48.00\ \text{V})$$
$$= (54.74\ \text{V} - j15.52\ \text{V}) = 56.90\ \text{V}\angle -15.83°$$

Paso 5: el circuito equivalente de Thévenin que resulta se muestra en la figura 20-23.

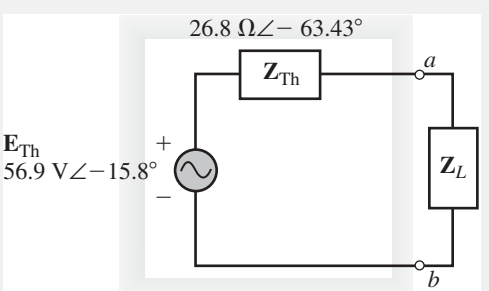


FIGURA 20-23

Véase el circuito que se muestra en la figura 20-24 de los Problemas prácticos 3. Enliste los pasos que usaría para determinar el circuito equivalente de Thévenin.

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 2

(Las respuestas están al final del capítulo)

PROBLEMAS PRÁCTICOS 3

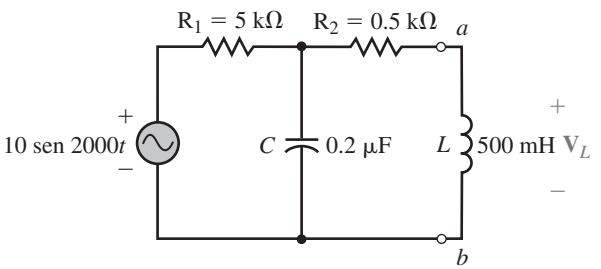


FIGURA 20-24

a. Determine el circuito equivalente de Thévenin externo al inductor en el circuito de la figura 20-24. (Observe que la fuente de voltaje se muestra como sinusoidal.)
b. Use el circuito equivalente de Thévenin para encontrar el fasor del voltaje de salida, $\mathbf{V}_L$.
c. Convierta la respuesta del inciso (b) en el voltaje sinusoidal equivalente.

Respuestas

a. $\mathbf{Z}_{Th} = 1.5\ \text{k}\Omega - j2.0\ \text{k}\Omega = 2.5\ \text{k}\Omega\angle -53.13°,\ \mathbf{E}_{Th} = 3.16\ \text{V}\angle -63.43°$
b. $\mathbf{V}_L = 1.75\ \text{V}\angle 60.26°$
c. $v_L = 2.48\ \text{sen}(2\,000t + 60.26°)$

20-4 Teorema de Norton. Fuentes independientes

El teorema de Norton convierte cualquier red lineal bilateral en un circuito equivalente que consiste en una sola fuente de corriente y una impedancia en paralelo, como se muestra en la figura 20-25.

Aunque el circuito equivalente de Norton puede determinarse si se encuentra primero el circuito equivalente de Thévenin y después se realiza una conversión de fuente, por lo general, se usa el método más directo que se describe a continuación. Los pasos para encontrar el circuito equivalente de Norton son los siguientes:

1. Separe la rama en la cual se ubicará el circuito equivalente de Norton. Marque las dos terminales resultantes con *a* y *b*.
2. Fije todas las fuentes en cero.
3. Determine la impedancia equivalente de Norton $\mathbf{Z}_N$, mediante el cálculo de la impedancia vista entre las terminales abiertas *a* y *b*.

   NOTA: ya que los pasos anteriores son idénticos a los que se siguieron para determinar el circuito equivalente de Thévenin, se concluye que la impedancia de Norton debe ser igual que la impedancia de Thévenin.
4. Vuelva a colocar las fuentes que se quitaron en el paso 3 y determine la corriente que pasaría entre las terminales *a* y *b* si estuvieran en corto. Cualquier voltaje o corriente que estén dados en notación sinusoidal deben primero expresarse en la notación fasorial equivalente. Si el circuito tiene más de una fuente puede ser necesario aplicar el teorema de superposición para calcular la corriente de cortocircuito total. Ya que todas las corrientes estarán en forma fasorial, cualquier adición debe hacerse con álgebra vectorial. La corriente que resulta es la corriente de Norton, I_N.
5. Dibuje el circuito equivalente de Norton que resulta incluyendo la parte del circuito que fue separada en el paso 1.

Como se mencionó antes, es posible encontrar el circuito equivalente de Norton a partir del equivalente de Thévenin simplemente con realizar una con-

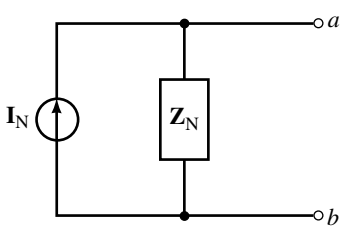


FIGURA 20-25 Circuito equivalente de Norton.

versión de fuente. Ya se ha determinado que tanto las impedancias de Thévenin como de Norton se calculan de la misma forma, en consecuencia, las impedancias deben ser equivalentes, de manera que se tiene

$$\mathbf{Z}_N = \mathbf{Z}_{Th} \tag{20-1}$$

Ahora, al aplicar la ley de Ohm, se determina la fuente de corriente de Norton a partir del voltaje y la impedancia de Thévenin, esto es

$$\mathbf{I}_N = \frac{\mathbf{E}_{Th}}{\mathbf{Z}_{Th}} \tag{20-2}$$

La figura 20-26 muestra los circuitos equivalentes.

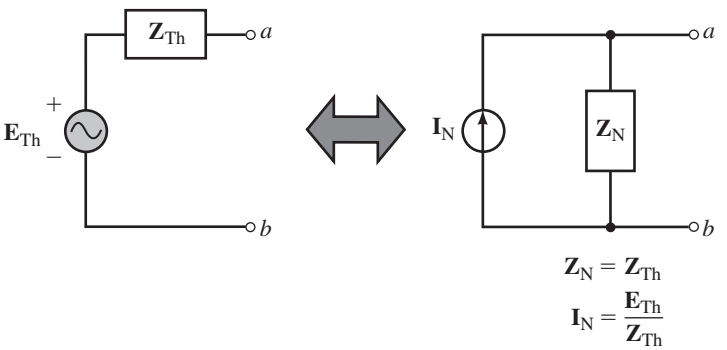


FIGURA 20-26

EJEMPLO 20-7

Dado el circuito de la figura 20-27, encuentre el equivalente de Norton.

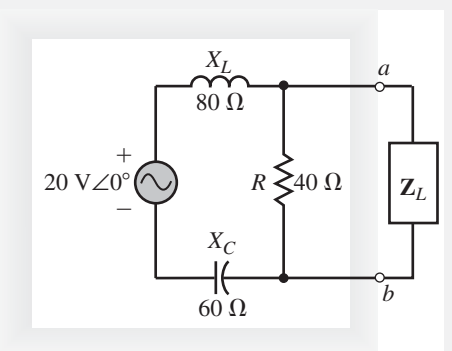


FIGURA 20-27

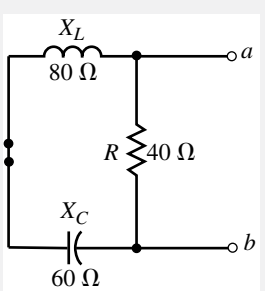


FIGURA 20-28

Solución

Pasos 1 y 2: al separar la impedancia de carga $\mathbf{Z}_L$ y fijar la fuente de voltaje en cero, se tiene la red de la figura 20-28.

Paso 3: la impedancia de Norton se puede determinar ahora al evaluar la impedancia entre las terminales *a* y *b*. En consecuencia, se tiene

$$\begin{aligned}\mathbf{Z}_N &= \frac{(40\ \Omega\angle 0°)(20\ \Omega\angle 90°)}{40\ \Omega + j20\ \Omega} \\ &= \frac{800\ \Omega\angle 90°}{44.72\angle 26.57°} \\ &= 17.89\ \Omega\angle 63.43° \\ &= 8\ \Omega + j16\ \Omega\end{aligned}$$

Paso 4: se vuelve a insertar la fuente de voltaje, como en la figura 20-29, se encuentra la corriente de Norton mediante el cálculo de la corriente entre las terminales *a* y *b* en corto.

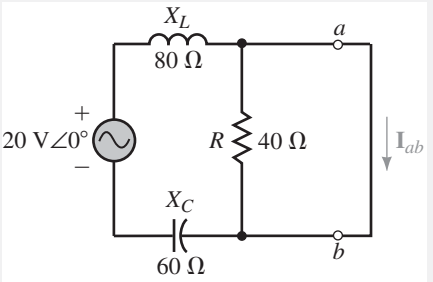


FIGURA 20-29

Ya que el resistor $R = 40\ \Omega$ está en corto, la corriente se determina mediante las impedancias X_L y X_C como sigue

$$\mathbf{I}_N = \mathbf{I}_{ab} = \frac{20\ \text{V}\angle 0^\circ}{j80\ \Omega - j60\ \Omega}$$
$$= \frac{20\ \text{V}\angle 0^\circ}{20\ \Omega\angle -90^\circ}$$
$$= 1.00\ \text{A}\angle -90^\circ$$

Paso 5: el circuito equivalente de Norton que resulta se muestra en la figura 20-30.

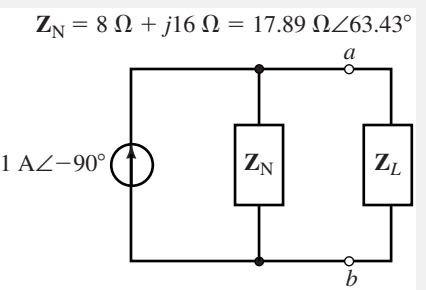


FIGURA 20-30

EJEMPLO 20-8

Encuentre el circuito equivalente de Norton externo a R_L en el circuito de la figura 20-31. Use el circuito equivalente para calcular la corriente $\mathbf{I}_L$ cuando $R_L = 0\ \Omega$, 400 Ω y 2 kΩ.

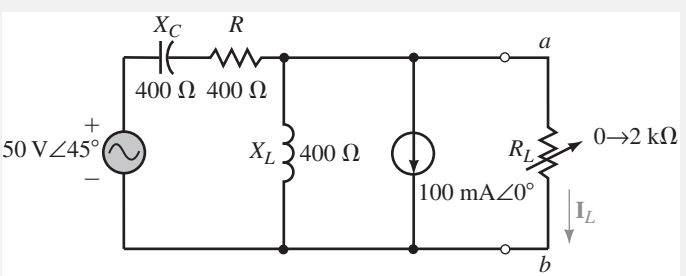


FIGURA 20-31

Solución

Pasos 1 y 2: se separa el resistor de carga y se fijan las fuentes en cero, se obtiene la red que se muestra en la figura 20-32.

Paso 3: la impedancia de Norton se determina como sigue

$$\mathbf{Z}_N = \frac{(400\ \Omega\angle 90^\circ)(400\ \Omega - j400\ \Omega)}{j400\ \Omega + 400\ \Omega - j400\ \Omega}$$
$$= \frac{(400\ \Omega\angle 90^\circ)(565.69\ \Omega\angle -45^\circ)}{400\ \Omega\angle 0^\circ}$$
$$= 565.69\ \Omega\angle +45^\circ$$

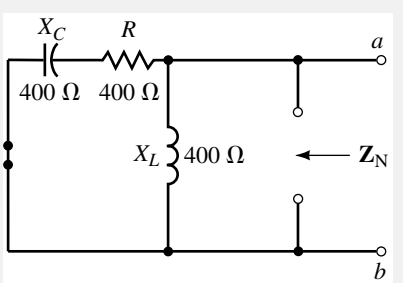


FIGURA 20-32

Paso 4: ya que la red consiste de dos fuentes, se determinan los efectos debidos a cada una de las fuentes por separado y se aplica la superposición para evaluar la fuente de corriente de Norton.

Se vuelve a colocar la fuente de voltaje en la red original, se ve en la figura 20-33 que la corriente de cortocircuito entre las terminales *a* y *b* se encuentra con facilidad mediante la ley de Ohm.

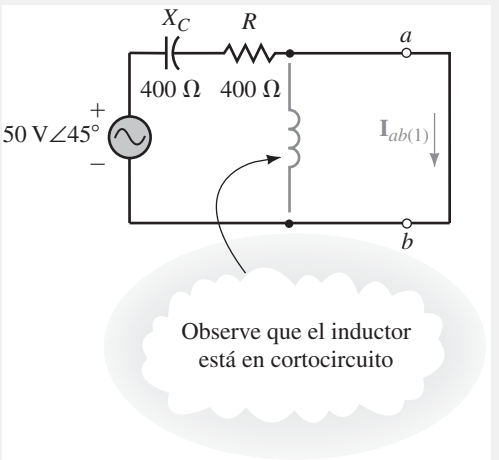


FIGURA 20-33

$$\mathbf{I}_{ab(1)} = \frac{50\ \text{V}\angle 45°}{400\ \Omega - j400\ \Omega}$$

$$= \frac{50\ \text{V}\angle 45°}{565.69\ \Omega\angle -45°}$$

$$= 88.4\ \text{mA}\angle 90°$$

Ya que al poner en corto la fuente de corriente se eliminan todas las impedancias, como se ilustra en la figura 20-34, la corriente de cortocircuito entre las terminales *a* y *b* está dada como sigue:

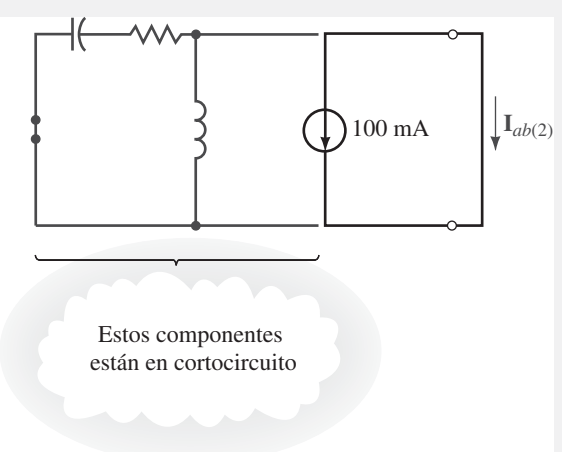


FIGURA 20-34

$$\mathbf{I}_{ab(2)} = -100\ \text{mA}\angle 0°$$

$$= 100\ \text{mA}\angle 180°$$

Ahora, al aplicar el teorema de superposición, la corriente de Norton se determina como la suma de

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_N &= \mathbf{I}_{ab(1)} + \mathbf{I}_{ab(2)}\\ &= 88.4\ \text{mA}\angle 90^\circ + 100\ \text{mA}\angle 180^\circ\\ &= -100\ \text{mA} + j88.4\ \text{mA}\\ &= 133.5\ \text{mA}\angle 138.52^\circ\end{aligned}$$

Paso 5: el circuito equivalente de Norton resultante se muestra en la figura 20-35.

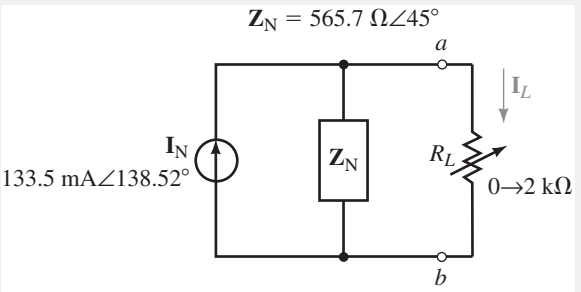


FIGURA 20-35

A partir del circuito anterior, se expresa la corriente a través de la carga $\mathbf{I}_L$ como

$$\mathbf{I}_L = \frac{\mathbf{Z}_N}{R_L + \mathbf{Z}_N}\mathbf{I}_N$$

$R_L = \mathbf{0\ \Omega}$**:**

$$\mathbf{I}_L = \mathbf{I}_N = 133.5\ \text{mA}\angle 138.52^\circ$$

$R_L = \mathbf{400\ \Omega}$**:**

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_L &= \frac{\mathbf{Z}_N}{R_L + \mathbf{Z}_N}\mathbf{I}_N\\ &= \frac{(565.7\ \Omega\angle 45^\circ)(133.5\ \text{mA}\angle 138.52^\circ)}{400\ \Omega + 400\ \Omega + j400\ \Omega}\\ &= \frac{75.24\ \text{V}\angle 183.52^\circ}{894.43\ \Omega\angle 26.57^\circ}\\ &= 84.12\ \text{mA}\angle 156.95^\circ\end{aligned}$$

$R_L = \mathbf{2\ k\Omega}$**:**

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_L &= \frac{\mathbf{Z}_N}{R_L + \mathbf{Z}_N}\mathbf{I}_N\\ &= \frac{(565.7\ \Omega\angle 45^\circ)(133.5\ \text{mA}\angle 138.52^\circ)}{2000\ \Omega + 400\ \Omega + j400\ \Omega}\\ &= \frac{75.24\ \text{V}\angle 183.52^\circ}{2433.1\ \Omega\angle 9.46^\circ}\\ &= 30.92\ \text{mA}\angle 174.06^\circ\end{aligned}$$

Véase el circuito que se muestra en la figura 20-36 (Problemas prácticos 4). Enliste los pasos que usaría para determinar el circuito equivalente de Norton.

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 3

(Las respuestas están al final del capítulo)

PROBLEMAS PRÁCTICOS 4

Determine el circuito equivalente de Norton externo a R_L en el circuito de la figura 20-36. Use el circuito equivalente para encontrar la corriente $\mathbf{I}_L$.

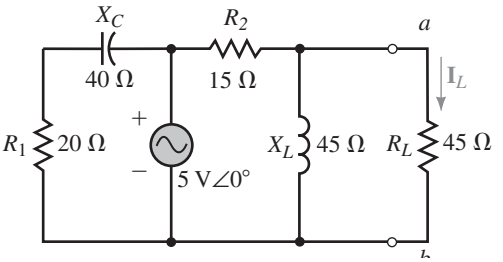


FIGURA 20-36

Respuestas
$\mathbf{Z}_N = 13.5\ \Omega + j4.5\ \Omega = 14.23\ \Omega\angle 18.43°$, $\mathbf{I}_N = 0.333\ \text{A}\angle 0°$
$\mathbf{I}_L = 0.0808\ \text{A}\angle 14.03°$

20-5 Teoremas de Thévenin y Norton para fuentes dependientes

Si un circuito contiene una fuente dependiente que es controlada por un elemento fuera del circuito de interés, se utilizan los métodos descritos en las secciones 20-2 y 20-3 para determinar el circuito equivalente de Thévenin o Norton.

EJEMPLO 20-9

Dado el circuito de la figura 20-37, determine el circuito equivalente de Thévenin externo a R_L. Si el voltaje que se aplica al resistor R_1 es 10 mV, use el circuito equivalente de Thévenin para calcular los voltajes mínimo y máximo en R_L.

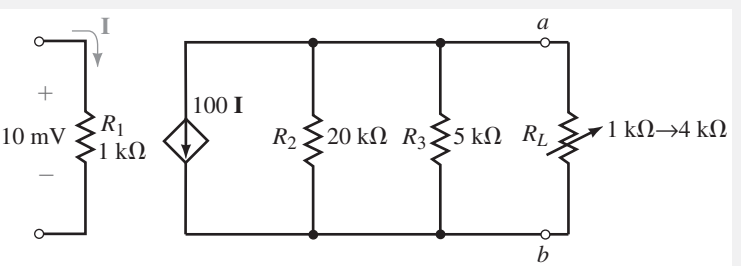


FIGURA 20-37

Solución

Paso 1: se separa el resistor de carga del circuito y se marcan las terminales como *a* y *b*, el circuito queda como se muestra en la figura 20-38.

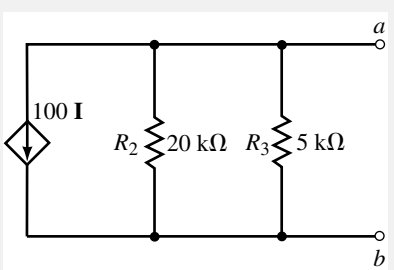


FIGURA 20-38

Pasos 2 y 3: la resistencia de Thévenin se encuentra al dejar en circuito abierto la fuente de corriente y calcular la impedancia vista entre las terminales *a* y *b*. Ya que el circuito es puramente resistivo, se tiene,

$$\begin{aligned} R_{\text{Th}} &= 20\ \text{k}\Omega \| 5\ \text{k}\Omega \\ &= \frac{(20\ \text{k}\Omega)(5\ \text{k}\Omega)}{20\ \text{k}\Omega + 5\ \text{k}\Omega} \\ &= 4\ \text{k}\Omega \end{aligned}$$

Paso 4: se encuentra que el voltaje a circuito abierto entre las terminales es

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{ab} &= -(100\mathbf{I})(4\ \text{k}\Omega) \\ &= -(4 \times 10^5\ \Omega)\mathbf{I} \end{aligned}$$

Como se esperaba, la fuente de voltaje de Thévenin es dependiente de la corriente **I**.

Paso 5: ya que el voltaje de Thévenin es una fuente de voltaje dependiente, se usa el símbolo apropiado para dibujar el circuito equivalente, como se muestra en la figura 20-39.

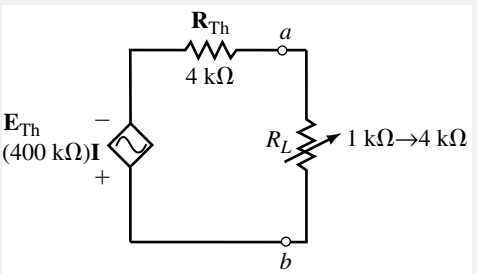


FIGURA 20-39

Para las condiciones dadas, se tiene

$$I = \frac{10 \text{ mV}}{1 \text{ k}\Omega} = 10 \ \mu\text{A}$$

El voltaje en la carga se determina ahora como sigue:

$$R_L = \mathbf{1\ k\Omega}: \qquad V_{ab} = -\frac{1 \text{ k}\Omega}{1 \text{ k}\Omega + 4 \text{ k}\Omega}(4 \times 10^5\ \Omega)(10\ \mu\text{A})$$
$$= -0.8 \text{ V}$$

$$R_L = \mathbf{4\ k\Omega}: \qquad V_{ab} = -\frac{4 \text{ k}\Omega}{4 \text{ k}\Omega + 4 \text{ k}\Omega}(4 \times 10^5\ \Omega)(10\ \mu\text{A})$$
$$= -2.0 \text{ V}$$

Para un voltaje aplicado de 10 mV, el voltaje en la resistencia de carga variará entre 0.8 V y 2.0 V a medida que R_L se ajusta entre + 1 kΩ y 4 kΩ.

Si un circuito contiene una o más fuentes dependientes que son controladas por un elemento en el circuito que está siendo analizado, todos los métodos anteriores fallan en proporcionar los circuitos equivalentes que modelan correctamente el comportamiento del circuito. Con el fin de determinar el circuito equivalente de Thévenin o Norton de un circuito que tiene una fuente dependiente controlada por un voltaje o corriente local, se deben seguir los siguientes pasos:

1. Se separa la rama en la cual se desea ubicar el circuito equivalente de Norton y se marcan las terminales que quedan con *a* y *b*.
2. Se calcula el voltaje a circuito abierto (voltaje de Thévenin) en las dos terminales *a* y *b*. Ya que el circuito contiene una fuente dependiente controlada por un elemento en el circuito, la fuente dependiente no se puede fijar en cero. Su efecto debe considerarse junto con los efectos de cualquier fuente (o fuentes) independiente.
3. Se determina la corriente de cortocircuito (corriente de Norton) que pasaría entre las terminales. De nuevo, la fuente dependiente no puede fijarse en cero, sus efectos se deben considerar simultáneamente con los efectos de la fuente (o fuentes) independiente.
4. Se determina la impedancia de Thévenin o Norton mediante las ecuaciones 20-1 y 20-2 como sigue:

$$\mathbf{Z}_{\text{N}} = \mathbf{Z}_{\text{Th}} = \frac{\mathbf{E}_{\text{Th}}}{\mathbf{I}_{\text{N}}} \qquad \textbf{(20-3)}$$

5. Se dibuja el circuito equivalente de Thévenin o Norton como se mostró antes en la figura 20-26. Asegúrese de que la parte de la red que se separó en el paso 1, ahora se vuelve a colocar como parte del circuito equivalente.

EJEMPLO 20-10

Para el circuito de la figura 20-40, determine el circuito equivalente de Norton externo al resistor de carga, R_L.

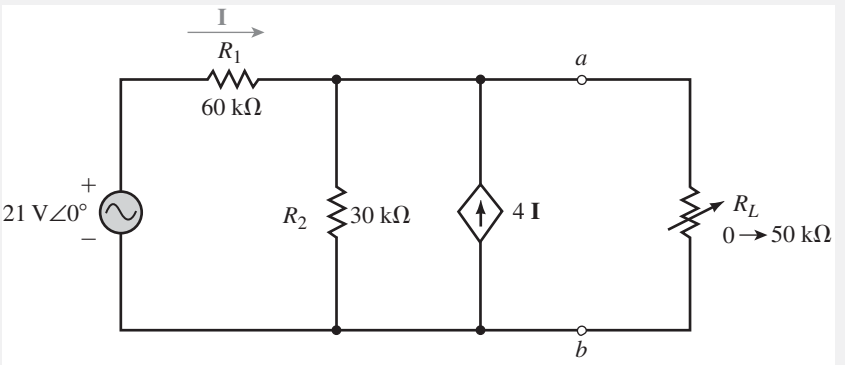


FIGURA 20-40

Solución

Paso 1: después de separar el resistor de carga del circuito, se tiene la red que se muestra en la figura 20-41.

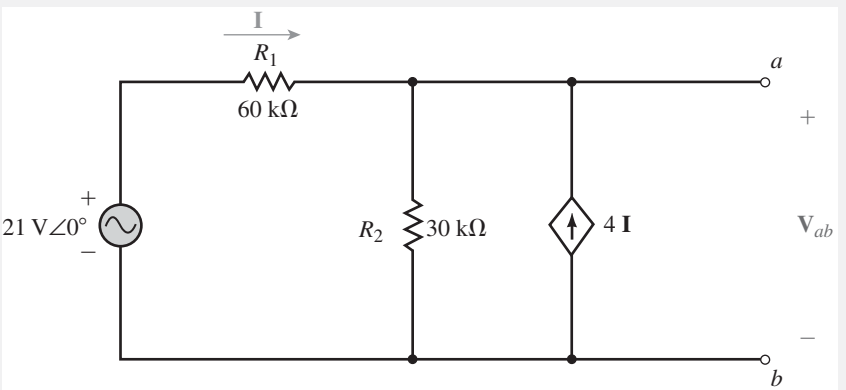


FIGURA 20-41

Paso 2: a primera vista se pueden observar las terminales abiertas y decir que la impedancia de Norton (o Thévenin) parece ser 60 kΩ‖30 kΩ = 20 kΩ. Sin embargo, se encontrará que este resultado es incorrecto. La presencia de la fuente dependiente controlada localmente hace que el análisis de este circuito sea ligeramente más complicado que un circuito que sólo contiene una fuente independiente. Sin embargo, se sabe que las leyes básicas de análisis de circuitos deben aplicarse a todo circuito, sin importar su complejidad. Al aplicar la ley de corriente de Kirchhoff en el nodo *a* se obtiene la corriente a través de R_2 como sigue

$$\mathbf{I}_{R_2} = \mathbf{I} + 4\mathbf{I} = 5\mathbf{I}$$

Ahora, al aplicar la ley de voltaje de Kirchhoff alrededor del lazo cerrado que contiene la fuente de voltaje y los dos resistores, se obtiene

$$21\ \text{V}\angle 0^\circ = (60\ \text{k}\Omega)\mathbf{I} + (30\ \text{k}\Omega)(5\mathbf{I}) = 210\ \text{k}\Omega\mathbf{I}$$

la cual permite calcular la corriente **I** como sigue

$$\mathbf{I} = \frac{21\ \text{V}\angle 0^\circ}{210\ \text{k}\Omega} = 0.100\ \text{mA}\angle 0^\circ$$

Ya que el voltaje a circuito abierto $\mathbf{V}_{ab}$ es el mismo que el voltaje en R_2, se tiene

$$\mathbf{E}_{\text{Th}} = \mathbf{V}_{ab} = (30\ \text{k}\Omega)(5)(0.1\ \text{mA}\angle 0^\circ) = 15\ \text{V}\angle 0^\circ$$

Paso 3: la fuente de corriente de Norton se determina al colocar un cortocircuito entre las terminales *a* y *b* como se muestra en la figura 20-42.

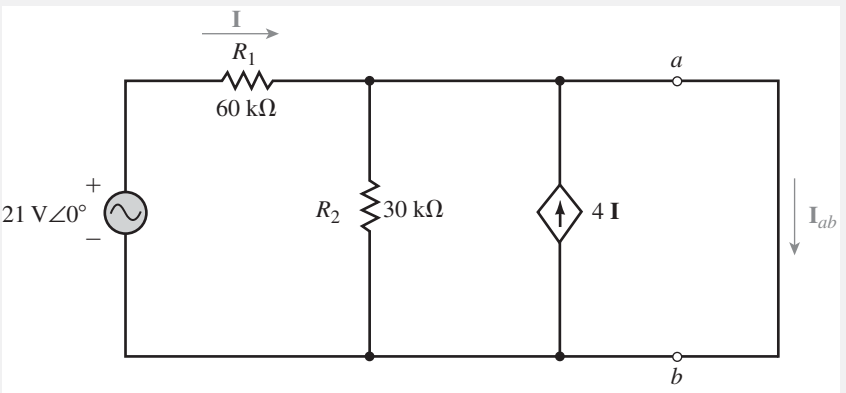


FIGURA 20-42

Al revisar este circuito se observa que el resistor R_2 está en cortocircuito. El circuito simplificado se muestra en la figura 20-43.

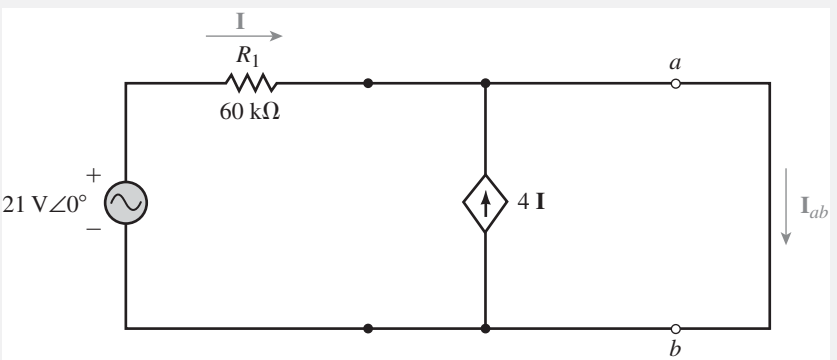


FIGURA 20-43

La corriente de cortocircuito $\mathbf{I}_{ab}$ se determina ahora con facilidad mediante la ley de corriente de Kirchhoff en el nodo *a*, de manera que se tiene

$$\mathbf{I}_N = \mathbf{I}_{ab} = 5\mathbf{I}$$

A partir de la ley de Ohm resulta

$$\mathbf{I} = \frac{21\ \text{V}\angle 0^\circ}{60\,\text{k}\Omega} = 0.35\ \text{mA}\angle 0^\circ$$

así que

$$\mathbf{I}_N = 5(0.35\ \text{mA}\angle 0^\circ) = 1.75\ \text{mA}\angle 0^\circ$$

Paso 4: la impedancia de Norton (o Thévenin) se determina ahora a partir de la ley de Ohm como sigue

$$\mathbf{Z}_N = \frac{\mathbf{E}_{Th}}{\mathbf{I}_N} = \frac{15\ \text{V}\angle 0^\circ}{1.75\ \text{mA}\angle 0^\circ} = 8.57\ \text{k}\Omega$$

Observe que esta impedancia es diferente a la que se supuso originalmente de 20 kΩ. En general, esta condición ocurrirá para la mayoría de los circuitos que contengan una fuente de voltaje o corriente controlada localmente.

Paso 5: el circuito equivalente de Norton se muestra en la figura 20-44.

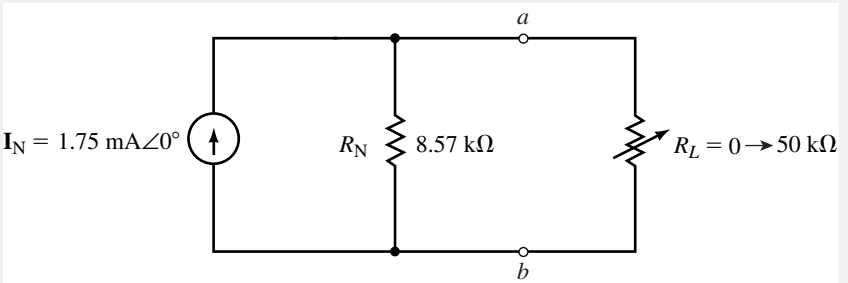


FIGURA 20-44

PROBLEMAS PRÁCTICOS 5

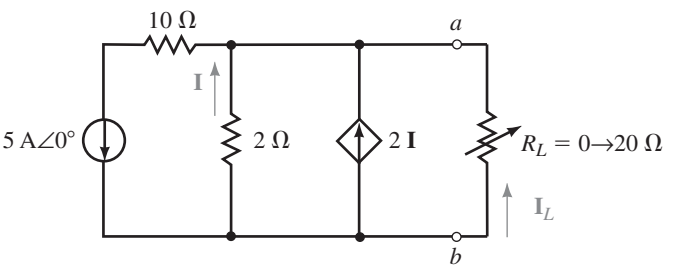


FIGURA 20-45

a. Determine el circuito equivalente de Thévenin externo a R_L en el circuito de la figura 20-45.
b. Determine la corriente I_L cuando $R_L = 0$ y cuando $R_L = 20\ \Omega$.

Respuestas
a. $\mathbf{E}_{Th} = \mathbf{V}_{ab} = -3.33$ V, $\mathbf{Z}_{Th} = 0.667\ \Omega$
b. Para $R_L = 0$: $\mathbf{I}_L = 5.00$ A (hacia arriba); para $R_L = 20\ \Omega$: $\mathbf{I}_L = 0.161$ A (hacia arriba)

Si un circuito tiene más de una fuente independiente, es necesario determinar el voltaje a circuito abierto y la corriente de cortocircuito debidos a cada fuente independiente mientras que de manera simultánea se consideran los efectos de la fuente dependiente. El siguiente ejemplo ilustra este principio.

EJEMPLO 20-11

Determine los circuitos equivalentes de Thévenin y Norton externos al resistor de carga en el circuito de la figura 20-46.

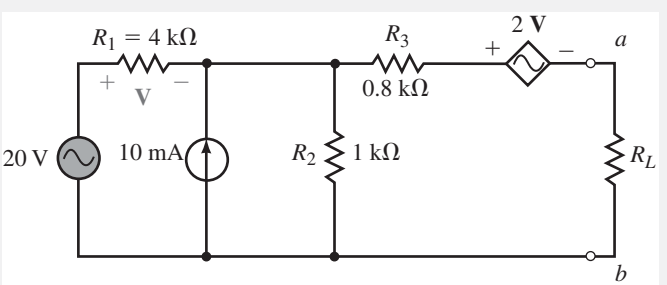


FIGURA 20-46

Solución Hay varios métodos para resolver este circuito. El que se presenta enseguida usa el menor número de pasos.

Paso 1: se separa el resistor de carga, el circuito queda como el que se muestra en la figura 20-47.

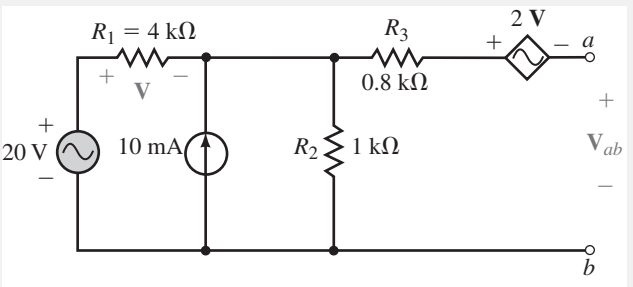


FIGURA 20-47

Paso 2: con el fin de determinar el voltaje a circuito abierto, V_{ab} de la figura 20-47, se pueden aislar los efectos debidos a cada una de las fuentes independientes y aplicar el teorema de superposición para determinar el resultado combinado. Sin embargo, al convertir la fuente de corriente en una fuente de voltaje equivalente, se determina el voltaje a circuito abierto en un paso. La figura 20-48 muestra el circuito que resulta cuando la fuente de corriente se convierte en una fuente de voltaje equivalente.

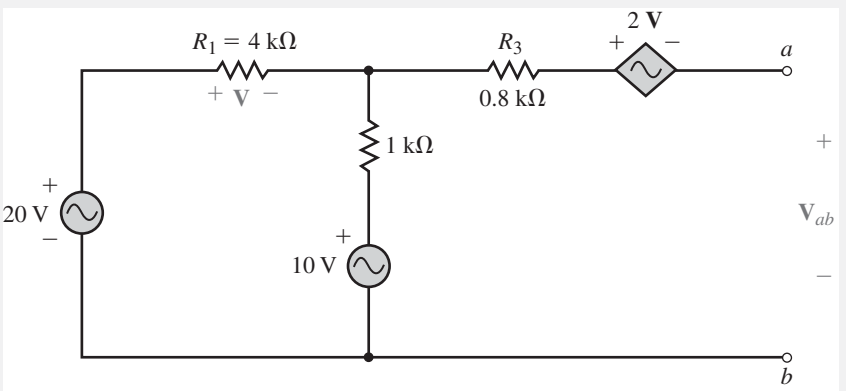


FIGURA 20-48

El elemento de control (R_1) tiene un voltaje **V**, que se determina como sigue

$$\mathbf{V} = \left(\frac{4\ \text{k}\Omega}{4\ \text{k}\Omega + 1\ \text{k}\Omega}\right)(20\ \text{V} - 10\ \text{V})$$
$$= 8\ \text{V}$$

lo cual da un voltaje de Thévenin (circuito abierto) de

$$\mathbf{E}_{\text{Th}} = \mathbf{V}_{ab} = -2(8\ \text{V}) + 0\ \text{V} - 8\ \text{V} + 20\ \text{V}$$
$$= -4.0\ \text{V}$$

Paso 3: la corriente de cortocircuito se determina al examinar el circuito que se muestra en la figura 20-49.

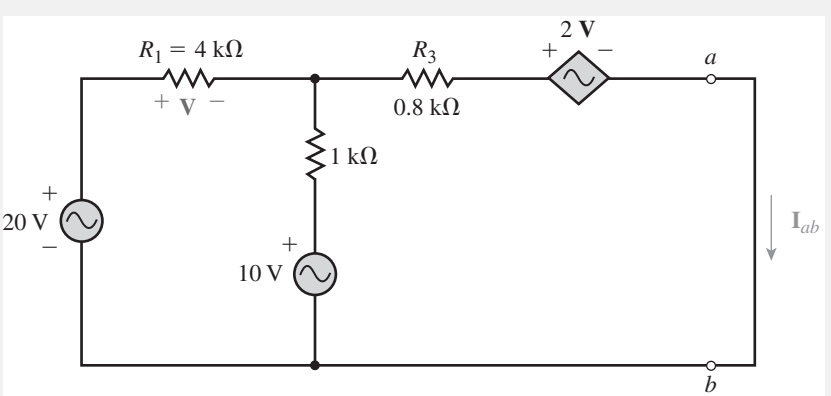


FIGURA 20-49

Una vez más, es posible determinar la corriente de cortocircuito mediante la superposición. Sin embargo, si se reflexiona, se ve que el circuito se resuelve con facilidad usando análisis de mallas. Las corrientes de lazo $\mathbf{I}_1$ e $\mathbf{I}_2$ están asignadas en la dirección de las manecillas del reloj, como se muestra en la figura 20-50.

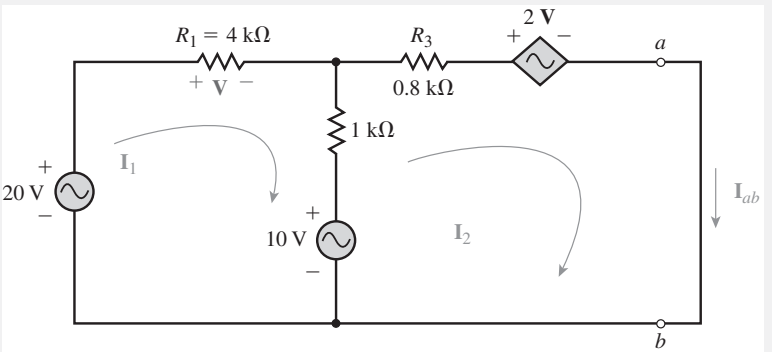


FIGURA 20-50

Las ecuaciones de lazo son las siguientes:

Lazo 1: $$(5\ \text{k}\Omega)\mathbf{I}_1 - (1\ \text{k}\Omega)\mathbf{I}_2 = 10\ \text{V}$$

Lazo 2: $$-(1\ \text{k}\Omega)\mathbf{I}_1 + (1.8\ \text{k}\Omega)\mathbf{I}_2 = 10\ \text{V} - 2\ \mathbf{V}$$

Observe que el voltaje en la ecuación del segundo lazo está expresado en términos del voltaje de control en R_1, al respecto, no se preocupe por ahora. Se pueden simplificar los cálculos si se ignoran las unidades de las ecuaciones anteriores. Es obvio que si todas las impedancias están expresadas en kΩ y todos los voltajes están en volts, entonces las corrientes $\mathbf{I}_1$ e $\mathbf{I}_2$ deben estar en mA. Se encuentra que el determinante del denominador es

$$\mathbf{D} = \begin{vmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 1.8 \end{vmatrix} = 9 - 1 = 8$$

La corriente $\mathbf{I}_1$ se resuelve usando determinantes como sigue:

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\begin{vmatrix} 10 & -1 \\ 10 - 2\ \mathbf{V} & 1.8 \end{vmatrix}}{\mathbf{D}} = \frac{18 - (-1)(10 - 2\ \mathbf{V})}{8}$$
$$= 3.5 - 0.25\ \mathbf{V}$$

El resultado anterior ilustra que la corriente $\mathbf{I}_1$ depende del voltaje de control. Sin embargo, al examinar el circuito de la figura 20-50, se ve que el voltaje de control depende de la corriente $\mathbf{I}_1$ y se determina a partir de la ley de Ohm como

$$\mathbf{V} = (4\ \text{k}\Omega)\mathbf{I}_1$$

o de manera más simple como

$$\mathbf{V} = 4\mathbf{I}_1$$

Ahora, la corriente $\mathbf{I}_1$ se encuentra como

$$\mathbf{I}_1 = 3.5 - 0.25(4\mathbf{I}_1)$$
$$2\mathbf{I}_1 = 3.5$$
$$\mathbf{I}_1 = 1.75\ \text{mA}$$

lo cual da $\mathbf{V} = 7.0\ \text{V}$.

Finalmente, la corriente de cortocircuito (que en el circuito 20-50 se representa mediante $\mathbf{I}_2$) se calcula como

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 10 \\ -1 & 10 - 2\ \mathbf{V} \end{vmatrix}}{\mathbf{D}} = \frac{50 - 10\ \mathbf{V} - (-10)}{8}$$
$$= 7.5 - 1.25\ \mathbf{V} = 7.5 - 1.25(7.0\ \text{V})$$
$$= -1.25\ \text{mA}$$

Esto da la fuente de corriente de Norton como

$$I_N = I_{ab} = -1.25 \text{ mA}$$

Paso 4: la impedancia de Thévenin (o Norton) se determina con la ley de Ohm.

$$\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{Z}_N = \frac{\mathbf{E}_{Th}}{\mathbf{I}_N} = \frac{-4.0 \text{ V}}{-1.25 \text{ mA}} = 3.2 \text{ k}\Omega$$

El circuito equivalente de Thévenin que resulta se muestra en la figura 20-51 y el circuito equivalente de Norton se muestra en la figura 20-52.

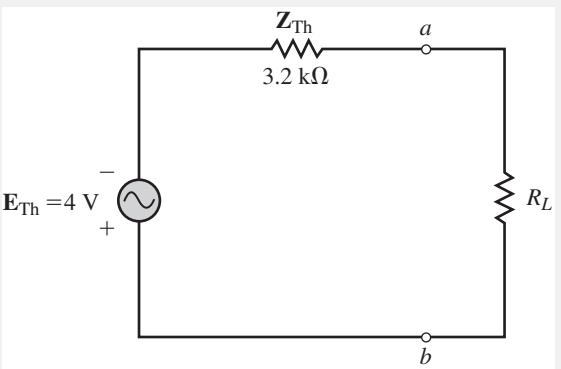


FIGURA 20-51

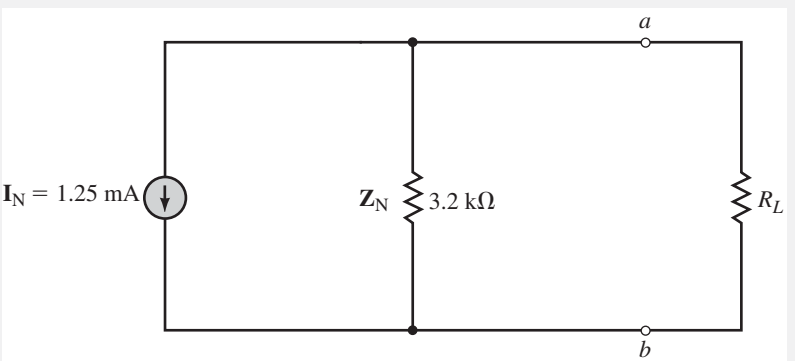


FIGURA 20-52

PROBLEMAS PRÁCTICOS 6

Determine los circuitos equivalentes de Thévenin y Norton externos al resistor de carga en el circuito de la figura 20-53.

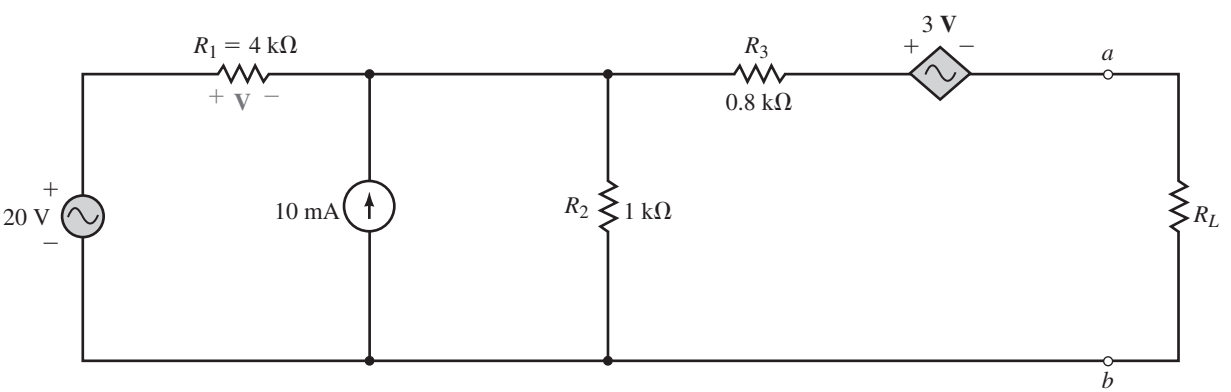


FIGURA 20-53

Respuestas

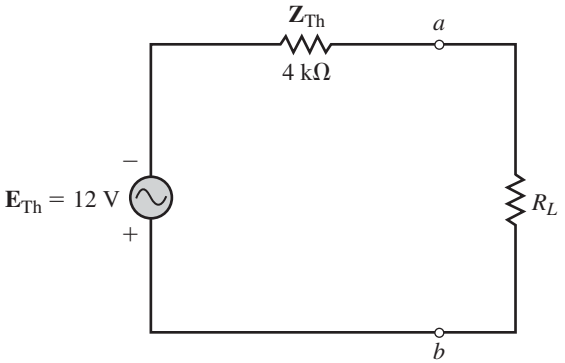


FIGURA 20-54

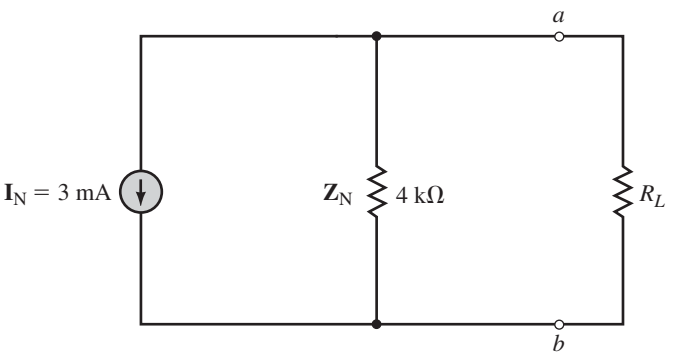


FIGURA 20-55

20-6 Teorema de máxima transferencia de potencia

El teorema de máxima transferencia de potencia se usa para determinar el valor de la impedancia de carga que se requiere para que la carga reciba la máxima cantidad de potencia del circuito. Considere el circuito equivalente de Thévenin que se muestra en la figura 20-56.

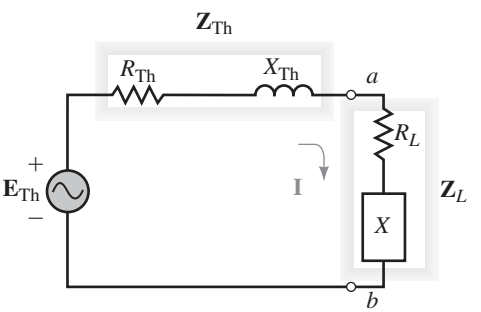


FIGURA 20-56

Para cualquier impedancia de carga $\mathbf{Z}_L$ que consiste de una resistencia y una reactancia tal que $\mathbf{Z}_L = R_L \pm jX$, la potencia disipada por la carga se determina mediante:

$$P_L = I^2 R_L$$

$$I = \frac{E_{\text{Th}}}{\sqrt{(R_{\text{Th}} + R_L)^2 + (X_{\text{Th}} \pm X)^2}}$$

$$P_L = \frac{E_{\text{Th}}^2 R_L}{(R_{\text{Th}} + R_L)^2 + (X_{\text{Th}} \pm X)^2}$$

Considere por el momento sólo la parte de la reactancia, X, de la impedancia de carga y omita el efecto de la resistencia de carga. Se observe que la potencia disipada por la carga será máxima cuando el denominador se mantiene al mínimo. Si la carga tuviera una impedancia tal que $jX = -jX_{\text{Th}}$, entonces, la potencia suministrada a la carga estaría dada por

$$P_L = \frac{E_{\text{Th}}^2 R_L}{(R_{\text{Th}} + R_L)^2} \qquad \textbf{(20-4)}$$

Se reconoce que esta ecuación es la misma expresión para la potencia que se determinó para el equivalente de Thévenin de los circuitos de cd en el capítulo 9. Recuerde que la potencia máxima se suministra a la carga cuando

$$R_L = R_{\text{Th}}$$

Para circuitos de ca, el teorema de máxima transferencia de potencia establece lo siguiente:

La máxima potencia será suministrada a una carga siempre que ésta tenga una impedancia que sea igual al complejo conjugado de la impedancia de Thévenin (o Norton) del circuito equivalente.

Una deducción detallada del teorema de máxima transferencia de potencia se presenta en el apéndice C. La máxima potencia suministrada a la carga se calcula con la ecuación 20-4, la cual se simplifica como sigue:

$$P_{\text{máx}} = \frac{E_{\text{Th}}{}^2}{4R_{\text{Th}}} \tag{20-5}$$

Para un circuito equivalente de Norton, la máxima potencia suministrada a una carga se determina al sustituir $E_{\text{Th}} = I_{\text{N}}Z_{\text{N}}$ en la expresión anterior como sigue:

$$P_{\text{máx}} = \frac{I_{\text{N}}{}^2 Z_{\text{N}}{}^2}{4R_{\text{N}}} \tag{20-6}$$

EJEMPLO 20-12

Determine la impedancia de carga $\mathbf{Z}_L$ que permitirá suministrar la máxima potencia a la carga en el circuito de la figura 20-57. Determine la máxima potencia.

Solución Al expresar la impedancia de Thévenin en su forma rectangular, se tiene

$$\mathbf{Z}_{\text{Th}} = 500\ \Omega\angle 60^\circ = 250\ \Omega + j433\ \Omega$$

Con el fin de suministrar máxima potencia a la carga, la impedancia de carga debe ser el complejo conjugado de la impedancia de Thévenin. Esto es

$$\mathbf{Z}_L = 250\ \Omega - j433\ \Omega = 500\ \Omega\angle -60^\circ$$

La potencia suministrada a la carga se determina ahora fácilmente aplicando la ecuación 20-5:

$$P_{\text{máx}} = \frac{(20\text{ V})^2}{4(250\ \Omega)} = 400\text{ mW}$$

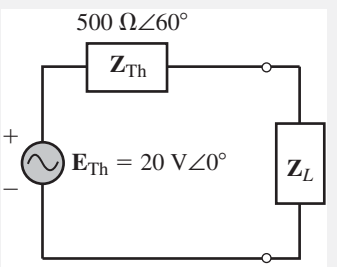


FIGURA 20-57

PROBLEMAS PRÁCTICOS 7

Dado el circuito de la figura 20-57, determine la potencia disipada por la carga si la impedancia de carga es igual a la impedancia de Thévenin $\mathbf{Z}_L = 500\ \Omega\angle 60^\circ$. Compare su respuesta con la que se obtuvo en el ejemplo 20-12.

Respuesta
$P = 100$ mW, la cual es menor que $P_{\text{máx}}$.

En ocasiones no es posible ajustar la parte de la reactancia de una carga. En tales casos, será suministrada a la carga una **potencia máxima relativa** cuando la resistencia de carga tenga un valor determinado por

$$R_L = \sqrt{R_{\text{Th}}{}^2 + (X \pm X_{\text{Th}})^2} \tag{20-7}$$

Si la reactancia de la impedancia de Thévenin es del mismo tipo (ambas capacitivas o ambas inductivas) que la reactancia de la carga, entonces las reactancia se suman.

Sin embargo, si una reactancia es capacitiva y la otra es inductiva, entonces las reactancias se restan.

En estos casos, para determinar la potencia suministrada a la carga, la potencia necesitará ser calculada mediante el voltaje o la corriente en la carga. Las ecuaciones 20-5 y 20-6 ya no se aplican, porque se basan en la premisa de que la impedancia de carga es el complejo conjugado de la impedancia de Thévenin.

EJEMPLO 20-13

Para el circuito de la figura 20-58, determine el valor del resistor de carga R_L, de manera que se suministre la máxima potencia a la carga.

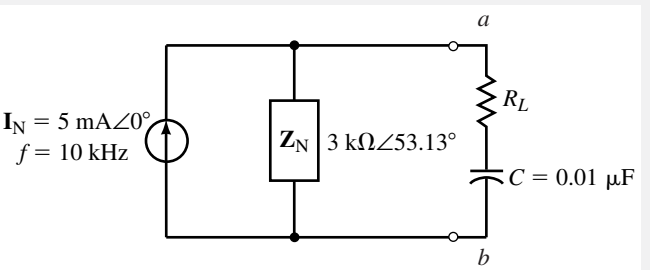


FIGURA 20-58

Solución Observe que la impedancia de carga consiste en un resistor en serie con una capacitancia de 0.010 μF. Ya que la reactancia capacitancia se determina con la frecuencia, es muy probable que la máxima potencia de este circuito sea sólo una máxima relativa más que una máxima absoluta. Para que se suministre la **potencia máxima absoluta** a la carga, la impedancia de carga necesitaría ser

$$\mathbf{Z}_L = 3\ \text{k}\Omega\angle -53.13° = 1.80\ \text{k}\Omega - j2.40\ \text{k}\Omega$$

Se determina que la reactancia del capacitor a una frecuencia de 10 kHz es

$$X_C = \frac{1}{2\pi(10\ \text{kHz})(0.010\ \mu\text{F})} = 1.592\ \text{k}\Omega$$

Como la reactancia capacitiva no es igual a la reactancia inductiva de la impedancia de Norton, el circuito no suministrará la potencia máxima absoluta a la carga. Sin embargo, la potencia máxima relativa será suministrada a la carga cuando

$$\begin{aligned} R_L &= \sqrt{R_{\text{Th}}{}^2 + (X - X_{\text{Th}})^2} \\ &= \sqrt{(1.800\ \text{k}\Omega)^2 + (1.592\ \text{k}\Omega - 2.4\ \text{k}\Omega)^2} \\ &= 1.973\ \text{k}\Omega \end{aligned}$$

La figura 20-59 muestra el circuito con todos los valores de impedancia.

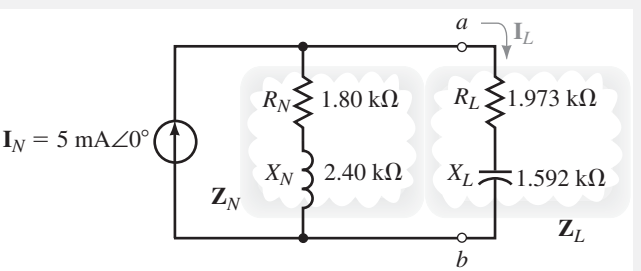


FIGURA 20-59

La corriente de carga será

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_L &= \frac{\mathbf{Z}_N}{\mathbf{Z}_N + \mathbf{Z}_L}\mathbf{I}_N \\ &= \frac{1.80\ \text{k}\Omega + j2.40\ \text{k}\Omega}{(1.80\ \text{k}\Omega + j2.40\ \text{k}\Omega) + (1.973\ \text{k}\Omega - j1.592\ \text{k}\Omega)}(5\ \text{mA}\angle 0°) \\ &= \frac{3\ \text{k}\Omega\angle 53.13°}{3.773\ \text{k}\Omega + j0.808\ \text{k}\Omega}(5\ \text{mA}\angle 0°) \\ &= \frac{15.0\ \text{V}\angle 53.13°}{3.859\ \text{k}\Omega\angle 12.09°} = 3.887\ \text{mA}\angle 41.04° \end{aligned}$$

Ahora se determina la potencia suministrada a la carga para las condiciones dadas

$$P_{\text{L}} = I_L^2 R_L$$
$$= (3.887 \text{ mA})^2(1.973 \text{ k}\Omega) = 29.82 \text{ mW}$$

Si se hubiera aplicado la ecuación 20-6, se habría encontrado que la potencia máxima absoluta sería

$$P_{\text{máx}} = \frac{(5 \text{ mA})^2(3.0 \text{ k}\Omega)^2}{4(1.8 \text{ k}\Omega)} = 31.25 \text{ mW}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 8

Vea el circuito equivalente de Norton de la figura 20-60:

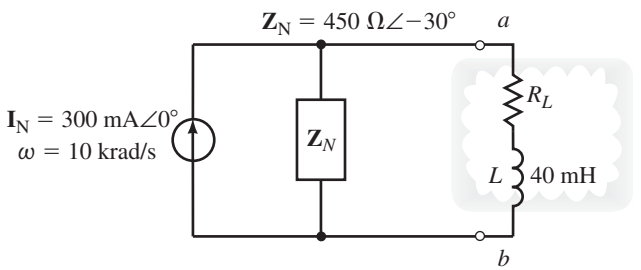


FIGURA 20-60

a. Determine el valor de la resistencia de carga R_L de manera que la carga reciba la potencia máxima.
b. Determine la potencia máxima recibida por la carga para las condiciones dadas.

Respuesta
a. $R_L = 427\ \Omega$; b. $P_L = 11.2$ W

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 4

(Las respuestas están al final del capítulo)

Vea el circuito equivalente de Thévenin de la figura 20-61.

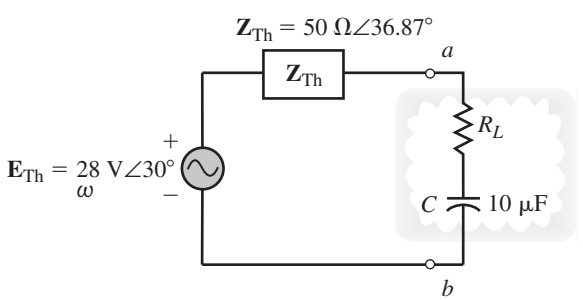


FIGURA 20-61

a. Determine el valor de la resistencia de carga desconocida R_L, que resultará en una potencia máxima relativa a una frecuencia angular de 1 krad/s.
b. Calcule la potencia disipada por la carga a $\omega_1 = 1$ krad/s.
c. Si se considera que la impedancia de Thévenin permanece constante a todas las frecuencias, ¿a qué frecuencia angular, ω_2, el circuito proporcionará potencia máxima absoluta?
d. Calcule la potencia disipada por la carga a ω_2.

20-7 Análisis de circuitos por computadora

MULTISIM

PSpice

Como se demostró en el capítulo 9, los programas de análisis de circuitos son muy útiles para determinar el circuito equivalente entre las terminales especificadas de un circuito de cd. Se usarán métodos similares para obtener los equivalentes de Thévenin y Norton de los circuitos de ca. Tanto Multisim como PSpice son útiles en el análisis de circuitos con fuente dependientes. Como ya se ha visto, el trabajo de análisis de dichos circuitos en forma manual es largo y consume mucho tiempo. En esta sección aprenderá cómo usar PSpice para determinar el equivalente de Thévenin de un circuito simple de ca. También se usarán ambos programas para analizar los circuitos con fuentes dependientes.

PSpice

El siguiente ejemplo muestra cómo se usa PSpice para determinar el equivalente de Thévenin o Norton de un circuito de ca.

EJEMPLO 20-14

Use PSpice para determinar el equivalente de Thévenin del circuito de la figura 20-18. Suponga que el circuito opera a una frecuencia de $\omega = 200$ rad/s ($f = 31.83$ Hz). Compare el resultado con la solución del ejemplo 20-6.

Solución Para empezar se usa OrCAD *Capture* para conectar el circuito como se muestra en la figura 20-62.

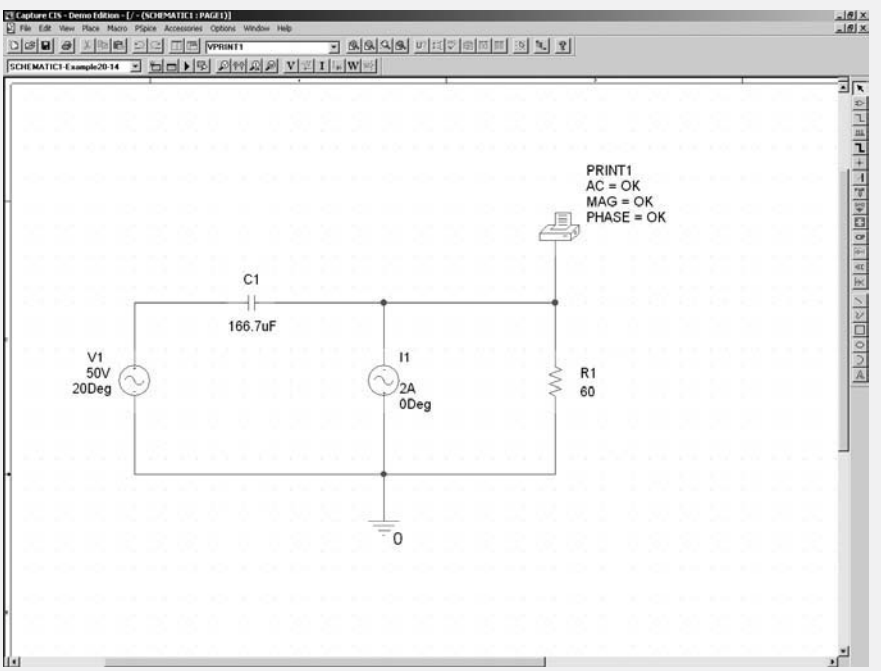


FIGURA 20-62

Observe que la impedancia de carga se ha quitado y el valor de la capacitancia que se muestra es

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{(200 \text{ rad/s})(30\ \Omega)} = 166.7\ \mu\text{F}$$

Con el fin de ajustar correctamente las fuentes de voltaje y corriente, se selecciona VAC e ISRC de la biblioteca de fuente SOURCE.slb de PSpice. Los valores se fijan en AC = **50V 20Deg** y AC = **2A 0Deg** respectivamente. El voltaje de salida a circuito abierto se despliega usando VPRINT1, el cual puede establecerse para medir la magnitud y la fase de un voltaje de ca como sigue. Cambie las propiedades de VPRINT1 haciendo doble clic en el elemento.

Use la barra de desplazamiento horizontal hasta encontrar las celdas de AC, MAG y PHASE. Una vez que se ha tecleado **OK** en cada una de las celdas, haga clic en *Apply*. En seguida, dé clic en *Display* y seleccione *Name* y *Value* a partir de las propiedades de despliegue.

Una vez que ha conectado el circuito, haga clic en la herramienta *New Simulation Profile* y establezca el análisis en AC *Sweep/Noise* con un barrido lineal que empieza y termina a una frecuencia de **31.83Hz** (1 punto). Como antes, es conveniente deshabilitar el postprocesador *Probe* en la pestaña de la ventana *Probe* en la caja configuración de simulación.

Como antes, es conveniente deshabilitar el postprocesador Probe antes de simular el diseño. Después de simular el diseño, se determina el voltaje a circuito abierto examinando el archivo de salida de PSpice. Los datos del archivo de salida dan lo siguiente:

```
FREQ          VM(a)          VP(a)
3.183E+01     5.690E+01     −1.583E+01
```

El resultado anterior da $\mathbf{E}_{\text{Th}} = 56.90\ \text{V}\angle -15.83°$. Éste es igual que el valor determinado en el ejemplo 20-6. Recuerde que una forma de determinar la impedancia de Thévenin (o Norton) es usar la ley de Ohm, es decir,

$$\mathbf{Z}_{\text{Th}} = \mathbf{Z}_{\text{N}} = \frac{\mathbf{E}_{\text{Th}}}{\mathbf{I}_{\text{N}}}$$

La corriente de Norton se encuentra al quitar el dispositivo VPRINT1 del circuito de la figura 20-62 e insertar el dispositivo IPRINT (amperímetro) entre la terminal *a* y tierra. El resultado se muestra en la figura 20-63.

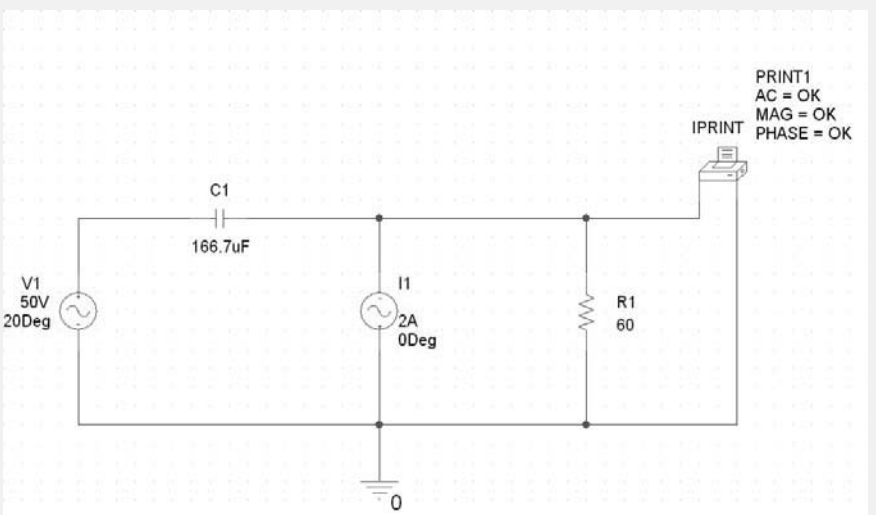


FIGURA 20-63

Después de simular el diseño, la corriente de cortocircuito se determina examinando el archivo de salida de PSpice. Los datos del archivo de salida dan

```
FREQ          IM(V_PRINT2)IP(V_PRINT2)
3.183E+01     2.121E+00    4.761E+01
```

El resultado anterior da $\mathbf{I}_{\text{N}} = 21.21\ \text{A}\angle 47.61°$ y así se calcula la impedancia de Thévenin como

$$\mathbf{Z}_{\text{Th}} = \frac{56.90\ \text{V}\angle -15.83°}{2.121\ \text{A}\angle 47.61°} = 26.83\Omega\angle -63.44°$$

el cual es el mismo valor que se obtuvo en el ejemplo 20-6.

En el ejemplo anterior fue necesario determinar la impedancia de Thévenin en dos pasos, primero se calculó el voltaje de Thévenin y después la corriente de Norton. Es posible determinar el valor en una etapa al incluir un paso adicional en el análisis. El siguiente ejemplo muestra cómo determinar la impedancia de Thévenin para un circuito que tiene una fuente dependiente. El mismo paso se puede usar también para un circuito que tenga fuentes independientes.

Las siguientes partes en OrCAD *Capture* se usan para representar fuentes dependientes:

Fuente de voltaje controlada por voltaje:	**E**
Fuente de corriente controlada por corriente:	**F**
Fuente de corriente controlada por voltaje:	**G**
Fuente de voltaje controlada por corriente:	**H**

Cuando se usan fuentes dependientes, es necesario asegurarse de que cualquier fuente controlada por voltaje se coloque *en paralelo con* el voltaje de control y de que cualquier fuente controlada por corriente se coloque *en serie con* la corriente de control. De manera adicional, cada fuente dependiente debe tener una **ganancia** especificada. Este valor simplemente proporciona la razón entre el valor de salida y el voltaje o corriente de control. Aunque el siguiente ejemplo muestra cómo usar un tipo de fuente dependiente, encontrará mucha similitud entre las distintas fuentes.

EJEMPLO 20-15

Use PSpice para determinar el equivalente de Thévenin del circuito en la figura 20-64.

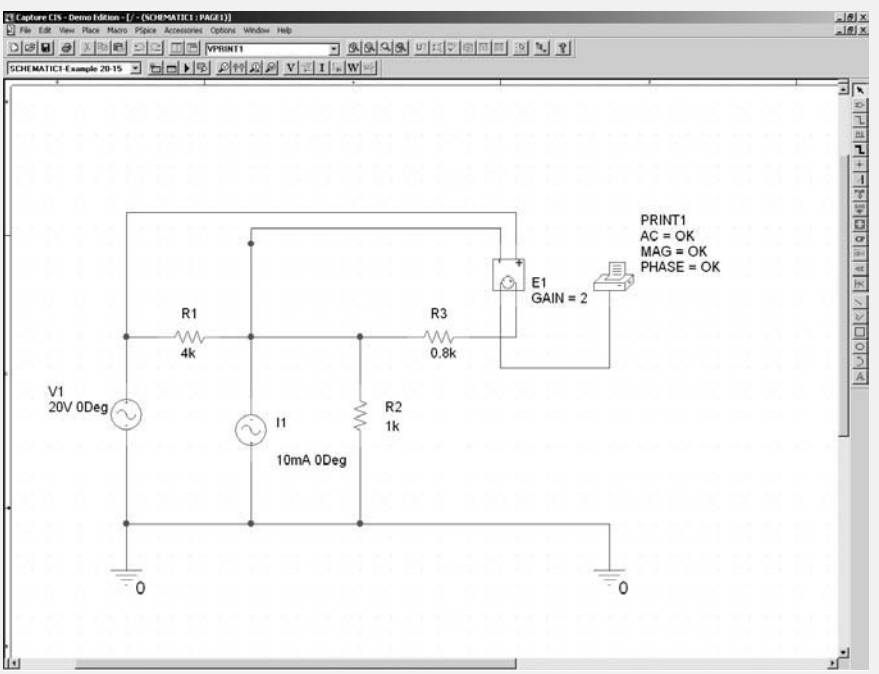


FIGURA 20-64

Solución Se usa OrCAD *Capture* para conectar el circuito de la figura 20-64. La fuente de voltaje controlada por voltaje se obtiene haciendo clic en la herramienta *Place part* y se selecciona E de la biblioteca ANALOG. Observe la colocación de la fuente. Ya que R_1 es el elemento de control, las terminales de control se colocan entre este resistor. Para ajustar la ganancia de la fuente de voltaje, haga doble clic en el símbolo. Use la barra de desplazamiento para encontrar la celda GAIN y te-

clee **2**. Para desplegar este valor en el esquema necesita hacer clic en *Display* y seleccionar *Name* y *Value* de las propiedades de despliegue.

Al igual que en el circuito anterior, necesitará usar primero una parte VPRINT1 para medir el voltaje a circuito abierto en la terminal *a*. Las propiedades de VPRINT1 se cambian al teclear **OK** en las celdas AC, MAG y PHASE. Dé clic en *Display* y selecciones *Name* y *Value* para cada una de las celdas. Asígnele un nombre al perfil de la simulación y córrala. Los datos en el archivo de salida de PSpice proporcionan el voltaje a circuito abierto (Thévenin) como sigue:

```
FREQ         VM(N00431)   VP(N00431)
1.000E+03    4.000E+00    1.800E+02
```

La parte VPRINT1 se reemplaza con IPRINT, el cual se conecta entre la terminal *a* y tierra para proporcionar la corriente de cortocircuito. Recuerde cambiar las celdas apropiadas con el editor de propiedades. La salida del archivo PSpice da la corriente de cortocircuito (Norton) como:

```
FREQ         IM(V_PRINT2)IP(V_PRINT2)
1.000E+03    1.250E-03    1.800E+02
```

La impedancia de Thévenin se determina ahora fácilmente como

$$\mathbf{Z}_{\text{Th}} = \frac{4\text{ V}}{1.25\text{ mA}} = 3.2\text{ k}\Omega$$

Y el circuito que resulta se muestra en la figura 20-65.

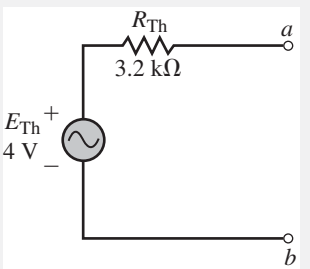


FIGURA 20-65

Multisim

Multisim tiene muchas similitudes con PSpice en su análisis de circuitos de ca. El siguiente ejemplo muestra que los resultados que se obtienen con Multisim son precisamente los mismos que se consiguen con PSpice.

EJEMPLO 20-16

Use Multisim para determinar el equivalente de Thévenin del circuito de la figura 20-47. Compare sus resultados con los que se obtuvieron en el ejemplo 20-15.

Solución El circuito se conecta como se muestra en la figura 20-66.

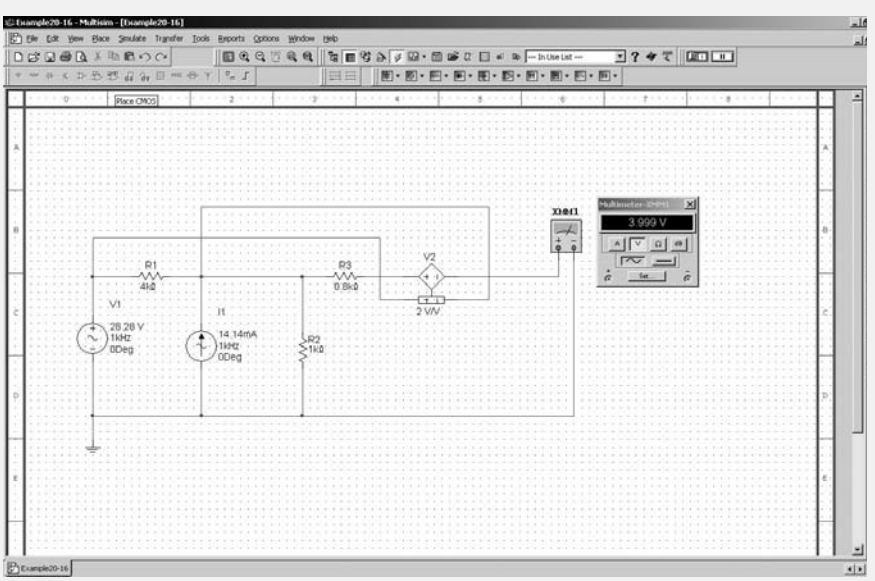


FIGURA 20-66

Se usa un 1 kHz como frecuencia de operación, aunque se puede emplear cualquier frecuencia. La fuente de voltaje controlada por voltaje se selecciona de *Sources parts* y la ganancia se ajusta haciendo doble clic en el símbolo. Se selecciona la pestaña *Value* y la ganancia de Voltaje (E): se fija en **2 V/V.** El multímetro debe estar configurado para medir volts de ca. Como es de esperar, la lectura del multímetro es 4 V. La corriente se mide fácilmente configurando el multímetro en su modalidad de amperímetro de ca como se muestra en la figura 20-67. La lectura de corriente es 1.25 mA. Una limitación del modelado con Multisim es que no se indica el ángulo de fase del voltaje o la corriente.

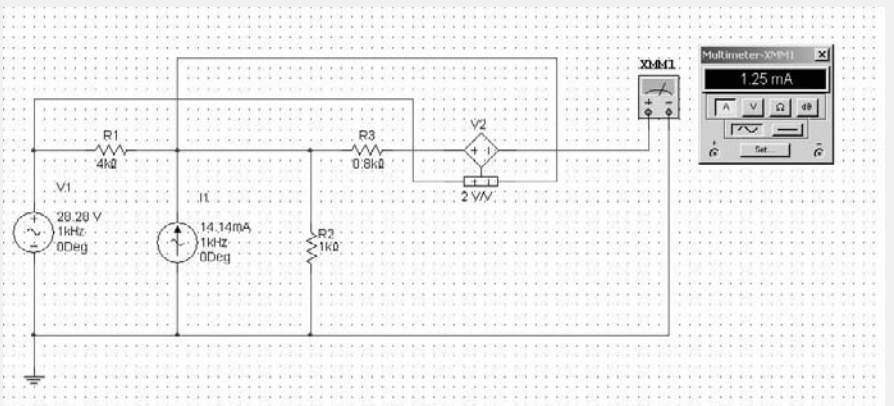


FIGURA 20-67

Ahora, la impedancia de Thévenin del circuito se determina con la ley de Ohm, a saber,

$$\mathbf{Z}_{\text{Th}} = \frac{4\text{V}}{1.25\text{ mA}} = 3.2\text{ k}\Omega$$

Estos resultados son consistentes con los cálculos del ejemplo 20-11 y los resultados de PSpice del ejemplo 20-15.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 9

Use PSpice para determinar el equivalente de Thévenin del circuito de la figura 20-45. Compare su respuesta con la que se obtuvo en los Problemas prácticos 5.

Respuesta
$\mathbf{E}_{\text{Th}} = \mathbf{V}_{ab} = -3.33\text{ V},\ \mathbf{Z}_{\text{Th}} = 0.667\ \Omega$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 10

Use Multisim para determinar el equivalente de Thévenin del circuito de la figura 20-45. Compare su respuesta con la que se obtuvo en los Problemas prácticos 5 y los Problemas prácticos 9.

Respuesta
$\mathbf{E}_{\text{Th}} = \mathbf{V}_{ab} = -3.33\text{ V},\ \mathbf{Z}_{\text{Th}} = 0.667\ \Omega$

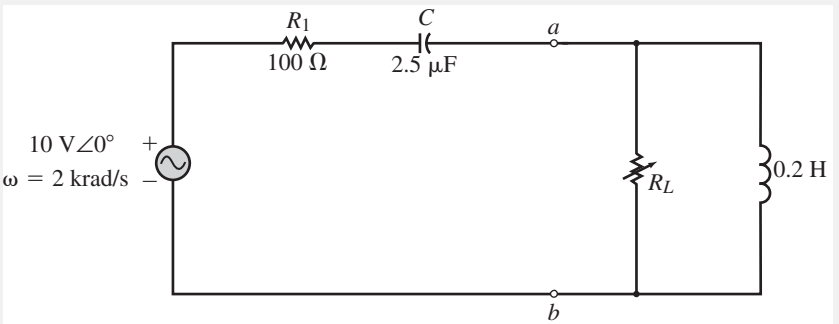
PROBLEMAS PRÁCTICOS 11

Use PSpice para determinar el circuito equivalente de Norton externo al resistor de carga en el circuito de la figura 20-31. Suponga que el circuito opera a una frecuencia de 20 kHz. Compare sus resultados con los que se obtuvieron en el ejemplo 20-8. Sugerencia: necesitará colocar un pequeño resistor (por ejemplo, 1 mΩ) en serie con el inductor.

Respuesta
$\mathbf{E}_{\text{Th}} = 7.75\text{ V}\angle -176.5°,\ \mathbf{I}_{\text{N}} = 0.1335\text{ A}\angle 138.5°,\ \mathbf{Z}_{\text{N}} = 566\Omega\angle 45°$
Los resultados son consistentes.

PUESTA EN PRÁCTICA

En este capítulo aprendió cómo calcular la impedancia de carga que se requiere para obtener la máxima transferencia de potencia a la carga. En todos los casos se trabajó con impedancias de carga que estaban en serie con las terminales de salida. Este no siempre será el caso. El circuito de la siguiente figura muestra una carga que consiste de un resistor en paralelo con un inductor.



Determine el valor del resistor R_L que se requiere para que resulte en máxima potencia suministrada a la carga. Aunque es posible utilizar varios métodos, se puede encontrar que este ejemplo se presta por sí mismo para ser resuelto mediante cálculo.

PROBLEMAS

20-1 Teorema de superposición. Fuentes independientes

1. Use la superposición para determinar la corriente en la rama que se indica en el circuito de la figura 20-68.
2. Repita el problema 1 para el circuito de la figura 20-69.
3. Use la superposición para determinar el voltaje $\mathbf{V}_{ab}$ para el circuito de la figura 20-68.
4. Repita el problema 3 para el circuito de la figura 20-69.
5. Considere el circuito de la figura 20-70.
   a. Use la superposición para determinar el voltaje indicado, **V**.
   b. Muestre que la potencia disipada por el resistor indicado no puede ser determinada mediante superposición.

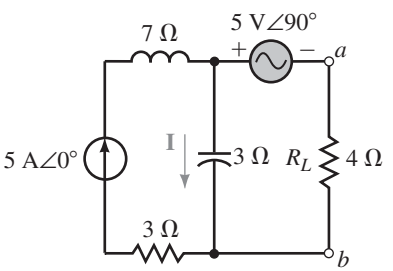


FIGURA 20-68

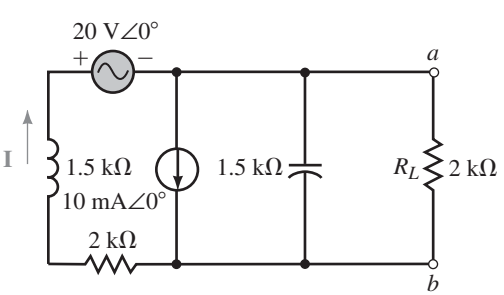


FIGURA 20-69

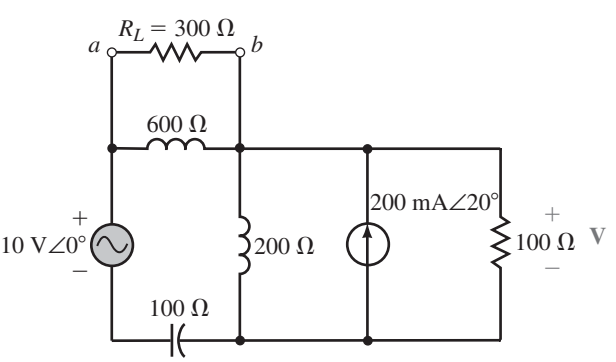


FIGURA 20-70

6. Repita el problema 5 para el circuito de la figura 20-71.

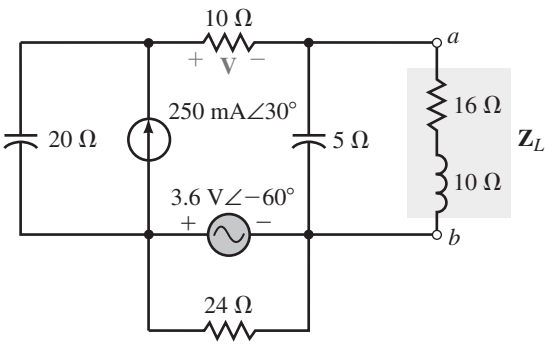


FIGURA 20-71

7. Use la superposición para determinar la corriente **I** en el circuito de la figura 20-72.

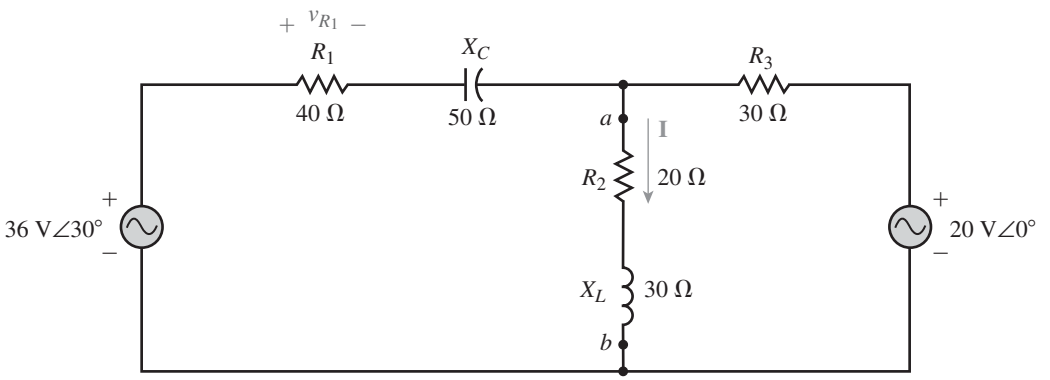


FIGURA 20-72

8. Repita el problema 7 para el circuito de la figura 20-73.

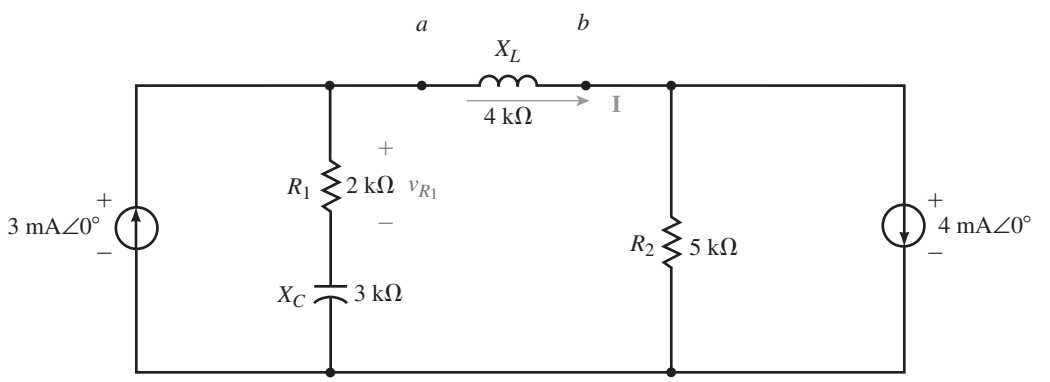


FIGURA 20-73

9. Use la superposición para determinar el voltaje sinusoidal, v_{R1} para el circuito de la figura 20-72.
10. Repita el problema 9 para el circuito de la figura 20-73.

20-2 Teorema de superposición. Fuentes dependientes

11. Vea el circuito de la figura 20-74.
    a. Use la superposición para encontrar $\mathbf{V}_L$.
    b. Si la magnitud del voltaje aplicado **V** se incrementa a 200 mV, encuentre el voltaje resultante $\mathbf{V}_L$.

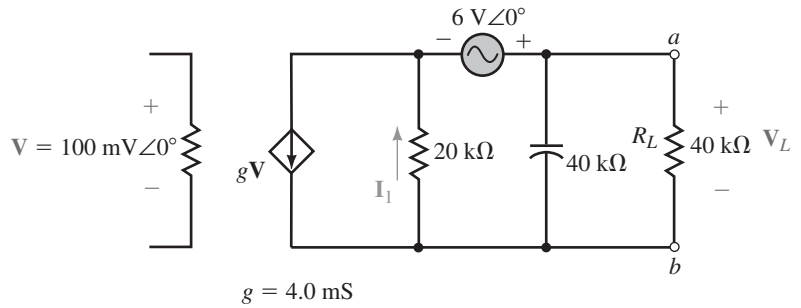


FIGURA 20-74

MULTISIM

12. Considere el circuito de la figura 20-75.
    a. Use la superposición para encontrar $\mathbf{V}_L$.
    b. Si la magnitud de la corriente aplicada **I** se disminuye a 2 mA, encuentre el voltaje resultante $\mathbf{V}_L$.

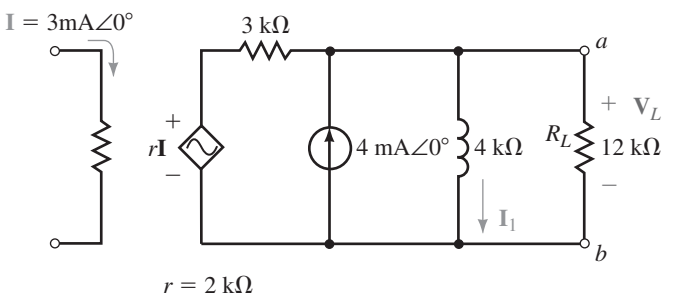


FIGURA 20-75

13. Use la superposición para encontrar la corriente $\mathbf{I}_1$ en el circuito de la figura 20-74.
14. Repita el problema 13 para el circuito de la figura 20-75.
15. Encuentre $\mathbf{V}_L$ en el circuito de la figura 20-76.

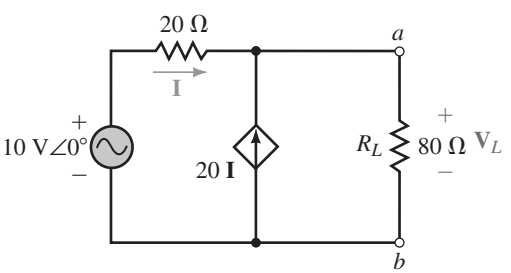


FIGURA 20-76

MULTISIM

16. Encuentre $\mathbf{V}_L$ en el circuito de la figura 20-77.

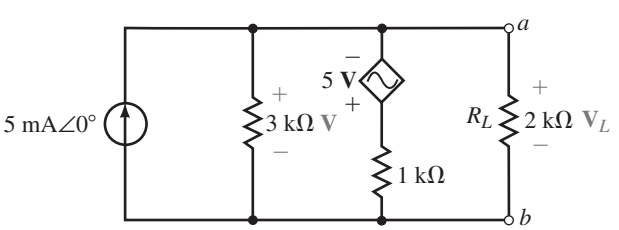
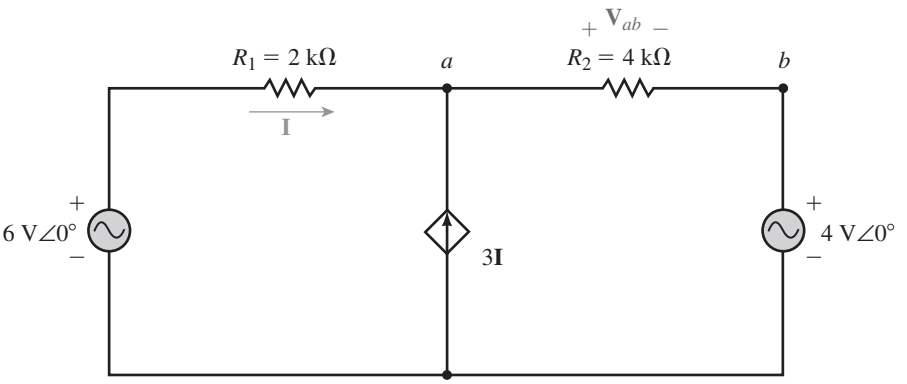


FIGURA 20-77

MULTISIM

17. Determine el voltaje $\mathbf{V}_{ab}$ para el circuito de la figura 20-78.



MULTISIM

FIGURA 20-78

18. Determine la corriente **I** para el circuito de la figura 20-79.

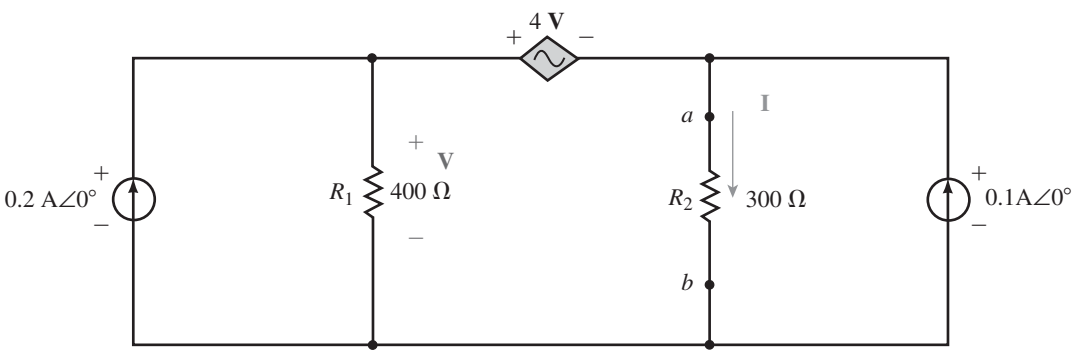


FIGURA 20-79

MULTISIM

20-3 Teorema de Thévenin. Fuentes independientes

19. Encuentre el circuito equivalente de Thévenin externo a la impedancia de carga de la figura 20-68.
20. Vea el circuito de la figura 20-80.
    a. Encuentre el circuito equivalente de Thévenin externo a la carga indicada.
    b. Determine la potencia disipada por la carga.
21. Vea el circuito de la figura 20-81.
    a. Encuentre el circuito equivalente de Thévenin externo a la carga que se indica a una frecuencia de 5kHz.
    b. Determine la potencia disipada por la carga si $\mathbf{Z}_L = 100\ \Omega\angle 30°$.

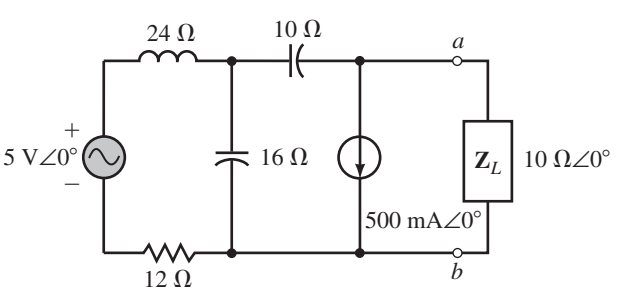


FIGURA 20-80

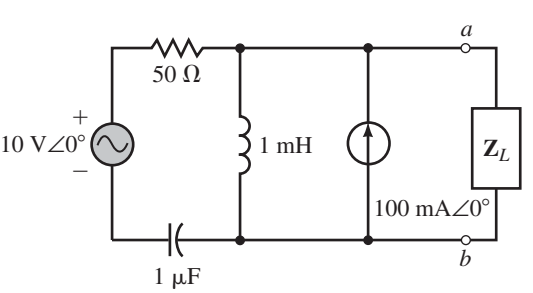


FIGURA 20-81

MULTISIM

22. Repita el problema 21 para una frecuencia de 1 kHz.
23. Encuentre el circuito equivalente de Thévenin externo a R_L en el circuito de la figura 20-72.
24. Repita el problema 23 para el circuito de la figura 20-69.
25. Repita el problema 23 para el circuito de la figura 20-70.
26. Encuentre el circuito equivalente de Thévenin externo a Z_L en el circuito de la figura 20-71.
27. Considere el circuito de la figura 20-82.
    a. Encuentre el circuito equivalente de Thévenin externo a la carga indicada.
    b. Determine la potencia disipada por la carga si $\mathbf{Z}_L = 20\ \Omega\angle -60°$.

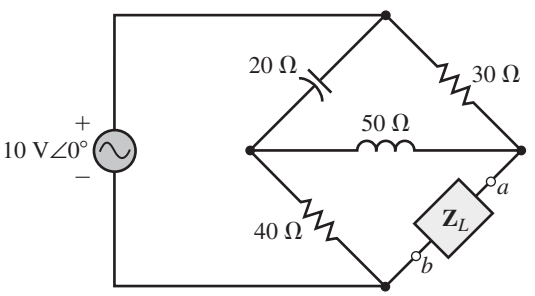


FIGURA 20-82

28. Repita el problema 27 si se coloca un resistor de 10 Ω en serie con la fuente de voltaje.

20-4 Teorema de Norton. Fuentes independientes

29. Encuentre el circuito equivalente de Norton externo a la impedancia de carga de la figura 20-68.
30. Repita el problema 29 para el circuito de la figura 20-69.
31. a. Use el procedimiento descrito para encontrar el circuito equivalente de Norton externo a las terminales *a* y *b* de la figura 20-72.
    b. Determine la corriente a través de la carga indicada.
    c. Encuentre la potencia disipada por la carga.
32. Repita el problema 31 para el circuito de la figura 20-73.
33. a. Use el procedimiento descrito para encontrar el circuito equivalente de Norton externo a la impedancia de carga indicada (localizada entre las terminales *a* y *b*) en la figura 20-70.
    b. Determine la corriente a través de la carga indicada.
    c. Encuentre la potencia disipada por la carga.
34. Repita el problema 33 para el circuito de la figura 20-71.
35. Suponga que el circuito de la figura 20-81 opera a una frecuencia de 2 kHz.
    a. Encuentre el circuito equivalente de Norton externo a la impedancia de carga.
    b. Si un resistor de carga de 30 Ω está conectado entre las terminales *a* y *b*, encuentre la corriente a través de la carga.
36. Repita el problema 35 para una frecuencia de 8 kHz.

20-5 Teoremas de Thévenin y Norton para fuentes dependientes

37. a. Encuentre el circuito equivalente de Thévenin externo a la impedancia de carga en la figura 20-74.
    b. Calcule la corriente a través de R_L.
    c. Determine la potencia disipada por R_L.

38. a. Encuentre el circuito equivalente de Norton externo a la impedancia de carga en la figura 20-75.
    b. Encuentre la corriente a través de R_L.
    c. Determine la potencia disipada por R_L.

39. Encuentre los circuitos equivalentes de Thévenin y Norton externos a la impedancia de carga en la figura 20-76.

40. Encuentre el circuito equivalente de Thévenin externo a la impedancia de carga en la figura 20-77.

20-6 Teorema de máxima transferencia de potencia

41. Vea el circuito de la figura 20-83.
    a. Determine la impedancia de carga, $\mathbf{Z}_L$, necesaria para asegurar que la carga reciba la máxima potencia.
    b. Encuentre la máxima potencia hacia la carga.
42. Repita el problema 41 para el circuito de la figura 20-84.

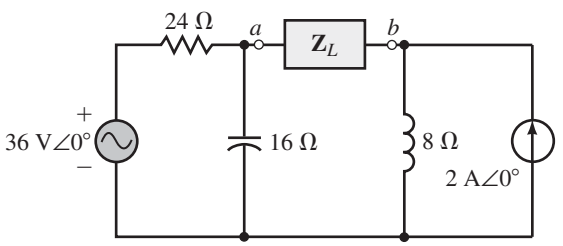


FIGURA 20-83

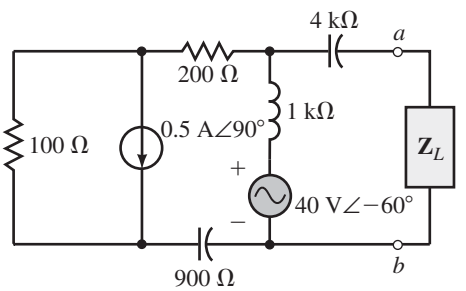


FIGURA 20-84

43. Repita el problema 41 para el circuito de la figura 20-85.

44. Repita el problema 41 para el circuito de la figura 20-86.

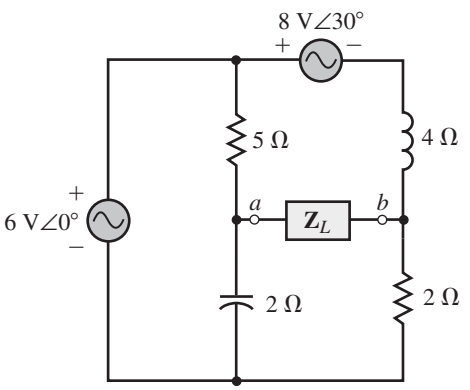


FIGURA 20-85

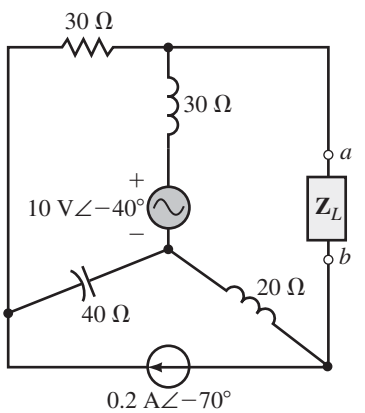


FIGURA 20-86

45. ¿Qué impedancia de carga requiere el circuito de la figura 20-71 para asegurar que la carga reciba la máxima potencia del circuito?

46. Determine la impedancia de carga requerida por el circuito de la figura 20-82 para asegurar que la carga reciba la máxima potencia del circuito.
47. a. Determine la impedancia de carga, $\mathbf{Z}_L$, para el circuito de la figura 20-81 para suministrar la máxima potencia a la carga a una frecuencia de 5 kHz.
    b. Si la impedancia de carga contiene un resistor y un capacitor de 1 μF, determine el valor del resistor que resulte en una máxima transferencia de potencia relativa.
    c. Encuentre la potencia suministrada a la carga en (b).
48. a. Determine la impedancia de carga, $\mathbf{Z}_L$, que requiere el circuito de la figura 20-81 para suministrar la máxima potencia a la carga a una frecuencia de 1 kHz.
    b. Si la impedancia de carga contiene un resistor y un capacitor de 1 μF, determine el valor del resistor que resulte en una máxima transferencia de potencia relativa.
    c. Encuentre la potencia suministrada a la carga en (b).

20-7 Análisis de circuitos por computadora

49. Use PSpice para encontrar el circuito equivalente de Thévenin externo a R_L en el circuito de la figura 20-68. Suponga que el circuito opera a una frecuencia de $\omega = 2\,000$ rad/s. PSpice

    Nota: PSpice no permite que una fuente de voltaje tenga terminales flotantes. Por ello, se debe colocar una resistencia grande (por ejemplo, 10 GΩ) en la salida.
50. Repita el problema 49 para el circuito de la figura 20-69. PSpice
51. Use PSpice para encontrar el circuito equivalente de Norton externo a R_L en el circuito de la figura 20-70. Suponga que el circuito opera a una frecuencia de $\omega = 5\,000$ rad/s. PSpice

    Nota: PSpice no puede analizar un circuito con un inductor en cortocircuito. Por ello, es necesario colocar una pequeña resistencia (por ejemplo, 1 nΩ) en serie con un inductor.
52. Repita el problema 51 para el circuito de la figura 20-71. PSpice

    Nota: PSpice no puede analizar un circuito con un capacitor a circuito abierto. Por ello, es necesario colocar una resistencia grande (por ejemplo, 10 GΩ) en paralelo con un capacitor.
53. Use PSpice para encontrar el circuito equivalente de Thévenin externo a R_L en el circuito de la figura 20-76. Suponga que el circuito opera a una frecuencia de $f = 1\,000$ Hz. PSpice
54. Repita el problema 53 para el circuito de la figura 20-77. PSpice
55. Utilice PSpice para encontrar el circuito equivalente de Norton externo a $\mathbf{V}_{ab}$ en el circuito de la figura 20-78. Suponga que el circuito opera a una frecuencia de $f = 1\,000$ Hz. PSpice
56. Repita el problema 55 para el circuito de la figura 20-79. PSpice
57. Use Multisim para encontrar el circuito equivalente de Thévenin externo a R_L en el circuito de la figura 20-76. Suponga que el circuito opera a una frecuencia de $f = 1\,000$ Hz. MULTISIM
58. Repita el problema 53 para el circuito de la figura 20-77. MULTISIM
59. Use Multisim para encontrar el circuito equivalente de Norton externo a $\mathbf{V}_{ab}$ en el circuito de la figura 20-78. Suponga que el circuito opera a una frecuencia de $f = 1\,000$ Hz. MULTISIM
60. Repita el problema 55 para el circuito de la figura 20-79. MULTISIM

✓ RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 1

a. $\mathbf{I} = 3.39\ \text{A}\angle 25.34°$

b. $P_T = 230.4\ \text{W}$

c. $P_1 + P_2 + P_3 = 145\ \text{W} \neq P_T = 230.4\ \text{W}$
La superposición no se aplica a la potencia.

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 2

1. Separe el inductor del circuito. Marque las terminales como *a* y *b*.
2. Fije la fuente de voltaje en cero, quítela del circuito y reemplácela con un cortocircuito.
3. Determine los valores de las impedancias con la frecuencia dada. Calcule la impedancia de Thévenin entre las terminales *a* y *b*.
4. Convierta la fuente de voltaje en su forma fasorial equivalente. Resuelva para el voltaje a circuito abierto entre las terminales *a* y *b*.
5. Dibuje el circuito equivalente de Thévenin.

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 3

1. Separe el resistor del circuito. Marque las terminales que quedan como *a* y *b*.
2. Fije la fuente de voltaje en cero quítela del circuito y reemplácela con un cortocircuito.
3. Calcule la impedancia de Norton entre las terminales *a* y *b*.
4. Resuelva para la corriente de cortocircuito entre las terminales *a* y *b*.
5. Dibuje el circuito equivalente de Norton.

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 4

a. $R_L = 80.6\ \Omega$

b. $P_L = 3.25\ \text{W}$

c. $\omega = 3\ 333\ \text{rad/s}$

d. $P_L = 4.90\ \text{W}$

■ TÉRMINOS CLAVE

Ancho de banda
Curva de selectividad
Factor de calidad
Frecuencias de media potencia
Oscilaciones amortiguadas
Resonancia en paralelo
Resonancia en serie

■ PLAN GENERAL

Resonancia en serie
Factor de calidad, *Q*
Impedancia de un circuito resonante en serie
Potencia, ancho de banda y selectividad de un circuito resonante en serie
Conversión serie-paralelo *RL* y *RC*
Resonancia en paralelo
Análisis de circuitos por computadora

■ OBJETIVOS

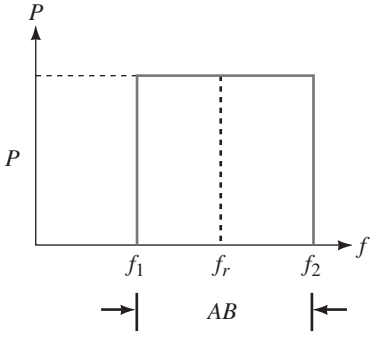
- Después de estudiar este capítulo será capaz de:
- determinar la frecuencia de resonancia y el ancho de banda de circuitos simples en serie o en paralelo,
- determinar los voltajes, corrientes y potencias de elementos en un circuito resonante,
- dibujar las curvas de respuesta de impedancia, corriente y potencia de un circuito resonante en serie,
- encontrar el factor de calidad, *Q*, de un circuito resonante y utilizarlo para determinar el ancho de banda para un conjunto de condiciones,
- explicar la dependencia del ancho de banda respecto de la razón *L*/*C* y de *R* para circuitos resonantes tanto en serie como en paralelo,
- diseñar un circuito resonante para un conjunto de condiciones,
- convertir una red *RL* en serie en una red equivalente en paralelo para una frecuencia dada.

Resonancia

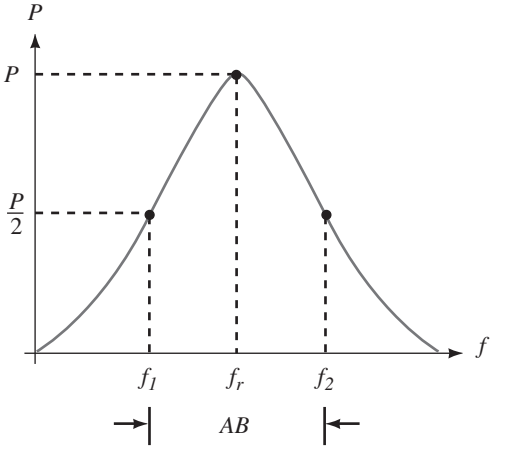
21

RESUMEN DEL CAPÍTULO

En este capítulo se construirá sobre el conocimiento que se obtuvo en capítulos previos para observar de qué manera los circuitos resonantes son capaces de permitir el paso de una gama de frecuencias deseadas desde la fuente de señal hasta una carga. En su forma más simple, el **circuito resonante** consiste de un inductor y un capacitor junto con una fuente de voltaje o de corriente. Aunque el circuito es simple, es uno de los más importantes en la electrónica. Por ejemplo, el circuito resonante, en una de sus muchas formas, permite elegir la señal de radio o televisión deseada de entre un gran número de señales que están alrededor en cualquier momento. Con el fin de obtener toda la energía que transmite una estación de radio o un canal de televisión, es deseable un circuito que tenga la respuesta en frecuencia que se muestra en la figura 21-1(a). Un circuito que tenga la respuesta en frecuencia ideal dejará pasar todos los componentes de frecuencia en una banda entre f_1 y f_2, mientras elimina las demás frecuencias. Para un transmisor de radio, la frecuencia central, f_r correspondería a la *frecuencia portadora* de la estación. La diferencia entre las frecuencias superior e inferior que sería deseable dejar pasar se llama *ancho de banda*.



(a) Curva ideal de la respuesta en frecuencia



(b) Curva real de la respuesta de un circuito resonante

FIGURA 21-1

Aunque hay varias configuraciones de circuitos resonantes, todas tienen varias características en común. Los circuitos electrónicos resonantes contienen al menos un inductor y un capacitor, y tienen una curva de respuesta en forma de campana centrada en alguna frecuencia de resonancia, f_r, como se ilustra en la figura 21-1(b).

La curva de respuesta de la figura 21-1(b) indica que la potencia estará al máximo en la frecuencia de resonancia f_r. La variación de la frecuencia en cualquier dirección resultará en una reducción de potencia. Se considera que el ancho de banda del circuito resonante es la diferencia entre los puntos de media potencia en la curva de respuesta del filtro.

Si se aplican señales sinusoidales de frecuencia variable a un circuito compuesto por un inductor y un capacitor, se encontraría que la energía máxima se transferiría de uno a otro de los elementos a la frecuencia de resonancia. En un circuito *LC* ideal (uno que no contiene resistencia), estas oscilaciones continuarían sin disminuciones, incluso si apaga la fuente de la señal. Sin embargo, en situaciones prácticas, todos los circuitos tienen alguna resistencia. Como consecuencia, la energía almacenada será disipada a la larga por la resistencia, dando como resultado **oscilaciones amortiguadas**. Igual que cuando se mece a un niño en su cuna, las oscilaciones continuarán de manera indefinida si se aplica una pequeña cantidad de energía al circuito exactamente en el momento preciso. Este fenómeno ilustra la base de cómo opera un circuito oscilador, y por ello provee otra aplicación de los circuitos resonantes.

En este capítulo se examinan con detalle los dos principales tipos de circuitos resonantes: **circuitos resonantes en serie** y **circuitos resonantes en paralelo**. ■

PERSPECTIVA HISTÓRICA



Edwin Howard Armstrong. Recepción de radio

EDWIN ARMSTRONG NACIÓ en la ciudad de Nueva York el 18 de diciembre de 1890. Desde joven mostró gran interés por los experimentos que involucraban transmisiones y recepción de radio.

Después de graduarse en ingeniería eléctrica en la Universidad de Columbia, Armstrong utilizó sus bases teóricas para explicar y mejorar la operación del tubo de vacío triodo, el cual fue un invento de Lee de Forest. Edwin Armstrong fue capaz de mejorar la sensibilidad de los receptores al usar la retroalimentación para amplificar muchas veces una señal. Armstrong también diseñó y patentó un circuito que usó el tubo de vacío como un oscilador al incrementar la cantidad de señal retroalimentada.

Armstrong es mejor conocido por concebir el concepto de superheterodino, en el cual una frecuencia alta se disminuye a una frecuencia intermedia más utilizable. El superheterodino se usa todavía en receptores modernos de AM y FM, así como en numerosos circuitos electrónicos, como los equipos de radar y de comunicación.

Edwin Armstrong fue el inventor de la transmisión de FM, la cual condujo al mejoramiento de la fidelidad en las transmisiones de radio.

Aunque Armstrong fue un brillante ingeniero, fue una persona intransigente que estuvo involucrado en varios juicios con Lee de Forest y el gigante de las comunicaciones RCA.

Después de gastar casi dos millones de dólares en batallas legales, Edwin Armstrong se suicidó al saltar desde la ventana de su departamento en el piso trece el 31 de enero de 1954. ■

21-1 Resonancia en serie

Un circuito resonante en serie simple se construye mediante la combinación de una fuente de ca con un inductor, un capacitor y, de manera opcional, un resistor, como se muestra en la figura 21-2(a*)*. Al combinar la resistencia del generador R_G con la resistencia en serie R_S y la resistencia de la bobina inductora R_{bobina}, el circuito puede simplificarse como se ilustra en la figura 21-2(b*)*.

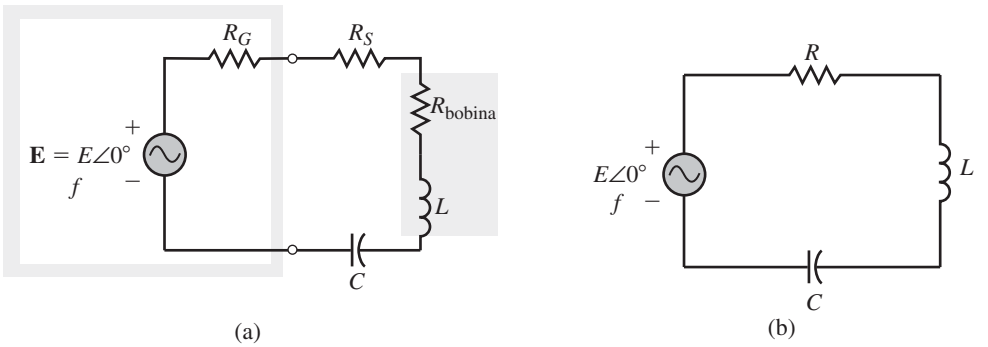


FIGURA 21-2

En este circuito, la resistencia total se expresa como

$$R = R_G + R_S + R_{\text{bobina}}$$

Ya que el circuito de la figura 21-2 está en serie, la impedancia total se calcula como:

$$\begin{aligned}\mathbf{Z}_{\text{T}} &= R + jX_L - jX_C \\ &= R + j(X_L - X_C)\end{aligned} \qquad \textbf{(21-1)}$$

La resonancia ocurre cuando la reactancia del circuito se elimina de manera efectiva, resultando en una impedancia total que es puramente resistiva. Se sabe que las reactancias del inductor y del capacitor están dadas por:

$$X_L = \omega L = 2\pi f L \qquad \textbf{(21-2)}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \qquad \textbf{(21-3)}$$

Al examinar la ecuación 21-1, se observa que al igualar las reactancias del capacitor y del inductor, la impedancia total $\mathbf{Z}_{\text{T}}$, es puramente resistiva, ya que la reactancia inductiva, que está en el eje *j* positivo cancela la reactancia capacitiva ubicada en el eje *j* negativo. La impedancia total del circuito en serie resonante es igual a la resistencia total *R* del circuito. Entonces, en resonancia

$$Z_{\text{T}} = R \qquad \textbf{(21-4)}$$

Al determinar que las reactancias sean iguales, se es capaz de determinar la frecuencia de resonancia en serie ω_{S} (en radianes por segundo) como sigue:

$$\begin{aligned}\omega L &= \frac{1}{\omega C} \\ \omega^2 &= \frac{1}{LC} \\ \omega_{\text{S}} &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{(rad/s)}\end{aligned} \qquad \textbf{(21-5)}$$

Ya que el cálculo de la frecuencia angular ω, en radianes por segundo, es más sencillo que resolver para la frecuencia f en hertz, por lo general, las frecuencias de resonancia se expresan en la forma más simple. Los cálculos posteriores de voltaje y corriente serán mucho más fáciles si se usa ω en lugar de f. Sin embargo, si llega a ser necesario determinar una frecuencia en hertz, recuerde que la relación entre ω y f es

$$\omega = 2\pi f \quad \text{(rad/s)} \tag{21-6}$$

La ecuación 21-6 se inserta en la ecuación 21-5 para dar la frecuencia de resonancia como

$$f_S = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \text{(Hz)} \tag{21-7}$$

El subíndice S en las ecuaciones anteriores indica que la que se determina es la frecuencia de resonancia en serie.

En resonancia, la corriente total en el circuito se determina a partir de ley de Ohm como

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{E\angle 0^\circ}{R\angle 0^\circ} = \frac{E}{R}\angle 0^\circ \tag{21-8}$$

Al aplicar de nuevo la ley de Ohm, se encuentra que el voltaje en cada uno de los elementos del circuito es:

$$\mathbf{V}_R = IR\angle 0^\circ \tag{21-9}$$

$$\mathbf{V}_L = IX_L\angle 90^\circ \tag{21-10}$$

$$\mathbf{V}_C = IX_C\angle -90^\circ \tag{21-11}$$

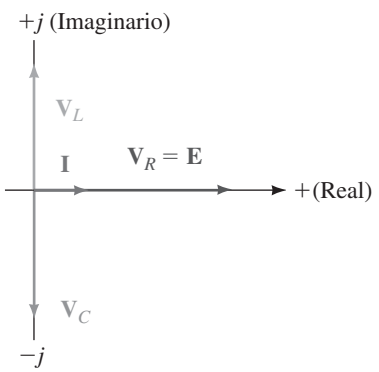


FIGURA 21-3

La forma fasorial de los voltajes y la corriente se muestra en la figura 21-3.

Observe que debido a que las reactancias inductiva y capacitiva tienen la misma magnitud, los voltajes en los elementos también son de la misma magnitud pero están fuera de fase por 180º.

Se determina la potencia promedio disipada por el resistor y las potencias reactivas del inductor y del capacitor como:

$$P_R = I^2R \quad \text{(W)}$$
$$Q_L = I^2X_L \quad \text{(VAR)}$$
$$Q_C = I^2X_C \quad \text{(VAR)}$$

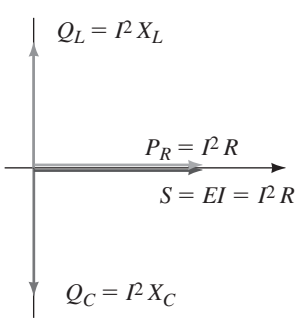


FIGURA 21-4

Estas potencias se ilustran de forma gráfica en la figura 21-4.

21-2 Factor de calidad, *Q*

Para cualquier circuito resonante, el **factor de calidad**, Q, se define como la razón entre la potencia reactiva y la potencia promedio, es decir,

$$Q = \frac{\text{potencia reactiva}}{\text{potencia promedio}} \tag{21-12}$$

Ya que la potencia reactiva del inductor es igual a la potencia reactiva del capacitor en resonancia, Q se puede expresar en términos de cualquiera de las potencias reactivas. En consecuencia, la expresión anterior se escribe como:

$$Q_S = \frac{I^2X_L}{I^2R}$$

así se tiene

$$Q_S = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega L}{R} \qquad \textbf{(21-13)}$$

A menudo, el inductor de un circuito dado tendrá una Q expresada en términos de su reactancia y su resistencia interna como sigue:

$$Q_{\text{bobina}} = \frac{X_L}{R_{\text{bobina}}}$$

Si un inductor con una Q_{bobina} especificada se incluye en un circuito, es necesario incluir sus efectos en todos los cálculos de Q total del circuito.

Ahora se examina cómo se usa el Q de un circuito para determinar otras cantidades del circuito. Al multiplicar el numerador y el denominador de la ecuación 21-13 por la corriente I, se tiene lo siguiente:

$$Q_S = \frac{IX_L}{IR} = \frac{V_L}{E} \qquad \textbf{(21-14)}$$

Ahora, ya que la magnitud del voltaje en el capacitor es igual a la magnitud del voltaje en el inductor en resonancia, se observe que los voltajes en el inductor y el capacitor están relacionados con Q mediante la siguiente expresión:

$$V_C = V_L = Q_S E \quad \text{en resonancia} \qquad \textbf{(21-15)}$$

Nota: ya que el Q de un circuito resonante es por lo general significativamente mayor que 1, se observa que el voltaje en los elementos reactivos puede ser mucho mayor que el voltaje de la fuente aplicado. Por tanto, es necesario asegurarse siempre de que los elementos reactivos que se usan en un circuito resonante sean capaces de manejar los voltajes y corrientes esperados.

EJEMPLO 21-1

Determine las cantidades que se indican en el circuito de la figura 21-5.

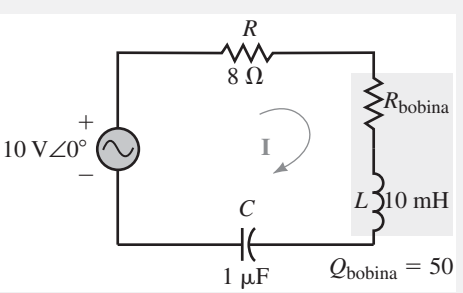


FIGURA 21-5

a. La frecuencia de resonancia expresada en ω (rad/s) y en f (Hz).
b. La impedancia total en resonancia.
c. La corriente en resonancia.
d. $\mathbf{V}_L$ y $\mathbf{V}_C$.
e. Las potencias reactivas Q_C y Q_L
f. El factor de calidad del circuito Q_S.

Solución

a. $$\omega_S = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$
$$= \frac{1}{\sqrt{(10\text{ mH})(1\mu\text{F})}}$$
$$= 10\,000\text{ rad/s}$$
$$f_S = \frac{\omega}{2\pi} = 1592\text{ Hz}$$

b. $$X_L = \omega L = (10\,000\text{ rad/s})(10\text{ mH}) = 100\ \Omega$$
$$R_{\text{bobina}} = \frac{X_L}{Q_{\text{bobina}}} = \frac{100\ \Omega}{50} = 2.00\ \Omega$$
$$R_T = R + R_{\text{bobina}} = 10.0\ \Omega$$
$$\mathbf{Z}_T = 10\ \Omega\angle 0°$$

c. $$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{10\text{ V}\angle 0°}{10\ \Omega\angle 0°} = 1.0\text{ A}\angle 0°$$

d. $$\mathbf{V}_L = (100\ \Omega\angle 90°)(1.0\text{ A}\angle 0°) = 100\text{ V}\angle 90°$$
$$\mathbf{V}_C = (100\ \Omega\angle -90°)(1.0\text{ A}\angle 0°) = 100\text{ V}\angle -90°$$

Observe que el voltaje en los elementos reactivos es diez veces mayor que el voltaje de señal aplicado.

e. Aunque se usa el símbolo Q para designar tanto la potencia reactiva como el factor de calidad, por lo general, el contexto de la pregunta da la pauta de cuál significado usar.
$$Q_L = (1.0\text{ A})^2(100\ \Omega) = 100\text{ VAR}$$
$$Q_C = (1.0\text{ A})^2(100\ \Omega) = 100\text{ VAR}$$

f. $$Q_S = \frac{Q_L}{P} = \frac{100\text{ VAR}}{10\text{ W}} = 10$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 1

Considere el circuito de la figura 21-6:

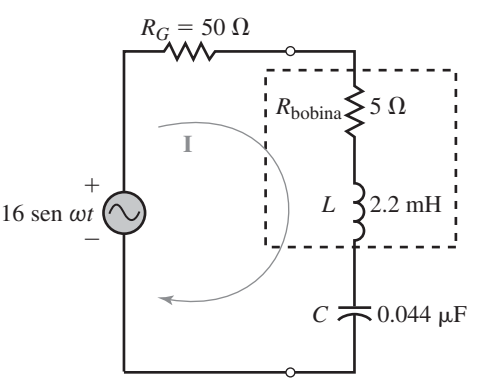


FIGURA 21-6

MULTISIM

a. Determine la frecuencia de resonancia expresada en ω (rad/s) y f (Hz).

b. Determine la impedancia total en resonancia.

c. Resuelva para $\mathbf{I}$, $\mathbf{V}_L$ y $\mathbf{V}_C$ en resonancia.

d. Calcule las potencias reactivas Q_C y Q_L en resonancia.

e. Determine el factor de calidad Q_S, del circuito.

Respuestas

a. 102 krad/s, 16.2 kHz; b. 55.0 Ω∠0°

c. 0.206 A∠0°, 46.0 V∠90°, 46.0 V∠−90°; d. 9.46 VAR; e. 4.07

21-3 Impedancia de un circuito resonante en serie

En esta sección se examina cómo la impedancia de un circuito resonante en serie varía como una función de la frecuencia. Ya que las impedancias de los inductores y capacitores dependen de la frecuencia, la impedancia total de un circuito resonante en serie debe, de manera similar, variar con la frecuencia. Por simplicidad algebraica, se usa la frecuencia expresada como ω en radianes por segundo. Si llega a ser necesario expresar la frecuencia en hertz, se usará la conversión de la ecuación 21-6.

La impedancia total de un circuito resonante en serie simple es

$$\mathbf{Z}_T = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C}$$

$$= R + j\left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega C}\right)$$

La magnitud y el ángulo de fase del vector de impedancia $\mathbf{Z}_T$ se expresa como:

$$Z_T = \sqrt{R^2 + \left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega C}\right)^2} \qquad \textbf{(21-16)}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega RC}\right) \qquad \textbf{(21-17)}$$

Al examinar estas ecuaciones para varios valores de la frecuencia, se observe que se cumplen las siguientes condiciones:

Cuando $\omega = \omega_S$:

$$Z_T = R$$

y

$$\theta = \tan^{-1} 0 = 0°$$

Este resultado es consistente con los que se obtuvieron en la sección anterior.

Cuando $\omega < \omega_S$:

Conforme θ disminuye a partir de la resistencia, Z_T será más grande hasta que $\omega = 0$. En este punto, la magnitud de la impedancia estará indefinida, lo que corresponde a un circuito abierto. Como se puede esperar, la impedancia grande ocurre porque el capacitor se comporta como un circuito abierto de cd.

El ángulo θ se presenta entre 0º y −90º ya que el numerador del argumento de la función arco tangente siempre será negativo, lo que corresponde a un ángulo en el cuarto cuadrante. Ya que el ángulo de la impedancia tiene un signo negativo, se concluye que la impedancia debe ser capacitiva en esta región.

Cuando $\omega > \omega_S$:

Conforme ω se hace más grande que la resonancia, la impedancia Z_T se incrementará debido a que aumenta la reactancia del inductor.

Para estos valores de ω, el ángulo θ siempre estará entre 0º y +90º, ya que tanto el numerador como el denominador de la función arco tangente son positivos. Debido a que el ángulo de $\mathbf{Z}_T$ se ubica en el primer cuadrante, la impedancia debe ser inductiva.

Al graficar la magnitud y el ángulo de fase de la impedancia $\mathbf{Z}_T$ en función de la frecuencia angular, se obtienen las curvas de la figura 21-7.

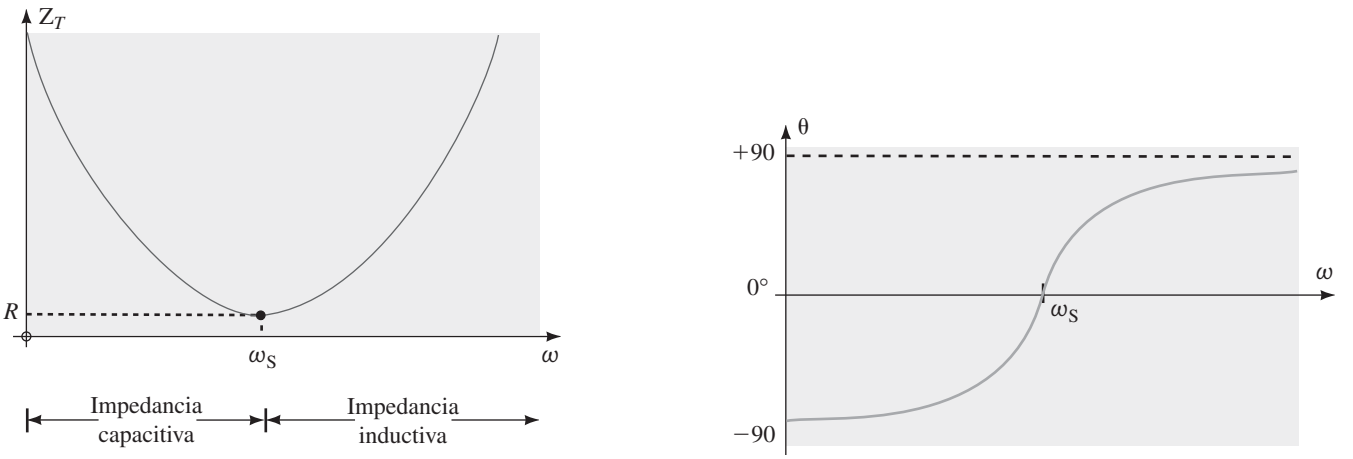


FIGURA 21-7 Impedancia (magnitud y ángulo de fase) contra frecuencia angular para un circuito resonante en serie.

21-4 Potencia, ancho de banda y selectividad de un circuito resonante en serie

Debido al cambio de impedancia del circuito, se concluye que si se aplica un voltaje de amplitud constante al circuito resonante en serie, la corriente y la potencia del circuito no serán constantes en todas las frecuencias. En esta sección se examina cómo la corriente y la potencia se ven afectadas por el cambio de la frecuencia de la fuente de voltaje.

Al aplicar la ley de Ohm se obtiene la magnitud de la corriente en resonancia como:

$$I_{\text{máx}} = \frac{E}{R} \qquad \textbf{(21-18)}$$

Para todas las demás frecuencias, la magnitud de la corriente será menor que $I_{\text{máx}}$ ya que la impedancia es mayor que en resonancia. De hecho, cuando la frecuencia es cero (cd), la corriente será cero ya que el capacitor es efectivamente un circuito abierto. Por otro lado, a frecuencias cada vez más altas, el inductor empieza a aproximarse a un circuito abierto, esto causa de nuevo que la corriente en el circuito se aproxime a cero. La curva de respuesta de corriente para un circuito resonante en serie se muestra en la figura 21-8.

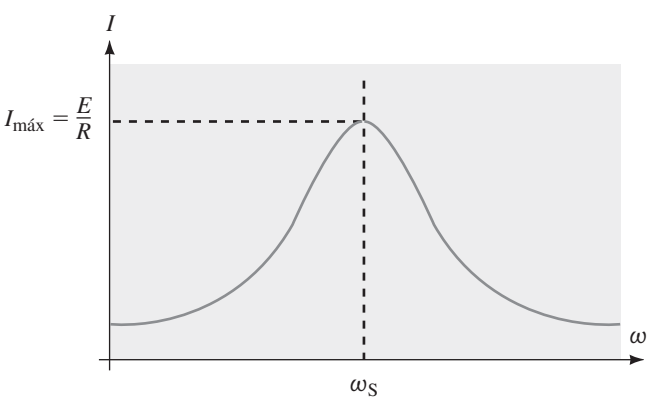


FIGURA 21-8 Corriente contra frecuencia angular para un circuito resonante en serie.

La potencia total disipada por el circuito a cualquier frecuencia está dada por

$$P = I^2R \tag{21-19}$$

Ya que la corriente es máxima en resonancia, resulta que la potencia debe, de manera similar, ser máxima en resonancia. La potencia máxima disipada por el circuito resonante en serie es por tanto

$$P_{\text{máx}} = I^2_{\text{máx}}R = \frac{E^2}{R} \tag{21-20}$$

La respuesta de potencia de un circuito resonante en serie tiene una curva en forma de campana llamada **curva de selectividad,** la cual es similar a la respuesta de corriente. La figura 21-9 ilustra la curva de selectividad típica.

Al examinar la figura 21-9, se observe que sólo las frecuencias alrededor de ω_S permitirán que cantidades significativas de potencia sean disipadas por el circuito. El **ancho de banda**, AB, del circuito resonante se define como la diferencia entre las frecuencias a las cuales el circuito suministra la mitad de la potencia máxima. Las frecuencias ω_1 y ω_2 se llaman **frecuencias de media potencia**, frecuencias de corte o frecuencias de banda.

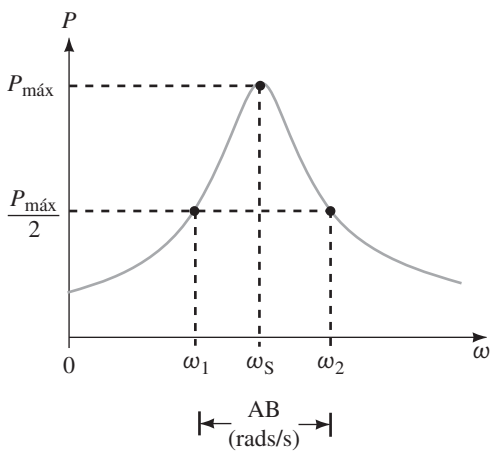


FIGURA 21-9 Curva de selectividad.

Si el ancho de banda de un circuito se mantiene muy estrecho, se dice que dicho circuito tiene alta selectividad, ya que es altamente discriminante para señales que ocurren dentro de un intervalo muy estrecho de frecuencias. Por otro lado, si el ancho de banda de un circuito es grande, se dice que tiene baja selectividad.

Los elementos de un circuito resonante en serie determinan no sólo la frecuencia a la cual el circuito es resonante, sino también la forma (y por tanto el ancho de banda) de la curva de respuesta de potencia. Considere un circuito en el cual la resistencia, R, y la frecuencia de resonancia, ω_S, se mantienen constantes. Se encuentra que al incrementar la razón L/C, los lados de la curva de respuesta de potencia se vuelven cada vez más inclinados. Esto a su vez resulta en una disminución en el ancho de banda. De manera inversa, la disminución de la razón L/C causa que los lados de la curva sean más graduales, lo que da como resultado un ancho de banda aumentado. Estas características se ilustran en la figura 21-10.

Por otro lado, si L y C se mantienen constantes, se encuentra que el ancho de banda disminuirá conforme R disminuya y se incrementará conforme R se incremente. La figura 21-11 muestra cómo la forma de la curva de selectividad depende del valor de la resistencia. Un circuito en serie tiene alta selectividad si la resistencia del circuito se mantiene al mínimo.

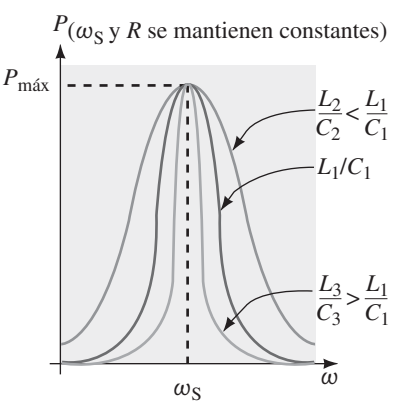


FIGURA 21-10

NOTAS . . .

Para investigación adicional

Se observa en la figura 21-9 que la curva de selectividad no es perfectamente simétrica en ambos lados de la frecuencia de resonancia. Como resultado ω_S no está exactamente centrada entre las frecuencias de media potencia. Sin embargo, conforme Q se incrementa, la frecuencia de resonancia se aproxima al punto medio entre ω_1 y ω_2. *En general, si $Q > 10$, se supone que la frecuencia de resonancia está en el punto medio entre las frecuencias de media potencia.* Para información adicional, véase el CD. Haga clic en el Botón 4 *For Further Investigation* y seleccione *The Importance of Selectivity in Broadcast Radio.*

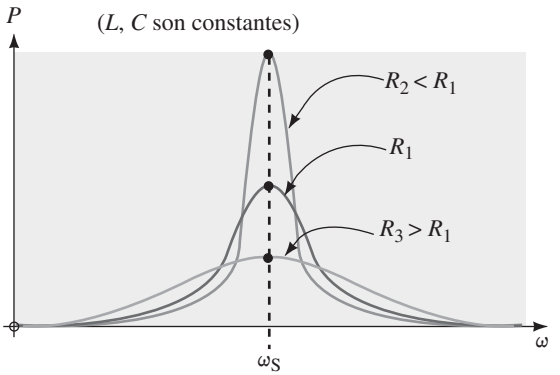


FIGURA 21-11

Para el circuito resonante en serie la potencia a cualquier frecuencia se determina como

$$P = I^2R$$
$$= \left(\frac{E}{Z_T}\right)^2 R$$

Al sustituir la ecuación 21-16 en la expresión anterior, se llega a la expresión general para la potencia como una función de la frecuencia, ω:

$$P = \frac{E^2R}{R^2 + \left(\dfrac{\omega^2LC - 1}{\omega C}\right)^2} \tag{21-21}$$

En las frecuencias de media potencia, la potencia debe ser

$$P_{fmp} = \frac{E^2}{2R} \tag{21-22}$$

Ya que la corriente máxima en el circuito está dada por $I_{máx} = E/R$, se observa que al manipular la expresión anterior, la magnitud de la corriente en las frecuencias de media potencia es

$$I_{fmp} = \sqrt{\frac{P_{fmp}}{R}} = \sqrt{\frac{E^2}{2R^2}} = \sqrt{\frac{I_{máx}^2}{2}}$$
$$I_{fmp} = \frac{I_{máx}}{\sqrt{2}} \tag{21-23}$$

Las frecuencias de corte se encuentran al evaluar las frecuencias en las cuales la potencia disipada por el circuito es la mitad de la potencia máxima. Al combinar las ecuaciones 21-21 y 21-22, se tiene lo siguiente:

$$\frac{E^2}{2R} = \frac{E^2R}{R^2 + \left(\dfrac{\omega^2LC - 1}{\omega C}\right)^2}$$
$$2R^2 = R^2 + \left(\frac{\omega^2LC - 1}{\omega C}\right)^2 \tag{21-24}$$
$$\frac{\omega^2LC - 1}{\omega C} = \pm R$$
$$\omega^2LC - 1 = \pm\omega RC \quad \text{(a media potencia)}$$

A partir de la curva de selectividad para un circuito en serie, se ve que los puntos de media potencia ocurren en ambos lados de la frecuencia angular de resonancia, ω_S.

Cuando $\omega < \omega_S$, el término $\omega^2 LC$ debe ser menor que 1. En este caso la solución se determina como sigue:

$$\omega^2 LC - 1 = -\omega RC$$
$$\omega^2 LC + \omega RC - 1 = 0$$

La solución de esta ecuación cuadrática proporciona la frecuencia de media potencia más baja como

$$\omega_1 = \frac{-RC + \sqrt{(RC)^2 + 4LC}}{2LC}$$

o

$$\omega_1 = \frac{-R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{1}{LC}} \qquad \textbf{(21-25)}$$

De manera similar, para $\omega > \omega_S$, la frecuencia de media potencia superior es

$$\omega_2 = \frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{1}{LC}} \qquad \textbf{(21-26)}$$

Al calcular la diferencia entre las ecuaciones 21-26 y 21-25, se encuentra el ancho de banda del circuito como

$$\begin{aligned} \text{AB} &= \omega_2 - \omega_1 \\ &= \frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{1}{LC}} - \left(-\frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{1}{LC}}\right) \end{aligned}$$

lo cual da

$$\text{AB} = \frac{R}{L} \quad \text{(rad/s)} \qquad \textbf{(21-27)}$$

Si la expresión anterior se multiplica por ω_S/ω_S se obtiene

$$\text{AB} = \frac{\omega_S R}{\omega_S L}$$

y ya que $Q_S = \omega_S L/R$ se simplifica el ancho de banda como

$$\text{AB} = \frac{\omega_S}{Q_S} \text{ (rad/s)} \qquad \textbf{(21-28)}$$

Ya que el ancho de banda se puede expresar también en hertz, la expresión anterior equivale a tener

$$\text{AB} = \frac{f_S}{Q_S} \quad \text{(Hz)} \qquad \textbf{(21-29)}$$

EJEMPLO 21-2

Vea el circuito de la figura 21-12.

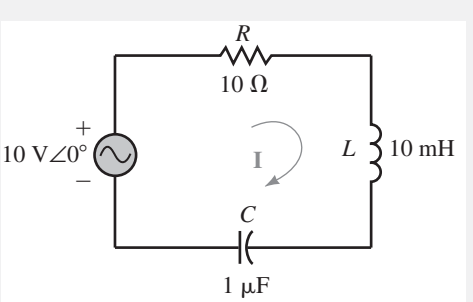


FIGURA 21-12

a. Determine la máxima potencia disipada por el circuito.

b. Use los resultados que se obtuvieron en el ejemplo 21-1 para determinar el ancho de banda del circuito resonante y llegar a las frecuencias de media potencia aproximadas ω_1 y ω_2.

c. Calcule las frecuencias de media potencia reales ω_1 y ω_2, a partir de los valores de los componentes. Exprese los resultados con dos cifras decimales de precisión.

d. Calcule la corriente del circuito I, y la potencia disipada en la frecuencia de media potencia ω_1, que encontró en el inciso (c).

Solución

a. $$P_{\text{máx}} = \frac{E^2}{R} = 10.0 \text{ W}$$

b. A partir del ejemplo 21-1, se tienen las siguientes características del circuito:

$$Q_S = 10, \omega_S = 10 \text{ krad/s}$$

El ancho de banda del circuito se determina que es

$$\text{AB} = \omega_S Q_S = 1.0 \text{ krad/s}$$

Si la frecuencia de resonancia estuviera centrada en el ancho de banda, entonces las frecuencias de media potencia ocurrirían aproximadamente en

$$\omega_1 = 9.50 \text{ krad/s}$$

y

$$\omega_2 = 10.50 \text{ krad/s}$$

c. $$\omega_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{1}{LC}}$$

$$= -\frac{10\ \Omega}{(2)(10\text{ mH})} + \sqrt{\frac{(10\,\Omega)^2}{(4)(10\text{ mH})^2} + \frac{1}{(10\text{ mH})(1\,\mu\text{F})}}$$

$$= -500 + 10\,012.49 = 9\,512.49 \text{ rad/s} \quad (f_1 = 1\,514.0 \text{ Hz})$$

$$\omega_2 = \frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{1}{LC}}$$

$$= 500 + 10\,012.49 = 10\,512.49 \text{ rad/s} \quad (f_2 = 1\,673.1 \text{ Hz})$$

Observe que las frecuencias de media potencia reales son muy similares a los valores aproximados. Por esta razón, si $Q \geq 10$, a menudo es suficiente calcular las frecuencias de corte con el método más sencillo del inciso (b).

d. En $\omega_1 = 9.51249$ krad/s, las reactancias son las siguientes:

$$X_L = \omega L = (9.51249 \text{ krad/s})(10 \text{ mH}) = 95.12\ \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(9.51249 \text{ krad/s})(1\ \mu\text{F})} = 105.12\ \Omega$$

La corriente se determina ahora como

$$\mathbf{I} = \frac{10\text{ V}\angle 0^\circ}{10\ \Omega + j95.12\ \Omega - j105.12\ \Omega}$$

$$= \frac{10\text{ V}\angle 0^\circ}{14.14\ \Omega\angle -45^\circ}$$

$$= 0.707\text{ A}\angle 45^\circ$$

y la potencia está dada por

$$P = I^2R = (0.707\text{ A})^2(10\text{ V}) = 5.0\text{ W}$$

Como se esperaba, se observa que la potencia a la frecuencia ω_1 es de hecho igual a la mitad de la potencia disipada por el circuito en resonancia.

EJEMPLO 21-3

Vea el circuito de la figura 21-13.

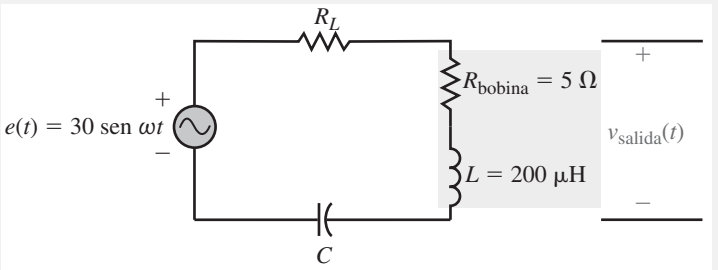


FIGURA 21-13

a. Calcule los valores de R_L y C para el circuito que tiene una frecuencia de resonancia de 200 kHz y un ancho de banda de 16 kHz.

b. Use los valores de los componentes designados para determinar la potencia disipada por el circuito en resonancia.

c. Calcule $v_{\text{sal}}(t)$ en resonancia.

Solución

a. Debido a que el circuito está en resonancia, se deben tener las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} Q_S &= \frac{f_S}{AB} \\ &= \frac{200 \text{ kHz}}{16 \text{ kHz}} \\ &= 12.5 \\ X_L &= 2\pi fL \\ &= 2\pi(200 \text{ kHz})(200\ \mu\text{H}) \\ &= 251.3\ \Omega \\ R &= R_L + R_{\text{bobina}} = \frac{X_L}{Q_S} \\ &= 20.1\ \Omega \end{aligned}$$

así que R_L debe ser

$$R_L = 20.1\ \Omega - 5\ \Omega = 15.1\ \Omega$$

Ya que $X_C = X_L$, se determina la capacitancia como

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{2\pi f X_C} \\ &= \frac{1}{2\pi(200 \text{ kHz})(251.3\ \Omega)} \\ &= 3.17 \text{ nF } (\equiv 0.00317\ \mu\text{F}) \end{aligned}$$

b. La potencia en resonancia se encuentra a partir de la ecuación 21-20 como

$$\begin{aligned} P_{\text{máx}} &= \frac{E^2}{R} = \frac{\left(\frac{30 \text{ V}}{\sqrt{2}}\right)^2}{20.1\ \Omega} \\ &= 22.4 \text{ W} \end{aligned}$$

c. Se observa a partir del circuito de la figura 21-13 que el voltaje $v_{sal}(t)$ se determina aplicando la regla del divisor de voltaje al circuito. Sin embargo, primero se debe convertir el voltaje de la fuente del dominio del tiempo en el dominio de los fasores como sigue:

$$e(t) = 30 \text{ sen } \omega t \Leftrightarrow \mathbf{E} = 21.21 \text{ V}\angle 0°$$

Ahora, al aplicar la regla del divisor de voltaje al circuito, se tiene

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_{sal} &= \frac{(R_1 + j\omega L)}{R}\mathbf{E} \\ &= \frac{(5\ \Omega + j251.3\ \Omega)}{20.1\ \Omega} 21.21\ \text{V}\angle 0° \\ &= (251.4\ \Omega\angle 88.86°)(1.056\ \text{A}\angle 0°) \\ &= 265.5\ \text{V}\angle 88.86°\end{aligned}$$

la cual en el dominio del tiempo es

$$v_{sal}(t) = 375 \text{ sen}(\omega t + 88.86°)$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 2

Vea el circuito de la figura 21-14.

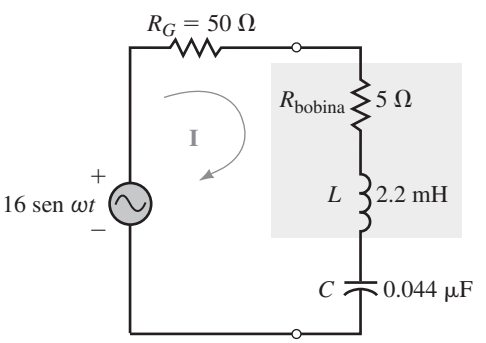


FIGURA 21-14

MULTISIM

a. Determine la máxima potencia disipada por el circuito.

b. Use los resultados que se obtuvieron en los Problemas prácticos 1 para determinar el ancho de banda del circuito resonante. Calcule los valores aproximados de las frecuencias de media potencia ω_1 y ω_2.

c. Calcule las frecuencias de media potencia reales ω_1 y ω_2, a partir de los valores dados de los componentes. Compare sus resultados con los que obtuvo en el inciso (b). Explique brevemente por qué hay una discrepancia entre los resultados.

d. Calcule la corriente del circuito **I**, y la potencia disipada a la frecuencia de media potencia más baja ω_1 que encontró en el inciso (c).

Respuestas

a. 2.33 W

b. AB = 25.0 krad/s (3.98 kHz), $\omega_1 \cong 89.1$ krad/s, $\omega_2 \cong 114.1$ krad/s

c. $\omega_1 = 89.9$ krad/s, $\omega_2 \cong 114.9$ krad/s. La aproximación supone que la curva de potencia-frecuencia es simétrica alrededor de ω_S, lo cual no es totalmente cierto.

d. $\mathbf{I} = 0.145\ \text{A}\angle 45°$, $P = 1.16$ W

Vea el circuito resonante en serie de la figura 21-15.

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 1

(Las respuestas están al final del capítulo)

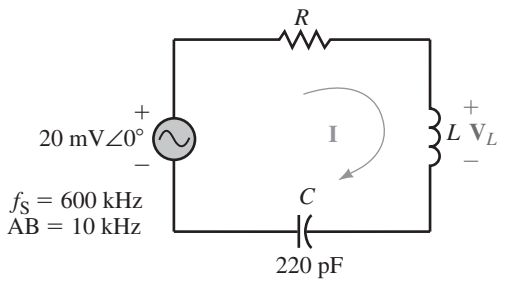


FIGURA 21-15

Suponga que el circuito tiene una frecuencia de resonancia de 600 kHz y un ancho de banda de 10 kHz:

a. Determine el valor del inductor *L,* en henries.
b. Calcule el valor del resistor *R,* en ohms.
c. Encuentre **I, V**$_L$ y la potencia *P,* en resonancia.
d. Encuentre los valores aproximados de las frecuencias de media potencia f_1 y f_2.
e. Use los resultados del inciso (d) para determinar la corriente en el circuito a la frecuencia de media potencia más baja f_1 y demuestre que la potencia disipada por el resistor a esa frecuencia es la mitad de la potencia disipada a la frecuencia de resonancia.

Considere el circuito resonante en serie de la figura 21-16:

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 2

(Las respuestas están al final del capítulo)

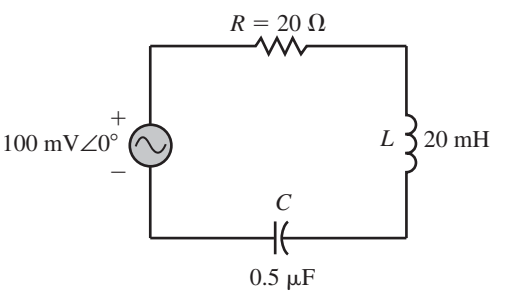


FIGURA 21-16

a. Determine la frecuencia de resonancia del circuito ω_S y calcule la potencia disipada por el circuito en resonancia.
b. Determine *Q*, AB y las frecuencias de media potencia ω_1 y ω_2 en radianes por segundo.
c. Dibuje la curva de selectividad del circuito, grafique *P* (en watts) contra ω (en radianes por segundo).
d. Repita los incisos (a) a (c) si el valor de la resistencia se reduce a 10 Ω.
e. Explique brevemente cómo la selectividad depende del valor de la resistencia en un circuito resonante en serie.

21-5 Conversión serie-paralelo *RL* y *RC*

Como se ha visto, un inductor siempre tiene alguna resistencia en serie debido a la longitud del alambre que se usa en el devanado de la bobina. Aun cuando la resistencia del alambre suele ser pequeña en comparación con la reactancia del circuito, esta resistencia puede en ocasiones contribuir con mucho a la res-

puesta global del circuito. Para comenzar se convierte la red *RL* en serie como se muestra en la figura 21-17 en una red *RL* en paralelo equivalente. Sin embargo, se debe enfatizar que *la equivalencia es válida a una sola frecuencia, ω*.

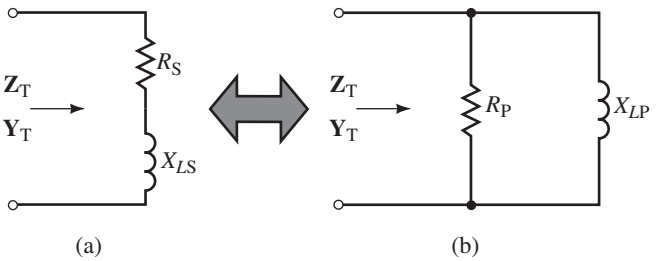


FIGURA 21-17

Las redes de la figura 21-17 son equivalentes sólo si cada una de ellas tiene la misma impedancia de entrada $\mathbf{Z}_T$ (y también la misma admitancia de entrada, $\mathbf{Y}_T$).

La impedancia de entrada de la red en serie de la figura 21-17(a) es

$$\mathbf{Z}_T = R_S + jX_{LS}$$

la cual da la admitancia de entrada como

$$\mathbf{Y}_T = \frac{1}{\mathbf{Z}_T} = \frac{1}{R_S + jX_{LS}}$$

Al multiplicar el numerador y el denominador por el complejo conjugado, se tiene

$$\begin{aligned}\mathbf{Y}_T &= \frac{R_S - jX_{LS}}{(R_S + jX_{LS})(R_S - jX_{LS})} \\ &= \frac{R_S - jX_{LS}}{R_S{}^2 + X_{LS}{}^2} \\ &= \frac{R_S}{R_S{}^2 + X_{LS}{}^2} - j\frac{X_{LS}}{R_S{}^2 + X_{LS}{}^2}\end{aligned} \tag{21-30}$$

A partir de la figura 21-17(b), se observe que la admitancia de entrada de la red en paralelo debe ser

$$\mathbf{Y}_T = G_P - jB_{LP}$$

la cual también puede escribirse como

$$\mathbf{Y}_T = \frac{1}{R_P} - j\frac{1}{X_{LP}} \tag{21-31}$$

Las admitancias de las ecuaciones 21-30 y 21-31 son iguales sólo si los componentes real e imaginario son iguales. Como resultado, se observe que para una frecuencia dada, las siguientes ecuaciones permiten convertir una red *RL* en serie en su red en paralelo equivalente.

$$R_P = \frac{R_S{}^2 + X_{LS}{}^2}{R_S} \tag{21-32}$$

$$X_{LP} = \frac{R_S{}^2 + X_{LS}{}^2}{X_{LS}} \tag{21-33}$$

Si se hubiera dado una red *RL* en paralelo, es posible demostrar que la conversión en una red en serie equivalente se realiza aplicando las siguientes ecuaciones:

$$R_S = \frac{R_P X_{LP}^2}{R_P^2 + X_{LP}^2} \tag{21-34}$$

$$X_{LS} = \frac{R_P^2 X_{LP}}{R_P^2 + X_{LP}^2} \tag{21-35}$$

La deducción de las ecuaciones anteriores se deja como un ejercicio para el estudiante.

Las ecuaciones 21-32 a 21-35 pueden simplificarse con el factor de calidad de la bobina. Al multiplicar la ecuación 21-32 por R_S/R_S y luego usando la ecuación 21-13, se tiene

$$R_P = R_S \frac{R_S^2 + X_{LS}^2}{R_S^2}$$

$$R_P = R_S(1 + Q^2) \tag{21-36}$$

De manera similar, la ecuación 21-33 se simplifica en

$$X_{LP} = X_{LS} \frac{R_S^2 + X_{LS}^2}{X_{LS}^2}$$

$$X_{LP} = X_{LS}\left(1 + \frac{1}{Q^2}\right) \tag{21-37}$$

El factor de calidad de la red en paralelo que resulta debe ser el mismo que el de la red en serie original, ya que las potencias reactiva y promedio deben ser las mismas. Con los elementos en paralelo, el factor de calidad se expresa como

$$Q = \frac{X_{LS}}{R_S} = \frac{\left(\dfrac{R_P^2 X_{LP}}{R_P^2 + X_{LP}^2}\right)}{\left(\dfrac{R_P X_{LP}^2}{R_P^2 + X_{LP}^2}\right)}$$

$$= \frac{R_P^2 X_{LP}}{R_P X_{LP}^2}$$

$$Q = \frac{R_P}{X_{LP}} \tag{21-38}$$

EJEMPLO 21-4

Para la red en serie de la figura 21-18, encuentre el Q de la bobina a $\omega = 1\,000$ rad/s y convierta la red *RL* en serie en su red en paralelo equivalente. Repita los pasos anteriores para $\omega = 10$ krad/s.

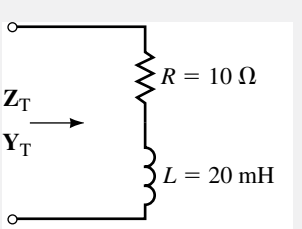


FIGURA 21-18

Solución

Para $\omega = 1\,000$ rad/s

$$X_L = \omega L = 20\ \Omega$$

$$Q = \frac{X_L}{R} = 2.0$$

$$R_P = R(1 + Q^2) = 50\ \Omega$$

$$X_{LP} = X_L\left(1 + \frac{1}{Q^2}\right) = 25\ \Omega$$

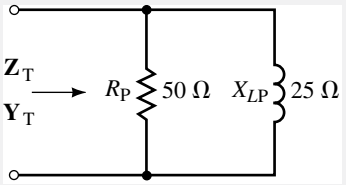


FIGURA 21-19

La red en paralelo que resulta para $\omega = 1\,000$ rad/s se muestra en la figura 21-19.

Para $\omega = 10$ krad/s,

$$X_L = \omega L = 200\ \Omega$$

$$Q = \frac{X_L}{R} = 20$$

$$R_P = R(1 + Q^2) = 4\,010\ \Omega$$

$$X_{LP} = X_L\left(1 + \frac{1}{Q^2}\right) = 200.5\ \Omega$$

La red en paralelo que resulta para $\omega = 10$ krad/s se muestra en la figura 21-20.

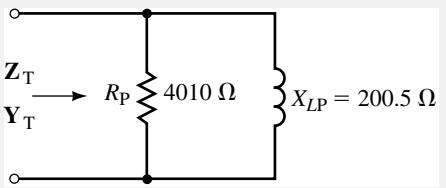
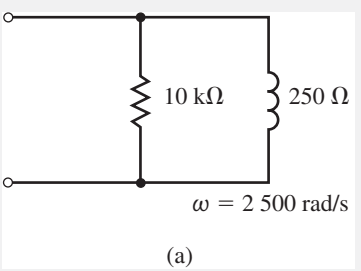


FIGURA 21-20

EJEMPLO 21-5

Encuentre Q para cada una de las redes de la figura 21-21 y determine el equivalente en serie de cada una.



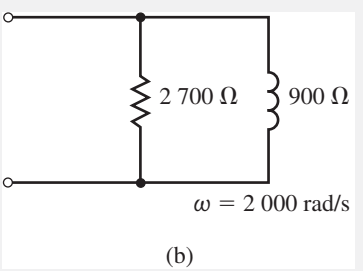


FIGURA 21-21

Solución Para la red de la figura 21-21(a),

$$Q = \frac{R_P}{X_{LP}} = \frac{10\ \text{k}\Omega}{250\ \Omega} = 40$$

$$R_S = \frac{R_P}{1 + Q^2} = \frac{10\ \text{k}\Omega}{1 + 40^2} = 6.25\ \Omega$$

$$X_{LS} = QR_S = (40)(6.25\ \Omega) = 250\ \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{250\ \Omega}{2\,500\ \text{rad/s}} = 0.1\ \text{H}$$

Para la red de la figura 21-21(b),

$$Q = \frac{R_P}{X_{LP}} = \frac{2\,700\ \Omega}{900\ \Omega} = 3$$

$$R_S = \frac{R_P}{1 + Q^2} = \frac{2\,700\ \Omega}{1 + 3^2} = 270\ \Omega$$

$$X_{LS} = QR_S = (3)(270\ \Omega) = 810\ \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{810\ \Omega}{2\,000\ \text{rad/s}} = 0.405\ \text{H}$$

Las redes en serie equivalentes que resultan se muestran en la figura 21-22.

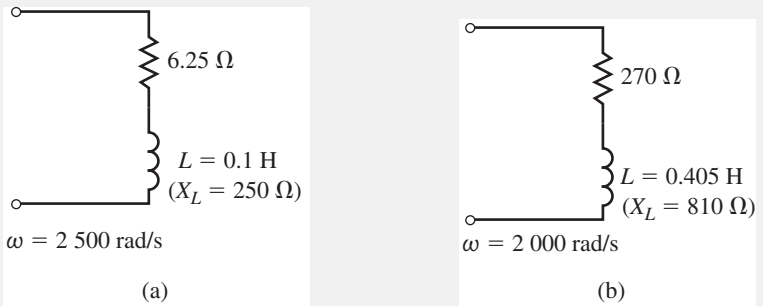


FIGURA 21-22

PROBLEMAS PRÁCTICOS 3

Vea las redes de la figura 21-23.

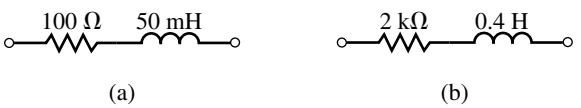


FIGURA 21-23

a. Encuentre el factor de calidad Q, de la red en $\omega_1 = 5$ krad/s.

b. Use Q para encontrar las redes en paralelo equivalentes (resistencia y reactancia) a una frecuencia angular de $\omega_1 = 5$ krad/s.

c. Repita los incisos (a) y (b) para una frecuencia angular de $\omega_2 = 25$ krad/s

Respuestas

a. $Q_a = 2.5$ $Q_b = 1.0$

b. Red a: $R_P = 725\ \Omega$ $X_{LP} = 290\ \Omega$

Red b: $R_P = 4\ \text{k}\Omega$ $X_{LP} = 4\ \text{k}\Omega$

c. Red a: $Q_a = 12.5$ $R_P = 15.725\ \text{k}\Omega$ $X_{LP} = 1.258\ \text{k}\Omega$

Red b: $Q_b = 5$ $R_P = 52\ \text{k}\Omega$ $X_{LP} = 10.4\ \text{k}\Omega$

Los ejemplos anteriores ilustran dos puntos importantes que son válidos si el Q de la red es grande ($Q \geq 10$).

1. La resistencia de la red en paralelo es aproximadamente Q^2 más grande que la resistencia de la red en serie.
2. Las reactancias inductivas de las redes en serie y en paralelo son aproximadamente iguales. Entonces,

$$R_P \cong Q^2 R_S \quad (Q \geq 10) \qquad \textbf{(21-39)}$$

$$X_{LP} \cong X_{LS} \quad (Q \geq 10) \qquad \textbf{(21-40)}$$

Aunque se han realizado las conversiones entre circuitos *RL* en serie y en paralelo, es fácil demostrar que si el elemento reactivo es un capacitor, la conversión se aplica de manera similar. En todos los casos, las ecuaciones simplemente cambian reemplazando los términos X_{LS} y X_{LP} con X_{CS} y X_{CP}, respectivamente. La Q de la red se determina por las relaciones:

$$Q = \frac{X_{CS}}{R_S} = \frac{R_P}{X_{CP}} \tag{21-41}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 4

Considere las redes de la figura 21-24:

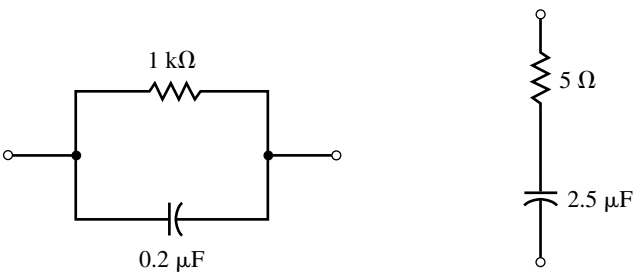


FIGURA 21-24

a. Encuentre Q para cada red a una frecuencia de $f_1 = 1$ kHz.
b. Determine el equivalente en serie de la red de la figura 21-24(a) y el equivalente en paralelo de la red de la figura 21-24(b).
c. Repita los incisos (a) y (b) para una frecuencia de $f_2 = 200$ kHz.

Respuestas

a.	$Q_a = 1.26$	$Q_b = 12.7$		
b.	Red a:	$R_S = 388\ \Omega$	$X_{CS} = 487\ \Omega$	
	Red b:	$R_P = 816\ \Omega$	$X_{CP} = 64.1\ \Omega$	
c.	Red a:	$Q_a = 251$	$R_S = 0.0158\ \Omega$	$X_{CS} = 3.98\ \Omega$
	Red b:	$Q_b = 0.0637$	$R_P = 5.02\ \Omega$	$X_{CP} = 78.9\ \Omega$

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 3

(Las respuestas están al final del capítulo)

Vea las redes de la figura 21-25:

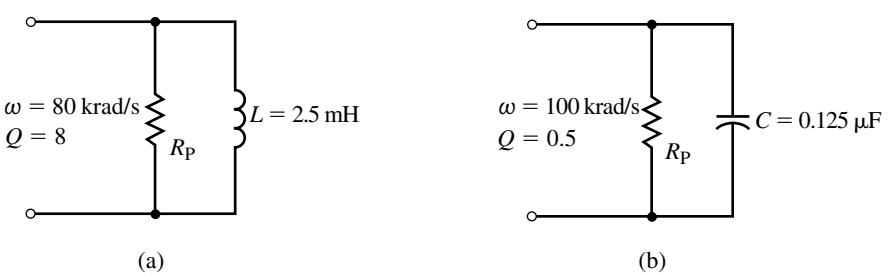


FIGURA 21-25

a. Determine la resistencia R_P, para cada red.
b. Encuentre la red en serie equivalente con el factor de calidad para las redes dadas.

21-6 Resonancia en paralelo

Un circuito en paralelo resonante simple se ilustra en la figura 21-26. Este circuito se analiza mejor mediante una fuente de corriente constante, a diferencia del circuito en serie resonante que usa una fuente de voltaje constante.

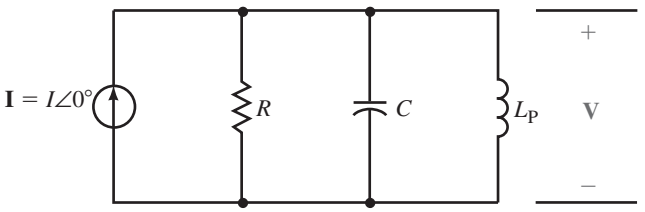


FIGURA 21-26 Circuito resonante en paralelo simple.

Considere el circuito "tanque" *LC* que se muestra en la figura 21-27. El circuito tanque consiste en un capacitor en paralelo con un inductor. Debido a sus altos Q y respuesta en frecuencia, el circuito tanque se usa ampliamente en equipos de comunicaciones como AM, FM y transmisores y receptores de televisión.

El circuito de la figura 21-27 no es exactamente un circuito resonante en paralelo, ya que la resistencia de la bobina está en serie con la inductancia. Con el fin de determinar la frecuencia a la cual el circuito es puramente resistivo, se debe convertir la combinación en serie de resistencia e inductancia en una red equivalente en paralelo. El circuito que resulta se muestra en la figura 21-28.

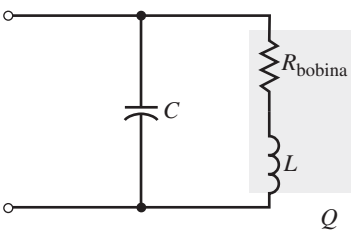


FIGURA 21-27

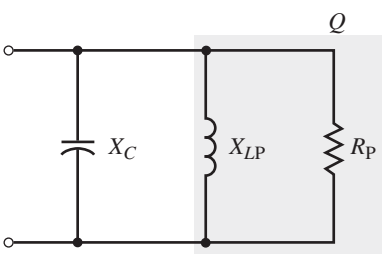


FIGURA 21-28

En resonancia, las reactancias capacitiva e inductiva en el circuito de la figura 21-28 son iguales. Como se ha observado antes, al colocar iguales reactancias inductiva y capacitiva en paralelo efectivamente resulta en un circuito abierto a la frecuencia dada. Por tanto, la impedancia de entrada de esta red en resonancia es puramente resistiva y está dada por $Z_T = R_P$. La frecuencia de resonancia de un circuito tanque se determina al igualar en primer lugar las reactancias del circuito en paralelo equivalente:

$$X_C = X_{LP}$$

Ahora, si se usan los valores de los componentes del circuito tanque, se tiene

$$X_C = \frac{(R_{\text{bobina}})^2 + X_L{}^2}{X_L}$$

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{(R_{\text{bobina}})^2 + (\omega L)^2}{\omega L}$$

$$\frac{L}{C} = (R_{\text{bobina}})^2 + (\omega L)^2$$

la cual puede reducirse aún más a

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R_{\text{bobina}}{}^2}{L^2}}$$

Al factorizar $\sqrt{LC}$ del denominador, se expresa la frecuencia de resonancia como

$$\omega_P = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - \frac{(R_{\text{bobina}})^2 C}{L}} \qquad \textbf{(21-42)}$$

Observe que si $R_{\text{bobina}}{}^2 < L/C$, entonces el término dentro del radical es aproximadamente igual a 1.

En consecuencia, si $L/C \geq 100R_{\text{bobina}}$, la frecuencia de resonancia del circuito en paralelo se simplifica a

$$\omega_P \cong \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (\text{para } L/C \geq 100R_{\text{bobina}}) \qquad \textbf{(21-43)}$$

NOTAS. . .

Para un circuito con alto Q, ω_P puede aproximarse.

Recuerde que el factor de calidad Q de un circuito se define como la razón entre la potencia reactiva y la potencia promedio de un circuito en resonancia. Si se considera el circuito en paralelo resonante de la figura 21-29, se pueden hacer varias observaciones importantes:

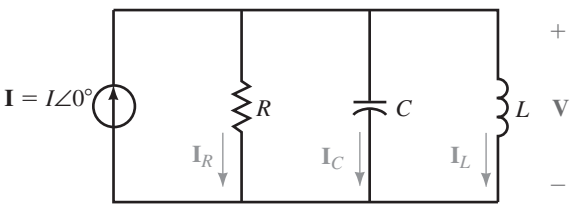


FIGURA 21-29

Las reactancias inductiva y capacitiva se cancelan, lo que resulta en un voltaje de circuito que se determina simplemente por la ley de Ohm como

$$\mathbf{V} = \mathbf{I}R = IR\angle\, 0°$$

La respuesta en frecuencia de la impedancia del circuito en paralelo se muestra en la figura 21-30.

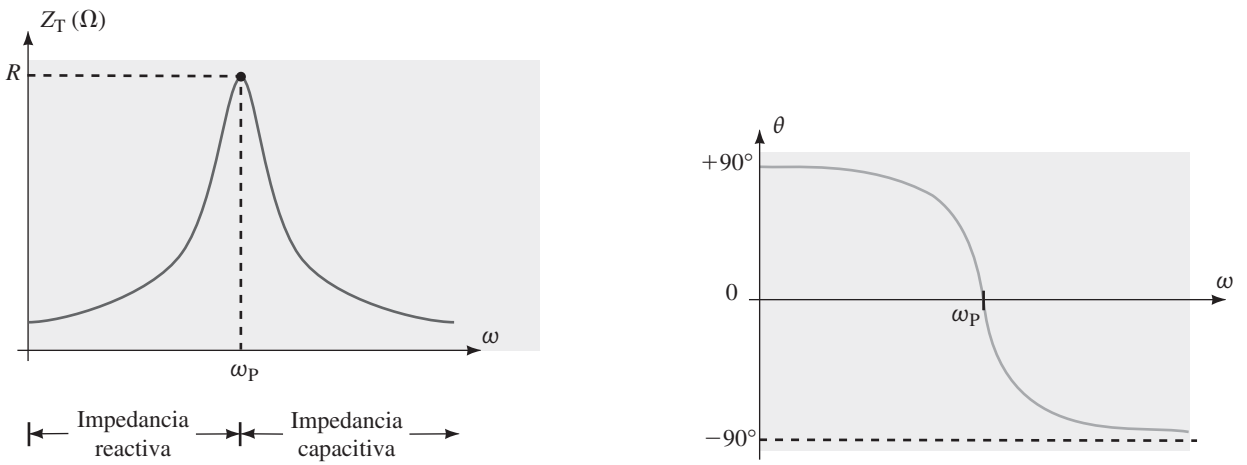


FIGURA 21-30 Impedancia (magnitud y ángulo de fase) contra la frecuencia angular para un circuito resonante en paralelo.

Observe que la impedancia del circuito completo es máxima en resonancia y mínima en las condiciones de frontera ($\omega = 0$ rad/s y $\omega \to \infty$). Este resultado es exactamente opuesto al que se observa en los circuitos resonantes en serie que tienen mínima impedancia en resonancia. También se ve que para los circuitos en paralelo, la impedancia parecerá inductiva para frecuencias menores que la frecuencia de resonancia ω_P. De manera inversa, la impedancia es capacitiva para frecuencias mayores que ω_P.

El Q del circuito en paralelo se determina a partir de la definición como

$$Q_P = \frac{\text{potencia reactiva}}{\text{potencia promedio}} = \frac{V^2/X_L}{V^2/R} \tag{21-44}$$

$$Q_P = \frac{R}{X_{LP}} = \frac{R}{X_C}$$

Este es precisamente el mismo resultado que se obtuvo cuando se convirtió una red *RL* en serie en su red en paralelo equivalente. Si la resistencia de la bobina es la única resistencia en el circuito, entonces el *Q* del circuito será igual al *Q* de la bobina. Sin embargo, si el circuito tiene otras fuentes de resistencia, entonces la resistencia adicional reducirá el *Q* del circuito.

Para un circuito *RLC* resonante en paralelo, las corrientes en los elementos se encuentran a partir de la ley de Ohm como sigue:

$$\mathbf{I}_R = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{R}} = \mathbf{I} \tag{21-45}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_L &= \frac{\mathbf{V}}{X_L\angle 90^\circ} \\ &= \frac{V}{R/Q_\text{P}}\angle -90^\circ \\ &= Q_\text{P} I\angle -90^\circ\end{aligned} \tag{21-46}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_C &= \frac{\mathbf{V}}{X_C\angle -90^\circ} \\ &= \frac{V}{R/Q_\text{P}}\angle 90^\circ \\ &= Q_\text{P} I\angle 90^\circ\end{aligned} \tag{21-47}$$

En resonancia, las corrientes a través del inductor y del capacitor tienen las mismas magnitudes pero están desfasados por 180°. Observe que la magnitud de la corriente en los elementos reactivos en resonancia es *Q* veces mayor que la corriente de la fuente aplicada. Ya que el *Q* del circuito en paralelo puede ser muy grande, se observa la importancia de seleccionar elementos que sean capaces de manejar las corrientes esperadas.

De manera similar a la que se usó en la determinación del ancho de banda de un circuito resonante en serie, se puede demostrar que las frecuencias de media potencia de un circuito resonante en paralelo son

$$\omega_1 = -\frac{1}{2RC} + \sqrt{\frac{1}{4R^2C^2} + \frac{1}{LC}} \quad \text{(rad/s)} \tag{21-48}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{2RC} + \sqrt{\frac{1}{4R^2C^2} + \frac{1}{LC}} \quad \text{(rad/s)} \tag{21-49}$$

El ancho de banda es por tanto

$$\text{AB} = \omega_2 - \omega_1 = \frac{1}{RC} \quad \text{(rad/s)} \tag{21-50}$$

Si el factor de calidad del circuito, $Q \geq 10$, entonces la curva de selectividad es casi simétrica alrededor de ω_P, lo cual da como resultado frecuencias que están ubicadas en $\omega_\text{P} \pm \text{AB}/2$.

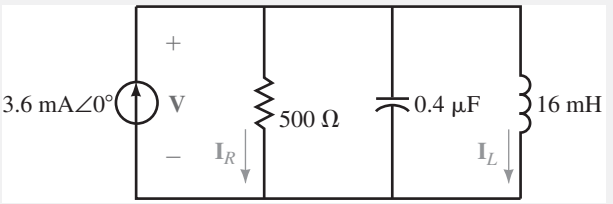
Al multiplicar la ecuación 21-50 por $\omega_\text{P}/\omega_\text{P}$ resulta lo siguiente:

$$\begin{aligned}\text{AB} &= \frac{\omega_\text{P}}{R(\omega_\text{P} C)} = \frac{X_C}{R}\omega_\text{P} \\ \text{AB} &= \frac{\omega_\text{P}}{Q_\text{P}} \quad \text{(rad/s)}\end{aligned} \tag{21-51}$$

Observe que la ecuación 21-51 es la misma para los circuitos resonantes en serie y en paralelo.

EJEMPLO 21-6

Considere el circuito que se observa en la figura 21-31.



MULTISIM

FIGURA 21-31

a. Determine las frecuencias de resonancia ω_P(rad/s) y f_P(Hz) del circuito tanque.

b. Encuentre el Q del circuito en resonancia.

c. Calcule el voltaje en el circuito en resonancia.

d. Determine las corrientes a través del inductor y del resistor en resonancia.

e. Determine el ancho de banda del circuito tanto en radianes por segundo como en hertz.

f. Grafique la respuesta de voltaje del circuito, muestre el voltaje a las frecuencias de media potencia.

g. Dibuje la curva de selectividad del circuito, muestre P(watts) contra ω(rad/s).

Solución

a. $$\omega_P = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{(16\text{ mH})\,(0.4\ \mu\text{F})}} = 12.5\text{ krad/s}$$

$$f_P = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{12.5\text{ krad/s}}{2\pi} = 1989\text{ Hz}$$

b. $$Q_P = \frac{R_P}{\omega L} = \frac{500\ \Omega}{(12.5\text{ krad/s})\,(16\text{ mH})} = \frac{500\ \Omega}{200\ \Omega} = 2.5$$

c. En resonancia $\mathbf{V}_C = \mathbf{V}_L = \mathbf{V}_R$ y así

$$\mathbf{V} = \mathbf{IR} = (3.6\text{ mA}\angle 0^\circ)\,(500\ \Omega\angle 0^\circ) = 1.8\text{ V}\angle 0^\circ$$

d. $$\mathbf{I}_L = \frac{\mathbf{V}_L}{\mathbf{Z}_L} = \frac{1.8\text{ V}\angle 0^\circ}{200\ \Omega\angle 90^\circ} = 9.0\text{ mA}\angle -90^\circ$$

$$\mathbf{I}_R = \mathbf{I} = 3.6\text{ mA}\angle 0^\circ$$

e. $$\text{AB(rad/s)} = \frac{\omega_P}{Q_P} = \frac{12.5\text{ krad/s}}{2.5} = 5\text{ krad/s}$$

$$\text{AB(Hz)} = \frac{\text{AB(rad/s)}}{2\pi} = \frac{5\text{ krad/s}}{2\pi} = 795.8\text{ Hz}$$

f. Las frecuencias de media potencia se calculan a partir de las ecuaciones 21-48 y 21-49, ya que el Q del circuito es menor que 10.

$$\omega_1 = -\frac{1}{2RC} + \sqrt{\frac{1}{4R^2C^2} + \frac{1}{LC}}$$

$$= -\frac{1}{0.0004} + \sqrt{\frac{1}{1.6 \times 10^{-7}} + \frac{1}{6.4 \times 10^{-9}}}$$

$$= -2\,500 + 12\,748$$

$$= 10\,248\text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{2RC} + \sqrt{\frac{1}{4R^2C^2} + \frac{1}{LC}}$$
$$= \frac{1}{0.0004} + \sqrt{\frac{1}{1.6 \times 10^{-7}} + \frac{1}{6.4 \times 10^{-9}}}$$
$$= 2\,500 + 12\,748$$
$$= 15\,248 \text{ rad/s}$$

La respuesta de voltaje que resulta se ilustra en la figura 21-32.

g. La potencia disipada por el circuito en resonancia es

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{(1.8 \text{ V})^2}{500\ \Omega} = 6.48 \text{ mW}$$

La curva de selectividad se dibuja ahora con facilidad como se muestra en la figura 21-33.

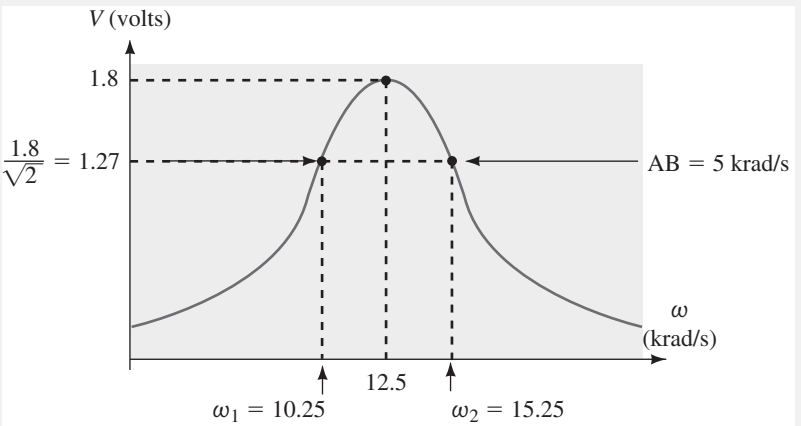


FIGURA 21-32

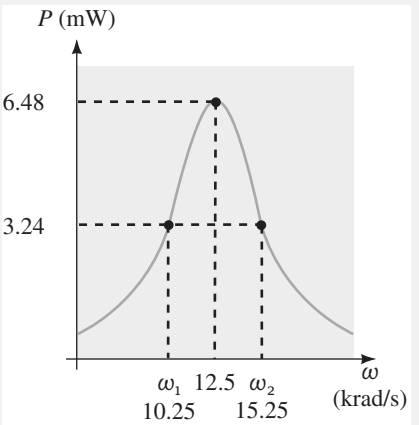


FIGURA 21-33

EJEMPLO 21-7

Considere el circuito de la figura 21-34.

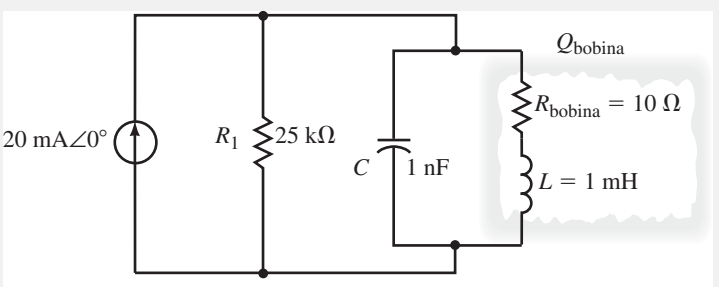


FIGURA 21-34

MULTISIM

a. Calcule la frecuencia de resonancia ω_P, del circuito tanque.
b. Encuentre el Q de la bobina en resonancia.
c. Dibuje el circuito en paralelo equivalente.
d. Determine el Q del circuito completo en resonancia.
e. Calcule el voltaje en el capacitor en resonancia.
f. Encuentre el ancho de banda del circuito en radianes por segundo.
g. Grafique la respuesta de voltaje del circuito, muestre el voltaje en las frecuencias de media potencia.

Solución

a. Ya que la razón $L/C = 1\,000 \geq 100R_{\text{bobina}}$, se usa la aproximación:

$$\omega_{\text{p}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{(1\text{ mH})\,(1\text{ nF})}} = 1\text{ Mrad/s}$$

b. $$Q_{\text{bobina}} = \frac{\omega L}{R_{\text{bobina}}} = \frac{(1\text{ Mrad/s})\,(1\text{ mH})}{10\,\Omega} = 100$$

c. $$R_{\text{P}} \cong Q_{\text{bobina}}{}^2 R_{\text{bobina}} = (100)^2(10\ \Omega) = 100\text{ k}\Omega$$

$$X_{L\text{P}} \cong X_L = \omega L = (1\text{ Mrad/s})\,(1\text{ mH}) = 1\text{ k}\Omega$$

En la figura 21-35 se muestra el circuito con el equivalente en paralelo del inductor.

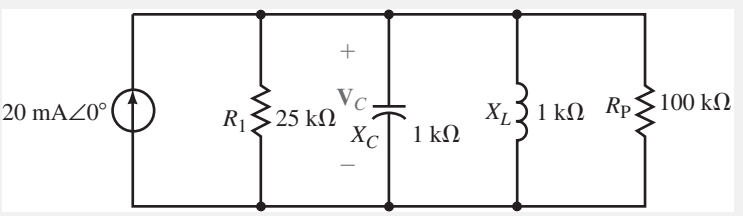


FIGURA 21-35

Se observa que el circuito anterior puede simplificarse si se combinan las resistencias en paralelo:

$$R_{\text{eq}} = R_1 \| R_{\text{P}} = \frac{(25\text{ k}\Omega)(100\text{ k}\Omega)}{25\text{ k}\Omega + 100\text{ k}\Omega} = 20\text{ k}\Omega$$

El circuito equivalente simplificado se muestra en la figura 21-36.

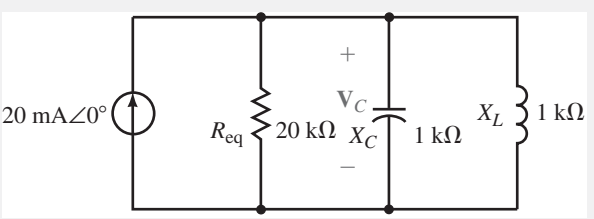


FIGURA 21-36

d. $$Q_{\text{P}} = \frac{R_{\text{eq}}}{X_L} = \frac{20\text{ k}\Omega}{1\text{ k}\Omega} = 20$$

e. En resonancia,

$$\mathbf{V}_C = \mathbf{I}R_{\text{eq}} = (20\text{ mA}\angle 0°)\,(20\text{ k}\Omega) = 400\text{ V}\angle 0°$$

f. $$\text{AB} = \frac{\omega_{\text{P}}}{Q} = \frac{1\text{ Mrad/s}}{20} = 50\text{ krad/s}$$

g. La curva de respuesta de voltaje se muestra en la figura 21-37. Ya que en el circuito $Q \geq 10$, entonces las frecuencias de media potencia ocurrirán en las siguientes frecuencias angulares:

$$\omega_1 \cong \omega_{\text{P}} - \frac{\text{AB}}{2} = 1.0\text{ Mrad/s} - \frac{50\text{ krad/s}}{2} = 0.975\text{ Mrad/s}$$

y

$$\omega_2 \cong \omega_P + \frac{AB}{2} = 1.0 \text{ Mrad/s} + \frac{50 \text{ krad/s}}{2} = 1.025 \text{ Mrad/s}$$

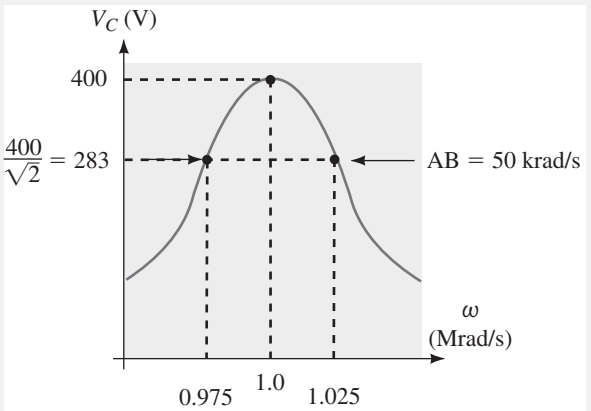


FIGURA 21-37

EJEMPLO 21-8

Determine los valores de R_1 y C para el circuito tanque resonante de la figura 21-38 de manera que se cumplan las condiciones dadas.

$L = 10$ mH, $R_{\text{bobina}} = 30\ \Omega$

$f_P = 58$ kHz

AB = 1 kHz

Determine la corriente $\mathbf{I}_L$, a través del inductor.

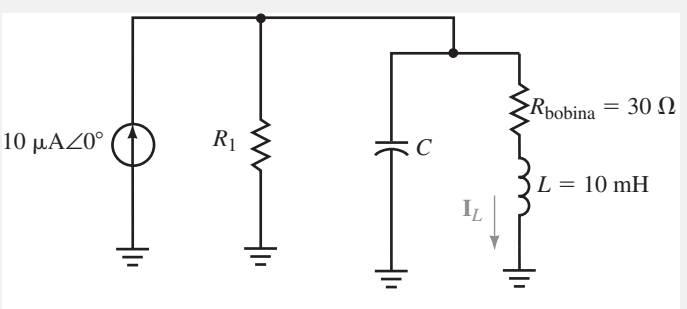


FIGURA 21-38

Solución

$$Q_P = \frac{f_P}{\text{AB (Hz)}} = \frac{58 \text{ kHz}}{1 \text{ kHz}} = 58$$

Ahora, ya que la frecuencia expresada en radianes por segundo es más útil que en hertz, se convierte f_P a ω_P:

$$\omega_P = 2\pi f_P = (2\pi)(58 \text{ kHz}) = 364.4 \text{ krad/s}$$

La capacitancia se determina a partir de la ecuación 21-43 como

$$C = \frac{1}{\omega_P^2 L} = \frac{1}{(364.4 \text{ krad/s})^2(10 \text{ mH})} = 753 \text{ pF}$$

El cálculo del Q de la bobina permite fácilmente convertir la red RL en serie en su red equivalente en paralelo.

$$Q_{\text{bobina}} = \frac{\omega_P L}{R_{\text{bobina}}}$$

$$= \frac{(364.4 \text{ krad/s})(10 \text{ mH})}{30 \ \Omega}$$

$$= \frac{3.644 \text{ k}\Omega}{30 \ \Omega} = 121.5$$

$$R_P \cong Q_{\text{bobina}}^2 R_{\text{bobina}} = (121.5)^2(30 \ \Omega) = 443 \text{ k}\Omega$$

$$X_{LP} \cong X_L = 3\,644 \ \Omega$$

El circuito equivalente en paralelo que resulta se muestra en la figura 21-39.

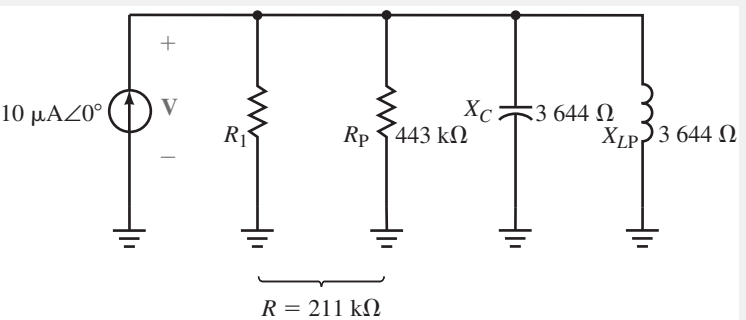


FIGURA 21-39

El factor de calidad Q_P, se usa para determinar la resistencia total del circuito como

$$R = Q_P X_C = (58)(3.644 \text{ k}\Omega) = 211 \text{ k}\Omega$$

Pero

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_P}$$

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} - \frac{1}{R_P} = \frac{1}{211 \text{ k}\Omega} - \frac{1}{443 \text{ k}\Omega} = 2.47 \ \mu\text{S}$$

Y así

$$R_1 = 405 \text{ k}\Omega$$

Se determina que el voltaje en el circuito es

$$\mathbf{V} = \mathbf{I}R = (10 \ \mu\text{A}\angle 0°)(211 \text{ k}\Omega) = 2.11 \text{ V}\angle 0°$$

y la corriente a través del inductor es

$$\mathbf{I}_L = \frac{\mathbf{V}}{R_{\text{bobina}} + jX_L}$$

$$= \frac{2.11 \text{ V} \angle 0°}{30 + j3\,644 \ \Omega} = \frac{2.11 \text{ V}\angle 0°}{3\,644 \ \Omega \angle 89.95°} = 579 \ \mu\text{A}\angle -89.95°$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 5

Vea el circuito de la figura 21-40:

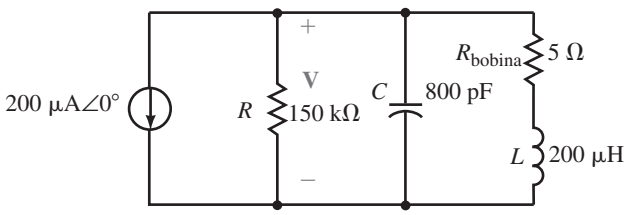


FIGURA 21-40

MULTISIM

a. Determine la frecuencia de resonancia y exprésela en radianes por segundo y en hertz.

b. Calcule el factor de calidad del circuito.

c. Determine el ancho de banda.

d. Calcule el voltaje **V** en resonancia.

Respuestas

a. 2.5 Mrad/s (398 kHz)

b. 75

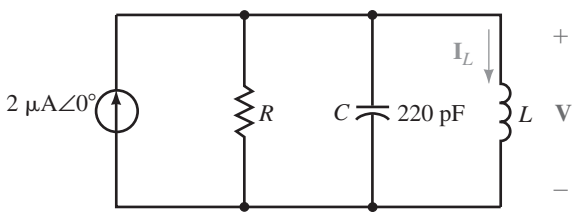
c. 33.3 krad/s (5.31 kHz)

d. 7.5 V∠180°

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 4

(Las respuestas están al final del capítulo)

Vea el circuito resonante paralelo de la figura 21-41:



$f_P = 800$ kHz
AB = 25 kHz

FIGURA 21-41

Suponga que el circuito tiene una frecuencia de resonancia de 800 kHz y un ancho de banda de 25 kHz.

a. Determine el valor del inductor *L,* en henries.

b. Calcule el valor de la resistencia *R,* en ohms.

c. Encuentre **V**, $\mathbf{I}_L$ y la potencia *P,* en resonancia.

d. Encuentre los valores aproximados de las frecuencias de media potencia f_1 y f_2.

e. Determine el voltaje en el circuito a la frecuencia de media potencia más baja f_1 y demuestre que la potencia disipada por el resistor a esta frecuencia es la mitad de la potencia disipada a la frecuencia de resonancia.

21-7 Análisis de circuitos por computadora

PSpice es particularmente útil para examinar la operación de los circuitos resonantes. La capacidad del programa para proporcionar un despliegue visual de la respuesta en frecuencia se usa para evaluar la frecuencia de resonancia, la corriente máxima y el ancho de banda de un circuito. El *Q* del circuito dado se determina entonces con facilidad.

PSpice

EJEMPLO 21-9

Use PSpice para obtener la respuesta en frecuencia para la corriente en el circuito de la figura 21-12. Use los cursores para encontrar la frecuencia de resonancia y el ancho de banda del circuito a partir de la respuesta observada. Compare los resultados con los que se obtuvieron en el ejemplo 21-2.

Solución

Se usa OrCAD Capture CIS para conectar el circuito como se muestra en la figura 21-42. Para este ejemplo, el proyecto se titula **EJEMPLO 21-9.** La fuente de voltaje que se usa es VAC y el valor se cambia a AC = **10V 0Deg.** Con el fin de obtener una gráfica de la corriente del circuito, use la herramienta *Current Into Pin* como se muestra.

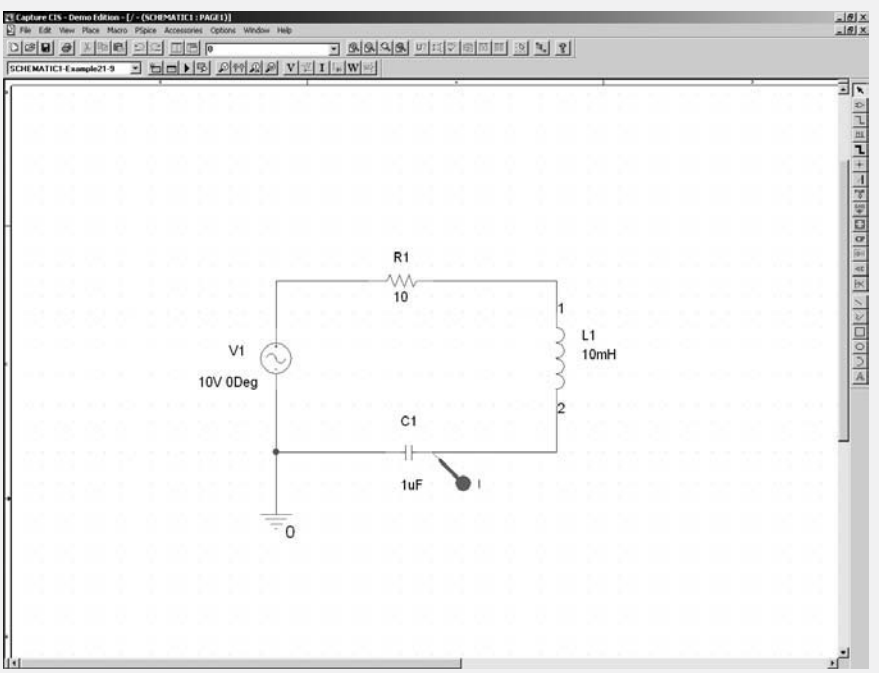


FIGURA 21-42

En seguida se cambia la configuración de la simulación al hacer clic en la herramienta *New Simulation Profile*. Asígnele a la simulación un nombre como **Resonancia en Serie** y dé clic en *Create*. Una vez que esté en la caja de configuración de la simulación, dé clic en la pestaña *Analysis* y seleccione AC *Sweep/Noise* como el tipo de análisis. El barrido de frecuencia puede ser lineal o logarítmico (décadas u octavas). En este ejemplo se selecciona un barrido logarítmico a lo largo de una década. En la caja titulada AC *Sweep Type*, de clic en ⊙ logarítmico y seleccione *Decade*. Teclee los siguientes valores para configurar: *Start Frequency*: **1kHz**, *End Frequency*: **10kHz** y *Point/Decade*: **10001**. Haga clic en OK.

Dé clic en la herramienta *Run* y, si no hay errores, el postprocesador PROBE correrá automáticamente y desplegará I(L1) como una función de la frecuencia. Se observará que la curva de selectividad está contenida dentro de un intervalo estrecho de frecuencias. Se puede amplificar la región como sigue: seleccione el menú Plot y haga clic en *Axis Settings*, luego dé clic en X *axis* y selecciones *User Defined Data Range*. Cambie los valores de **1kHz** a **3kHz** y dé clic en OK. El despliegue que resulta se muestra en la figura 21-43.

Finalmente, se pueden usar los cursores para ubicar la frecuencia de resonancia, la corriente máxima y las frecuencias de media potencia.

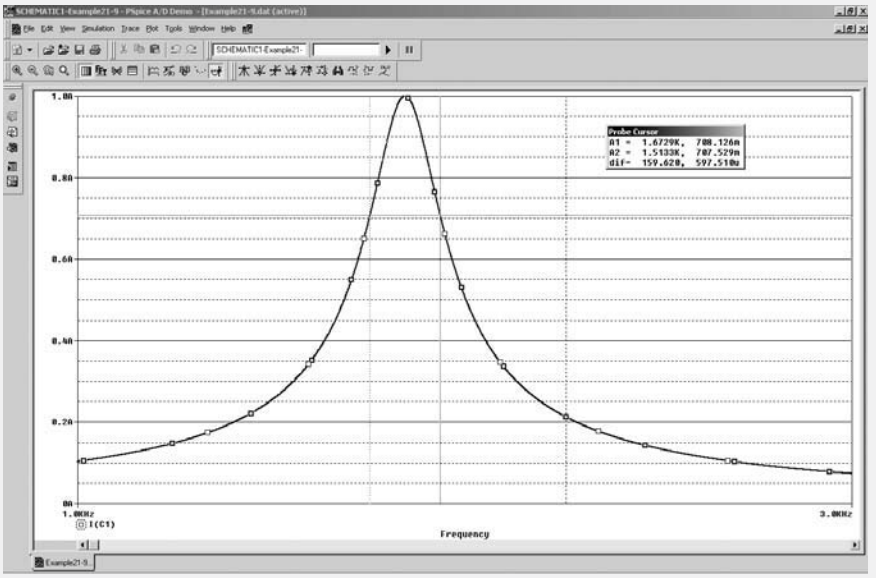


FIGURA 21-43

Los cursores se obtienen como sigue. Dé clic en *Trace*, *Cursor* y *Display*. Las posiciones de los cursores se ajustan con el ratón o con las teclas de flecha y <*Shift*>. La corriente en el punto máximo de la curva se obtiene al hacer clic en *Trace*, *Cursor* y *Max*. La caja de diálogo proporciona los valores tanto de la frecuencia como de la corriente. El ancho de banda se determina con las frecuencias en los puntos de media potencia (cuando la corriente es 0.707 del valor máximo). En este ejemplo se obtienen los siguientes resultados con los cursores:

$I_{máx} = 1.00$ A, $f_S = 1.591$ kHz, $f_1 = 1.514$ kHz, $f_2 = 1.673$ kHz, AB $= 0.159$ kHz.

Estos valores corresponden muy cercanamente a los que se calcularon en el ejemplo 21-2.

EJEMPLO 21-10

Use PSpice para obtener la respuesta en frecuencia para el voltaje en el circuito resonante en paralelo de la figura 21-34. Use el postprocesador PROBE para encontrar la frecuencia de resonancia, el voltaje máximo (en resonancia) y el ancho de banda del circuito. Compare los resultados con los que se obtuvieron en el ejemplo 21-7.

Solución

Este ejemplo es similar al anterior, con algunas excepciones. El programa OrCAD *Capture* se usa para conectar el circuito como se muestra en la figura 21-44. La fuente de corriente de ca se encuentra en la biblioteca SOURCE como IAC, su valor se cambia a AC = **20mA 0Deg.** La herramienta *Voltage Level* se usa para proporcionar la simulación de voltaje para el circuito.

Use la herramienta *New Simulation Profile* para configurar la simulación a un barrido de ca logarítmico desde 100kHz hasta 300kHz con un total de 10001 puntos por década. Dé clic en el menú *Plot* para seleccionar *Axis Settings*. Cambie el eje x para indicar un intervalo *User Defined* de **100kHz** a **300kHz** y cambie el eje y para indicar un intervalo User Defined de **0V** a **400V.** El despliegue que resulta se muestra en la figura 21-45.

Como en el ejemplo anterior, se usan los cursores para observar que el voltaje máximo del circuito $V_{máx} = 400$ V ocurre a la frecuencia de resonancia $f_P = 159.2$ kHz (1.00 Mrad/s). Las frecuencias de media potencia se de-

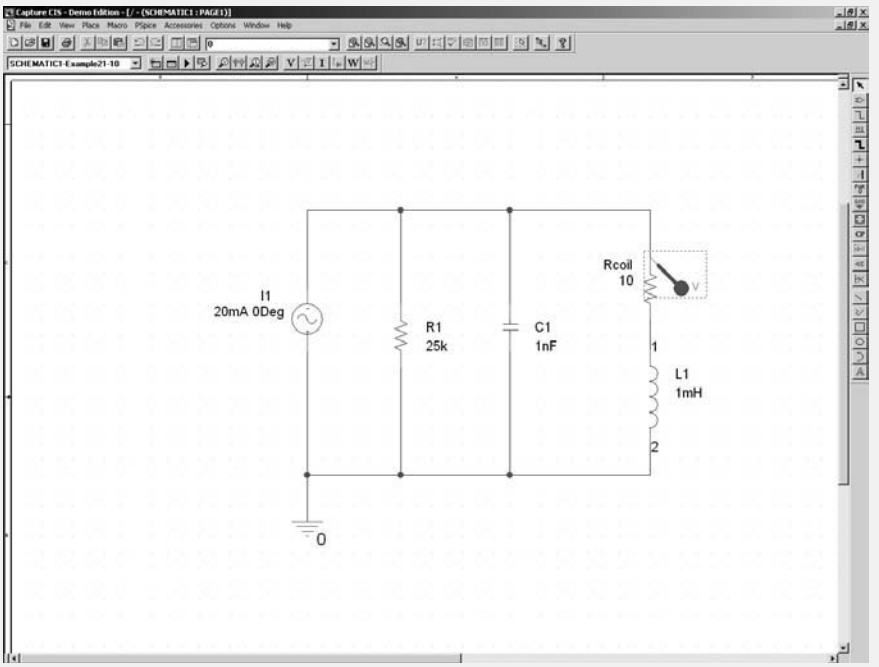


FIGURA 21-44

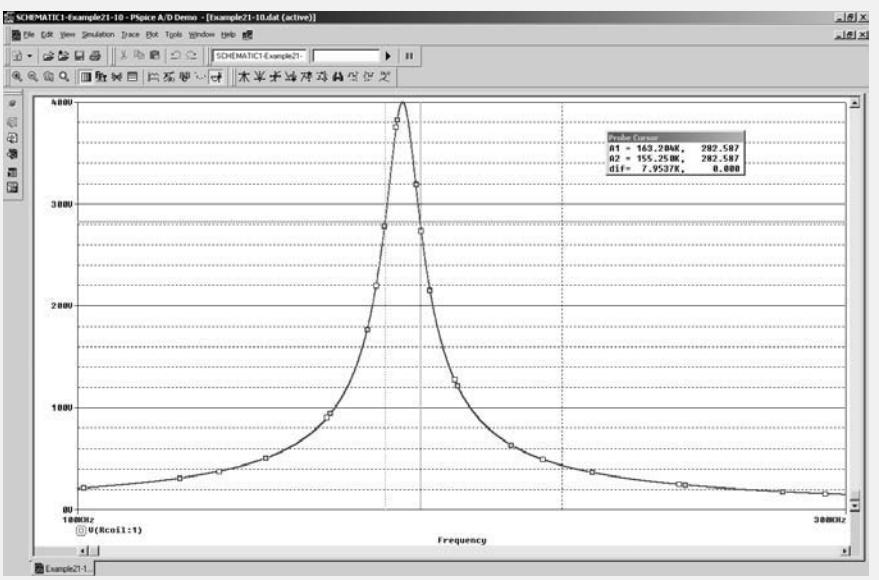


FIGURA 21-45

terminan cuando el voltaje de salida está en 0.707 del valor máximo, a saber, $f_1 = 155.26$ kHz (0.796 Mrad/s) y $f_2 = 163.22$ kHz (1.026 Mrad/s). Estas frecuencias dan un ancho de banda de AB = 7.96 kHz (50.0 krad/s). Los resultados anteriores son los mismos que se encontraron en el ejemplo 21-7.

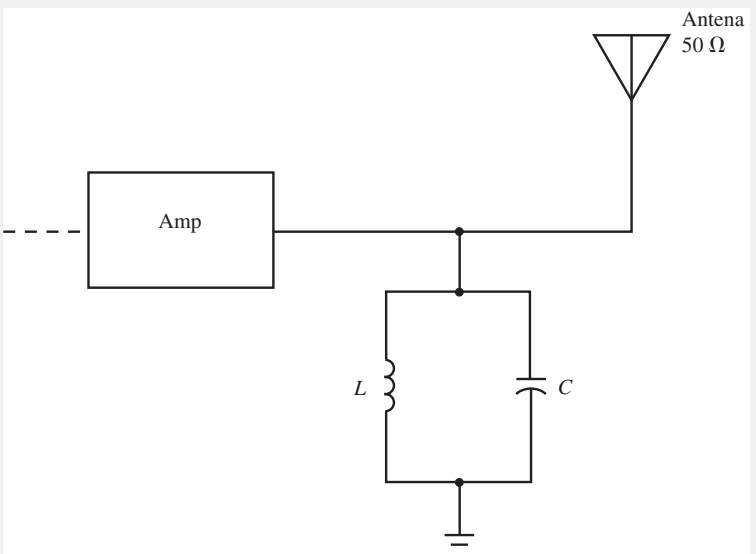
PROBLEMAS PRÁCTICOS 6

Use PSpice para obtener la respuesta en frecuencia del voltaje V contra f para el circuito de la figura 21-40. Use los cursores para determinar los valores aproximados de las frecuencias de media potencia y el ancho de banda del circuito. Compare sus resultados con los que obtuvo en los Problemas prácticos 5.

Respuestas
$V_{máx} = 7.50$ V, $f_P = 398$ kHz, $f_1 = 395.3$ kHz, $f_2 = 400.7$ kHz, AB $= 5.31$ kHz

PUESTA EN PRÁCTICA

Usted es el especialista de transmisión en una estación de radio comercial de AM que transmite a una frecuencia de 990 KHz y a una potencia promedio de 10 kW. Como es el caso para todas las estaciones comerciales de AM, el ancho de banda para su estación es de 10 kHz. Su transmisor radiará la potencia usando una antena de 50 Ω. La figura siguiente muestra un diagrama de bloques simplificado de la etapa de salida del transmisor. La antena se comporta exactamente como un resistor de 50 Ω conectado entre la salida del amplificador y tierra.



Etapa del transmisor de una estación de radio de AM comercial.

Se le ha solicitado que determine los valores de L y C de manera que el transmisor opere con las especificaciones dadas. Como parte de los cálculos, determine la corriente pico que debe manejar el inductor y obtenga el voltaje pico en el capacitor. Para sus cálculos, suponga que la señal transmitida es sinusoidal.

21-1 Resonancia en serie

1. Considere el circuito de la figura 21-46:
   a. Determine la frecuencia de resonancia del circuito en radianes por segundo y en hertz.
   b. Calcule la corriente **I**, en resonancia.

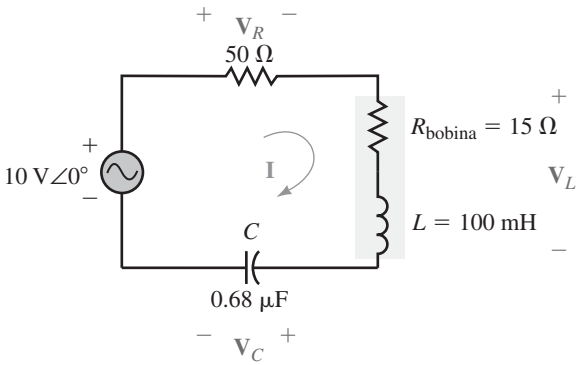


FIGURA 21-46

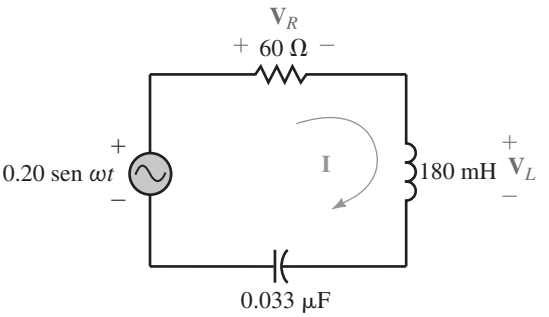


FIGURA 21-47

MULTISIM

c. Calcule los voltajes $\mathbf{V}_R$, $\mathbf{V}_L$ y $\mathbf{V}_C$. (Observe que el voltaje $\mathbf{V}_L$ incluye la caída de voltaje en la resistencia interna de la bobina.)

d. Determine la potencia (en watts) disipada por el inductor. (Sugerencia: la potencia no será cero.)

2. Vea el circuito de la figura 21-47:

a. Determine la frecuencia de resonancia del circuito tanto en radianes por segundo como en hertz.

b. Calcule el fasor de corriente **I**, en resonancia.

c. Determine la potencia disipada por el circuito en resonancia.

d. Calcule los fasores de voltaje $\mathbf{V}_L$ y $\mathbf{V}_R$.

e. Escriba las formas sinusoidales de los voltajes v_L y v_R.

3. Considere el circuito de la figura 21-48:

a. Determine los valores de R y C de manera tal que el circuito tenga una frecuencia de resonancia de 25 kHz y una corriente rms de 25 mA en resonancia.

b. Calcule la potencia disipada por el circuito en resonancia.

c. Determine los fasores de voltaje $\mathbf{V}_C$, $\mathbf{V}_L$ y $\mathbf{V}_R$ en resonancia.

d. Escriba las expresiones sinusoidales de los voltajes v_C, v_L y v_R.

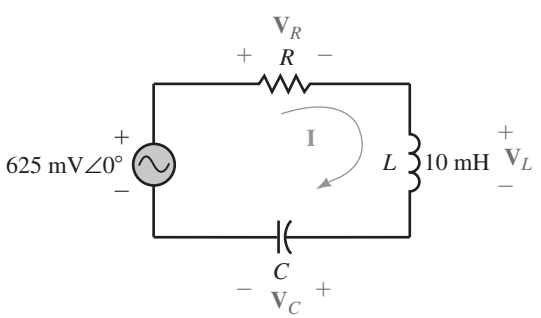


FIGURA 21-48

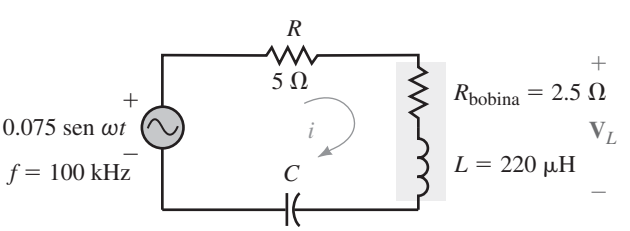


FIGURA 21-49

4. Vea el circuito de la figura 21-49.

a. Determine la capacitancia que se requiere para que el circuito tenga una frecuencia de resonancia de 100 kHz.

b. Determine las cantidades fasoriales **I**, $\mathbf{V}_L$ y $\mathbf{V}_R$.

c. Encuentre las expresiones sinusoidales para i, v_L y v_R.

d. Determine la potencia disipada por cada uno de los elementos en el circuito.

21-2 Factor de calidad, *Q*

5. Vea el circuito de la figura 21-50:
   a. Determine la frecuencia de resonancia expresada en ω (rad/s) y f(Hz).
   b. Calcule la impedancia total $\mathbf{Z}_T$, en resonancia.
   c. Determine la corriente $\mathbf{I}$, en resonancia.
   d. Calcule $\mathbf{V}_R$, $\mathbf{V}_L$ y $\mathbf{V}_C$, en resonancia.
   e. Calcule la potencia disipada por el circuito y evalúe las potencias reactivas Q_C y Q_L.
   f. Encuentre el factor de calidad Q_S del circuito.

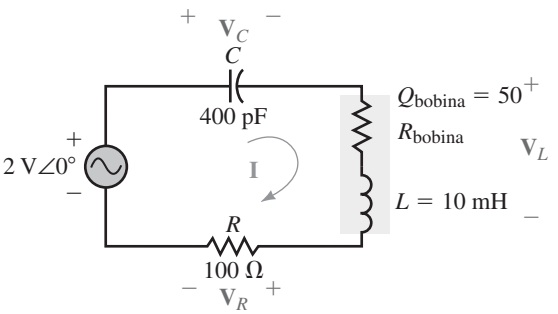


FIGURA 21-50

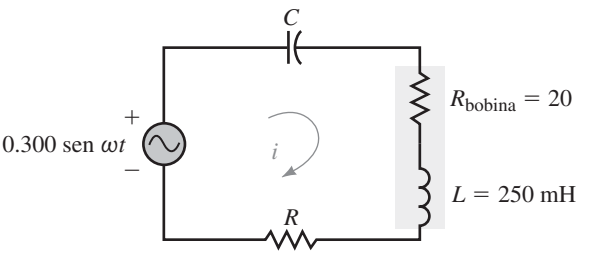


FIGURA 21-51

6. Suponga que el circuito de la figura 21-51 tiene una frecuencia de resonancia $f_S = 2.5$ kHz y un factor de calidad $Q_S = 10$:
   a. Determine los valores de R y C.
   b. Calcule el factor de calidad del inductor Q_{bobina}.
   c. Encuentre $\mathbf{Z}_T$, $\mathbf{I}$, $\mathbf{V}_C$ y $\mathbf{V}_R$ en resonancia.
   d. Determine las expresiones sinusoidales de la corriente i en resonancia.
   e. Calcule las expresiones sinusoidales v_C y v_R en resonancia.
   f. Calcule la potencia disipada por el circuito y determine las potencias reactivas Q_C y Q_L.

7. Vea el circuito de la figura 21-52:
   a. Diseñe el circuito para que tenga una frecuencia de resonancia de $\omega = 50$ krad/s y un factor de calidad de $Q_S = 25$.
   b. Calcule la potencia disipada por el circuito a la frecuencia de resonancia.
   c. Determine el voltaje $\mathbf{V}_L$, en el inductor en resonancia.

8. Considere el circuito de la figura 21-53:
   a. Diseñe el circuito para que tenga una frecuencia de resonancia de $\omega = 400$ krad/s y un factor de calidad de $Q_S = 10$.
   b. Calcule la potencia disipada por el circuito a la frecuencia de resonancia.
   c. Determine el voltaje $\mathbf{V}_L$, en el inductor en resonancia.

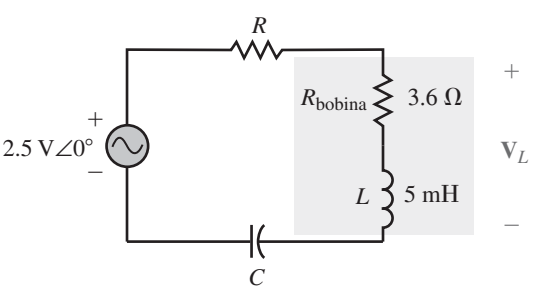


FIGURA 21-52

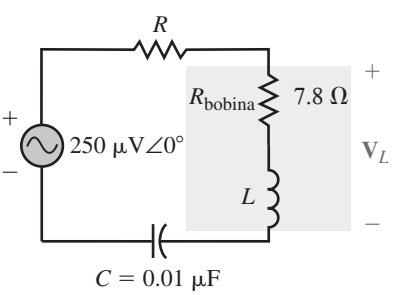


FIGURA 21-53

21-3 Impedancia de un circuito resonante en serie

9. Vea el circuito resonante en serie de la figura 21-54.

a. Determine la frecuencia de resonancia ω_S.

b. Calcule la impedancia de entrada $\mathbf{Z}_T = Z\angle\theta$ del circuito a las frecuencias $0.1\omega_S$, $0.2\omega_S$, $0.5\omega_S$, ω_S, $2\omega_S$, $5\omega_S$ y $10\omega_S$.

c. Use el resultado del inciso (b) para dibujar una gráfica de Z (magnitud en ohms) contra ω (en radianes por segundo) y una gráfica de θ (en grados) contra ω (en radianes por segundo). Si es posible, use papel log-log para la primera gráfica y semilogarítmico para la segunda.

d. A partir de los resultados del inciso *b)*, determine la magnitud de la corriente en cada una de las frecuencias dadas.

e. Use los resultados del inciso (d) para realizar una gráfica de I (magnitud en amperes) contra ω (en radianes por segundo) en papel log-log.

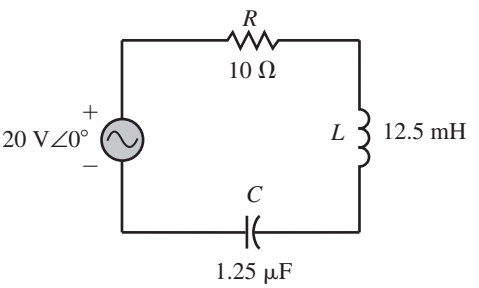


FIGURA 21-54

10. Repita el problema 9 si el resistor de 10-Ω se reemplaza con uno de 50 Ω.

21-4 Potencia, ancho de banda y selectividad de un circuito resonante en serie

11. Vea el circuito de la figura 21-55.

a. Encuentre ω_S, Q y AB (en radianes por segundo).

b. Calcule la potencia máxima disipada por el circuito.

c. A partir de los resultados del inciso (a) calcule las frecuencias de media potencia, ω_1 y ω_2.

d. Calcule las frecuencias de media potencia reales, ω_1 y ω_2 con los valores de los componentes y las ecuaciones adecuadas.

e. ¿Coinciden los resultados que obtuvo en (c) y (d)? Explique.

f. Determine la corriente del circuito I, y la potencia disipada en la frecuencia de media potencia más baja ω_1, que se determinó en (d).

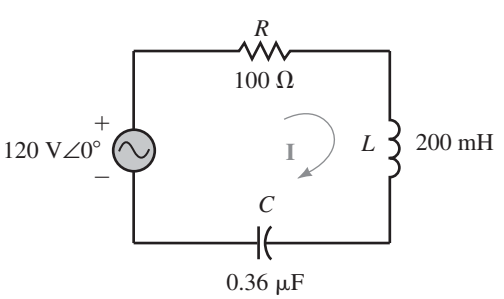


FIGURA 21-55

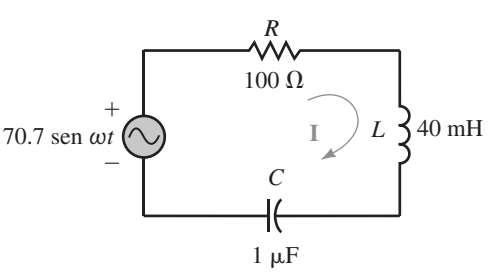


FIGURA 21-56

MULTISIM

12. Repita el problema 11 para el circuito de la figura 21-56.

13. Considere el circuito de la figura 21-57.
    a. Calcule los valores de R y C para que el circuito tenga una frecuencia de resonancia de 200 kHz y un ancho de banda de 16 kHz.
    b. Use los valores de los componentes para determinar la potencia disipada por el circuito en resonancia.
    c. Calcule v_{sal} en resonancia.
14. Repita el problema 13 si la frecuencia de resonancia es 580 kHz y el ancho de banda es 10 kHz.

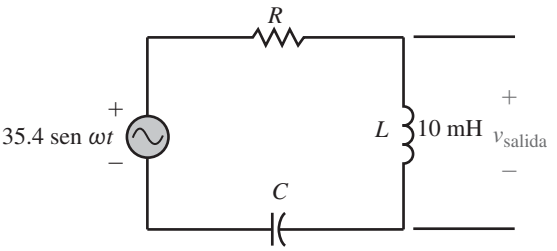


FIGURA 21-57

21-5 Conversión serie-paralelo *RL* y *RC*

15. Vea las redes en serie de la figura 21-58.
    a. Encuentre Q para cada una de las redes en $\omega = 1\,000$ rad/s.
    b. Convierta cada red *RL* en serie en su red equivalente en paralelo, con R_P y X_{LP} en ohms.
    c. Repita los incisos (a) y (b) para $\omega = 10$ krad/s.

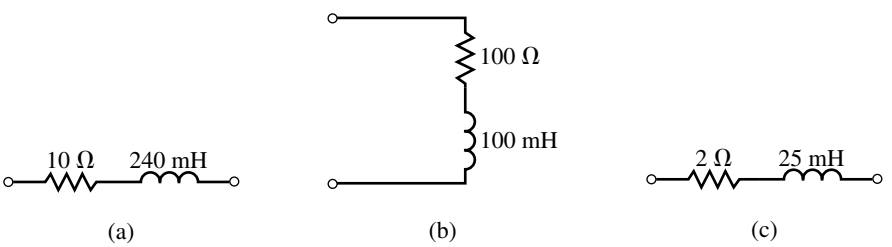


FIGURA 21-58

16. Considere las redes en serie de la figura 21-59.
    a. Encuentre Q para cada bobina en $\omega = 20$ krad/s.
    b. Convierta cada red *RL* en serie en una red en paralelo equivalente que consista de R_P y X_{LP} en ohms.
    c. Repita los incisos (a) y (b) para $\omega = 100$ krad/s.

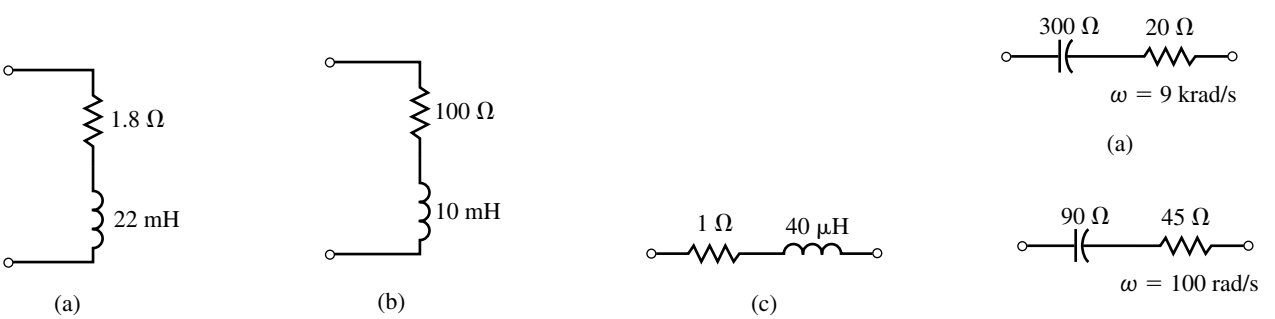


FIGURA 21-59

17. Para las redes en serie de la figura 21-60, encuentre Q y convierta cada una en su equivalente en paralelo.
18. Deduzca las ecuaciones 21-34 y 21-35 que permiten convertir una red *RL* en paralelo en su equivalente en serie. (Sugerencia: empiece por determinar la expresión para la impedancia de entrada de la red en paralelo.)

FIGURA 21-60

19. Encuentre Q para cada una de las redes de la figura 21-61 y determine el equivalente en serie de cada una. Exprese todos los valores de los componentes en ohms.

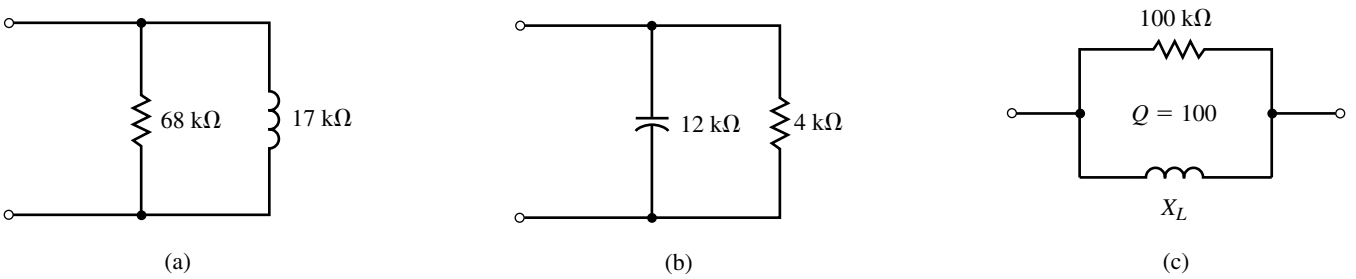


FIGURA 21-61

20. Repita el problema 19 para cada red de la figura 21-62.

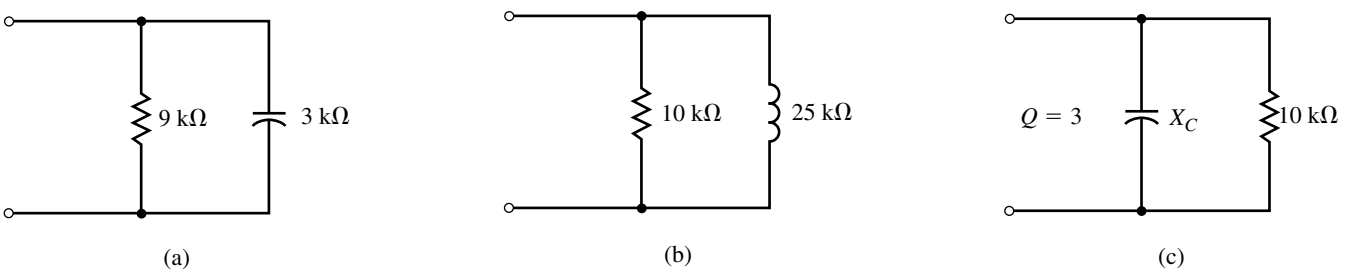


FIGURA 21-62

21. Determine los valores de L_S y L_P en henries, dado que las redes de la figura 21-63 son equivalentes a una frecuencia de 250 krad/s.

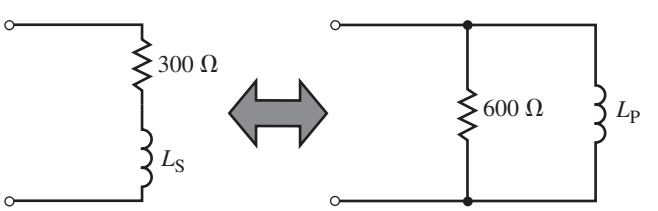


FIGURA 21-63

22. Determine los valores de C_S y C_P en farads, dado que las redes de la figura 21-64 son equivalentes a una frecuencia de 48 krad/s.

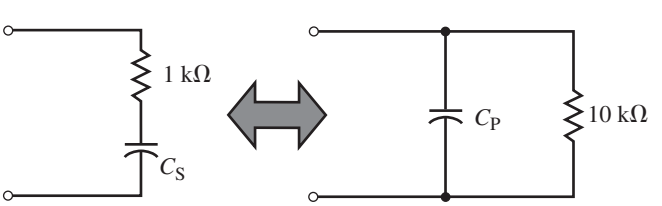


FIGURA 21-64

21-6 Resonancia en paralelo

23. Considere el circuito de la figura 21-65.

a. Determine la frecuencia de resonancia ω_P, en radianes por segundo.

b. Calcule la impedancia de entrada $\mathbf{Z}_T = Z\angle\theta$ del circuito a las frecuencias de $0.1\omega_P$, $0.2\omega_P$, $0.5\omega_P$, ω_P, $2\omega_P$, $5\omega_P$ y $10\omega_P$.

c. Use los resultados que obtuvo en (b) para dibujar las gráficas de Z (magnitud en ohms) contra ω (en radianes por segundo) y θ (en grados) contra ω. Si es posible, use papel log-log para la primera gráfica y semilog para la segunda.

d. Use los resultados del inciso (b) para determinar el voltaje **V** en cada una de las frecuencias indicadas.

e. Dibuje una gráfica de la magnitud de V contra ω en papel log-log.

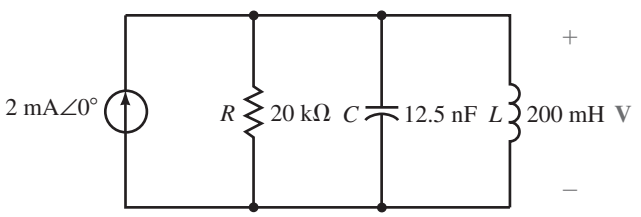


FIGURA 21-65

24. Repita el problema 23 si el resistor de 20 kΩ se reemplaza con uno de 40 kΩ.

25. Vea el circuito de la figura 21-66.

a. Determine las frecuencias de resonancia ω_P (rad/s) y f_P (Hz).

b. Calcule el Q del circuito.

c. Calcule **V**, $\mathbf{I}_R$, $\mathbf{I}_L$ e $\mathbf{I}_C$ en resonancia.

d. Determine la potencia disipada por el circuito en resonancia.

e. Determine el ancho de banda del circuito en radianes por segundo y en hertz.

f. Grafique la respuesta de voltaje del circuito, muestre el voltaje a las frecuencias de media potencia.

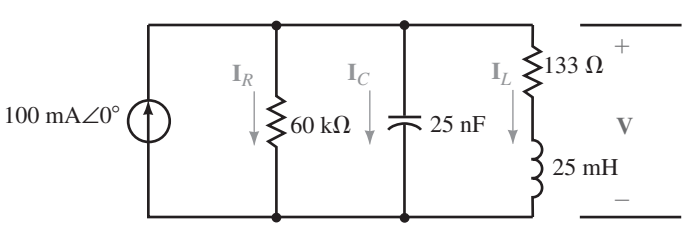


FIGURA 21-66

26. Repita el problema 25 para el circuito de la figura 21-67.

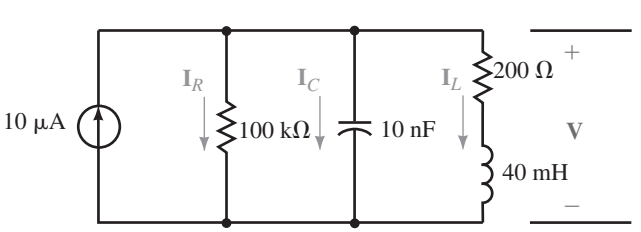


FIGURA 21-67

27. Determine los valores de R_1 y C para el circuito tanque resonante de la figura 21-68 de manera que se cumplan las condiciones dadas. Calcule la corriente $\mathbf{I}_L$ a través del inductor.

$$L = 25 \text{ mH}, R_{\text{bobina}} = 100 \text{ V}$$
$$f_P = 50 \text{ kHz}$$
$$\text{AB} = 10 \text{ kHz}$$

28. Determine los valores de R_1 y C para el circuito tanque resonante de la figura 21-68 de manera que se cumplan las condiciones dadas. Encuentre el voltaje $\mathbf{V}$, en el circuito.

$$L = 50 \text{ mH}, R_{\text{bobina}} = 50 \ \Omega$$
$$\omega_P = 100 \text{ krad/s}$$
$$\text{AB} = 10 \text{ krad/s}$$

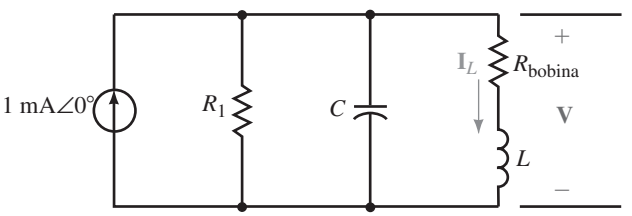


FIGURA 21-68

29. Vea el circuito de la figura 21-69.
    a. Determine el valor de X_L en resonancia.
    b. Encuentre el Q del circuito.
    c. Si el circuito tiene una frecuencia de resonancia de 2 000 rad/s, ¿cuál es el ancho de banda del circuito?
    d. ¿Cuáles deben ser los valores de C y L para que el circuito sea resonante a 2 000 rad/s?
    e. Calcule el voltaje $\mathbf{V}_C$ en resonancia.
30. Repita el problema 29 para el circuito de la figura 21-70.

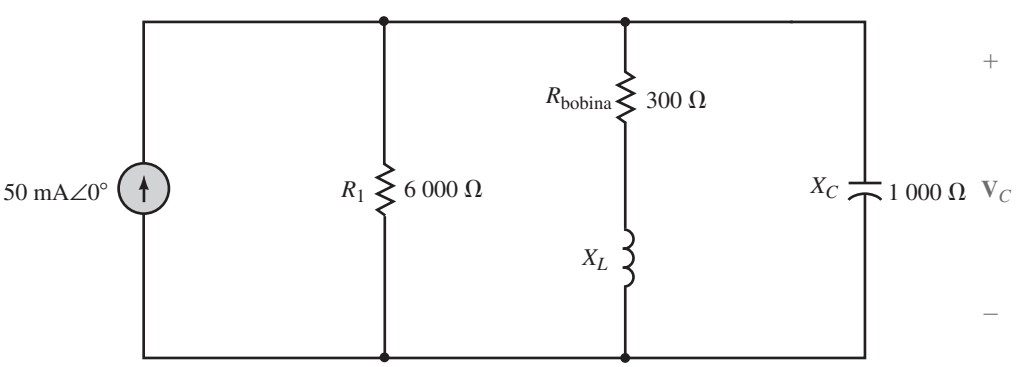


FIGURA 21-69

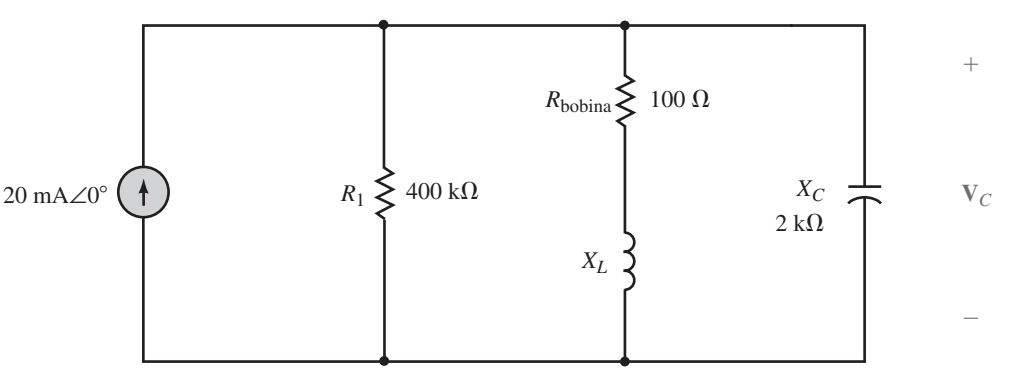


FIGURA 21-70

21-7 Análisis de circuitos por computadora

31. Use PSpice para conectar el circuito de la figura 21-55. Use el postprocesador *Probe* para desplegar la respuesta de voltaje del inductor como una función de la frecuencia. A partir de la gráfica, determine el voltaje rms máximo, la frecuencia de resonancia, las frecuencias de media potencia y el ancho de banda. Use los resultados para determinar el factor de calidad del circuito. PSpice
32. Repita el problema 31 para el circuito de la figura 21-56. PSpice
33. Use PSpice para conectar el circuito de la figura 21-66. Use el postprocesador *Probe* para desplegar la respuesta de voltaje del capacitor como una función de la frecuencia. A partir de la gráfica, determine el voltaje rms máximo, la frecuencia de resonancia, las frecuencias de media potencia y el ancho de banda. Use los resultados para determinar el factor de calidad del circuito. PSpice
34. Repita el problema 33 para el circuito de la figura 21-67. PSpice
35. Use los valores de C y L que calculó en el problema 29 para conectar el circuito de la figura 21-69. Use el postprocesador *Probe* para desplegar la respuesta de voltaje en el capacitor como una función de la frecuencia. A partir de la gráfica, determine el voltaje rms máximo, la frecuencia de resonancia, las frecuencias de media potencia y el ancho de banda. Use los resultados para determinar el factor de calidad del circuito. PSpice
36. Use los valores de C y L que calculó en el problema 30 para conectar el circuito de la figura 21-70. Repita las mediciones del problema 35. PSpice

✓ RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 1

a. $L = 320\ \mu H$
b. $R = 20.1\ \Omega$
c. $\mathbf{I} = 0.995\ mA\angle 0°$ $\mathbf{V}_L = 1.20\ V\angle 90°$ $P = 20.0\ \mu W$
d. $f_1 = 595\ kHz$ $f_2 = 605\ kHz$
e. $\mathbf{I} = 0.700\ mA\angle 45.28°$ $P_1 = 9.85\ \mu W$
$P_1/P = 0.492 \cong 0.5$

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 2

a. $\omega_S = 10\ krad/s$ $P = 500\ \mu W$
b. $Q = 10$ AB $= 1\ krad/s$ $\omega 1 = 9.5\ krad/s$
$\omega 2 = 10.5\ krad/s$
d. $\omega_S = 10\ krad/s$ $P = 1000\ \mu W$ $Q = 20$
AB $= 0.5\ krad/s$ $\omega_1 = 9.75\ krad/s$
$\omega_2 = 10.25\ krad/s$
e. Conforme disminuye la resistencia, la selectividad se incrementa.

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 3

a. $X_L = 200\ \Omega$ $R_P = 1600\ \Omega$ $X_C = 80\ \Omega$ $R_P = 40\ \Omega$
b. $X_{LS} = 197\ \Omega$ $R_S = 24.6$ $X_{CS} = 16\ \Omega$ $R_S = 32\ \Omega$

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 4

a. $L = 180$ H
b. $R_P = 28.9\ k\Omega$
c. $\mathbf{V} = 57.9\ mV\angle 0°$ $\mathbf{I}_L = 64.0\ \mu A\angle -90°$ $P = 115\ nW$
d. $f_1 = 788\ kHz$ $f_2 = 813\ kHz$
e. $\mathbf{V} = 41.1\ mV\angle 44.72°$ $P = 58\ nW$

■ TÉRMINOS CLAVE

Amplificador
Atenuador
Bel
Década
Decibeles
Diagramas de Bode
Filtro de ranura
Filtros
Frecuencia de corte
Función de transferencia
Ganancia de potencia
Ganancia de voltaje
Octava

■ PLAN GENERAL

El decibel
Sistemas de múltiples etapas
Funciones de transferencia *RC* y *RL* simples
El filtro pasabajas
El filtro pasaaltas
El filtro pasabanda
El filtro supresor de banda
Análisis de circuitos por computadora

■ OBJETIVOS

Después de estudiar este capítulo será capaz de:

- evaluar la ganancia de potencia y de voltaje de un sistema dado,
- expresar la ganancia de potencia y de voltaje en decibeles,
- expresar los niveles de potencia en dBm y los niveles de voltaje en dBV y usarlos para determinar la ganancia de potencia y de voltaje,
- identificar y diseñar filtros pasabajas y pasaaltas *RL* y *RC* simples (de primer orden) y explicar el principio de operación de cada uno de ellos,
- escribir la forma estándar de una función de transferencia para un filtro dado. Los circuitos que se estudian incluirán pasabanda y supresor de banda, así como circuitos pasabajas y pasaaltas,
- calcular τ_c y usar la constante de tiempo para determinar la(s) frecuencia(s) de corte tanto en radianes por segundo, como en hertz para la función de transferencia de cualquier filtro de primer orden,
- graficar el diagrama de Bode que muestra la respuesta en frecuencia de la ganancia de voltaje y el desplazamiento de fase de cualquier filtro de primer orden,
- usar PSpice para verificar la operación de cualquier circuito filtro de primer orden.

Filtros y el diagrama de Bode

22

En capítulos previos se examinó cómo los circuitos resonantes *LRC* reaccionan a los cambios en la frecuencia. En este capítulo se continuará el estudio de cómo los cambios en la frecuencia afectan el comportamiento de otros circuitos simples. Se analizarán circuitos filtro simples pasabajas, pasaaltas, pasabanda y supresor de banda. El análisis comparará la amplitud y el desplazamiento de fase de la señal de salida con respecto a la señal de entrada.

Como sus nombres lo implican, los circuitos filtro pasabajas y pasaaltas son capaces de pasar frecuencias bajas y altas mientras bloquean otros componentes de frecuencia. Un buen entendimiento de esos filtros sienta las bases para entender por qué ciertos circuitos, como amplificadores y osciloscopios, no son capaces de pasar todas las señales desde la entrada hasta la salida.

Los filtros pasabanda están diseñados para pasar un intervalo de frecuencias desde la entrada hasta la salida. En el capítulo anterior se vio que los circuitos *L-C* pueden usarse para pasar de manera selectiva un intervalo de frecuencias deseadas alrededor de la frecuencia de resonancia. En este capítulo se observará que efectos similares son posibles al usar sólo componentes *RC* y *RL*. Por otro lado, los filtros supresores de banda se usan para prevenir en forma selectiva que ciertas frecuencias aparezcan en la salida, mientras que permiten el paso de frecuencias altas y bajas, relativamente sin afectarlas.

El análisis de todos los filtros puede simplificarse al trazar la relación voltaje de salida/voltaje de entrada en una gráfica semilogarítmica llamada *diagrama de Bode*. ■

Alexander Graham Bell

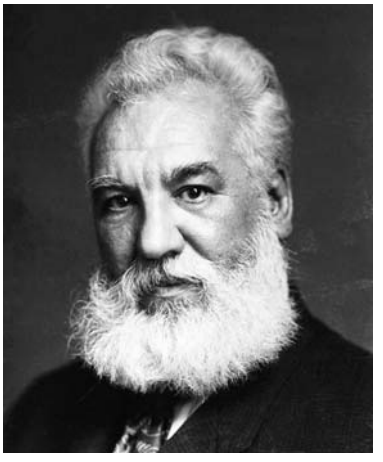
ALEXANDER GRAHAM BELL NACIÓ en Edimburgo, Escocia, el 3 de marzo de 1847. Desde joven, Bell siguió a su padre y abuelo en la investigación relativa a la sordera.

En 1873, Bell fue nombrado profesor de psicología vocal en la Universidad de Boston. Su investigación estuvo involucrada principalmente en la conversión de ondas de sonido en fluctuaciones eléctricas. Con el estímulo de Joseph Henry, quien hizo gran cantidad de trabajos sobre inductores, Bell a la larga desarrolló el teléfono.

En su ahora famoso accidente, en el que a Bell le cayó ácido, pronunció las palabras "Watson, ven por favor. Te necesito". Watson que estaba en otro piso, corrió para ayudar a Bell.

RESUMEN DEL CAPÍTULO

PERSPECTIVA HISTÓRICA



Aunque otros han trabajado en el principio del teléfono, Alexander Graham Bell fue premiado con la patente del mismo en 1876. El teléfono que construyó fue un simple dispositivo que pasaba corriente a través de polvo de carbón. La densidad del polvo de carbón estaba determinada por las fluctuaciones de aire debidas al sonido de la voz de la persona. Cuando el carbón era comprimido, la resistividad disminuía, permitiendo mayor corriente.

El nombre de Bell fue adoptado para el decibel, que es la unidad utilizada para describir la intensidad del sonido y la ganancia de potencia.

Aunque la invención del teléfono hizo rico a Bell, continuó experimentando en electrónica, aire acondicionado y la cría de animales. Bell murió a la edad de 72 años en Baddeck, Nueva Escocia el 2 de agosto de 1922. ■

22-1 El decibel

En electrónica, con frecuencia se desea considerar los efectos de un circuito sin examinar la operación real del circuito por sí mismo. Este método de la caja negra es una técnica común que se usa para simplificar los circuitos de transistores y para dibujar los circuitos integrados que contienen cientos o miles de elementos. Considere el sistema que se muestra en la figura 22-1.

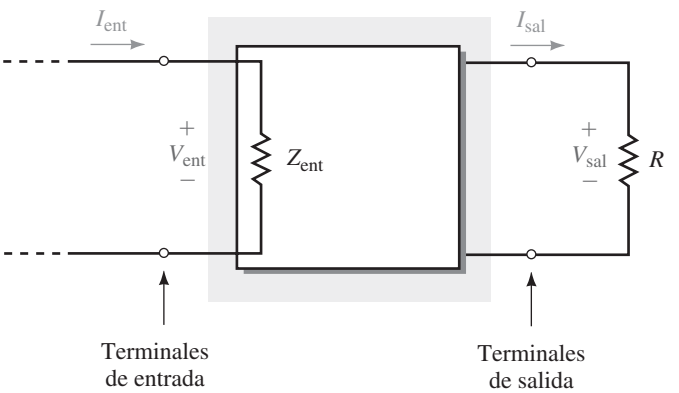


FIGURA 22-1

Aunque el circuito dentro de la caja contiene muchos elementos, cualquier fuente conectada a las terminales de entrada 'verá' efectivamente sólo la impedancia de entrada Z_{ent}. De manera similar, cualquier impedancia de carga, R_L, conectada a las terminales de salida tendrá el voltaje y la corriente determinados por ciertos parámetros en el circuito, los cuales, por lo general, resultan en una salida en la carga que se predice con facilidad para ciertas condiciones.

Ahora se definen varios términos que se usan para analizar cualquier sistema que tenga dos terminales de entrada y dos terminales de salida.

La **ganancia de potencia**, A_P, se define como la razón de la potencia de la señal de salida con respecto a la potencia de la señal de entrada.

$$A_P = \frac{P_{sal}}{P_{ent}} \tag{22-1}$$

Se debe enfatizar que la potencia de salida total suministrada a cualquier carga nunca puede exceder la potencia de entrada total a un circuito. Cuando se hace referencia a la ganancia de potencia de un sistema, se está interesado sólo en la potencia contenida en la señal de ca, de manera que se desprecia cualquier potencia debida a la cd. En muchos circuitos la potencia de ca será significativamente menor que la potencia de cd. Sin embargo, son del todo posibles las ganancias de potencia de ca del orden de decenas de miles.

La **ganancia de voltaje**, A_v, se define como la razón del voltaje de la señal de salida con respecto al voltaje de la señal de entrada:

$$A_v = \frac{V_{sal}}{V_{ent}} \tag{22-2}$$

Como ya se mencionó, la ganancia de potencia de un sistema puede ser muy grande. Para otras aplicaciones la potencia de salida puede ser mucho más pequeña que la potencia de entrada, lo que resulta en pérdidas o atenuación. Cualquier circuito en el cual la potencia de la señal de salida es mayor que la potencia de la señal de entrada se conoce como un **amplificador**. De manera inversa, cualquier circuito en el cual la potencia de la señal de salida es menor que la potencia de la señal de entrada se conoce como un **atenuador**.

Las razones que expresan la ganancia de potencia o de voltaje pueden ser muy grandes o muy pequeñas, lo cual las hace inconvenientes para expresar la ganancia de potencia como una simple razón de dos números. El **bel**, que es una unidad logarítmica nombrada en honor de Alexander Graham Bell, fue seleccionado para representar un incremento o decremento de diez veces en potencia. De forma matemática, la ganancia de potencia en bels está dada por

$$A_{P(\text{bels})} = \log_{10} \frac{P_{\text{sal}}}{P_{\text{ent}}}$$

Ya que el bel es una unidad inconveniente, se ha adoptado el **decibel** (dB), que es un décimo de un bel, como una unidad más aceptable para describir los cambios logarítmicos en niveles de potencia. Un bel contiene 10 decibeles, de manera que la ganancia de potencia en decibeles está dada por

$$A_{P(\text{dB})} = 10 \log_{10} \frac{P_{\text{sal}}}{P_{\text{ent}}} \qquad \textbf{(22-3)}$$

Si el nivel de potencia en el sistema se incrementa desde la entrada hacia la salida, entonces, la ganancia en dB será positiva. Si la potencia en la salida es menor que la potencia en la entrada, entonces la ganancia de potencia será negativa. Observe que si la entrada y la salida tienen los mismos niveles de potencia, entonces la ganancia de potencia será 0 dB, ya que $\log 1 = 0$.

EJEMPLO 22-1

Un amplificador tiene los niveles de potencia de entrada y salida que se indican. Determine la ganancia de potencia como una razón y también en dB para cada una de las siguientes condiciones:

a. $P_{\text{ent}} = 1$ mW, $P_{\text{sal}} = 100$ W.
b. $P_{\text{ent}} = 4\ \mu$W, $P_{\text{sal}} = 2\ \mu$W.
c. $P_{\text{ent}} = 6$ mW, $P_{\text{sal}} = 12$ mW.
d. $P_{\text{ent}} = 25$ mW, $P_{\text{sal}} = 2.5$ mW.

Solución

a. $$A_P = \frac{P_{\text{sal}}}{P_{\text{ent}}} = \frac{100\text{ W}}{1\text{ mW}} = 100\,000$$

$$A_{P(\text{dB})} = 10 \log_{10}(100\,000) = (10)(5) = 50\text{ dB}$$

b. $$A_P = \frac{P_{\text{sal}}}{P_{\text{ent}}} = \frac{2\ \mu\text{W}}{4\ \mu\text{W}} = 0.5$$

$$A_{P(\text{dB})} = 10 \log_{10}(0.5) = (10)(-0.30) = -3.0\text{ dB}$$

c. $$A_P = \frac{P_{\text{sal}}}{P_{\text{ent}}} = \frac{12\text{ mW}}{6\text{ mW}} = 2$$

$$A_{P(\text{dB})} = 10 \log_{10} 2 = (10)(0.30) = 3.0\text{ dB}$$

d. $$A_P = \frac{P_{\text{sal}}}{P_{\text{ent}}} = \frac{2.5\text{ mW}}{25\text{ mW}} = 0.10$$

$$A_{P(\text{dB})} = 10 \log_{10} 0.10 = (10)(-1) = -10\text{ dB}$$

El ejemplo anterior ilustra que si la potencia se incrementa o disminuye por un factor de dos, la ganancia de potencia que resulta es de $+3$ dB o -3 dB, respectivamente. Recuerde que en el capítulo anterior se hizo una referencia similar cuando se hizo referencia a las frecuencias de media potencia de un circuito resonante como las frecuencias a 3 dB hacia abajo.

La ganancia de voltaje de un sistema también puede expresarse en dB. Con el fin de deducir la expresión para la ganancia de voltaje, primero se supone que la resistencia de entrada y la resistencia de carga tienen el mismo valor. Entonces, si se usa la definición de ganancia de potencia dada por la ecuación 22-3, se tiene lo siguiente:

$$A_{P(\text{dB})} = 10 \log_{10} \frac{P_{\text{sal}}}{P_{\text{ent}}}$$

$$= 10 \log_{10} \frac{V^2_{\text{sal}}/R}{V^2_{\text{ent}}/R}$$

$$= 10 \log_{10} \left(\frac{V_{\text{sal}}}{V_{\text{ent}}} \right)^2$$

lo cual da

$$A_{P(\text{dB})} = 20 \log_{10} \frac{V_{\text{sal}}}{V_{\text{ent}}}$$

Ya que la expresión anterior representa un decibel equivalente a la ganancia de voltaje, ésta se escribe en dB como sigue:

$$A_{v(\text{dB})} = 20 \log_{10} \frac{V_{\text{sal}}}{V_{\text{ent}}} \qquad \textbf{(22-4)}$$

EJEMPLO 22-2

El circuito amplificador de la figura 22-2 tiene las condiciones especificadas. Calcule la ganancia de voltaje y de potencia en dB.

$Z_{\text{ent}} = 10\ \text{k}\Omega$
$R_L = 600\ \Omega$
$V_{\text{ent}} = 20\ \text{mV}_{\text{rms}}$
$V_{\text{sal}} = 500\ \text{mV}_{\text{rms}}$

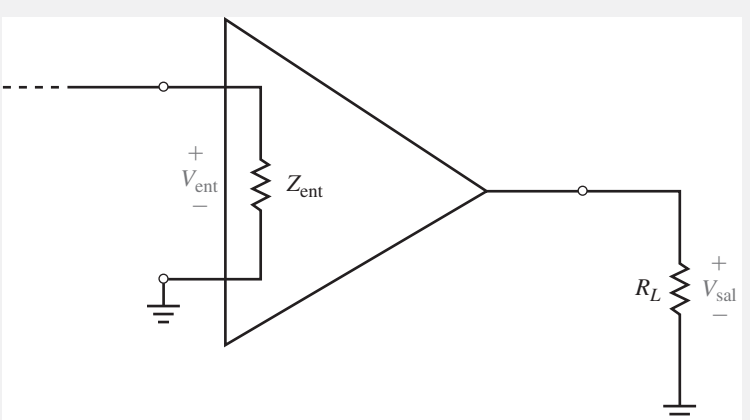


FIGURA 22-2

Solución La ganancia de voltaje del amplificador es

$$A_v = 20 \log_{10} \frac{V_{sal}}{V_{ent}}$$
$$= 20 \log_{10} \frac{500 \text{ mV}}{20 \text{ mV}} = 20 \log_{10} 25 = 28.0 \text{ dB}$$

La potencia de la señal disponible en la entrada del amplificador es

$$P_{ent} = \frac{V^2_{ent}}{Z_{ent}} = \frac{(20 \text{ mV})^2}{10 \text{ k}\Omega} = 0.040 \ \mu\text{W}$$

La señal en la salida del amplificador tiene una potencia de

$$P_{sal} = \frac{V^2_{sal}}{R_L} = \frac{(500 \text{ mV})^2}{600 \ \Omega} = 416.7 \ \mu\text{W}$$

La ganancia de potencia del amplificador es

$$A_P = 10 \log_{10} \frac{P_{sal}}{P_{ent}}$$
$$= 10 \log_{10} \frac{416.7 \ \mu\text{W}}{0.040 \ \mu\text{W}}$$
$$= 10 \log_{10} (10\,417) = 40.2 \text{ dB}$$



PROBLEMAS PRÁCTICOS 1

Calcule la ganancia de voltaje y de potencia en (dB) para el amplificador de la figura 22-2, dadas las siguientes condiciones:

$Z_{ent} = 2 \text{ k}\Omega$
$R_L = 5 \ \Omega$
$V_{ent} = 16 \ \mu\text{V}_{rms}$
$V_{sal} = 32 \ \mu\text{V}_{rms}$

Respuestas
66.0 dB, 92.0 dB

Con el fin de convertir una ganancia en decibeles en una razón simple de potencia o de voltaje, es necesario realizar la operación inversa del logaritmo; es decir, resolver la cantidad desconocida mediante la exponencial. Recuerde que las siguientes operaciones logarítmica y exponencial son equivalentes:

$$y = \log_b x$$
$$x = b^y$$

Con las expresiones anteriores, las ecuaciones 22-3 y 22-4 se usan para determinar las expresiones para las ganancias de potencia y de voltaje como sigue:

$$\frac{A_{P(\text{dB})}}{10} = \log_{10} \frac{P_{sal}}{P_{ent}}$$
$$\frac{P_{sal}}{P_{ent}} = 10^{A_{P(\text{dB})}/10} \qquad \textbf{(22-5)}$$

$$\frac{A_{v(\text{dB})}}{20} = \log_{10} \frac{V_{sal}}{V_{ent}}$$
$$\frac{V_{sal}}{V_{ent}} = 10^{A_{v(\text{dB})}/20} \qquad \textbf{(22-6)}$$

EJEMPLO 22-3

Convierta lo siguiente de dB en una razón:

a. $A_P = 25$ dB.
b. $A_P = -6$ dB.
c. $A_v = 10$ dB.
d. $A_v = -6$ dB.

Solución

a.
$$A_P = \frac{P_{\text{sal}}}{P_{\text{ent}}} = 10^{A_{P(\text{dB})}/10}$$
$$= 10^{25/10} = 316$$

b.
$$A_P = 10^{A_{P(\text{dB})}/10}$$
$$= 10^{-6/10} = 0.251$$

c.
$$A_v = \frac{V_{\text{sal}}}{V_{\text{ent}}} = 10^{A_{v(\text{dB})}/20}$$
$$= 10^{10/20} = 3.16$$

d.
$$A_v = 10^{A_{v(\text{dB})}/20}$$
$$= 10^{-6/20} = 0.501$$

Aplicaciones de los decibeles

Los decibeles fueron originalmente dirigidos a la medición de cambios en los niveles acústicos. El oído humano no es un instrumento lineal, por el contrario, responde a sonidos en una manera logarítmica. Debido a este fenómeno peculiar, un incremento de diez veces en la intensidad del sonido resulta en la percepción del doble de sonido. Esto significa que si se desea escuchar el doble de la intensidad del sonido de un amplificador de potencia de 10 W, se debe incrementar la potencia de salida a 100 W.

El nivel mínimo de sonido que puede detectar el oído humano se llama umbral de audición y por lo general se dice que es $I_0 = 1 \times 10^{-12}$ W/m^2. La tabla 22-1 presenta una lista de las intensidades de varios sonidos comunes. Los niveles en decibeles se determinan a partir de la expresión

$$\beta_{(\text{dB})} = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0}$$

Algunos circuitos electrónicos operan con muy pequeños niveles de potencia, los cuales pueden ser referidos a algún nivel arbitrario, y entonces se expresan en decibeles, de manera similar a como se representan las intensidades de sonido. Por ejemplo, los niveles de potencia pueden referirse a una potencia estándar de 1 mW. En tal caso el nivel de potencia se expresa en dBm y se determina como

$$P_{\text{dBm}} = 10 \log_{10} \frac{P}{1 \text{ mW}} \tag{22-7}$$

Si para un nivel de potencia se toma como referencia un estándar de 1 W, entonces se tiene

$$P_{\text{dBW}} = 10 \log_{10} \frac{P}{1 \text{ W}} \tag{22-8}$$

TABLA 22-1 Niveles de intensidad de sonidos comunes

Sonido	Nivel de intensidad (dB)	Intensidad (W/m^2)
Umbral de audición, I_0	0	10^{-12}
Silencio virtual	10	10^{-11}
Habitación tranquila	20	10^{-10}
Tictac de reloj a 1 m	30	10^{-9}
Calle tranquila	40	10^{-8}
Conversación tranquila	50	10^{-7}
Motor silencioso a 1 m	60	10^{-6}
Tránsito pesado	70	10^{-5}
Portazo	80	10^{-4}
Oficina concurrida	90	10^{-3}
Martillo neumático	100	10^{-2}
Motocicleta	110	10^{-1}
Concierto de rock fuerte en interiores	120	1
Umbral de dolor	130	10

EJEMPLO 22-4

Exprese las siguientes potencias en dBm y en dBW.

a. $P_1 = 0.35\ \mu W$.

b. $P_2 = 20$ mW.

c. $P_3 = 1000$ W.

d. $P_4 = 1$ pW.

Solución

a.
$$P_{1(dBm)} = 10 \log_{10} \frac{0.35\ \mu W}{1\ mW} = -34.6\ dBm$$
$$P_{1(dBW)} = 10 \log_{10} \frac{0.35\ \mu W}{1\ W} = -64.6\ dBW$$

b.
$$P_{2(dBm)} = 10 \log_{10} \frac{20\ mW}{1\ mW} = 13.0\ dBm$$
$$P_{2(dBW)} = 10 \log_{10} \frac{20\ mW}{1\ W} = -17.0\ dBW$$

c.
$$P_{3(dBm)} = 10 \log_{10} \frac{1000\ W}{1\ mW} = 60\ dBm$$
$$P_{3(dBW)} = 10 \log_{10} \frac{1000\ W}{1\ W} = 30\ dBW$$

d.
$$P_{4(dBm)} = 10 \log_{10} \frac{1\ pW}{1\ mW} = -90\ dBm$$
$$P_{4(dBW)} = 10 \log_{10} \frac{1\ pW}{1\ W} = -120\ dBW$$

Muchos voltímetros tienen una escala separada calibrada en decibeles. En esos casos el voltaje expresado en dBV usa 1 V_{rms} como voltaje de referencia. En general, cualquier lectura de voltaje puede expresarse en dBV como sigue:

$$V_{dBV} = 20 \log_{10} \frac{V_{sal}}{1\ V} \qquad \textbf{(22-9)}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 2

Considere los resistores de la figura 22-3:

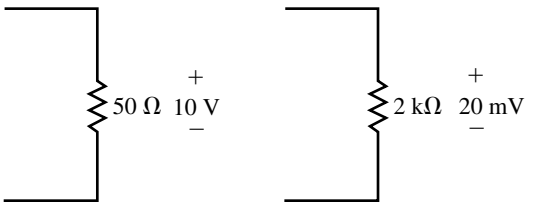


FIGURA 22-3

a. Determine los niveles de potencia en dBm y en dBW.
b. Exprese los voltajes en dBV.

Respuestas
a. 33.0 dBm (3.0 dBW), −37.0 dBm (−67.0 dBW)
b. 20.0 dBV, −34.0 dBV

22-2 Sistemas de múltiples etapas

Con frecuencia un sistema se compone de varias etapas. Con el fin de encontrar la ganancia de voltaje total o la ganancia de potencia del sistema, se necesitaría determinar el producto de las ganancias individuales. El uso de los decibeles hace fácil determinar la solución de un sistema de múltiples etapas. Si la ganancia de cada etapa está dada en decibeles, entonces la ganancia que resulta se determina fácilmente como la suma de las ganancias individuales.

Considere el sistema de la figura 22-4, el cual es uno de tres etapas.

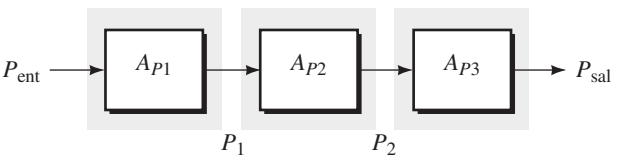


FIGURA 22-4

La potencia en la salida de cada etapa se determina como:

$$P_1 = A_{P1}\, P_{ent}$$
$$P_2 = A_{P2}\, P_1$$
$$P_{sal} = A_{P3}\, P_2$$

La ganancia de potencia total del sistema se encuentra como:

$$A_{PT} = \frac{P_{sal}}{P_{ent}} = \frac{A_{P3}\, P_2}{P_{ent}}$$
$$= \frac{A_{P3}\,(A_{P2}\, P_1)}{P_{ent}}$$
$$= \frac{A_{P3}\, A_{P2}\,(A_{P1} P_{ent})}{P_{ent}}$$
$$= A_{P1}\, A_{P2}\, A_{P3}$$

En general, para las n etapas la ganancia de potencia total se encuentra como el producto:

$$A_{PT} = A_{P1}\, A_{P2} \cdots A_{Pn} \qquad \textbf{(22-10)}$$

Sin embargo, si se usan logaritmos para calcular la ganancia en decibeles, se tiene lo siguiente:

$$A_{PT}(\text{dB}) = 10 \log_{10} A_{PT}$$
$$= 10 \log_{10} (A_{P1}\, A_{P2} \cdots A_{Pn})$$
$$A_{PT}(\text{dB}) = 10 \log_{10} A_{P1} + 10 \log_{10} A_{P2} + \cdots + 10 \log_{10} A_{Pn}$$

La ganancia de potencia total en decibeles para las n etapas se determina como la suma de las ganancias de potencia individuales en decibeles:

$$A_{P(\mathbf{dB})} = A_{P\mathbf{1(dB)}} + A_{P\mathbf{2(dB)}} + \cdots + A_{Pn\mathbf{(dB)}} \qquad \textbf{(22-11)}$$

La ventaja de usar decibeles para obtener las ganancias de potencia y los niveles de potencia se ilustra en el siguiente ejemplo.

EJEMPLO 22-5

El circuito de la figura 22-5 representa las primeras tres etapas de un receptor de AM o FM común.

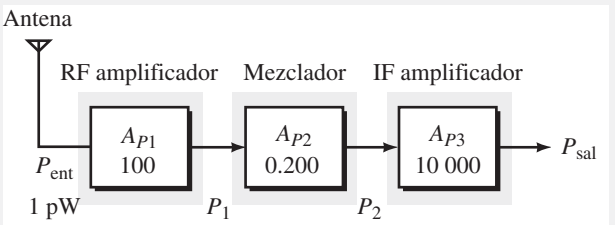


FIGURA 22-5

Determine las siguientes cantidades:

a. $A_{P1(dB)}$, $A_{P2(dB)}$ y $A_{P3(dB)}$.

b. $A_{PT(dB)}$.

c. P_1, P_2 y P_{sal}.

d. $P_{ent(dBm)}$, $P_{1(dBm)}$, $P_{2(dBm)}$ y $P_{sal(dBm)}$.

Solución

a.
$$A_{P1(dB)} = 10 \log_{10} A_{P1} = 10 \log_{10} 100 = 20 \text{ dB}$$
$$A_{P2(dB)} = \log_{10} A_{P2} = 10 \log_{10} 0.2 = -7.0 \text{ dB}$$
$$A_{P3(dB)} = 10 \log_{10} A_{P3} = 10 \log_{10} (10\,000) = 40 \text{ dB}$$

b.
$$\begin{aligned} A_{PT(dB)} &= A_{P1(dB)} + A_{P2(dB)} + A_{P3(dB)} \\ &= 20 \text{ dB} - 7.0 \text{ dB} + 40 \text{ dB} \\ &= 53.0 \text{ dB} \end{aligned}$$

c.
$$P_1 = A_{P1} P_{ent} = (100)\,(1 \text{ pW}) = 100 \text{ pW}$$
$$P_2 = A_{P2} P_1 = (100 \text{ pW})(0.2) = 20 \text{ pW}$$
$$P_{sal} = A_{P3} P_2 = (10\,000)(20 \text{ pW}) = 0.20 \ \mu\text{W}$$

d.
$$P_{ent(dBm)} = 10 \log_{10} \frac{P_{ent}}{1 \text{mW}} = 10 \log_{10} \frac{1 \text{ pW}}{1 \text{ mW}} = -90 \text{ dBm}$$
$$P_{1(dBm)} = 10 \log_{10} \frac{P_1}{1 \text{ mW}} = 10 \log_{10} \frac{100 \text{ pW}}{1 \text{ mW}} = -70 \text{ dBm}$$
$$P_{2(dBm)} = 10 \log_{10} \frac{P_2}{1 \text{ mW}} = 10 \log_{10} \frac{20 \text{ pW}}{1 \text{ mW}} = -77.0 \text{ dBm}$$
$$P_{sal(dBm)} = 10 \log_{10} \frac{P_{sal}}{1 \text{ mW}} = 10 \log_{10} \frac{0.20 \ \mu\text{W}}{1 \text{ mW}} = -37.0 \text{ dBm}$$

Observe que los niveles de potencia en dBm en la salida de cualquier etapa se determinan fácilmente mediante la suma del nivel de potencia de entrada en dBm y la ganancia de la etapa en dB. Es por esta razón que muchos circuitos de comunicaciones expresan los niveles de potencia en decibeles en lugar de watts.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 3

Calcule el nivel de potencia a la salida de cada etapa en la figura 22-6.

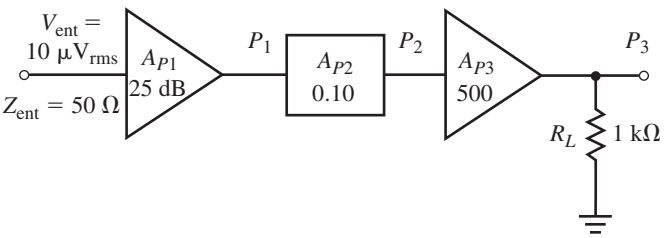


FIGURA 22-6

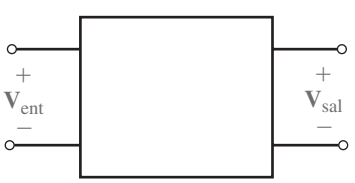
Respuestas
$P_1 = -62$ dBm, $P_2 = -72$ dBm, $P_3 = -45$ dBm

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 1

(Las respuestas están al final del capítulo)

1. Dado que un amplificador tiene una ganancia de potencia de 25 dB, calcule el nivel de potencia de salida en dBm para las siguientes características de entrada:
   a. $V_{ent} = 10$ mV_{rms}, $Z_{ent} = 50\ \Omega$.
   b. $V_{ent} = 10$ mV_{rms}, $Z_{ent} = 1\ k\Omega$.
   c. $V_{ent} = 400$ μV_{rms}, $Z_{ent} = 200\ \Omega$.
2. Dados los amplificadores con las siguientes características de salida, determine el voltaje de salida (en volts rms).
   a. $P_{sal} = 8.0$ dBm, $R_L = 50\ \Omega$.
   b. $P_{sal} = -16.0$ dBm, $R_L = 2\ k\Omega$.
   c. $P_{sal} = -16.0$ dBm, $R_L = 5\ k\Omega$.

22-3 Funciones de transferencia *RC* y *RL* simples



$$\mathbf{TF} = \frac{\mathbf{V}_{sal}}{\mathbf{V}_{ent}} = A_v\angle\theta$$

FIGURA 22-7

Los circuitos electrónicos por lo general operan de una manera altamente predecible. Si una cierta señal se aplica a la entrada de un sistema, la salida estará determinada por las características físicas del circuito. La frecuencia de la señal de entrada es una de la muchas condiciones físicas que determina la relación entre una señal dada y la salida resultante. Aunque están fuera del alcance de este libro, otras condiciones que pueden determinar la relación entre las señales de entrada y salida de un circuito dado son la temperatura, la luz, la radiación, etcétera.

Para cualquier sistema sometido a un voltaje de entrada sinusoidal, como se muestra en la figura 22-7, la **función de transferencia** se define como la razón del fasor de voltaje de salida con respecto al fasor de voltaje de entrada para cualquier frecuencia ω (en radianes por segundo).

$$\mathbf{TF}(\omega) = \frac{\mathbf{V}_{sal}}{\mathbf{V}_{ent}} = A_v\angle\theta \qquad \textbf{(22-12)}$$

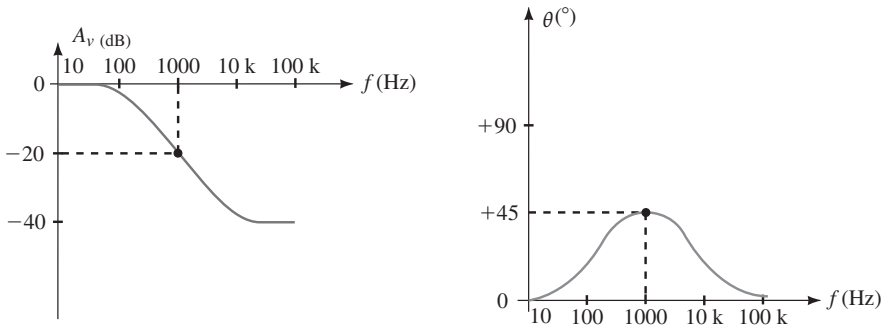
Observe que la definición de función de transferencia es casi la misma que la de ganancia de voltaje. La diferencia es que la función de transferencia toma en cuenta tanto la amplitud como el desplazamiento de fase de los voltajes, mientras que la ganancia de voltaje es sólo una comparación de amplitudes.

A partir de la ecuación 22-12 se observa que la amplitud de la función de transferencia es de hecho la ganancia de voltaje, una cantidad escalar. El ángulo de fase, θ, representa el desplazamiento de fase entre los fasores de voltaje de entrada y de salida. El ángulo θ será positivo si la salida se adelanta a la entrada y negativo si la salida se atrasa a la forma de onda de la entrada.

Si los elementos dentro del bloque de la figura 22-7 son resistores, entonces los voltajes de salida y de entrada siempre estarán en fase. Asimismo, ya que los resistores tienen el mismo valor en todas las frecuencias, la ganancia de voltaje permanecerá constante en todas las frecuencias. (En este texto no se toman en

cuenta las variaciones de resistencia debidas a frecuencias muy altas.) El circuito que resulta se denomina un atenuador porque la resistencia dentro del bloque disipará algo de potencia, reduciendo por tanto, (o atenuando) la señal conforme pasa a través del circuito.

Si los elementos dentro del bloque son combinaciones de resistores, inductores y capacitores, entonces el voltaje de salida y la fase de salida dependerán de la frecuencia debido a que las impedancias de los inductores y capacitores dependen de la frecuencia. La figura 22-8 ilustra un ejemplo de cómo el voltaje y el desplazamiento de fase de un circuito pueden cambiar como una función de la frecuencia.



(a) Ganancia de voltaje como una función de la frecuencia

(b) Desplazamiento de fase como una función de la frecuencia

FIGURA 22-8 Respuesta en frecuencia de un circuito.

Para examinar la operación del circuito en un amplio intervalo de frecuencias, la abscisa (eje horizontal) por lo general se muestra en una escala logarítmica. La ordenada (eje vertical) por lo general se muestra en una escala lineal en decibeles o en grados. Estas gráficas semilogarítmicas que muestran la respuesta en frecuencia de los filtros se conocen como **diagramas de Bode** y son muy útiles para predecir y comprender la operación de los filtros. Gráficas similares se usan para predecir la operación de los amplificadores y muchos otros componentes electrónicos.

Al examinar la respuesta en frecuencia de un circuito se es capaz de determinar a primera vista la ganancia de voltaje (en dB) y el desplazamiento de fase (en grados) para cualquier entrada sinusoidal a una frecuencia dada. Por ejemplo, a una frecuencia de 1000 Hz, la ganancia de voltaje es de −20 dB y el desplazamiento de fase es de 45°. Esto significa que la señal de salida es un décimo de la señal de entrada y la salida adelanta a la entrada por 45°.

A partir de la respuesta en frecuencia de la figura 22-8 se observa que el circuito que corresponde a esta frecuencia es capaz de dejar pasar señales de baja frecuencia, mientras que al mismo tiempo atenúa parcialmente las señales de alta frecuencia. Cualquier circuito que permita el paso de un intervalo de frecuencias particular mientras bloquea otros, se conoce como un **filtro** y por lo general se le denomina de acuerdo con su función; aunque algunos llevan el nombre de su inventor. El filtro que tiene la respuesta de la figura 22-8 se conoce como un filtro de escalón, ya que la ganancia de voltaje ocurre entre dos límites (escalones). Otros tipos que se suelen usar en circuitos eléctricos y electrónicos incluyen los filtros pasabajas, pasaaltas, pasabanda y supresor de banda.

Aunque el diseño de los filtros es un tema en sí mismo, se examinarán los diagramas de Bode de algunos tipos comunes de filtros que se usan en los circuitos electrónicos.

Bosquejo de los diagramas de Bode

Para comprender la operación de un filtro (o cualquier otro sistema que dependa de la frecuencia) es de gran ayuda dibujar primero los diagramas de Bode. Todos

los sistemas de primer orden (aquellos que consisten en combinaciones *RC* o *RL*) tienen funciones de transferencia que se construyen a partir de sólo cuatro posibles formas (y quizá una constante). Si la ganancia de voltaje se expresa en decibeles, se encuentra que los diagramas de Bode de expresiones más complejas se determinan simplemente como sumas aritméticas de estas formas más simples. Para empezar se examinan las cuatro formas posibles y luego se combinan para determinar la respuesta en frecuencia de funciones de transferencia más complicadas. En cada una de las formas, el valor de tau (τ) es simplemente una constante de tiempo determinada por los componentes del circuito.

Una consideración importante de las funciones de transferencia es que las condiciones de frontera siempre deben satisfacerse. Las condiciones de frontera de una función de transferencia o de un circuito filtro se determinan mediante un examen las características cuando $\omega \to \infty$.

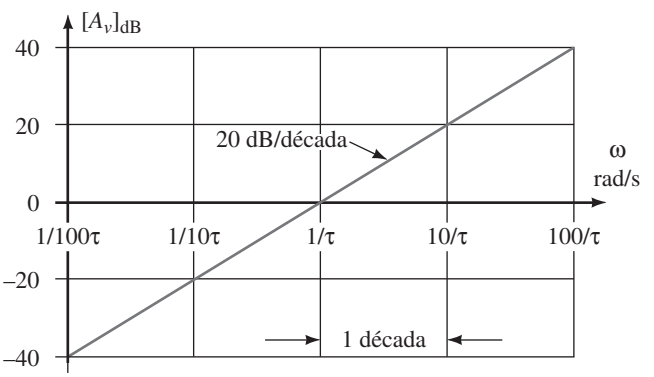
1. **TF** $= j\omega\tau = \omega\tau\angle 90°$
   La ganancia de voltaje de la función de transferencia anterior es $A_V = \omega\tau$. Al examinar las condiciones de frontera, se observa que la ganancia de voltaje es $A_v = 0$ cuando $\omega = 0$ y $A_v = \infty$ cuando $\omega \to \infty$. (Aunque una función de transferencia que consiste sólo de estos términos no puede ocurrir en sistemas reales, es un componente importante cuando se combina con otros términos.) En decibeles la ganancia de voltaje se vuelve $[A_V]_{dB} = 20 \log \omega\tau$. Observe que la ganancia de voltaje de esta expresión aumenta cuando se incrementa la frecuencia.

   A una frecuencia de $\omega = 1/\tau$, la función de transferencia se evalúa como **TF** $= j1 = 1\angle 90°$. La ganancia de voltaje es $A_V = 1$ la cual es equivalente a $[A_V]_{dB} = 20 \log 1 = 0$ dB.

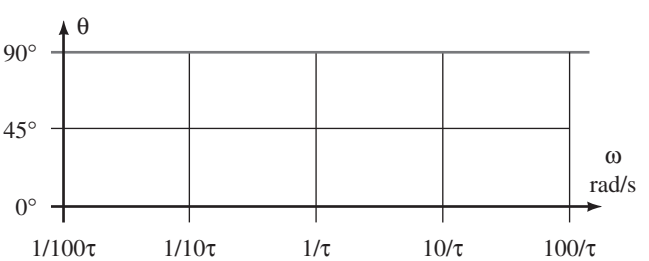
   Si la frecuencia se incrementa por un factor de 10 (incremento de una década) a $\omega = 10/\tau$, la función de transferencia se vuelve **TF** $= j10 = 10\angle 90°$. La ganancia de voltaje de $A_V = 10$ equivale a $[A_V]_{dB} = 20 \log 10 = 20$ dB. Esto ilustra que la ganancia de la función de transferencia se incrementa a una tasa de 20 dB/década. Si la frecuencia se hubiera duplicado (incrementándose por una **octava**), la función de transferencia sería **TF** $= j2 = 2\angle 90°$. La ganancia de voltaje $A_V = 2$ es equivalente a $[A_V]_{dB} = 20 \log 2 = 6$ dB. Esto ilustra que la ganancia de la función de transferencia se incrementa a una tasa de 6 dB/octava. (Aquí una pendiente de 20 dB/década equivale a 6 dB/octava.)

   Para la función de transferencia dada, el ángulo de fase (del voltaje de salida con respecto al voltaje de entrada) es una constante de 90°. En consecuencia, una señal sinusoidal aplicada a la entrada resultará en una señal de salida que siempre se adelanta a la entrada por 90°.

   Los diagramas de Bode para la función de transferencia aparecen como se muestra en la figura 22-9.



(a) Respuesta de ganancia de voltaje para funciones de transferencia de la forma **TF** = $j\omega\tau$



(b) Respuesta del desplazamiento de fase para funciones de transferencia de la forma **TF** = $j\omega\tau$

FIGURA 22-9

2. $\mathbf{TF} = 1 + j\omega\tau$

Al examinar la expresión anterior, se determina que la magnitud de esta función de transferencia también se incrementa a medida que ω aumenta. Sin embargo, a diferencia de la forma de la función de transferencia anterior, la magnitud nunca es menor que 1. Para pequeños valores de frecuencia ω, el término real "predomina" sobre el término imaginario, lo que resulta en $\mathbf{TF} \approx 1 + j0 = 1\angle 0°$. Para valores grandes de la frecuencia pasa lo opuesto; el término imaginario "predomina" sobre el término real, lo que resulta en $\mathbf{TF} \approx j\omega\tau = \omega\tau\angle 90°$.

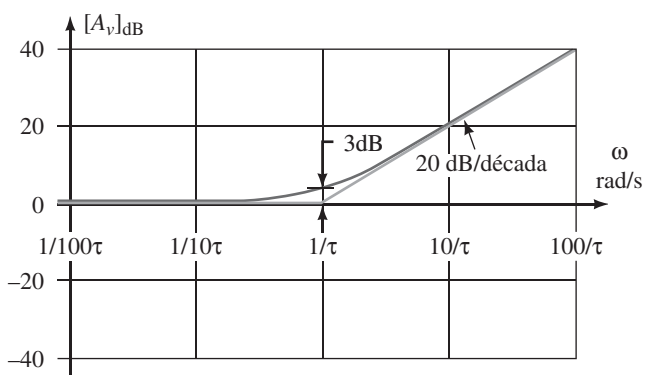
Ahora, la pregunta es *"¿qué se entiende por una frecuencia pequeña y una frecuencia grande?"*. Examine lo que pasa a una frecuencia de $\omega_c = 1/\tau$. A esta frecuencia, la función de transferencia simplemente se vuelve $\mathbf{TF} = 1 + j1 = \sqrt{2}\angle 45°$. La ganancia de voltaje es equivalente a $A_v = 20 \log\sqrt{2} = 3.0$ dB. La frecuencia $\omega_c = 1/\tau$ a menudo se conoce como **frecuencia de corte**, **frecuencia crítica** o **frecuencia de ruptura**. Si se disminuyera la frecuencia de manera que fuera 1/10 de la frecuencia de corte, se tendría $\mathbf{TF} = 1 + j0.1 = 1.005\angle 5.71°$. Dos características muy importantes se hacen evidentes para frecuencias por debajo de la frecuencia de corte:

i. La ganancia de voltaje es prácticamente constante en $A_v = 1 \equiv 0$ dB y
ii. El desplazamiento de fase por debajo de 0.1 ω_c es esencialmente constante en 0°.

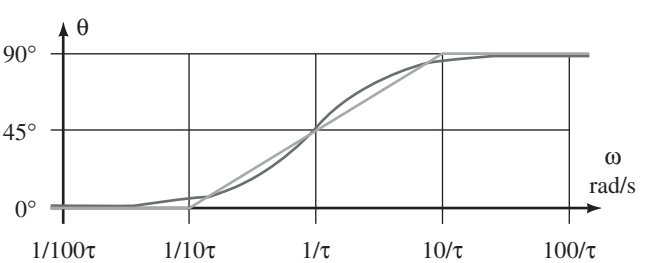
En seguida se examina qué pasa a una frecuencia de $\omega = 10\omega_c$. A esta frecuencia más alta, la función de transferencia se vuelve $\mathbf{TF} = 1 + j10 = 10.05\angle 84.29°$. La ganancia de voltaje es equivalente a $A_v = 20 \log 10.05 = 20.04$ dB. Un análisis adicional mostraría que a $\omega = 100\ \omega_c$, la ganancia de voltaje es 40 dB. Dos características muy importantes son evidentes para frecuencias por arriba de la frecuencia de corte:

i. La ganancia de voltaje se eleva a una tasa de 20 dB/década ≡ 6 dB/octava y
ii. El desplazamiento de fase por arriba de $10\omega_c$ es prácticamente constante a 90°.

Cuando se dibujan los diagramas de Bode para esta función de transferencia, la respuesta de ganancia de voltaje se aproxima a 0 dB para todas las frecuencias menores que $\omega_c = 1/\tau$ y se eleva a una tasa de 20 dB/década para todas las frecuencias por arriba de $\omega_c = 1/\tau$. La respuesta de desplazamiento de fase es un poco más complicada. El desplazamiento de fase se aproxima a 0° para $\omega < 0.1\omega_c$ y a 90° para $\omega > 10\omega_c$. En la región entre 0.1 ω_c y $10\omega_c$ el desplazamiento de fase se aproxima a 45°/década. La figura 22-10 ilustra las aproximaciones de línea recta y las curvas reales para una función de transferencia de la forma $\mathbf{TF} = 1 + j\omega\tau$.



(a) Respuesta de ganancia de voltaje para funciones de transferencia de la forma $\mathbf{TF} = 1 + j\omega\tau$

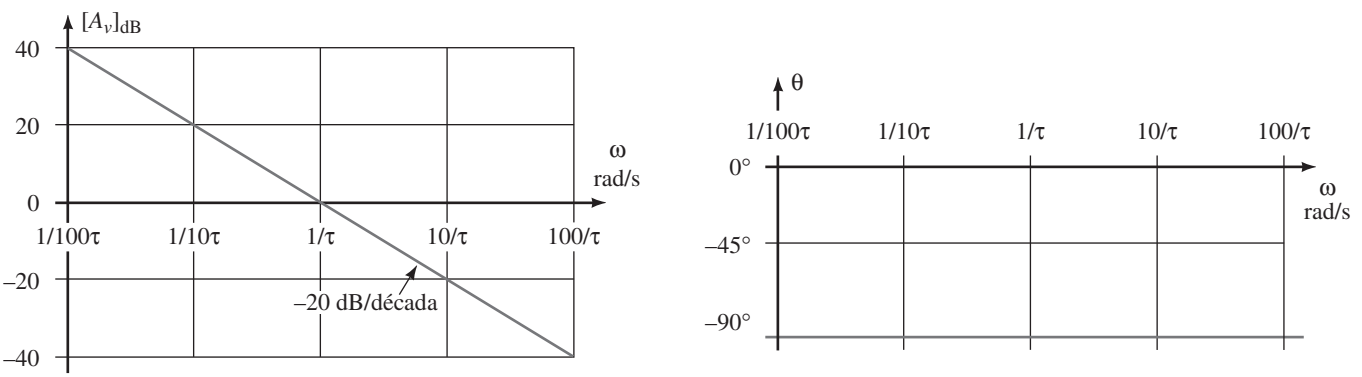


(b) Respuesta de desplazamiento de fase para funciones de transferencia de la forma $\mathbf{TF} = 1 + j\omega\tau$

FIGURA 22-10

3. $\mathbf{TF} = \dfrac{1}{j\omega\tau}$

Una función de transferencia de esta forma también se puede escribir como $\mathbf{TF} = \dfrac{1}{\omega\tau\angle 90°} = \dfrac{1}{\omega\tau}\angle -90°$, lo cual ilustra que la ganancia de voltaje es infinitamente grande cuando $\omega = 0$ y disminuye conforme la frecuencia se incrementa. Debido al operador j en el denominador, también es evidente que el desplazamiento de fase es $-90°$ para todas las frecuencias. (De nuevo, ningún sistema real de componentes electrónicos tendrá una función de transferencia que consista sólo de este término.) Los diagramas de Bode para la función de transferencia del tipo $\mathbf{TF} = \dfrac{1}{j\omega\tau}$ se muestran en la figura 22-11.



(a) Respuesta de ganancia de voltaje para funciones de transferencia de la forma $\mathbf{TF} = \dfrac{1}{j\omega\tau}$

(b) Respuesta de desplazamiento de fase para funciones de transferencia de la forma $\mathbf{TF} = \dfrac{1}{j\omega\tau}$

FIGURA 22-11

4. $\mathbf{TF} = \dfrac{1}{1 + j\omega\tau}$

La magnitud de esta función de transferencia disminuye conforme ω se incrementa. Sin embargo, a diferencia de la función de transferencia previa, la ganancia de voltaje nunca será mayor que 1. Para pequeños valores de ω el término real "predomina" sobre el término imaginario, lo que resulta en $\mathbf{TF} \approx \dfrac{1}{1 + j0} = \dfrac{1}{1\angle 0°} = 1\angle 0°$. Para valores grandes de la frecuencia ocurre lo opuesto; el término imaginario "predomina" sobre el término real lo que resulta en $\mathbf{TF} \approx \dfrac{1}{j\omega\tau} = \dfrac{1}{\omega\tau\angle 90°} = \dfrac{1}{\omega\tau}\angle -90°$.

Una vez más, la frecuencia de corte ocurre en $\omega_c = 1/\tau$. A esta frecuencia la función de transferencia resulta en un valor de $\mathbf{TF} = \dfrac{1}{1 + j1} = \dfrac{1}{\sqrt{2}\angle 45°} = 0.7071\angle -45°$. A la frecuencia de corte se encuentra que la ganancia de voltaje (en decibeles) es $A_v = 20 \log 0.7071 = -3.0$ dB. Se observa que para un filtro que tiene esta función de transferencia, la potencia de salida a la frecuencia de corte está 3 dB por debajo de su valor máximo. Recuerde que una "ganancia" de -3 dB resulta en una potencia de salida que es la mitad de la potencia máxima.

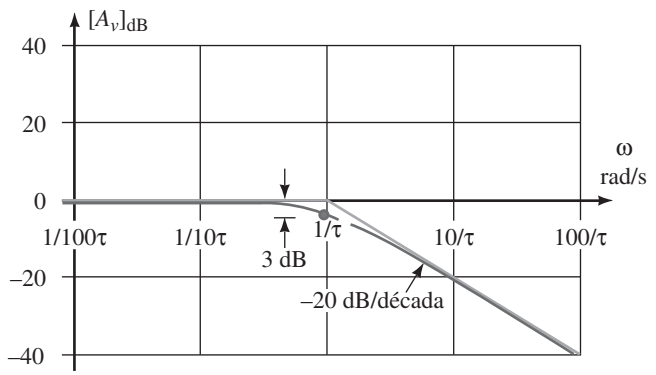
Para un filtro que tiene una función de transferencia de la forma $\mathbf{TF} = \dfrac{1}{1 + j\omega\tau}$, dos características son evidentes para frecuencias por debajo de la frecuencia de corte:

i. La ganancia de voltaje es prácticamente constante en $A_v = 1 \equiv 0$ dB y
ii. El desplazamiento de fase por debajo de $0.1\omega_c$ es prácticamente constante en 0°.

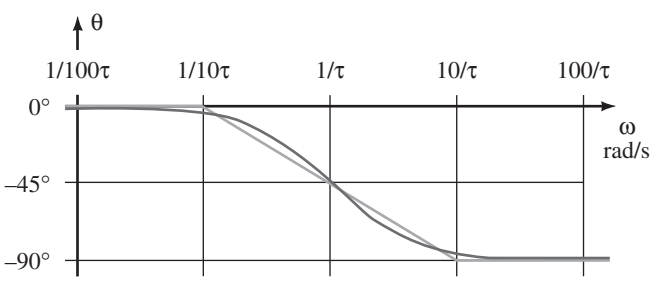
Para frecuencias por arriba de la frecuencia de corte:

i. La ganancia de voltaje cae a una tasa de 20 dB/década ≡ 6 dB/octava y
ii. El desplazamiento de fase por arriba de $10\omega_c$ es en esencia constante a −90°.

Cuando se dibujan los diagramas de Bode para esta función de transferencia, la respuesta de ganancia de voltaje se aproxima a 0 dB para todas las frecuencias menores que $\omega_c = 1/\tau$ y disminuye a una tasa de 20 dB/década para todas las frecuencias por arriba de $\omega_c = 1/\tau$. El desplazamiento de fase se aproxima a 0° para $\omega < 0.1\omega_c$ y a −90° para $\omega > 10\omega_c$. En la región entre $0.1\ \omega_c$ y $10\omega_c$, se hace la aproximación de que el desplazamiento de fase tiene una pendiente de −45°/década. La figura 22-12 muestra las aproximaciones de línea recta y las curvas reales para una función de transferencia de la forma $\mathbf{TF} = \dfrac{1}{1 + j\omega\tau}$.



(a) Respuesta de ganancia de voltaje para funciones de transferencia de la forma $\mathbf{TF} = \dfrac{1}{1 + j\omega\tau}$



(b) Respuesta de desplazamiento de fase para funciones de transferencia de la forma $\mathbf{TF} = \dfrac{1}{1 + j\omega\tau}$

FIGURA 22-12

Ahora está listo para ver cómo las diferentes formas descritas se pueden combinar para graficar las funciones de transferencia de circuitos reales.

EJEMPLO 22-6

Dada $\mathbf{TF} = \dfrac{10}{1 + j0.001\omega}$

a. Determine las condiciones de frontera.
b. Calcule la frecuencia de corte en rad/s y en Hz.
c. Grafique la aproximación de línea recta de la respuesta de ganancia de voltaje.
d. Grafique la aproximación de línea recta de la respuesta de desplazamiento de fase.

Solución

a. Cuando $\omega = 0$, la función de transferencia se simplifica a **TF** $= 10 = 10\angle 0°$. La ganancia de voltaje es $A_v = 20 \log 10 = 20$ dB. Y el desplazamiento de fase es 0°. Conforme $\omega \to \infty$, la magnitud de la función de transferencia se aproxima a cero y el desplazamiento de fase será $-90°$ (ya que el término real en el denominador será minimizado por el término imaginario).

b. La frecuencia de corte se determina como

$$\omega_c = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{0.001} = 1000 \text{ rad/s} \quad (f_c = \omega_c/2\pi = 159.15 \text{ Hz})$$

c. La respuesta de ganancia de voltaje se muestra en la figura 22-13.

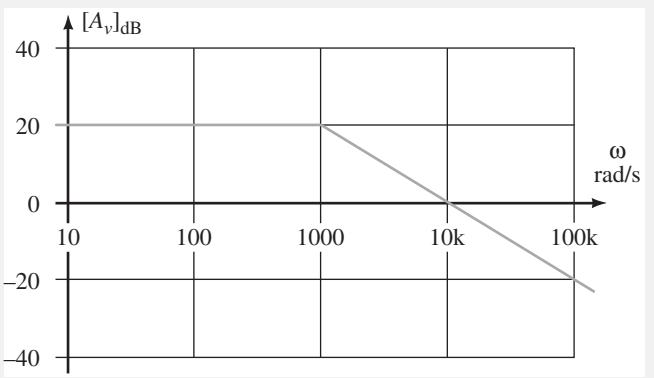


FIGURA 22-13

d. La respuesta de desplazamiento de fase se muestra en la figura 22-14.

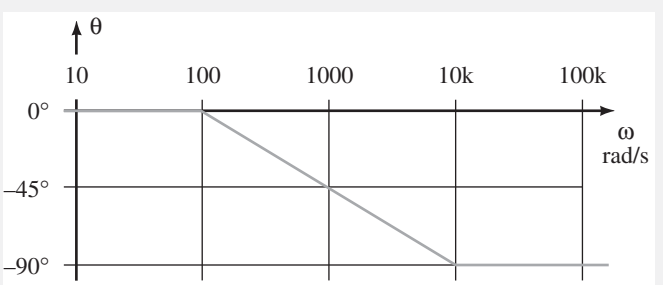


FIGURA 22-14

Nota: al examinar las curvas de respuesta para la función de transferencia dada, se observa que éstas representan las características de un filtro pasabajas. La notable excepción es que un filtro pasivo (que consiste sólo de resistores, capacitores e inductores) puede no tener una ganancia de voltaje mayor que la unidad ($A_v = 1$). En consecuencia, se debe concluir que el filtro incluye un componente activo, como un transistor o un amplificador operacional.

EJEMPLO 22-7

Dada $\mathbf{TF} = \dfrac{j0.001\omega}{1 + j0.002\omega}$

a. Determine las condiciones de frontera.

b Calcule la frecuencia de corte en rad/s y en Hz.

c. Grafique la aproximación de línea recta de la respuesta de ganancia de voltaje.

d. Grafique la aproximación de línea recta de la respuesta de desplazamiento de fase.

Solución

a. Cuando $\omega = 0$, el numerador de la función de transferencia es j0 y el denominador es 1. Por tanto, la función de transferencia completa se simplifica a $\mathbf{TF} = \text{j}0 = 0\angle 90°$. Esto indica que para bajas frecuencias, la ganancia de voltaje es muy baja y que hay un desplazamiento de fase de 90°. Conforme $\omega \to \infty$, el numerador será j0.001ω, en tanto que el denominador se simplifica a j0.002ω (ya que el término real se minimiza). La función de transferencia reluctancia queda simplificada como $\mathbf{TF} = 0.5 = 0.5\angle 0°$. Esto corresponde a una ganancia $A_v = 20 \log 0.5 = -6.0$ dB y un desplazamiento de fase de 0°.

b. La función de transferencia dada tiene dos frecuencias principales de interés. La primera se debe al numerador, la cual resulta en el componente de la línea recta que tiene una ganancia de 0 dB cuando $\omega = 1000$ rad/s. La segunda frecuencia se debe al denominador, lo que resulta en una frecuencia de corte de $\omega = 500$ rad/s (f = 79.6 Hz).

c. La figura 22-15 muestra la aproximación de línea recta de la ganancia de voltaje debida a cada término en la función de transferencia así como la aproximación de línea recta de la combinación. (La resultante está destacada.)

d. La figura 22-16 muestra la respuesta de fase de los términos individuales así como el efecto combinado que resulta. (La resultante está destacada.)

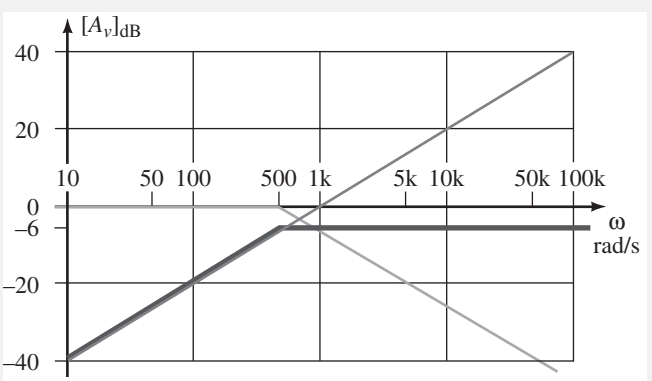


FIGURA 22-15

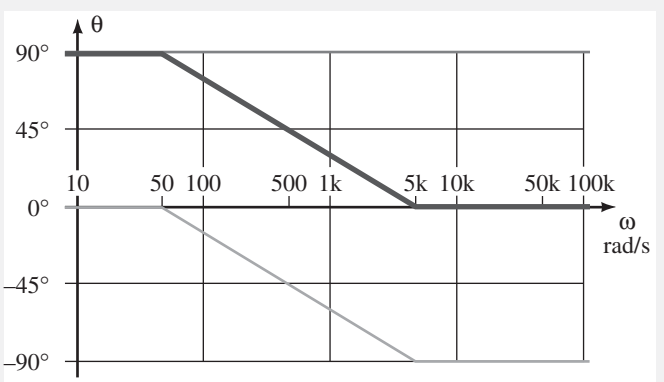


FIGURA 22-16

Nota: el resultado de este ejemplo ilustra que las gráficas de la respuesta en frecuencia de las funciones de transferencia se determinaron mediante la combinación aritmética de los resultados debidos a cada componente de la función de transferencia. Aunque las gráficas que resultan pueden en ocasiones ser complicadas, es importante darse cuenta de que se usan sumas simples en todos los casos.

Otra consideración importante cuando se dibujan los diagramas de Bode es recordar que las condiciones de frontera de las curvas de respuesta en frecuencia deben satisfacer las condiciones de frontera calculadas para la función de transferencia. Después de revisar la figura 22-15, se observa que para altas frecuencias (superiores a 500 rad/s) la ganancia de voltaje es −6 dB. Este es precisamente el valor que se calculó a partir de la función de transferencia. De manera similar, se observa que la curva de la respuesta de fase de la figura 22-16 satisface las condiciones de frontera de 90° para $\omega = 0$ y 0° cuando $\omega \to \infty$ respectivamente.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 4

Grafique la aproximación de línea recta para cada una de las funciones de transferencia que se dan.

a. $\mathbf{TF} = 1 + j0.02\omega$

b. $\mathbf{TF} = \dfrac{100}{1 + j0.005\omega}$

c. $\mathbf{TF} = \dfrac{1 + j0.02\omega}{20(1 + j0.002\omega)}$

Respuestas

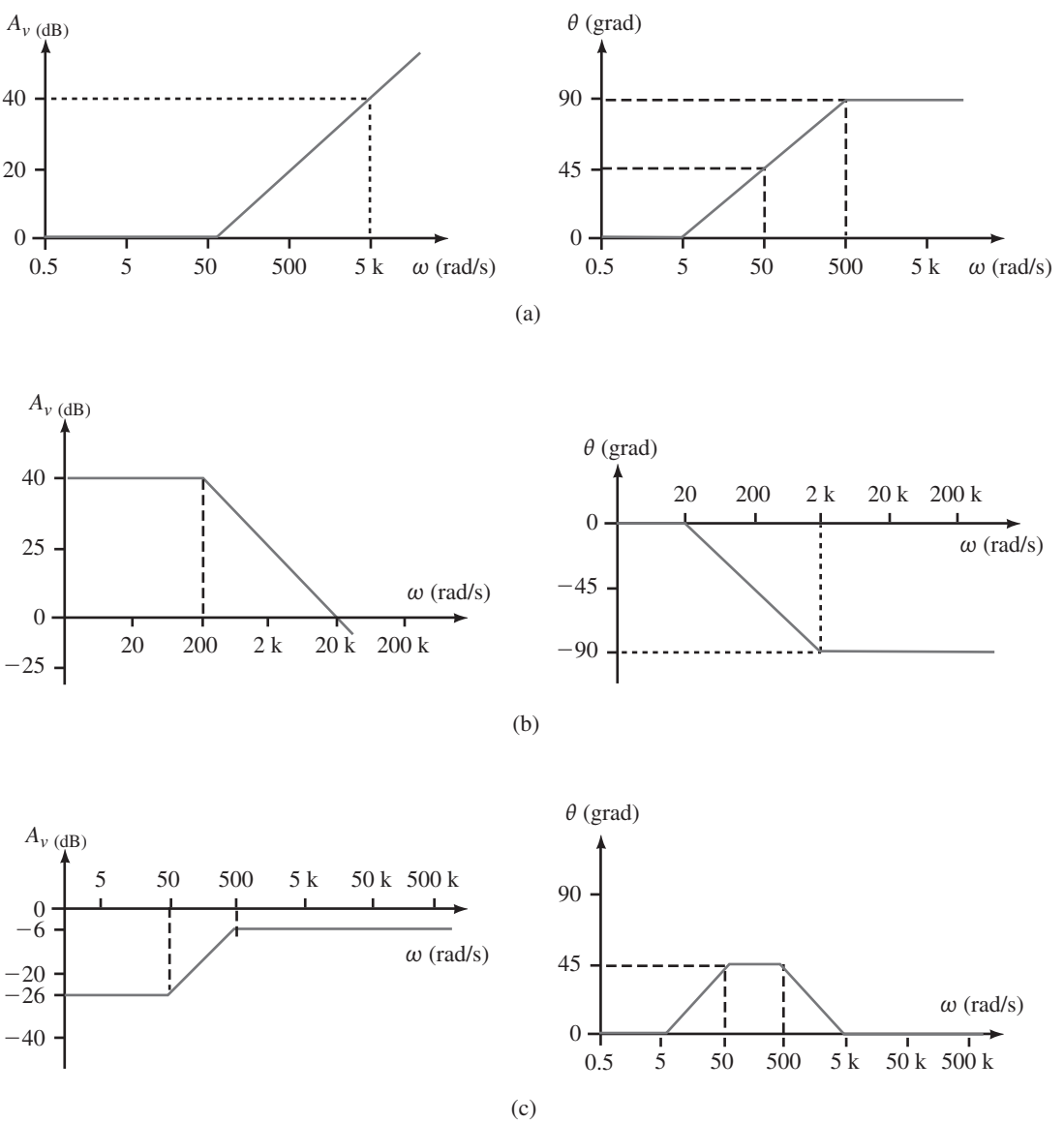


FIGURA 22-17

Escritura de las funciones de transferencia

La función de transferencia de cualquier circuito se encuentra siguiendo algunos pasos simples. Como ya se ha visto, una función de transferencia escrita correctamente permite calcular con facilidad las frecuencias de corte y bosquejar con rapidez el correspondiente diagrama de Bode del circuito. Los pasos son los siguientes:

1. Determine las condiciones de frontera para el circuito obteniendo la ganancia de voltaje cuando la frecuencia es cero (cd) y cuando la frecuencia tiende a infinito. Las condiciones de frontera se encuentran usando las siguientes aproximaciones:

   En $\omega = 0$, los inductores son cortocircuitos, los capacitores son circuitos abiertos.
   En $\omega \to \infty$, los inductores son circuitos abiertos, los capacitores son cortocircuitos.

   Con las aproximaciones anteriores, todos los capacitores e inductores se eliminan con facilidad del circuito. La ganancia de voltaje que resulta se determina para cada condición de frontera simplemente aplicando la regla del divisor de voltaje.
2. Se usa la regla del divisor de voltaje para plantear la expresión general para la función de transferencia en términos de la frecuencia ω. Con el fin de simplificar el álgebra, todos los vectores de reactancia capacitiva e inductiva se escriben como:

$$\mathbf{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$$

   y

$$\mathbf{Z}_L = j\omega L$$

3. Se simplifica la función de transferencia que resulta de manera que quede en el siguiente formato:

$$\mathbf{TF} = \frac{(j\omega\tau_{Z_1})(1 + j\omega\tau_{Z_2}) \cdots (1 + j\omega\tau_{Z_n})}{(j\omega\tau_{P_1})(1 + j\omega\tau_{P_2}) \cdots (1 + j\omega\tau_{P_m})}$$

   Una vez que se tiene el formato anterior, es buena práctica verificar las condiciones de frontera que se encontraron en el paso 1, las cuales se determinan algebraicamente al establecer primero $\omega = 0$ y determinar la ganancia de voltaje de cd que resulta. En seguida se declara que $\omega \to \infty$. Los diversos términos $(1 + j\omega\tau)$ de la función de transferencia se pueden aproximar ahora como simplemente $j\omega\tau$, porque los términos imaginarios serán mucho más grandes ($\geq$10) que los componentes reales. La ganancia que resulta dará la ganancia de alta frecuencia.
4. Se determina(n) la(s) frecuencia(s) de ruptura en $\omega = 1/\tau$ (en radianes por segundo), las constantes de tiempo se expresarán como $\tau = RC$ o $\tau = L/R$.
5. Se grafica la aproximación de línea recta considerando por separado los efectos de cada término en la función de transferencia.
6. Se grafica la respuesta real del circuito a partir de la aproximación. La respuesta de ganancia de voltaje real será una curva suave y continua que sigue la curva asintótica pero que por lo general tiene una diferencia de 3 dB en la frecuencia(s) de corte. Esta aproximación no se cumplirá si dos frecuencias de corte están separadas menos de una década. La respuesta de desplazamiento de fase real tendrá el mismo valor que la aproximación en la frecuencia de corte. A frecuencias de una década por arriba y una década por debajo de la frecuencia de corte, el desplazamiento de fase real será 5.71° de la aproximación de línea recta.

Estos pasos se usarán ahora en el análisis de varios tipos de filtros importantes.

22-4 El filtro pasabajas

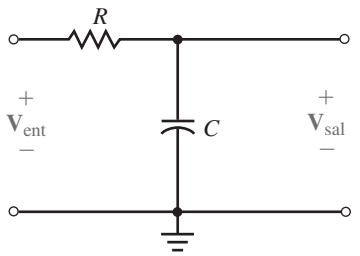


FIGURA 22-18 Filtro pasabajas *RC*.

El filtro pasabajas *RC*

El circuito de la figura 22-18 se conoce como un circuito filtro *RC* pasabajas por que permite el paso de señales de baja frecuencia desde la entrada hasta la salida mientras atenúa las señales de alta frecuencia.

A bajas frecuencias el capacitor tiene una reactancia muy grande, en consecuencia, se comporta en esencia como un circuito abierto, que resulta en un voltaje en el capacitor V_{sal}, que es prácticamente igual al voltaje aplicado V_{ent}.

A altas frecuencias, el capacitor tiene una reactancia muy pequeña, la cual prácticamente pone en cortocircuito las terminales de salida. Por tanto, el voltaje en la salida se aproximará a cero conforme la frecuencia se incrementa. Aunque es factible predecir con facilidad qué pasa en las dos frecuencias extremas, llamadas condiciones de frontera, no se conoce qué ocurre entre los dos extremos.

El circuito de la figura 22-18 se analiza con facilidad al aplicar la regla del divisor de voltaje. A saber,

$$\mathbf{V}_{sal} = \frac{\mathbf{Z}_C}{\mathbf{R} + \mathbf{Z}_C}\mathbf{V}_{ent}$$

Con el fin de simplificar el álgebra, la reactancia de un capacitor se expresa como:

$$\mathbf{Z}_C = -j\frac{1}{\omega C} = -j\frac{j}{j\omega C} = \frac{1}{j\omega C} \qquad \textbf{(22-13)}$$

La función de transferencia para el circuito de la figura 22-18 se avalúa ahora como sigue:

$$\mathbf{TF}(\omega) = \frac{\mathbf{V}_{sal}}{\mathbf{V}_{ent}} = \frac{\dfrac{1}{j\omega C}}{R + \dfrac{1}{j\omega C}} = \frac{\dfrac{1}{j\omega C}}{\dfrac{1 + j\omega RC}{j\omega C}}$$

$$= \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

Se define la frecuencia de corte ω_c, como aquella en la cual la potencia de salida es igual a la mitad de la potencia de salida máxima (3 dB por debajo de la máxima). Esta frecuencia ocurre cuando el voltaje de salida tiene una amplitud de 0.7071 del voltaje de entrada. Para el circuito *RC*, la frecuencia de corte ocurre en

$$\omega_c = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC} \qquad \textbf{(22-14)}$$

La función de transferencia se escribe ahora como

$$\mathbf{TF}(\omega) = \frac{1}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_c}} \qquad \textbf{(22-15)}$$

La función de transferencia anterior da como resultado el diagrama de Bode que se muestra en la figura 22-19.

Observe que las abscisas (ejes horizontales) de las gráficas en la figura 22-19 se muestran como una razón ω/ω_c. A estas gráficas se les llama gráficas normalizadas y eliminan la necesidad de determinar la frecuencia de corte real ω_c. La gráfica normalizada tendrá los mismos valores para todos los filtros *RC* pasabajas.

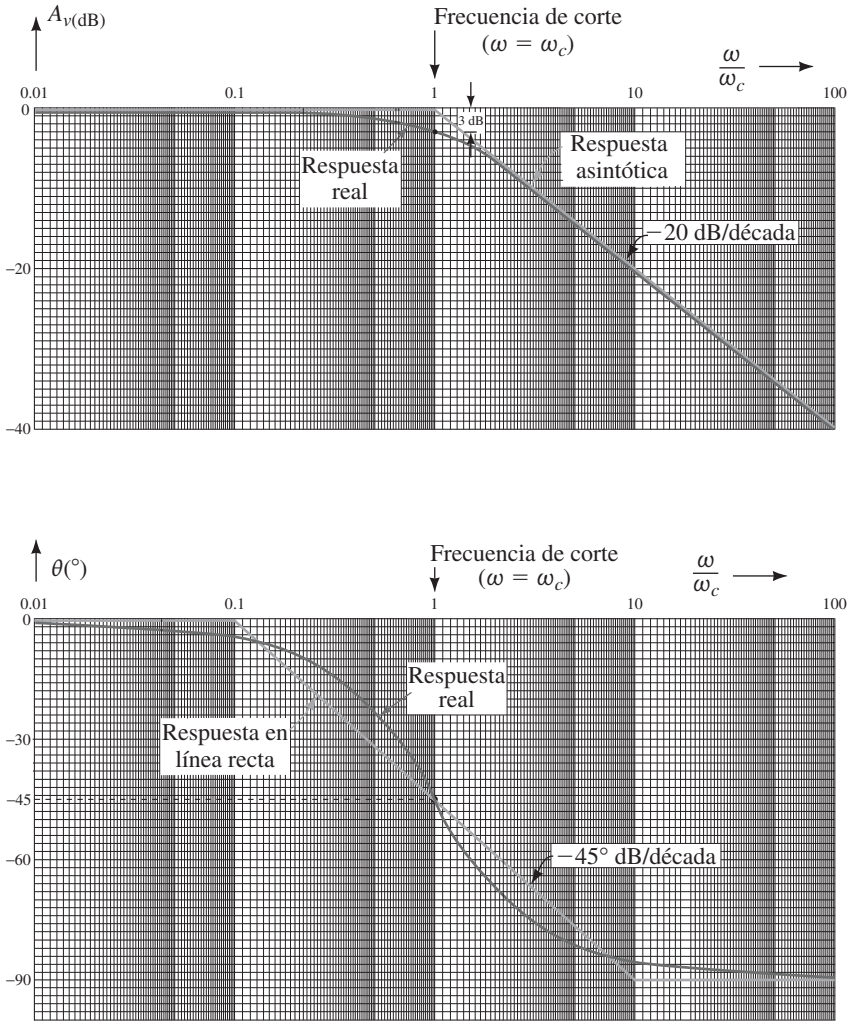


FIGURA 22-19 Respuesta en frecuencia normalizada para un filtro pasabajas *RC*.

La respuesta en frecuencia real del filtro pasabajas *RC* se puede estimar a partir de la aproximación de línea recta usando las siguientes guías:

1. A bajas frecuencias ($\omega/\omega_c \leq 0.1$) la ganancia de voltaje es aproximadamente 0 dB con un desplazamiento de fase de casi 0°. Esto significa que la señal de salida del filtro es casi igual a la señal de entrada. El desplazamiento de fase en $\omega = 0.1\omega_c$ será de 5.71° menos que la aproximación de línea recta.
2. En la frecuencia de corte $\omega_c = 1/RC$ ($f_c = 1/2\pi RC$), la ganancia del filtro es −3 dB. Esto significa que en la frecuencia de corte, el circuito suministrará la mitad de la potencia que enviaría a muy bajas frecuencias. A la frecuencia de corte, el voltaje de salida estará en atraso con respecto al voltaje de entrada por 45°.
3. Conforme la frecuencia se incrementa más allá de la frecuencia de corte, la amplitud de la señal de salida disminuye por un factor de aproximadamente diez por cada incremento de 10 en la frecuencia; esto es, la ganancia de voltaje es −20 dB por década. El desplazamiento de fase en $\omega = 10\omega_c$ será 5.71° mayor que la aproximación de línea recta, es decir que $\theta = -84.29°$. Para altas frecuencias ($\omega/\omega_c \geq 10$), el desplazamiento de fase entre el voltaje de entrada y de salida se aproxima a −90°.

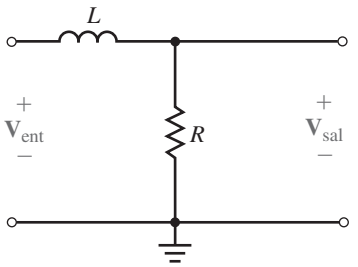


FIGURA 22-20 Filtro pasabajas *RL*.

El filtro pasabajas *RL*

Un circuito filtro pasabajas puede construirse con un resistor y un inductor como se ilustra en la figura 22-20.

De manera similar a la que se usó en el filtro pasabajas *RC*, se puede escribir la función de transferencia para el circuito de la figura 22-20 como sigue:

$$\mathbf{TF} = \frac{\mathbf{V}_{sal}}{\mathbf{V}_{ent}} = \frac{\mathbf{R}}{\mathbf{R} + \mathbf{Z}_L} = \frac{R}{R + j\omega L}$$

Ahora, al dividir el numerador y el denominador por R, se tiene la función de transferencia expresada como

$$\mathbf{TF} = \frac{1}{1 + j\omega \dfrac{L}{R}}$$

Ya que la frecuencia de corte se encuentra que es $\omega_c = 1/\tau$, se tiene

$$\omega_c = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{\dfrac{L}{R}} = \frac{R}{L}$$

y así

$$\mathbf{TF} = \frac{1}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_c}} \qquad \textbf{(22-16)}$$

Observe que la función de transferencia para el circuito pasabajas *RL* en la ecuación 22-16 es idéntica a la función de transferencia de un circuito *RC* en la ecuación 22-15. En cada caso, la frecuencia de corte se determina como el recíproco de la constante de tiempo.

EJEMPLO 22-8

Grafique el diagrama de Bode para el circuito de la figura 22-21, muestre tanto la aproximación de línea recta como las curvas de respuesta real. Muestre las frecuencias en hertz.

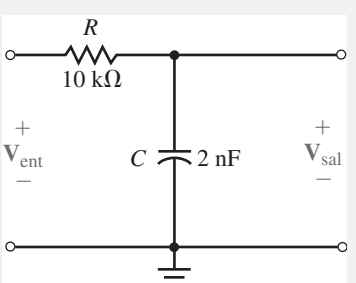


FIGURA 22-21

MULTISIM

Solución La frecuencia de corte (en radianes por segundo) para el circuito ocurre en

$$\omega_c = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC} = \frac{1}{(10\ \text{k}\Omega)(2\ \text{nF})} = 50\ \text{krad/s}$$

lo cual da

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{50 \text{ krad/s}}{2\pi} = 7.96 \text{ kHz}$$

Para bosquejar el diagrama de Bode, se empieza con las asíntotas para la respuesta de ganancia de voltaje. El circuito tendrá una respuesta plana hasta $f_c = 7.96$ kHz. Entonces, la ganancia caerá a una tasa de 20 dB por cada década de incremento en la frecuencia. Por tanto, la ganancia de voltaje en 79.6 kHz será de -20 dB y en 796 kHz la ganancia de voltaje será de -40 dB. A la frecuencia de corte para el filtro, la respuesta de ganancia de voltaje real pasará a través de un punto que está 3 dB por debajo de la intersección de las dos asíntotas. La respuesta en frecuencia de la ganancia de voltaje se muestra en la figura 22-22(a).

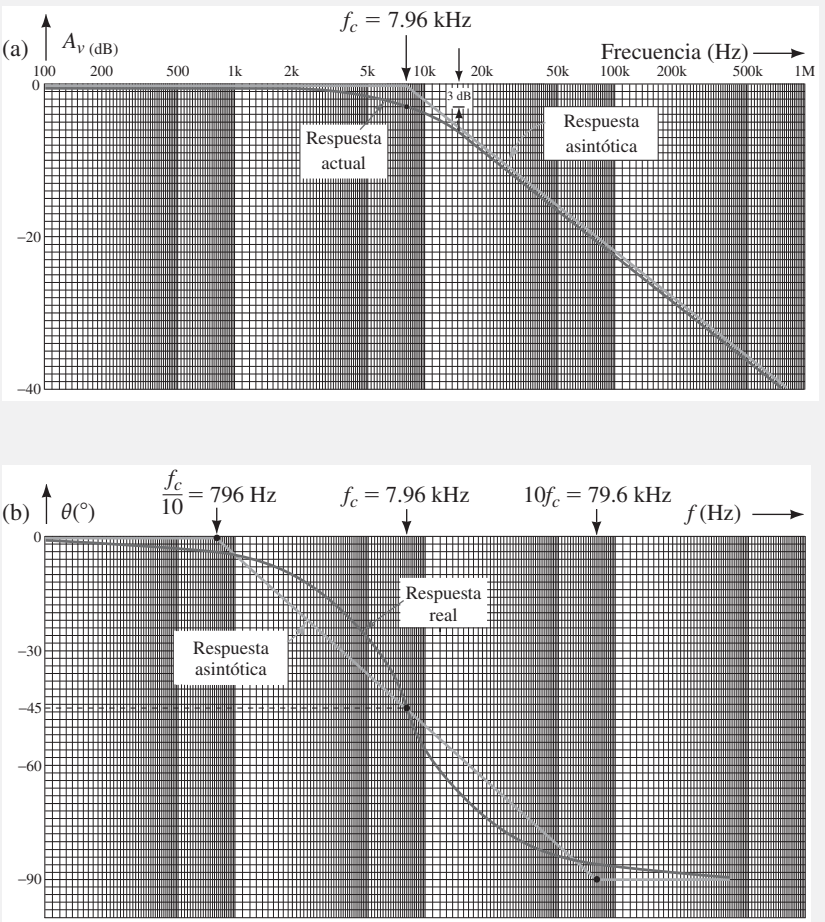


FIGURA 22-22

En seguida se grafica la respuesta de desplazamiento de fase aproximada. El desplazamiento de fase a 7.96 kHz será de $-45°$. A una frecuencia de una década por debajo de la frecuencia de corte (a 796 Hz) el desplazamiento de fase será aproximadamente igual a cero, mientras que a una frecuencia de una década por arriba de la frecuencia de corte (en 79.6 kHz) el desplazamiento de fase estará cerca del máximo de $-90°$. La respuesta de desplazamiento de fase real será una curva que varía ligeramente de la respuesta asintótica, como se muestra en la figura 22-22(b).

EJEMPLO 22-9

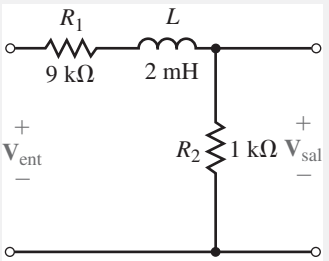


FIGURA 22-23

MULTISIM

Considere el circuito pasabajas de la figura 22-23:

a. Escriba la función de transferencia del circuito.
b. Grafique la respuesta en frecuencia.

Solución

a. La función de transferencia del circuito se encuentra como

$$\mathbf{TF} = \frac{\mathbf{V}_{sal}}{\mathbf{V}_{ent}} = \frac{R_2}{R_2 + R_1 + j\omega L}$$

la cual se puede escribir como

$$\mathbf{TF} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\left(\frac{1}{1 + j\omega\dfrac{L}{R_1 + R_2}}\right)$$

b. A partir de la función de transferencia del inciso (a), se observa que la ganancia de cd no será mayor que 1 (0 dB) y se encuentra como

$$\begin{aligned} A_{v(\text{dc})} &= 20\log\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) \\ &= 20\log\left(\frac{1}{10}\right) \\ &= -20 \text{ dB} \end{aligned}$$

La frecuencia de corte ocurre en

$$\omega_c = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{\dfrac{L}{R_1 + R_2}}$$

$$\omega_c = \frac{R_1 + R_2}{L} = \frac{10 \text{ k}\Omega}{2 \text{ mH}}$$

$$= 5.0 \text{ Mrad/s}$$

El diagrama de Bode se muestra en la figura 22-24. Observe que la respuesta en frecuencia del desplazamiento de fase es precisamente el mismo que para otros filtros pasabajas. Sin embargo, la respuesta de la ganancia de voltaje ahora empieza en −20 dB y cae luego a una tasa de −20 dB/década por arriba de la frecuencia de corte, $\omega_c = 5$ Mrad/s.

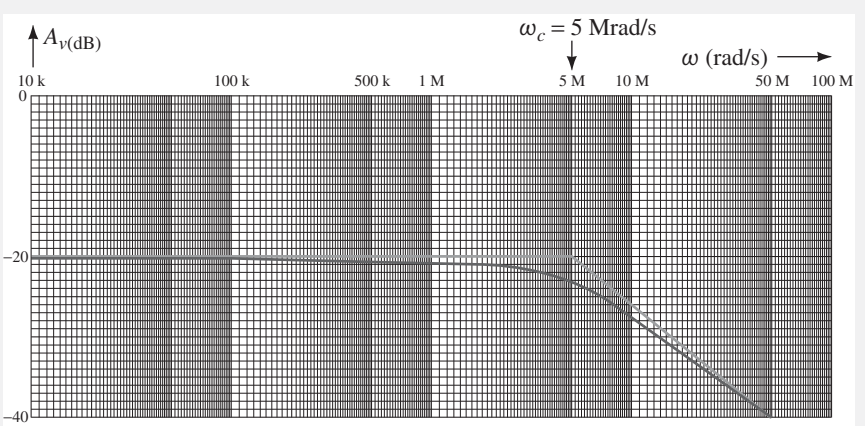


FIGURA 22-24 (Continúa)

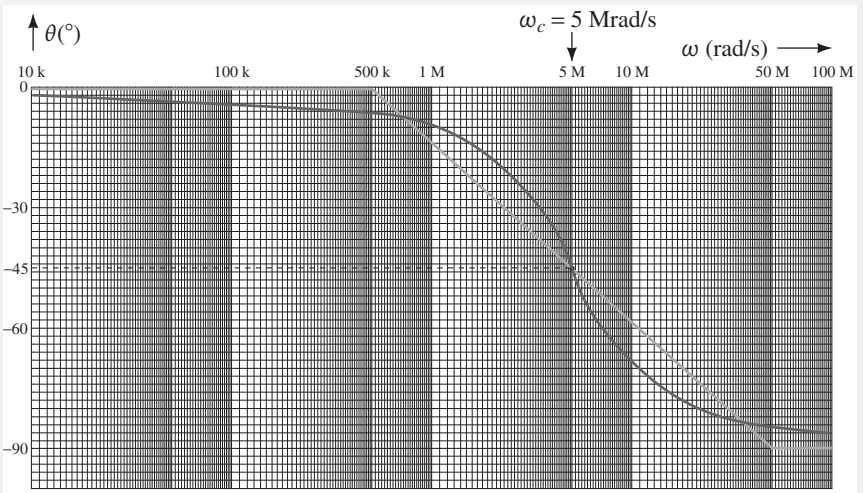


FIGURA 22-24 (Continuación)

PROBLEMAS PRÁCTICOS 5

Vea el circuito pasabajas de la figura 22-25:

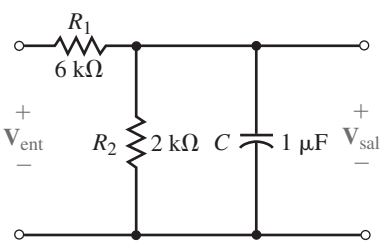


FIGURA 22-25

MULTISIM

a. Escriba la función de transferencia del circuito.
b. Bosqueje la respuesta en frecuencia.

Respuestas

a. $\mathbf{TF}(\omega) = \dfrac{0.25}{1 + j\omega 0.0015}$

b.

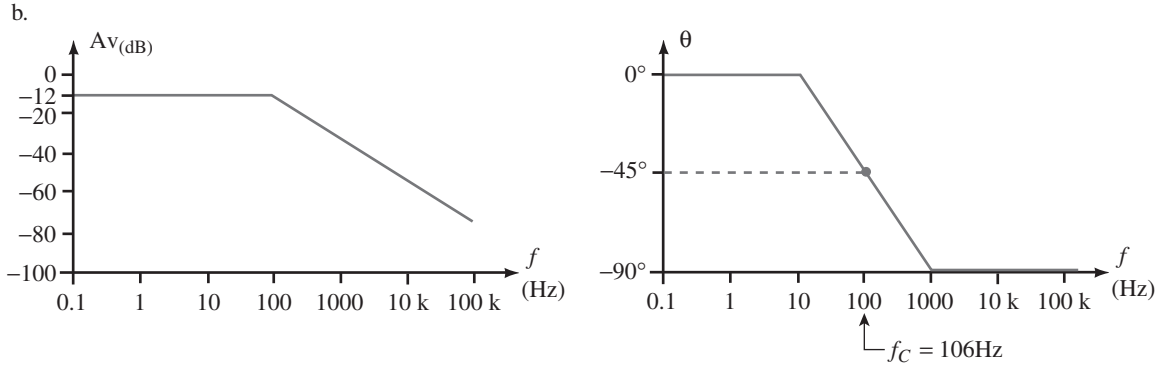


FIGURA 22-26

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 2

(Las respuestas están al final del capítulo)

a. Diseñe un filtro *RC* pasabajas que tenga una frecuencia de corte de 30 krad/s. Use un capacitor de 0.01 μF.
b. Diseñe un filtro *RL* pasabajas que tenga una frecuencia de corte de 20 kHz y una ganancia de cd de −6 dB. Use un inductor de 10 mH. (Suponga que el inductor no tiene resistencia interna.)

22-5 El filtro pasaaltas

El filtro pasaaltas *RC*

Como el nombre implica, el filtro pasaaltas es un circuito que permite el paso de señales de alta frecuencia desde la entrada hasta la salida del circuito mientras atenúa las señales de baja frecuencia. Un circuito filtro pasaaltas *RC* simple se ilustra en la figura 22-27.

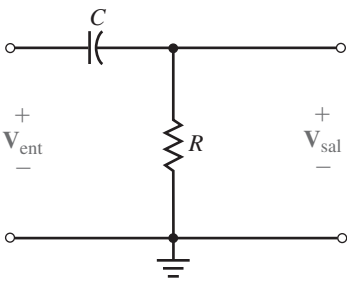


FIGURA 22-27 Filtro pasaaltas *RC*.

A bajas frecuencias, la reactancia del capacitor será muy grande y en efecto evitará que cualquier señal de entrada pase hacia la salida. A altas frecuencias, la reactancia capacitiva se aproximará a una condición de cortocircuito, y proporcionará una trayectoria de muy baja impedancia para la señal desde la entrada hasta la salida.

La función de transferencia del filtro pasaaltas se determina como sigue:

$$\mathbf{TF} = \frac{\mathbf{V}_{sal}}{\mathbf{V}_{ent}} = \frac{\mathbf{R}}{\mathbf{R} + \mathbf{Z}_C}$$
$$= \frac{R}{R + \dfrac{1}{j\omega C}} = \frac{R}{\dfrac{j\omega RC + 1}{j\omega C}} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

Ahora, si se establece que $\omega_c = 1/\tau = 1/RC$, se tiene

$$\mathbf{TF} = \frac{j\dfrac{\omega}{\omega_c}}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_c}} \qquad \textbf{(22-17)}$$

Observe que la expresión de la ecuación 22-17 es muy similar a la expresión de un filtro pasabajas, con la excepción de que hay un término adicional en el numerador. Ya que la función de transferencia es un número complejo que depende de la frecuencia, se pueden, una vez más, determinar las expresiones generales para la ganancia de voltaje del desplazamiento de fase como funciones de la frecuencia ω.

La ganancia de voltaje se encuentra como

$$A_v = \frac{\dfrac{\omega}{\omega_c}}{\sqrt{1 + \left(\dfrac{\omega}{\omega_c}\right)^2}}$$

la cual, cuando se expresa en decibeles es

$$A_{v(\text{dB})} = 20 \log \frac{\omega}{\omega_c} - 10 \log \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \qquad \textbf{(22-18)}$$

El desplazamiento de fase del numerador será una constante de 90°, ya que el término tiene sólo un componente imaginario. El desplazamiento de fase total de la función de transferencia se encuentra como sigue:

$$\theta = 90^\circ - \arctan \frac{\omega}{\omega_c} \qquad \textbf{(22-19)}$$

Para graficar la respuesta asintótica de la ganancia de voltaje se necesita examinar el efecto de la ecuación 22-18 en las frecuencias alrededor de la frecuencia de corte ω_c.

Para frecuencias $\omega \leq 0.1\omega_c$, el segundo término de la expresión será prácticamente cero, de manera que la ganancia de voltaje a bajas frecuencias se aproxima como

$$A_{v(\text{dB})} \cong 20 \log \frac{\omega}{\omega_c}$$

Si se sustituyen algunos valores arbitrarios de ω en la aproximación anterior, se llega a una expresión general. Por ejemplo, haciendo $\omega = 0.01\omega_c$, se tiene la ganancia de voltaje

$$A_v = 20 \log(0.01) = -40 \text{ dB}$$

y al establecer que $\omega = 0.1\omega_c$, se tiene

$$A_v = 20 \log(0.1) = -20 \text{ dB}$$

En general, se observa que la expresión $A_v = 20 \log (\omega/\omega_c)$ se puede representar como una línea recta en una gráfica semilogarítmica. La línea recta intersecta al eje 0 dB a la frecuencia de corte, ω_c y tiene una pendiente de +20 dB/década.

Para frecuencias $\omega \gg \omega_c$, la ecuación 22-18 puede expresarse como

$$\begin{aligned} A_{v(\text{dB})} &\cong 20 \log \frac{\omega}{\omega_c} - 10 \log \left[\left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 \right] \\ &= 20 \log \frac{\omega}{\omega_c} - 20 \log \frac{\omega}{\omega_c} \\ &= 0 \text{ dB} \end{aligned}$$

Para el caso particular cuando $\omega = \omega_c$, se tiene

$$A_{v(\text{dB})} = 20 \log 1 - 10 \log 2 = -3.0 \text{ dB}$$

el cual es exactamente el mismo resultado que se esperaba, ya que la respuesta real estará 3 dB por debajo de la respuesta asintótica.

Al examinar la ecuación 22-19 para frecuencias $\omega \leq 0.1\omega_c$, se observa que el desplazamiento de fase para la función de transferencia será en esencia constante en 90°, en tanto que para frecuencias $\omega \geq 10\omega_c$ el desplazamiento de fase será aproximadamente constante en 0°. En $\omega = \omega_c$ se tiene $\theta = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$.

La figura 22-28 muestra el diagrama de Bode normalizado del circuito pasaaltas de la figura 22-27.

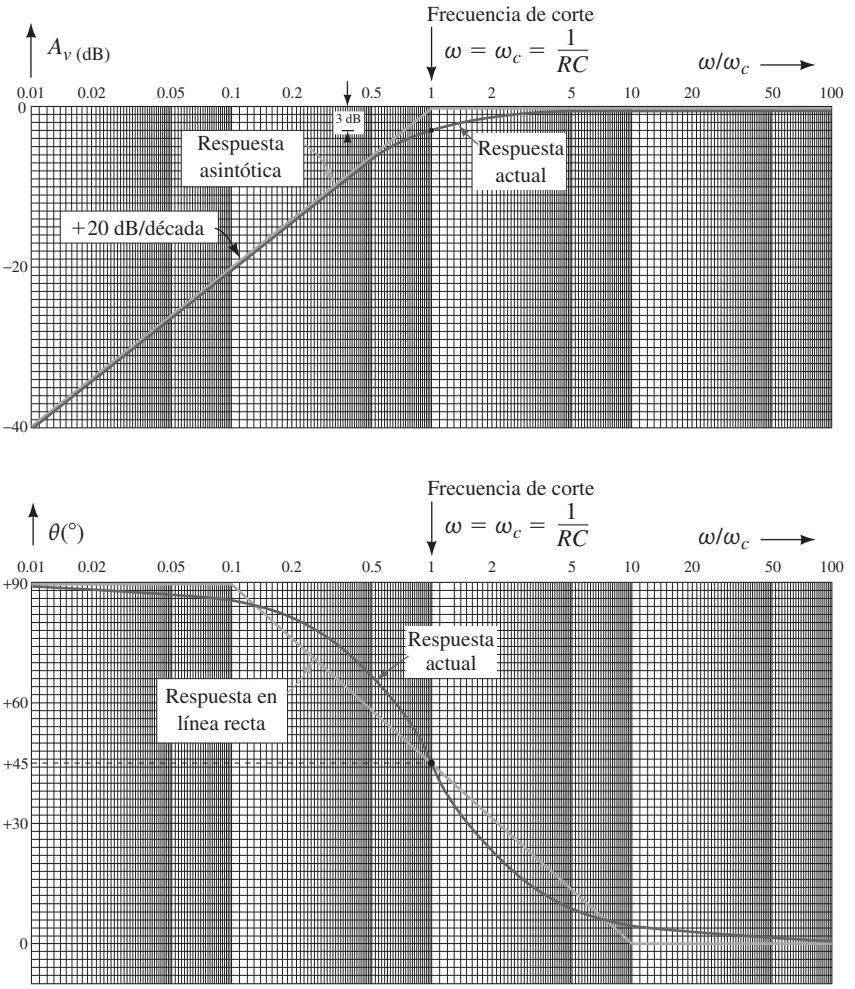


FIGURA 22-28 Respuesta en frecuencia normalizada para un filtro pasaaltas *RC*.

El filtro pasaaltas *RL*

Un circuito filtro pasaaltas *RL* típico se muestra en la figura 22-29.

A bajas frecuencias, el inductor es en efecto un cortocircuito, lo cual significa que la salida del circuito es prácticamente cero a bajas frecuencias. De manera inversa, a altas frecuencias, la reactancia del inductor se aproxima a infinito y excede por mucho la resistencia, evitando de manera efectiva la corriente. Por tanto, el voltaje en el inductor es casi igual a la señal de voltaje de entrada aplicada. La función de transferencia para el circuito *RL* pasaaltas se deduce como sigue:

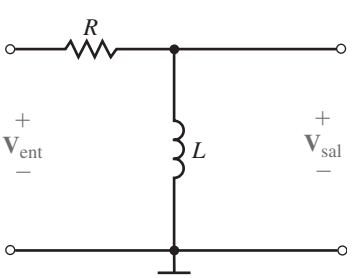


FIGURA 22-29 Filtro pasaaltas *RL*.

$$\mathbf{TF} = \frac{\mathbf{Z}_L}{\mathbf{R} + \mathbf{X}_L}$$

$$= \frac{j\omega L}{R + j\omega L} = \frac{j\omega \dfrac{L}{R}}{1 + j\omega \dfrac{L}{R}}$$

Ahora, si se establece que $\omega_c = 1/\tau = R/L$, la expresión se simplifica como

$$\mathbf{TF} = \frac{j\omega\tau}{1 + j\omega\tau}$$

La expresión anterior es idéntica a la función de transferencia para un filtro pasaaltas *RC*, con la excepción de que en este caso se tiene $\tau = L/R$.

EJEMPLO 22-10

Diseñe el circuito filtro pasaaltas *RL* de la figura 22-30 para que tenga una frecuencia de corte de 40 kHz. (Suponga que el inductor no tiene resistencia interna.) Grafique la respuesta en frecuencia del circuito, exprese las frecuencias en kilohertz.

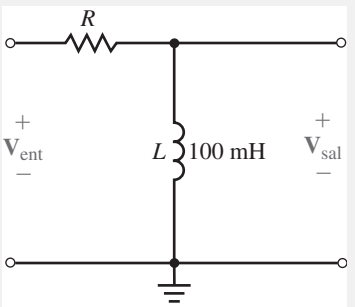


FIGURA 22-30

Solución La frecuencia de corte ω_c, en radianes por segundo es

$$\omega_c = 2\pi f_c = 2\pi(40 \text{ kHz}) = 251.33 \text{ krad/s}$$

Ahora, ya que $\omega_c = R/L$, se tiene

$$R = \omega_c L = (251.33 \text{ krad/s})(100 \text{ mH}) = 25.133 \text{ k}\Omega$$

El diagrama de Bode que resulta se muestra en la figura 22-31.

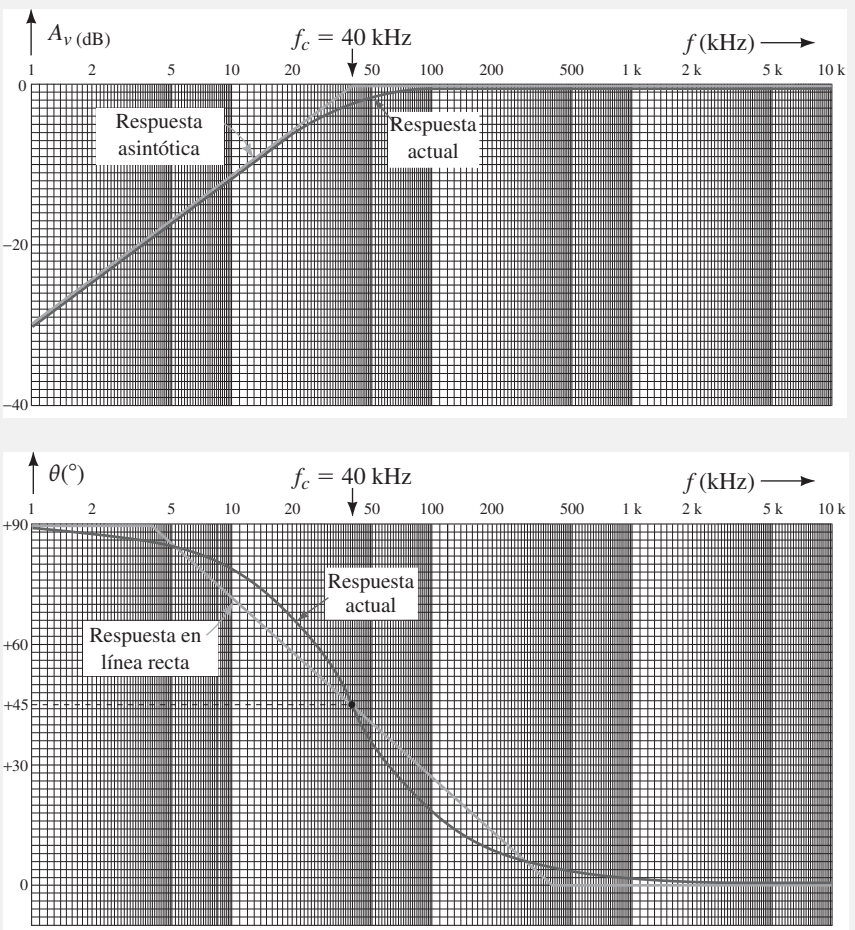
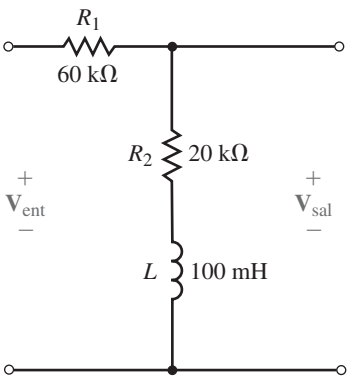


FIGURA 22-31

PROBLEMAS PRÁCTICOS 6

Considere el circuito pasaaltas de la figura 22-32:



MULTISIM

FIGURA 22-32

a. Escriba la función de transferencia del filtro.
b. Grafique la respuesta en frecuencia del filtro. Muestre la frecuencia en radianes por segundo. (Sugerencia: la respuesta en frecuencia del filtro es una en escalón.)

Respuestas

a. $$\mathbf{TF}(\omega) = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)\left(\frac{1 + j\omega\dfrac{L}{R_2}}{1 + j\omega\dfrac{L}{R_1 + R_2}}\right)$$

$f_1 = 31.8$ kHz (200 krad/s), $f_2 = 127$ kHz (800 krad/s)

b.

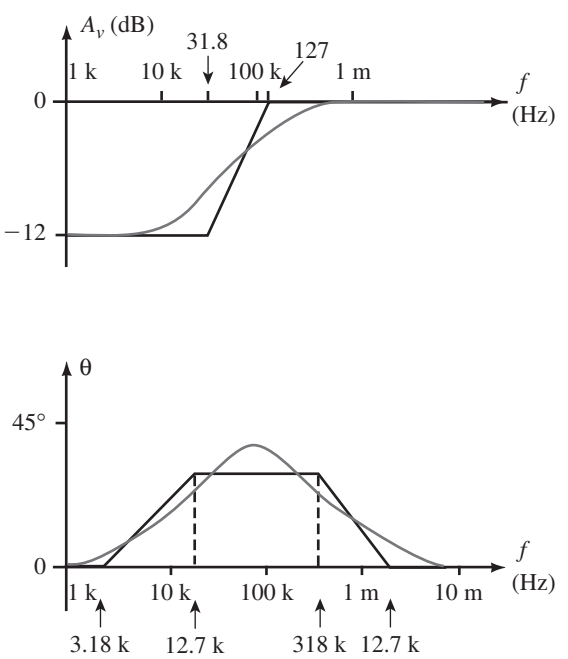


FIGURA 22-33

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 3

(Las respuestas están al final del capítulo)

1. Use un capacitor de 0.05 μF para diseñar un filtro pasaaltas que tenga una frecuencia de corte de 25 kHz. Grafique la respuesta en frecuencia del filtro.
2. Use un inductor de 25 mH para diseñar un filtro pasaaltas que tenga una frecuencia de corte de 80 krad/s y una ganancia a alta frecuencia de −12 dB. Grafique la respuesta en frecuencia del filtro.

22-6 El filtro pasabanda

Un filtro pasabanda permitirá pasar frecuencias dentro de cierto intervalo desde la entrada del circuito hasta la salida. Todas las frecuencias que caigan fuera del intervalo deseado serán atenuadas y no aparecerán con potencia apreciable en la salida. Este circuito filtro se construye con facilidad con un filtro pasabajas en cascada con uno pasaaltas, como se ilustra en la figura 22-34.

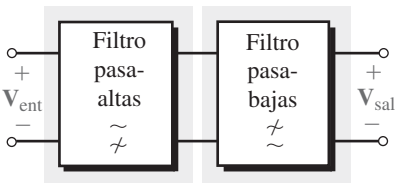


FIGURA 22-34 Diagrama de bloques de un filtro pasabanda.

Aunque los bloques pasabajas y pasaaltas pueden consistir de varias combinaciones de elementos, una posibilidad es construir la red del filtro completo a partir de resistores y capacitores como se muestra en la figura 22-35.

El ancho de banda del filtro pasabanda que resulta será aproximadamente igual a la diferencia entre las dos frecuencias de corte, es decir,

$$\text{AB} \cong \omega_2 - \omega_1 \text{ (rad/s)} \qquad \textbf{(22-20)}$$

La aproximación anterior será más válida si las frecuencias de corte de las etapas individuales están separadas en al menos una década.

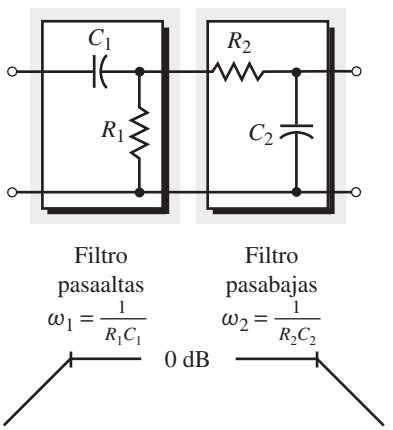


FIGURA 22-35

EJEMPLO 22-11

Escriba la función de transferencia para el circuito de la figura 22-36. Grafique el diagrama de Bode que resulta y determine el ancho de banda que se espera para el filtro pasabanda.

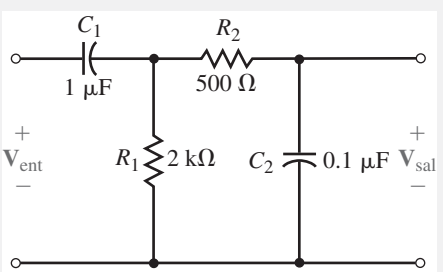


FIGURA 22-36

Solución Aunque la función de transferencia del circuito podría escribirse mediante la teoría de circuitos, es más fácil reconocer que el circuito consiste en dos etapas: una pasabajas y otra pasaaltas. Si las frecuencias de corte de cada etapa están separadas por más de una década, entonces se puede suponer que la impedancia de una etapa no afectará de manera adversa la operación de la otra. (Si este no es el caso, al análisis se complica y queda fuera del alcance de este libro de

texto.) Con base en la consideración anterior, la función de transferencia de la primera etapa se determina como

$$\mathbf{TF}_1 = \frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{V}_{\text{ent}}} = \frac{j\omega R_1 C_1}{1 + j\omega R_1 C_1}$$

y para la segunda etapa

$$\mathbf{TF}_2 = \frac{\mathbf{V}_{\text{sal}}}{\mathbf{V}_1} = \frac{1}{1 + j\omega R_2 C_2}$$

Combinando los resultados anteriores, se tiene

$$\mathbf{TF} = \frac{\mathbf{V}_{\text{sal}}}{\mathbf{V}_{\text{ent}}} = \frac{(\mathbf{TF}_2)(\mathbf{V}_1)}{\dfrac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{TF}_1}} = \mathbf{TF}_1\mathbf{TF}_2$$

la cual, cuando se simplifica se convierte en

$$\mathbf{TF} = \frac{\mathbf{V}_{\text{sal}}}{\mathbf{V}_{\text{ent}}} = \frac{j\omega\tau_1}{(1 + j\omega\tau_1)(1 + j\omega\tau_2)} \qquad \textbf{(22-21)}$$

donde $\tau_1 = R_1C_1 = 2.0$ ms y $\tau_2 = R_2C_2 = 50$ μs. Las correspondientes frecuencias de corte son $\omega_1 = 500$ rad/s y $\omega_2 = 20$ krad/s. La función de transferencia de la ecuación 22-21 tiene tres términos independientes, los cuales cuando se toman por separado, resulta en las respuestas aproximadas que se ilustran en la figura 22-37.

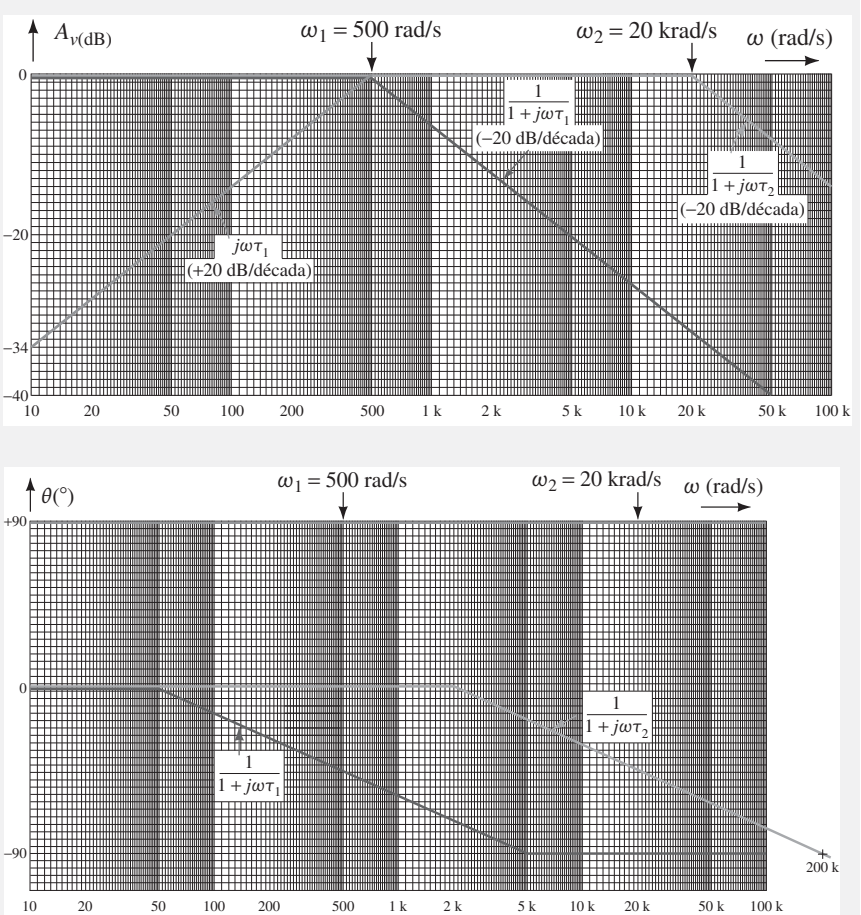


FIGURA 22-37

La respuesta en frecuencia que resulta se determina mediante la suma de las respuestas individuales, como se muestra en la figura 22-38.

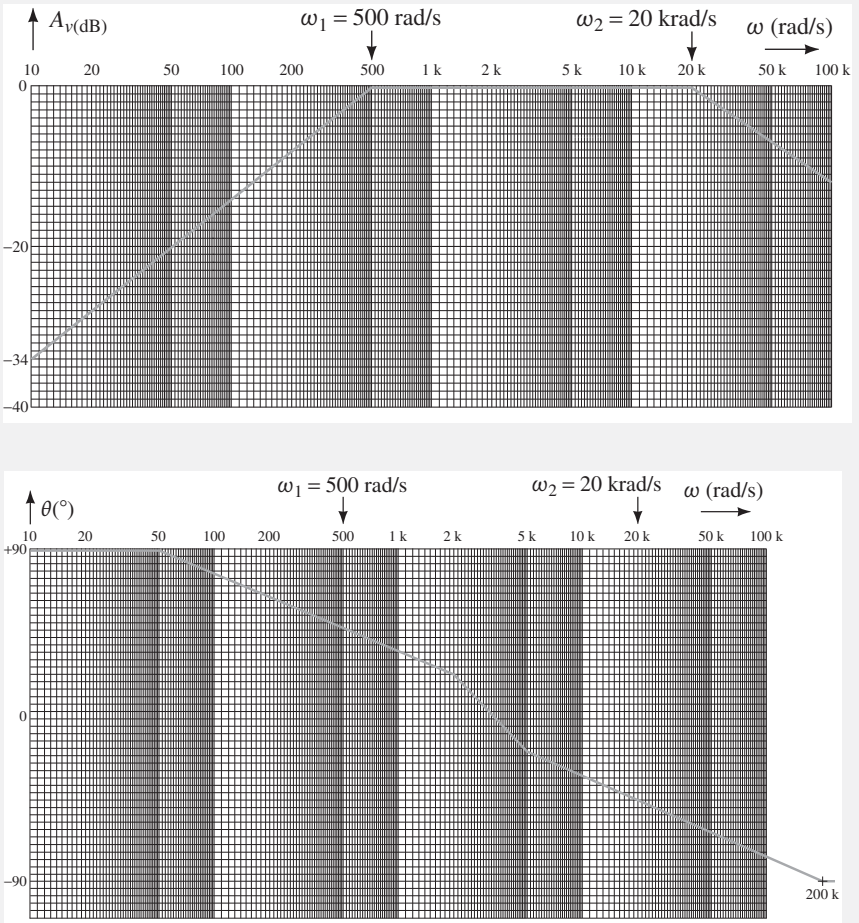


FIGURA 22-38

A partir del diagrama de Bode se determina que el ancho de banda del filtro es

$$\text{AB(rad/s)} = \omega_2 - \omega_1 = 20 \text{ krad/s} - 0.5 \text{ krad/s} = 19.5 \text{ krad/s}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 7

Con respecto al filtro pasabanda de la figura 22-39:

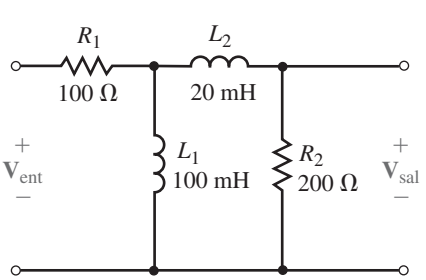


FIGURA 22-39

MULTISIM

a. Calcule las frecuencias de corte en rad/s y el ancho de banda aproximado.
b. Grafique la respuesta en frecuencia del filtro.

Respuestas
a. $\omega_1 = 1.00$ krad/s, $\omega_2 = 10.0$ krad/s, AB = 9.00 krad/s
b.

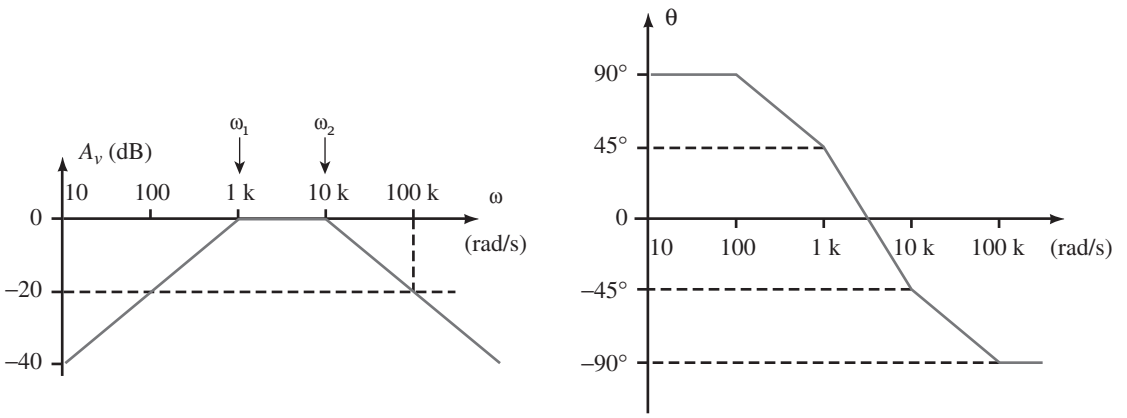


FIGURA 22-40

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 4

(Las respuestas están al final del capítulo)

Dados un capacitor de 0.1 μF y de 0.04 μF, diseñe un filtro pasabanda que tenga un ancho de banda de 30 krad/s y una frecuencia de corte baja de 5 krad/s. Grafique la respuesta en frecuencia de la ganancia de voltaje y del desplazamiento de fase.

22-7 El filtro supresor de banda

El filtro supresor de banda tiene una respuesta que es opuesta a la del filtro pasabanda. Este filtro permite el paso de todas las frecuencias con excepción de una banda angosta que está altamente atenuada. Un filtro supresor de banda construido con un resistor, un inductor y un capacitor se muestra en la figura 22-41.

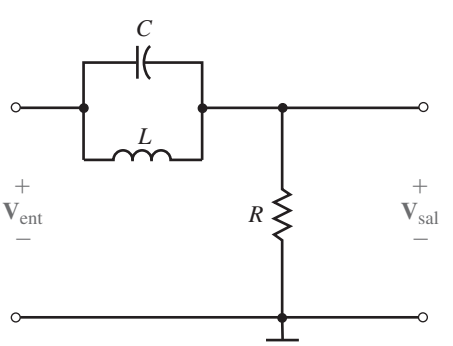


FIGURA 22-41 Filtro de ranura.

Observe que el circuito usa un circuito tanque resonante como parte del diseño completo. Como se vio en el capítulo anterior, la combinación del inductor y capacitor resulta en una alta impedancia de tanque a la frecuencia de resonancia. Por tanto, para cualquier señal que ocurra a la frecuencia de resonancia, el voltaje de salida será efectivamente cero. Debido a que el circuito filtro remueve cualquier señal que ocurra a la frecuencia de resonancia, a menudo

se le conoce como un **filtro de ranura**. La respuesta de ganancia de voltaje del filtro de ranura se muestra en la figura 22-42.

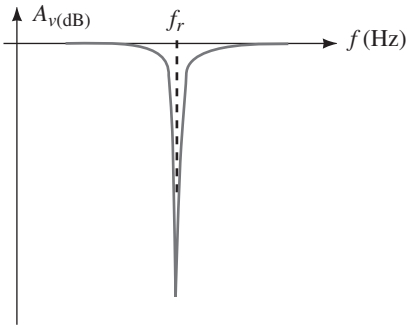


FIGURA 22-42 Respuesta de ganancia de voltaje para un filtro de ranura.

Para señales de baja frecuencia, el inductor proporciona una trayectoria de baja impedancia desde la entrada hasta la salida, permitiendo que estas señales pasen desde la entrada y aparezcan en el resistor con mínima atenuación. De manera inversa, a altas frecuencias el capacitor proporciona una trayectoria de baja impedancia desde la entrada hasta la salida. Aunque el análisis completo del filtro de ranura queda fuera del alcance de este libro de texto, la función de transferencia del filtro se determina mediante el empleo de las mismas técnicas que se desarrollaron antes.

$$\begin{aligned}
\mathbf{TF} &= \frac{\mathbf{R}}{\mathbf{R} + \mathbf{Z}_L \| \mathbf{Z}_C} \\
&= \frac{R}{R + \dfrac{(j\omega L)\left(\dfrac{1}{j\omega C}\right)}{j\omega L + \dfrac{1}{j\omega C}}} \\
&= \frac{R}{R + \dfrac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC}} \\
&= \frac{R(1 - \omega^2 LC)}{R - \omega^2 RLC + j\omega L} \\
\mathbf{TF} &= \frac{1 - \omega^2 LC}{1 - \omega^2 LC + j\omega \dfrac{L}{R}} \qquad \textbf{(22-22)}
\end{aligned}$$

Observe que la función de transferencia para el filtro de ranura es significativamente más complicada que las de los circuitos filtros previos. Debido a la presencia del término cuadrático complejo en el denominador de la función de transferencia, este tipo de circuito filtro se llama de segundo orden. El diseño de tales filtros es un campo de la ingeniería electrónica.

El diseño del filtro real a menudo involucra el uso de amplificadores operacionales para proporcionar una ganancia de voltaje significativa en la banda de paso del filtro. Además, estos filtros activos tienen la ventaja de proporcionar muy alta impedancia de entrada para evitar efectos de carga. Excelentes libros de texto están disponibles como apoyo para el diseño del filtro.

22-8 Análisis de circuitos por computadora

MULTISIM

PSpice

A pesar de la complejidad del diseño de un filtro para una aplicación particular, su análisis es un proceso relativamente simple cuando se realiza por computadora. Ya se ha visto la facilidad con la que se puede usar PSpice para examinar la respuesta en frecuencia de los circuitos resonantes. En este capítulo se usará de nuevo el postprocesador Probe de PSpice para graficar las características de frecuencia de un circuito particular. Se encontrará que con algunos ajustes menores el programa es capaz de graficar de manera simultánea tanto la ganancia de voltaje (en decibeles) como el desplazamiento de fase (en grados) de cualquier circuito filtro.

Multisim proporciona despliegues que son similares a los obtenidos con PSpice, aunque el método es algo diferente. Ya que Multisim simula las mediciones de laboratorio reales, el programa usa un instrumento llamado graficador Bode. Como se puede esperar, el graficador Bode proporciona una gráfica de la respuesta en frecuencia (que muestra tanto la ganancia como el desplazamiento de fase) de un circuito aun cuando tales instrumentos no se encuentren en un laboratorio real de electrónica.

PSpice

EJEMPLO 22-12

Use el postprocesador PROBE de PSpice para ver la respuesta en frecuencia desde 1 Hz hasta 100 kHz para el circuito de la figura 22-36. Determine la frecuencia de corte y el ancho de banda del circuito. Compare sus resultados con los que se obtuvieron en el ejemplo 22-11.

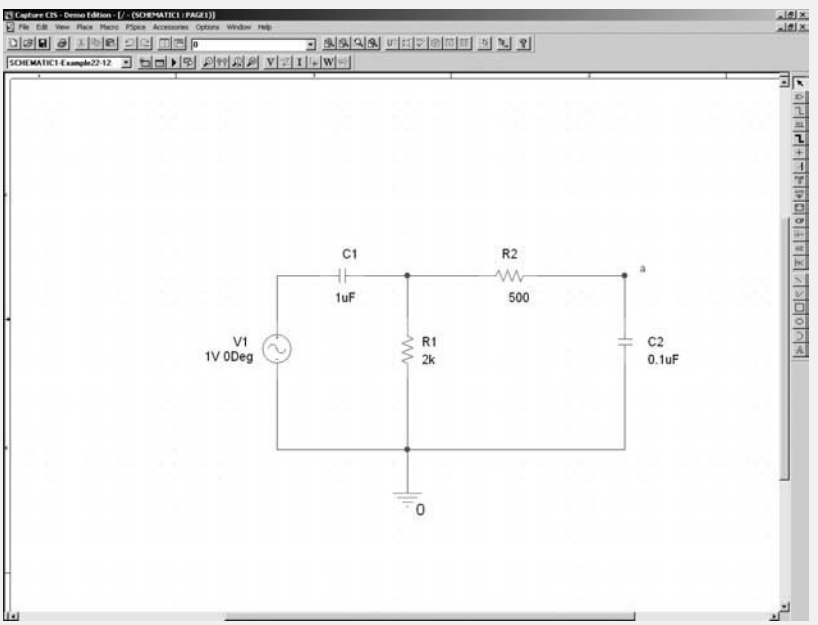


FIGURA 22-43

Solución El programa OrCAD Capture se usa para conectar el circuito como se muestra en la figura 22-43. El análisis se configura para realizar un barrido de ca desde 1H hasta 100 kHz con 1001 puntos por década. El generador de señal se configura con una magnitud de 1 V y un desplazamiento de fase de 0°.

En este ejemplo se muestra la ganancia de voltaje y el desplazamiento de fase en la misma pantalla. Una vez que se ha activado la pantalla PROBE, se obtienen dos despliegues simultáneos al hacer clic en *Plot/Add Plot* en Window. Se usará la pantalla superior para mostrar la ganancia de voltaje y la inferior para mostrar el desplazamiento de fase.

PSpice no calcula en realidad la ganancia de voltaje en decibeles, sino que determina el nivel del voltaje de salida en dBV con referencia a 1 V_{rms}. (Es por esta razón que se usa una fuente de voltaje de 1 V.) El voltaje en el punto *a* del circuito se obtiene haciendo clic en *Trace/Add Trace* y después se selecciona **DB(V(C2:1))** como la expresión por graficar. Los cursores se obtienen haciendo clic en la herramienta *Toggle Cursor*. El cursor indica que la ganancia máxima para el circuito es −1.02 dB. Se encuentra el ancho de banda del circuito (en las frecuencias que corresponden a −3 dB) al mover los cursores (mediante las teclas de flecha y <Ctrl> teclas de flecha) a las frecuencias en las cuales la salida del circuito está en −4.02 dB. Se determina $f_1 = 0.069$ kHz, $f_2 = 3.64$ kHz y AB = 3.57 kHz. Estos resultados son consistentes con los que se encontraron en el ejemplo 22-11.

Por último, se obtiene una gráfica del desplazamiento de fase para el circuito. Dé clic en cualquier sitio en la parte inferior de la gráfica, haga clic en *Trace/Add Trace* y seleccione **P(V(C2:1))** como la expresión por graficar. El intervalo de la ordenada se cambia al dar clic en el eje, se selecciona Y *Axis* y se establece el intervalo definido por *User* para un valor de **−90d** a **90d**. La gráfica que resulta se muestra en la figura 22-44.

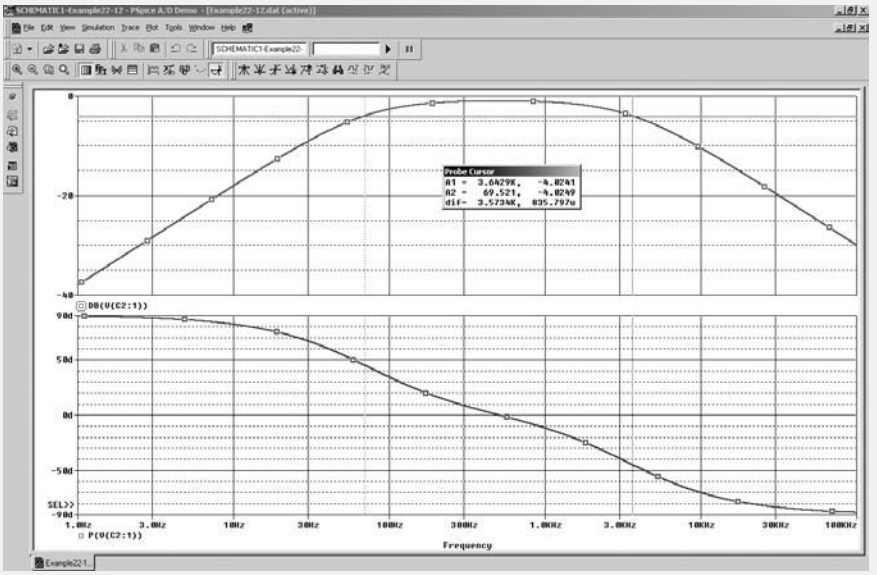


FIGURA 22-44

PROBLEMAS PRÁCTICOS 8

a. Use PSpice para conectar el circuito de la figura 22-39.
b. Use el postprocesador Probe para observar la respuesta en frecuencia desde 1 Hz hasta 100 kHz.
c. A partir de la gráfica, determine las frecuencias de corte y use los cursores para determinar el ancho de banda.
d. Compare los resultados con los que se obtuvieron en los Problemas prácticos 7.

EJEMPLO 22-13

Use Multisim para obtener la respuesta en frecuencia del circuito de la figura 22-36. Compare los resultados con los que se obtuvieron en el ejemplo 22-12.

Solución Para realizar las mediciones que se requieren, se necesita usar el generador de funciones y el graficador Bode, ambos localizados en el icono *Instruments parts*. El circuito se construye como se muestra en la figura 22-45.

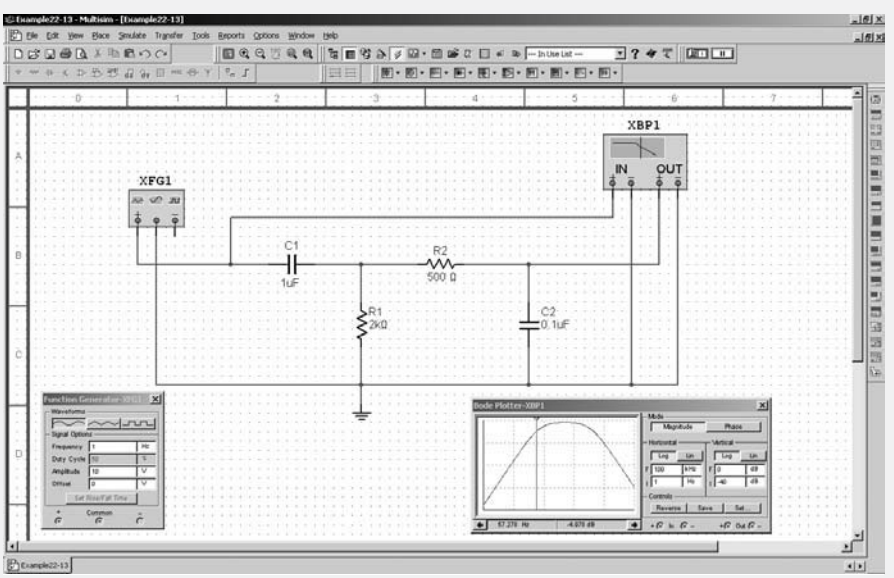


FIGURA 22-45

MULTISIM

El graficador Bode proporciona la respuesta en frecuencia que se desea al hacer doble clic en el instrumento. En seguida, se da clic en el botón Magnitude. La escala vertical se fija en log con valores entre **−40** dB y **0** dB. La escala horizontal se fija en log con valores entre **1** Hz y **100** Hz. De manera similar, la Fase se fija para que tenga un intervalo vertical de **−90°** a **90°**. Después de hacer clic en el botón *Run*, el graficador Bode proporciona un despliegue de la respuesta de ganancia de voltaje o la respuesta de fase. Sin embargo, ambos despliegues se muestran de manera simultánea al hacer clic en *Grapher* en el menú *View*. Mediante la característica de cursores se obtienen los mismos resultados que se encontraron en el ejemplo 22-12. La figura 22-46 muestra la respuesta en frecuencia como se ve con la ventana *Grapher*.

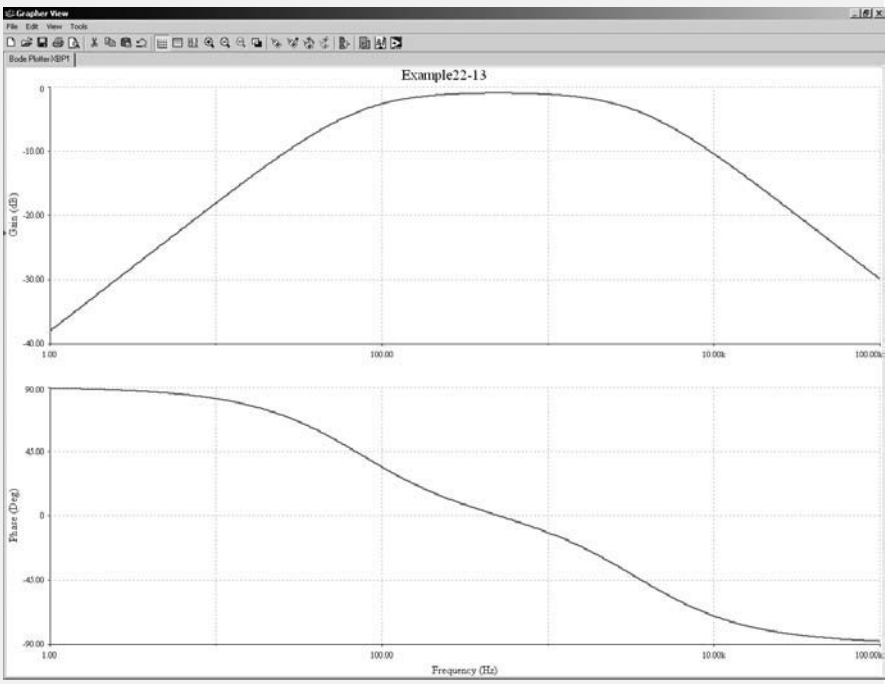


FIGURA 22-46

PROBLEMAS PRÁCTICOS 9

Use Multisim para obtener la respuesta en frecuencia para el circuito de la figura 22-25. Compare los resultados con los que se obtuvieron en los Problemas prácticos 5.

PUESTA EN PRÁCTICA

Como diseñador de un estudio de sonido, se le ha solicitado el diseño de filtros pasabanda para un órgano de colores que se usará para iluminar un concierto de rock. El órgano de colores proporcionará iluminación para el escenario que corresponderá con el nivel de sonido y la frecuencia de la música. Usted recuerda de sus clases de física que el oído humano puede percibir sonidos desde 20 Hz hasta 20 kHz.

Las especificaciones establecen que el espectro de la frecuencia de audio debe dividirse en tres intervalos. Los filtros pasivos *RC* se usarán para aislar las señales para cada intervalo. Estas señales se amplificarán y se usarán para controlar las luces de un color en particular. Los componentes de baja frecuencia (20 a 200 Hz) controlarán las luces azules, las componentes de media frecuencia (200 Hz a 2 kHz) controlarán las luces verdes y las componentes de alta frecuencia (2 kHz a 20 kHz) controlarán las luces rojas.

Aunque las especificaciones establecen tres filtros pasabanda, usted afirma que puede simplificar el diseño mediante un filtro pasabajas con una frecuencia de ruptura de 200 Hz para las frecuencias bajas y un filtro pasaaltas con una frecuencia de ruptura de 2 kHz para las frecuencias altas. Para simplificar su trabajo, decide usar nada más capacitores de 0.5 μF para todos los filtros.

Demuestre el diseño de cada uno de los filtros.

PROBLEMAS

22-1 El decibel

1. Vea el amplificador que se muestra en la figura 22-47. Determine la ganancia de potencia como una razón y en decibeles, para los siguientes valores de potencia.
   a. $P_{ent} = 1.2$ mW, $P_{sal} = 2.4$ W
   b. $P_{ent} = 3.5$ μW, $P_{sal} = 700$ mW
   c. $P_{ent} = 6.0$ pW, $P_{sal} = 12$ μW
   d. $P_{ent} = 2.5$ mW, $P_{sal} = 1.0$ W

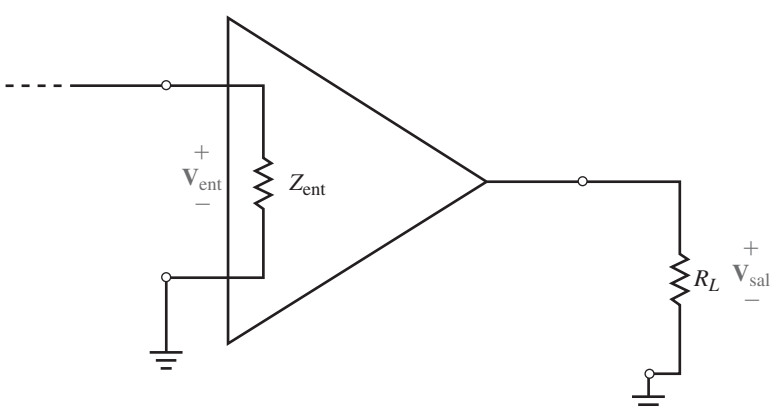


FIGURA 22-47

2. Si el amplificador de la figura 22-47 tiene $Z_{ent} = 600\ \Omega$ y $R_L = 2$ kΩ, encuentre P_{ent}, P_{sal}, y A_P(dB) para los siguientes niveles de voltaje:
   a. $V_{ent} = 20$ mV, $V_{sal} = 100$ mV
   b. $V_{ent} = 100$ μV, $V_{sal} = 400$ μV
   c. $V_{ent} = 320$ mV, $V_{sal} = 600$ mV
   d. $V_{ent} = 2$ μV, $V_{sal} = 8$ V
3. El amplificador de la figura 22-47 tiene $Z_{ent} = 2$ kΩ y $R_L = 10\ \Omega$. Encuentre la ganancia de voltaje y de potencia, ambas como una razón y en dB, para las siguientes condiciones:
   a. $V_{ent} = 2$ mV, $P_{sal} = 100$ mW
   b. $P_{ent} = 16$ μW, $V_{sal} = 40$ mV
   c. $V_{ent} = 3$ mV, $P_{sal} = 60$ mW
   d. $P_{ent} = 2$ pW, $V_{sal} = 80$ mV
4. El amplificador de la figura 22-47 tiene un voltaje de entrada de $V_{ent} = 2$ mV y una potencia de salida de $P_{sal} = 200$ mW. encuentre la ganancia de voltaje y de potencia como una razón y en dB para las siguientes condiciones:
   a. $Z_{ent} = 5$ kΩ, $R_L = 2$ kΩ
   b. $Z_{ent} = 2$ kΩ, $R_L = 10$ kΩ
   c. $Z_{ent} = 300$ kΩ, $R_L = 1$ kΩ
   d. $Z_{ent} = 1$ kΩ $R_L = 1$ kΩ

5. El amplificador de la figura 22-47 tiene una impedancia de entrada de 5 kΩ y una resistencia de carga de 250 Ω. Si la ganancia de potencia del amplificador es 35 dB y el voltaje de entrada es 250 mV, encuentre P_{ent}, P_{sal}, V_{sal}, A_v y A_v(dB).
6. Repita el problema 5 si la impedancia de entrada se incrementa a 10 kΩ. (Las demás cantidades permanecen sin cambios.)
7. Exprese las siguientes potencias en dBm y en dBW:
   a. $P = 50$ mW
   b. $P = 1$ W
   c. $P = 400$ nW
   d. $P = 250$ pW
8. Exprese las siguientes potencias en dBm y en dBW:
   a. $P = 250$ W
   b. $P = 250$ kW
   c. $P = 540$ nW
   d. $P = 27$ mW
9. Convierta los siguientes niveles de potencia en watts:
   a. $P = 23.5$ dBm
   b. $P = -45.2$ dBW
   c. $P = -83$ dBm
   d. $P = 33$ dBW
10. Convierta los siguientes niveles de potencia en watts:
    a. $P = 16$ dBm
    b. $P = -43$ dBW
    c. $P = -47.3$ dBm
    d. $P = 29$ dBW
11. Exprese los siguientes voltajes rms como niveles de voltaje (en dBV):
    a. 2.00 V
    b. 34.0 mV
    c. 24.0 V
    d. 58.2 μV
12. Exprese los siguientes voltajes rms como niveles de voltaje (en dBV):
    a. 25 μV
    b. 90 V
    c. 72.5 mV
    d. 0.84 V
13. Convierta los siguientes niveles de voltaje dBV en voltajes rms:
    a. −2.5 dBV
    b. 6.0 dBV
    c. −22.4 dBV
    d. 10.0 dBV
14. Convierta los siguientes niveles de voltaje dBV en voltajes rms:
    a. 20.0 dBV
    b. −42.0 dBV
    c. −6.0 dBV
    d. 3.0 dBV
15. Una forma de onda sinusoidal se mide como 30.0 $V_{p\text{-}p}$ con un osciloscopio. Si esta forma de onda se aplica a un voltímetro calibrado para expresar las lecturas en dBV, ¿qué indicaría el medidor?
16. Un voltímetro muestra una lectura de 9.20 dBV. ¿Qué voltaje pico a pico se observaría en un osciloscopio?

22-2 Sistemas de múltiples etapas

17. Calcule los niveles de potencia (en dBm) en la salida de cada una de las etapas del sistema que se muestra en la figura 22-48. Encuentre la potencia de salida (en watts).

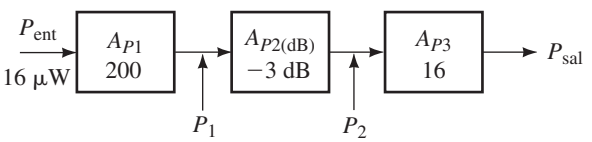


FIGURA 22-48

18. Calcule los niveles de potencia (en dBm) en los lugares que se indican en el sistema que se muestra en la figura 22-49. Encuentre las potencias de entrada y de salida (en watts).

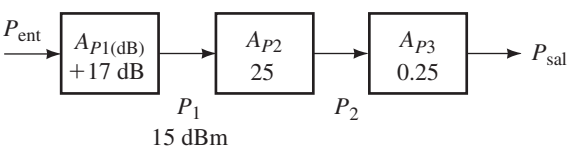


FIGURA 22-49

19. Dada la potencia $P_2 = 140$ mW como se muestra en la figura 22-50. Calcule los niveles de potencia (en dBm) en cada uno de los lugares que se indican. Encuentre el voltaje en el resistor de carga, R_L.
20. Suponga que el sistema de la figura 22-51 tiene un voltaje de salida de 2 V:
    a. Determine la potencia (en watts) en cada uno de los lugares que se indican.
    b. Encuentre el voltaje, V_{ent}, si la impedancia de salida en la primera etapa es de 1.5 kΩ.
    c. Convierta V_{ent} y R_L en niveles de voltaje (en dBV).
    d. Encuentre la ganancia de voltaje, A_v (en dB).

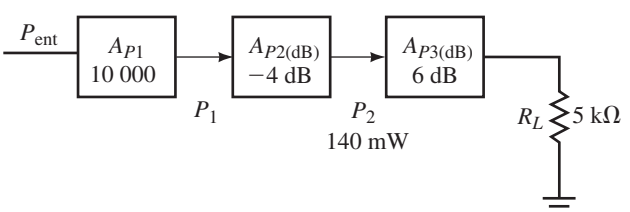


FIGURA 22-50

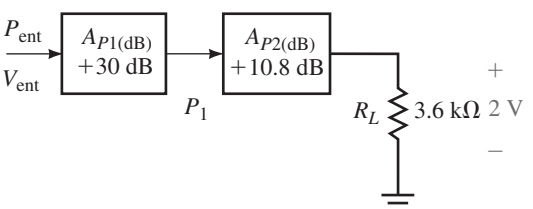


FIGURA 22-51

21. Un amplificador de potencia (AP) con una ganancia de potencia de 250 tiene una impedancia de entrada de 2.0 kΩ y se utiliza para excitar una bocina estéreo (con impedancia de salida de 8.0 Ω). Si la potencia de salida es de 100 W, determine lo siguiente:
    a. Nivel de potencia de salida (dBm), nivel de potencia de entrada (dBm)
    b. Voltaje de salida (rms), voltaje de entrada (rms)
    c. Nivel de voltaje de salida (dBV), nivel del voltaje de entrada (dBV)
    d. Ganancia de voltaje en dB.
22. Repita el problema 21 si el amplificador tiene una ganancia de potencia de 400 y $Z_{ent} = 1.0$ kΩ. La potencia entregada a la bocina de 8.0-Ω es de 200 W.

22-3 Funciones de transferencia *RC* y *RL* simples

23. Dada la función de transferencia

$$\mathbf{TF} = \frac{200}{1 + j0.001\omega}$$

a. Determine la frecuencia de corte en radianes por segundo y en hertz.
b. Grafique la respuesta en frecuencia de la ganancia de voltaje y las respuestas de desplazamiento de fase. La escala de la abscisa debe estar en radianes por segundo.

24. Repita el problema 23 para la función de transferencia

$$\mathbf{TF} = \frac{1 + j0.001\omega}{200}$$

25. Repita el problema 23 para la función de transferencia

$$\mathbf{TF} = \frac{1 + j0.02\omega}{1 + j0.001\omega}$$

26. Repita el problema 23 para la función de transferencia

$$\mathbf{TF} = \frac{1 + j0.04\omega}{(1 + j0.004\omega)(1 + j0.001\omega)}$$

27. Repita el problema 23 para la función de transferencia

$$\mathbf{TF}(\omega) = \frac{j0.02\omega}{1 + j0.02\omega}$$

28. Repita el Problema 23 para la función de transferencia

$$\mathbf{TF}(\omega) = \frac{j0.01\omega}{1 + j0.005\omega}$$

22-4 El filtro pasabajas

29. Use un capacitor de 4.0 μF para diseñar un filtro pasabajas que tiene una frecuencia de corte de 5 krad/s. Dibuje un esquema de su diseño y grafique la respuesta en frecuencia de la ganancia de voltaje y el desplazamiento de fase.
30. Use un capacitor de 1.0 μF para diseñar un filtro pasabajas con una frecuencia de corte de 2500 Hz. Dibuje un esquema de su diseño y grafique la respuesta en frecuencia de la ganancia de voltaje y el desplazamiento de fase.
31. Use un inductor de 25 mH para diseñar un filtro pasabajas con una frecuencia de corte de 50 krad/s. Dibuje un esquema de su diseño y grafique la respuesta en frecuencia de la ganancia de voltaje y el desplazamiento de fase.
32. Use un inductor de 100 mH (suponga que $R_{\text{bobina}} = 0\ \Omega$) para diseñar un circuito filtro pasabajas con una frecuencia de corte de 15 kHz. Dibuje un esquema de su diseño y grafique la respuesta en frecuencia de la ganancia de voltaje y el desplazamiento de fase.
33. Use un inductor de 36 mH para diseñar un filtro pasabajas con una frecuencia de corte de 36 kHz. Dibuje un esquema de su diseño y grafique la respuesta en frecuencia de la ganancia de voltaje y el desplazamiento de fase.
34. Use un capacitor de 5 μF para diseñar un filtro pasabajas con una frecuencia de corte de 100 krad/s. Dibuje un esquema de su diseño y grafique la respuesta en frecuencia de la ganancia de voltaje y el desplazamiento de fase.
35. Vea el circuito de la figura 22-52:
    a. Escriba la función de transferencia para el circuito.
    b. Dibuje la respuesta en frecuencia de la ganancia de voltaje y el desplazamiento de fase.
36. Repita el problema 35 para el circuito de la figura 22-53.

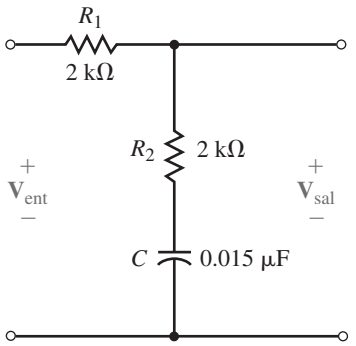


FIGURA 22-52

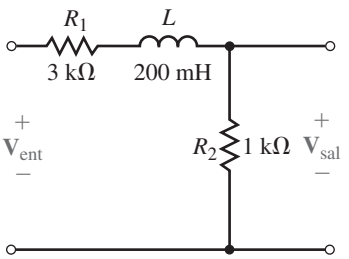


FIGURA 22-53

MULTISIM

22-5 El filtro pasaaltas

37. Use un capacitor de 0.05 μF para diseñar un filtro pasaaltas con una frecuencia de corte de 100 krad/s. Dibuje un esquema de su diseño y grafique la respuesta en frecuencia de la ganancia de voltaje y el desplazamiento de fase.
38. Use un capacitor de 2.2 nF para diseñar un filtro pasaaltas con una frecuencia de corte de 5 kHz. Dibuje un esquema de su diseño y grafique la respuesta en frecuencia de la ganancia de voltaje y el desplazamiento de fase.
39. Use un inductor de 2 mH para diseñar un filtro pasaaltas con una frecuencia de corte de 36 krad/s. Dibuje un esquema de su diseño y grafique la respuesta en frecuencia de la ganancia de voltaje y el desplazamiento de fase.
40. Use un inductor de 16 mH para diseñar un filtro pasaaltas con una frecuencia de corte de 250 kHz. Dibuje un esquema de su diseño y grafique la respuesta en frecuencia de la ganancia de voltaje y el desplazamiento de fase.
41. Vea el circuito pasaaltas de la figura 22-54.
    a. Escriba la función de transferencia del circuito.
    b. Dibuje la respuesta en frecuencia de la ganancia de voltaje y el desplazamiento de fase.

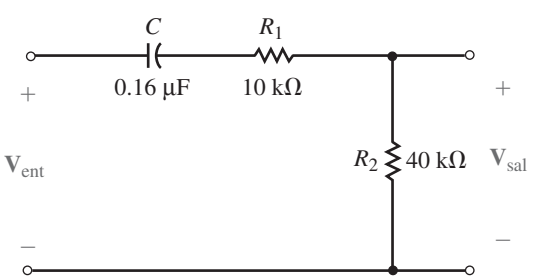


FIGURA 22-54

42. Repita el problema 41 para el circuito pasaaltas de la figura 22-55.

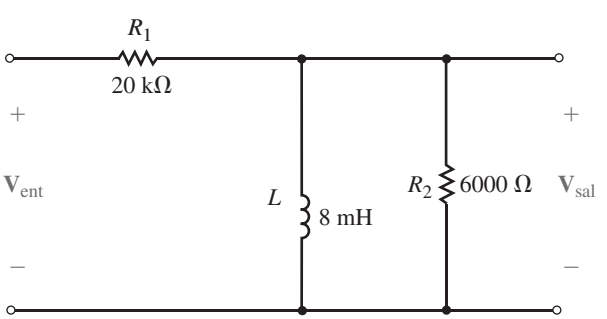


FIGURA 22-55

22-6 El filtro pasabanda

43. Vea el filtro de la figura 22-56.
    a. Determine la frecuencia de corte aproximada y el ancho de banda del filtro. (Suponga que las dos etapas del filtro operan de manera independiente.)
    b. Grafique la respuesta en frecuencia de la ganancia de voltaje y del desplazamiento de fase.
44. Repita el problema 43 para el circuito de la figura 22-57.

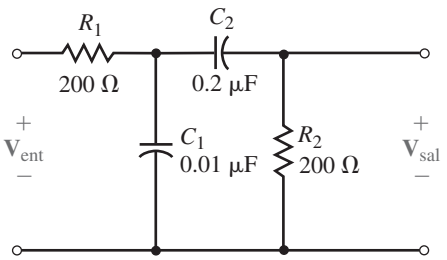


FIGURA 22-56

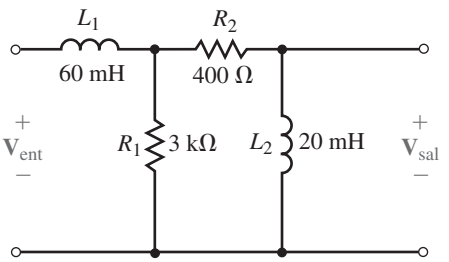


FIGURA 22-57

45. a. Use dos capacitores de 0.01 μF para diseñar un filtro pasabanda que tenga frecuencias de corte de 2 krad/s y 20 krad/s.
    b. Dibuje su esquema y grafique la respuesta en frecuencia de la ganancia de voltaje y el desplazamiento de fase.
    c. ¿Espera que las frecuencias de corte reales ocurran a las frecuencias de corte de diseño? Explique.
46. a. Use dos inductores de 10 mH para diseñar un filtro pasabanda que tenga una frecuencia de corte de 25 krad/s y 40 krad/s.
    b. Dibuje su esquema y grafique la respuesta en frecuencia de la ganancia de voltaje y el desplazamiento de fase.
    c. ¿Espera que las frecuencias de corte reales ocurran a las frecuencias de corte de diseño? Explique.

22-7 El filtro supresor de banda

47. Dado el circuito de la figura 22-58:
    a. Determine la frecuencia de "ranura".
    b. Calcule el Q del circuito.
    c. Encuentre el ancho de banda y determine las frecuencias de media potencia.
    d. Dibuje la respuesta de ganancia de voltaje del circuito, muestre el nivel (en dB) en la frecuencia de "ranura".

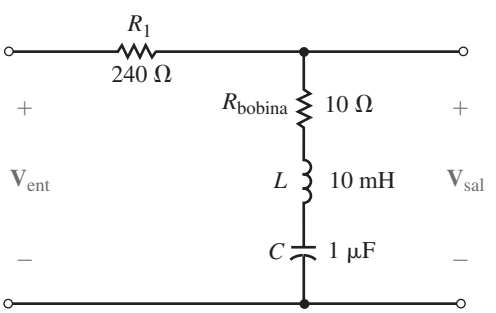


FIGURA 22-58

MULTISIM

48. Repita el problema 47 para el circuito de la figura 22-59.

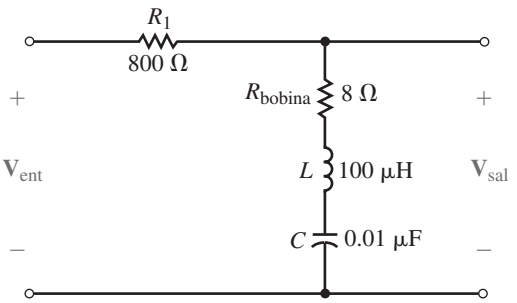


FIGURA 22-59

MULTISIM

49. Dado el circuito de la figura 22-60:

a. Determine la frecuencia de "ranura" en rad/s y en Hz.
b. Encuentre el Q del circuito.
c. Calcule la ganancia de voltaje (en dB) en la frecuencia de ranura.
d. Determine la ganancia de voltaje en las condiciones de frontera.
e. Encuentre el ancho de banda del filtro "ranura" y determine las frecuencias en las que la ganancia de voltaje es 3 dB más alta que en la frecuencia de "ranura".

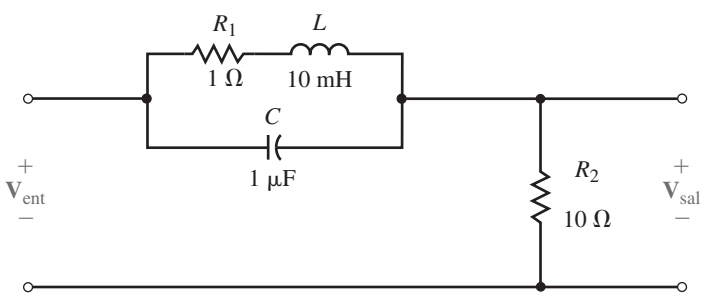


FIGURA 22-60

MULTISIM

50. Repita el problema 49 para el circuito de la figura 22-61.

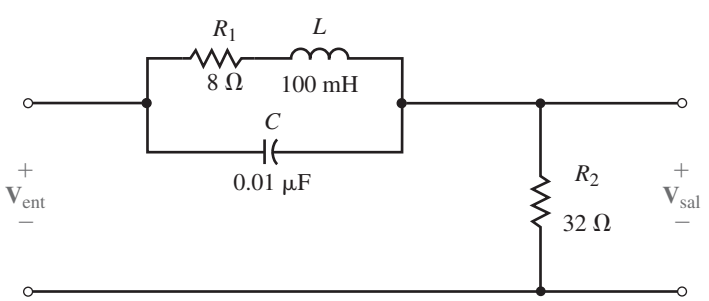


FIGURA 22-61

MULTISIM

22-8 Análisis de circuitos por computadora

51. Use PSpice para conectar el circuito de la figura 22-62. Configure el barrido del circuito a frecuencias de 100 Hz a 1 MHz. Use el postprocesador Probe para desplegar la respuesta en frecuencia de la ganancia de voltaje (en dBV) y el desplazamiento de fase del circuito.

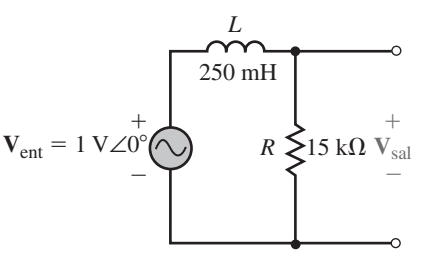


FIGURA 22-62

PSpice

PSpice
52. Repita el problema 51 para el circuito que se muestra en la figura 22-53.

PSpice
53. Use PSpice para conectar el circuito de la figura 22-56. Use el postprocesador Probe para desplegar la respuesta en frecuencia de la ganancia de voltaje (en dBV) y el desplazamiento de fase del circuito. Seleccione un intervalo adecuado del barrido de frecuencia y use los cursores para determinar las frecuencias de media potencia y el ancho de banda del circuito.

PSpice
54. Repita el problema 53 para el circuito que se muestra en la figura 22-57.

PSpice
55. Repita el problema 53 para el circuito que se muestra en la figura 22-58.

PSpice
56. Repita el problema 53 para el circuito que se muestra en la figura 22-59.

PSpice
57. Repita el problema 53 para el circuito que se muestra en la figura 22-60.

PSpice
58. Repita el problema 53 para el circuito que se muestra en la figura 22-61.

PSpice
59. Use Multisim para obtener la respuesta en frecuencia para el circuito de la figura 22-62. Configure el barrido del circuito a frecuencias de 100 Hz a 1 MHz.

MULTISIM
60. Repita el problema 59 para el circuito de la figura 22-53.

MULTISIM
61. Utilice Multisim para obtener la respuesta en frecuencia para el circuito que se muestra en la figura 22-58. Seleccione un intervalo de frecuencias adecuado y use los cursores para determinar la frecuencia de "ranura" y el ancho de banda del circuito.

MULTISIM
62. Repita el problema 61 para el circuito que se muestra en la figura 22-59.

MULTISIM
63. Repita el problema 61 para el circuito que se muestra en la figura 22-60.

MULTISIM
64. Repita el problema 61 para el circuito que se muestra en la figura 22-61.

✓ RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 1

1. a. -1.99 dBm b. -15.0 dBm c. -66.0 dBm
2. a. 0.561 V_{rms} b. 0.224 V_{rms} c. 0.354 V_{rms}

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 2

a. $R = 3333\ \Omega$ en serie con $C = 0.01\ \mu$F (la salida a través de C)

b. $R_1 = 630\ \Omega$ en serie con $L = 10$ mH y $R_2 = 630\ \Omega$ (la salida a través de R_2)

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 3

1. $\mathbf{TF} = \dfrac{j\omega(6.36 \times 10^{-6})}{1 + j\omega(6.36 \times 10^{-6})}$

   $C = 0.05\ \mu$F en serie con $R = 127.3\ \Omega$ (la salida a través de R)

2. $\mathbf{TF} = \dfrac{j\omega(3.125 \times 10^{-6})}{1 + j\omega(12.5 \times 10^{-6})}$

   $R_1 = 8\ \text{k}\Omega$ en serie con $L = 25\ \text{mH} \| R_2 = 2.67\ \text{k}\Omega$ (la salida a través de la combinación en paralelo)

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 4

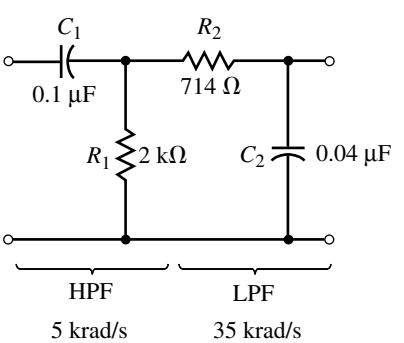


FIGURA 22-63

■ TÉRMINOS CLAVE

Autotransformador
Circuito acoplado
Coeficiente de acoplamiento
Convención del punto
Corriente de magnetización
Corrientes parásitas
Débilmente acoplado
Elevación-reducción
Flujo de fuga
Flujo mutuo
Fuertemente acoplado
Histéresis
Igualación de impedancia
Impedancia acoplada
Impedancia reflejada
Inductancia mutua
Núcleo de ferrita
Núcleo de hierro
Pérdidas en el cobre
Perdidas en el núcleo
Primario
Prueba a circuito abierto
Prueba de cortocircuito
Prueba de la "patada"
Relación de corriente
Relación de transformación
Relación de voltaje
Relación de vueltas
Secundario
Terminales de correspondencia
Tipo acorazado
Tipo de núcleo
Transformador
Transformador de núcleo de aire
Transformador ideal
Voltaje autoinducido

■ PLAN GENERAL

Introducción
Transformadores de núcleo de hierro: el modelo ideal
Impedancia reflejada
Especificaciones del transformador de potencia
Aplicaciones del transformador
Transformadores de núcleo de hierro prácticos
Pruebas de los transformadores
Efectos del voltaje y la frecuencia
Circuitos débilmente acoplados
Circuitos acoplados magnéticamente con excitación sinusoidal
Impedancia acoplada
Análisis de circuitos por computadora

■ OBJETIVOS

Después de estudiar este capítulo será capaz de:

- describir cómo un transformador acopla energía desde su primario hasta su secundario a través de un campo magnético cambiante,
- describir la construcción de un transformador básico,
- usar la convención del punto para determinar las fases del transformador,
- determinar las relaciones de voltaje y corriente a partir de la relación de vueltas de los transformadores de núcleo de hierro,
- calcular el voltaje y la corriente en circuitos con transformadores con núcleo de hierro y núcleo de aire,
- usar transformadores para igualar la impedancia de las cargas,
- describir algunas de las aplicaciones básicas de los transformadores,
- determinar los circuitos equivalentes de los transformadores,
- calcular la eficiencia del transformador con núcleo de hierro,
- usar Multisim y PSpice para resolver circuitos con transformadores y circuitos acoplados,
- utilizar una calculadora (TI-86) para resolver problemas de circuitos acoplados.

Transformadores y circuitos acoplados

23

RESUMEN DEL CAPÍTULO

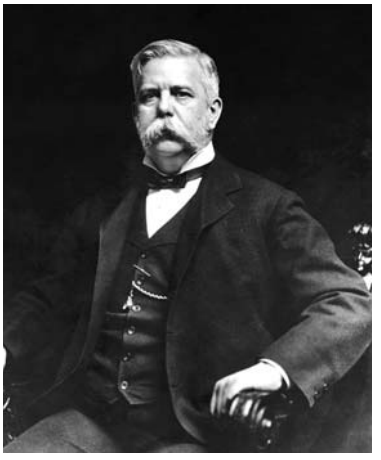
En el estudio del voltaje inducido en el capítulo 13 se encontró que el campo magnético cambiante producido por la corriente en una bobina provoca un voltaje en una segunda bobina devanada en el mismo núcleo. El dispositivo para utilizar este efecto es el **transformador.**

Los transformadores tienen muchas aplicaciones. Se usan en sistemas de potencia eléctrica para aumentar el voltaje en transmisiones a larga distancia y para disminuirlo luego otra vez a un nivel seguro para su empleo en casas y oficinas. Se utilizan en fuentes de potencia para equipo electrónico con el fin de subir o bajar el voltaje, en sistemas de audio para igualar las cargas de las bocinas a los amplificadores, en telefonía, en radio y en sistemas de televisión para acoplar señales, etcétera.

En este capítulo se estudian los fundamentos de los transformadores y se analizan los circuitos que los contienen. Se estudia la acción de los transformadores, los tipos de ellos que existen, sus relaciones de voltaje y corriente, sus aplicaciones, etc. Los transformadores con núcleo de hierro y con núcleo de aire se abordarán junto con el acoplamiento de circuitos en general. ■

PERSPECTIVA HISTÓRICA

George Westinghouse



UNO DE LOS DISPOSITIVOS que han hecho posible el sistema de potencia de ca comercial como se le conoce hoy en día es el transformador. Aunque Westinghouse no inventó el transformador, la adquisición de los derechos de patente del mismo y sus negocios de fabricación, lo ayudaron a tener un papel importante en la batalla cd contra ca en la emergente industria de la potencia eléctrica (véase el capítulo 15). De común acuerdo con Tesla (véase capítulo 24), Westinghouse peleó enérgicamente a favor de la ca contra Edison, quien prefería la cd. En 1893, la compañía de Westinghouse construyó el sistema de potencia de las cataratas del Niágara para generar ca, la batalla terminó con la ca como clara ganadora. (Irónicamente, en años recientes la cd ha sido resucitada para su uso en sistemas eléctricos de potencia comerciales porque a voltajes extremadamente altos, es capaz de transmitir potencia a distancias más grandes que la ca. Sin embargo, eso no era posible en los días de Edison y la ca era, y aún lo es, la elección correcta para el sistema de potencia eléctrica comercial.)

George Westinghouse nació en 1846 en Central Bridge, Nueva York. Hizo su fortuna gracias a la invención del sistema de freno de aire del ferrocarril. Murió en 1914 y fue electo para el Salón de la Fama de los Grandes Estadounidenses en 1955. ■

23-1 Introducción

Un transformador es un **circuito acoplado** magnéticamente, es decir, un circuito en el cual el campo magnético producido por la corriente que varía en el tiempo en un circuito induce voltaje en otro. Para ilustrarlo, en la figura 23-1 se muestra un transformador básico de núcleo de hierro. Se compone de dos bobinas devanadas en un núcleo común. La corriente alterna en uno de los devanados establece un flujo que enlaza el otro devanado e induce un voltaje en él. Entonces, la potencia fluye de un circuito al otro a través de un medio del campo magnético, sin ninguna conexión eléctrica entre los dos lados. El devanado al cual se le suministra potencia se llama **primario**, mientras que el devanado el cual toma la potencia se le llama **secundario**. La potencia puede fluir en cualquier dirección, ya que cualquiera de los devanados puede usarse como primario o secundario.

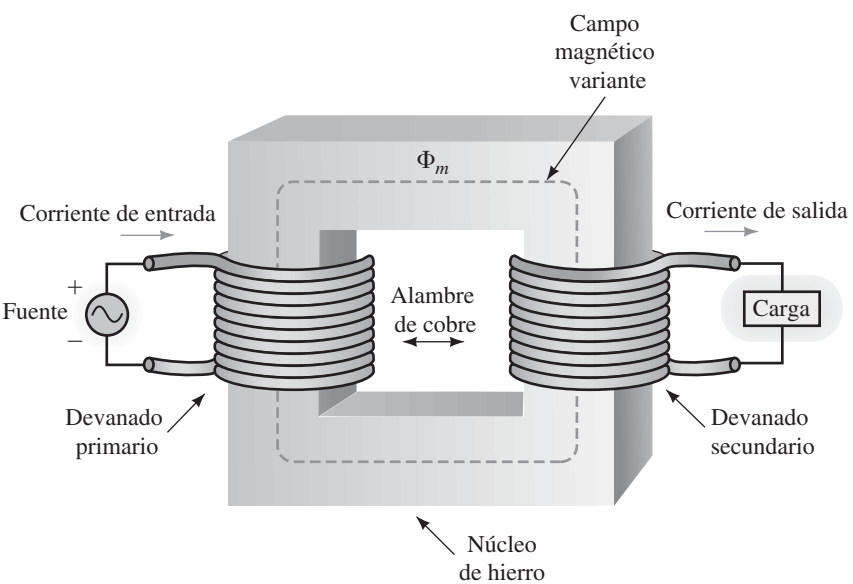


FIGURA 23-1 Transformador básico de núcleo de hierro. La energía se transfiere desde la fuente hasta la carga a través del campo magnético del transformador sin ninguna conexión física entre los dos lados.

Construcción del transformador

Los transformadores se clasifican en dos categorías: de núcleo de hierro y de núcleo de aire. Se inicia con los del tipo de **núcleo de hierro**. Estos transformadores se usan por lo general en aplicaciones de baja frecuencia en audio y potencia. Las figuras 23-2 y 23-3 muestran unos pocos ejemplos de transformadores de núcleo de hierro.

El hierro (en realidad un acero especial llamado acero de transformador) se usa para núcleos porque incrementa el acoplamiento entre las bobinas proporcionando una trayectoria fácil para el flujo magnético. Se usan dos tipos básicos en la construcción del núcleo de hierro: el **tipo núcleo** y el **tipo acorazado** (figura 23-4). En ambos casos, los núcleos se fabrican con láminas de acero, aisladas unas de otras mediante una delgada cubierta de cerámica u otro material para ayudar a minimizar las pérdidas por corrientes parásitas (sección 23-6).

Sin embargo, el hierro tiene pérdidas de potencia considerables debidas a la histéresis y a las corrientes parásitas a altas frecuencias, por esa razón no es útil como material de núcleo por arriba de 50 kHz. Para aplicaciones de alta frecuencia (como en circuitos de radio) se usan los tipos de **núcleo de aire** y **núcleo de ferrita**. La figura 23-5 muestra un dispositivo de núcleo de ferrita. La ferrita (un material magnético hecho de óxido de hierro en polvo) incrementa

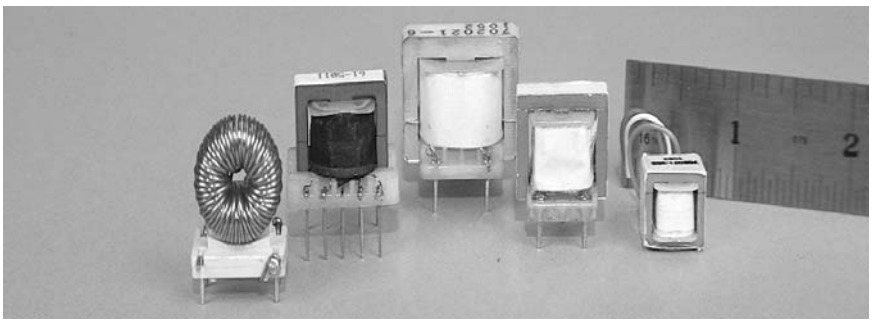


FIGURA 23-2 Transformadores de núcleo de hierro del tipo que se usa en equipo electrónico. *(Cortesía de Transformer Manufactures Inc.)*



FIGURA 23-3 Transformador de distribución (vista de corte) del tipo que emplean las compañías eléctricas para distribuir potencia a usuarios domésticos y comerciales. El tanque está lleno de aceite para mejorar el aislamiento y evitar el calentamiento del núcleo y los devanados. (*Cortesía de Carte International Inc*.)

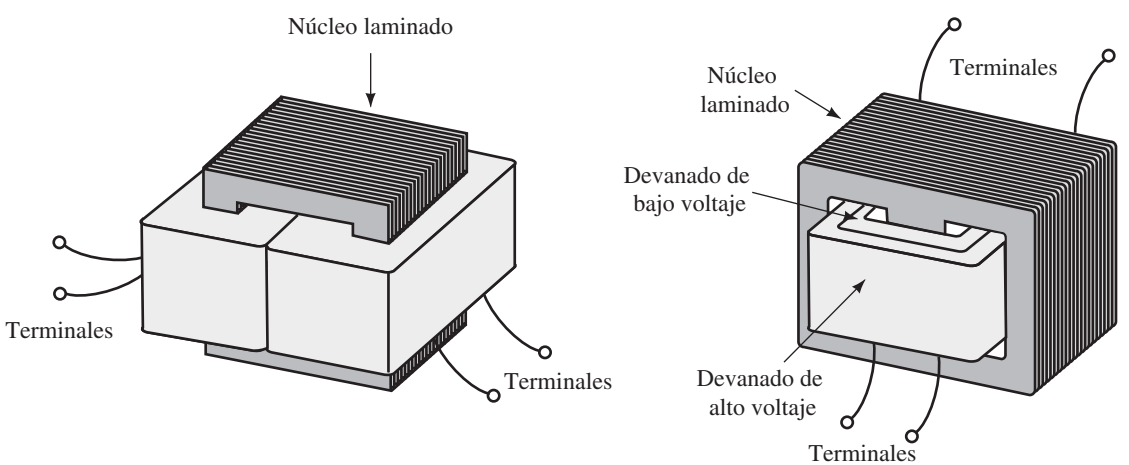


FIGURA 23-4 Para el tipo núcleo (izquierda), los devanados están en brazos separados, mientras que para el tipo acorazado ambos devanados están en el mismo brazo. (Adaptado con la autorización de Perozzo, *Practical Electronics Troubleshooting*, © 1985 Delmar Publishers Inc.)

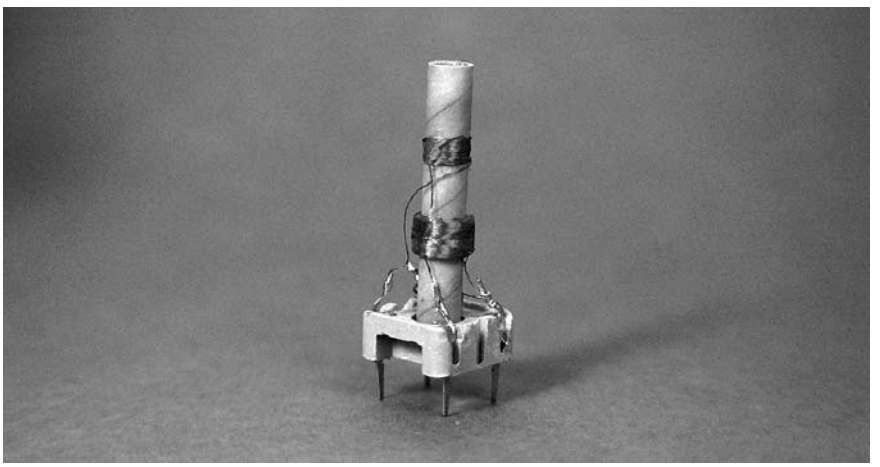
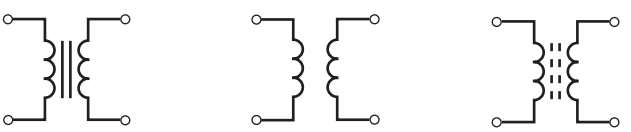


FIGURA 23-5 Un transformador de núcleo de ferrita sintonizado por vástago del tipo que se usa en circuitos de radio. El acoplamiento entre las bobinas se varía mediante un vástago de ferrita dentro del tubo.

grandemente el acoplamiento entre las bobinas (comparado con el aire) mientras mantiene bajas las pérdidas. Los símbolos de circuito para los transformadores se muestran en la figura 23-6.



(a) Núcleo de hierro (b) Núcleo de aire (c) Núcleo de ferrita

FIGURA 23-6 Símbolos esquemáticos del transformador.

Direcciones del devanado

Una de las ventajas de un transformador es que puede usarse para cambiar la polaridad de un voltaje de ca. Esto se ilustra en la figura 23-7 para un par de transformadores de núcleo de hierro. Para el transformador de (a) los voltajes del primario y del secundario están en fase (por razones que se discutirán después), mientras que en (b) están fuera de fase por 180º.



(a) Desplazamiento de fase de 0° (b) Desplazamiento de fase de 180°

FIGURA 23-7 La dirección relativa de los devanados determina el desplazamiento de fase.

Circuitos fuertemente acoplados y débilmente acoplados

Si la mayor parte del flujo producido por una bobina se enlaza con el otro, se dice que las bobinas están **fuertemente acopladas.** Entonces, los transformadores de núcleo de hierro están fuertemente acoplados (ya que cerca de 100% del flujo está confinado en el núcleo y entonces enlaza ambos devanados). Sin embargo, para transformadores de núcleo de aire y de ferrita, mucho menos de 100% del flujo enlaza ambos devanados. Por tanto, están **débilmente acoplados;** a consecuencia de esto se aplican los mismos principios para su análisis y se les trata juntos en la sección 23-9.

Ley de Faraday

Toda la operación del transformador se describe mediante la ley de Faraday, la cual establece (en el Sistema Internacional de unidades) que el voltaje inducido en un circuito mediante un cambio del campo magnético es igual a la tasa a la cual cambia el flujo que enlaza al circuito. Sin embargo, cuando la ley de Faraday se aplica a los transformadores de núcleo de hierro y de aire, los resultados son totalmente diferentes: se encuentra que los transformadores de núcleo de hierro se caracterizan por su relación de vueltas, mientras que los transformadores de núcleo de aire se caracterizan por sus autoinductancias y las inductancias mutuas. Se iniciará con los transformadores de núcleo de hierro.

23-2 Transformadores de núcleo de hierro: el modelo ideal

A primera vista, los transformadores de núcleo de hierro parecen difíciles de analizar porque tienen características tales como resistencia del devanado, pérdidas en el núcleo y fugas de flujo que parecen difíciles de manejar. Por fortuna, estos efectos son pequeños y a menudo se pueden pasar por alto. El resultado es el **transformador ideal.** Sin embargo, una vez que se conoce cómo analizar un transformador ideal, es relativamente fácil agregar los efectos no ideales. Este es el enfoque que se usa aquí.

Para hacer ideal un transformador, 1) no se toma en cuenta la resistencia de sus bobinas, 2) se desprecian sus pérdidas en el núcleo, 3) se supone que todo el flujo está confinado en su núcleo, y 4) se supone que se necesita una corriente ínfima para establecer el flujo en su núcleo. (Los transformadores de potencia de núcleo de hierro bien diseñados son casi ideales.)

Ahora se aplica la ley de Faraday al transformador ideal. Sin embargo, antes de hacerlo, es necesario determinar los enlaces de flujo. El flujo que enlaza un devanado (como se determinó en el capítulo 13) es el producto del flujo que pasa a través del devanado multiplicado por el número de vueltas por el que pasa. Para el flujo Φ que pasa a través de N vueltas, el enlace de flujo es $N\Phi$. Entonces, para el transformador ideal (figura 23-8), el enlace del flujo del primario es $N_p\Phi_m$, mientras que el enlace de flujo del secundario es $N_s\Phi_m$, donde el subíndice "m" indica el flujo mutuo, es decir, el flujo que enlaza ambos devanados.

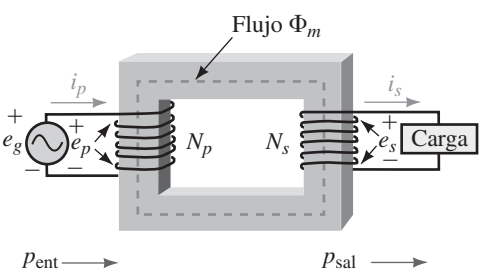


FIGURA 23-8 Transformador ideal. Todo el flujo está confinado en el núcleo y enlaza ambos devanados. Este es un transformador "fuertemente acoplado".

Relación de voltaje

Ahora se aplica la ley de Faraday. Ya que el enlace de flujo es igual a $N\Phi$ y ya que N es constante, el voltaje inducido es igual a N multiplicado por la tasa de cambio de Φ, es decir, $e = Nd\Phi/dt$. Entonces, para el primario de un transformador ideal,

$$e_p = N_p \frac{d\Phi_m}{dt} \tag{23-1}$$

mientras que para el secundario

$$e_s = N_s \frac{d\Phi_m}{dt} \tag{23-2}$$

Al dividir la ecuación 23-1 por la 23-2 y cancelar $d\Phi_m/dt$ se obtiene

$$\frac{e_p}{e_s} = \frac{N_p}{N_s} \tag{23-3}$$

La ecuación 23-3 establece que *la razón entre el voltaje del primario y el voltaje del secundario es igual a la razón de vueltas del primario con respecto a las vueltas del secundario.* Esta razón se llama **relación de transformación** o **relación de vueltas** y se representa por el símbolo a. Entonces,

$$a = N_p/N_s \tag{23-4}$$

y

$$e_p/e_s = a \tag{23-5}$$

Por ejemplo, un transformador con 1000 vueltas en el primario y 250 vueltas en el secundario tiene una relación de vueltas de 1000/250 = 4. Esto se conoce como una relación 4:1.

Debido a que la razón entre dos voltajes sinusoidales instantáneos es igual que la razón entre sus valores efectivos, la ecuación 23-5 puede escribirse como

$$E_p/E_s = a \tag{23-6}$$

Como se indicó antes, e_p y e_s están en fase o desfasados por 180º, dependiendo de la dirección relativa de los devanados de las bobinas. Por tanto, se puede también expresar la **relación de voltaje** en términos de fasores como

$$\mathbf{E}_p/\mathbf{E}_s = a \tag{23-7}$$

donde la polaridad relativa (en fase o 180º fuera de fase) se determina mediante la dirección de los devanados de las bobinas (figura 23-7).

Transformadores de elevación y reducción

En un transformador de **elevación** el voltaje del secundario es más alto que el voltaje del primario, mientras en un transformador de **reducción** el voltaje del secundario es más bajo. Ya que $a = E_p/E_s$, un transformador de elevación tiene $a < 1$, mientras que para un transformador de reducción $a > 1$. Si $a = 1$, la relación de vueltas del transformador es unitaria y el voltaje del secundario es igual al voltaje del primario.

EJEMPLO 23-1

Suponga que el transformador de la figura 23-7(a) tiene 500 vueltas en su primario y 1000 vueltas en su secundario.

a. Determine su relación de vueltas. ¿Es de elevación o de reducción?
b. Si el voltaje en el primario es $e_p = 25 \text{ sen } \omega t$ V ¿cuál es el voltaje del secundario?
c. Dibuje las formas de onda.

Soluciones

a. La relación de vueltas es $a = N_p/N_s = 500/1000 = 0.5$. Este es un transformador de elevación de 1:2.
b. A partir de la ecuación 23-5, $e_s = e_p/a = (25 \text{ sen } \omega t)/0.5 = 50 \text{ sen } \omega t$ V.
c. Los voltajes del primario y el secundario están en fase como se indicó antes. La figura 23-9 muestra las formas de onda.

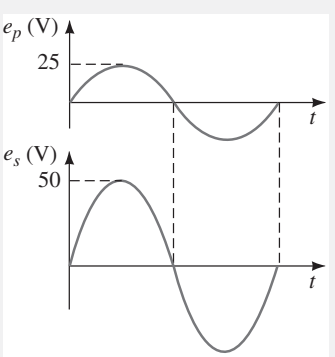


FIGURA 23-9

EJEMPLO 23-2

Si los transformadores de la figura 23-7 tienen 600 vueltas en sus primarios y 120 en sus secundarios, y $\mathbf{E}_p = 120\ \text{V}\angle 0°$, ¿cuánto vale $\mathbf{E}_s$ para cada uno?

Solución La relación de vueltas es $a = 600/120 = 5$. Para el transformador (a), $\mathbf{E}_s$ está en fase con $\mathbf{E}_p$. Por tanto, $\mathbf{E}_s = \mathbf{E}_p/5 = (120\ \text{V}\angle 0°)/5 = 24\ \text{V}\angle 0°$. Para el transformador (b) $\mathbf{E}_s$ está 180° fuera de fase con respecto a $\mathbf{E}_p$. Por tanto, $\mathbf{E}_s = 24\ \text{V}\angle 180°$.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 1

Repita el ejemplo 23-1 para el circuito de la figura 23-7(b) si $N_p = 1200$ vueltas y $N_s = 200$ vueltas.

Respuesta
$e_s = 4.17\ \text{sen}(\omega t + 180°)$

Relación de corriente

Ya que un transformador ideal no tiene pérdidas de potencia, su eficiencia es de 100% y entonces la potencia es igual a la potencia de salida. Considere de nuevo la figura 23-8. En cualquier instante $p_{\text{ent}} = e_p i_p$ y $p_{\text{sal}} = e_s i_s$. Entonces,

$$e_p i_p = e_s i_s \qquad \textbf{(23-8)}$$

e

$$\frac{i_p}{i_s} = \frac{e_s}{e_p} = \frac{1}{a} \qquad \textbf{(23-9)}$$

debido a que $e_s/e_p = 1/a$. Esto significa que si el voltaje es elevado, la corriente es reducida y viceversa. En términos de fasores de corriente y magnitudes de corriente, la ecuación 23-9 puede escribirse como

$$\frac{\mathbf{I}_p}{\mathbf{I}_s} = \frac{I_p}{I_s} = \frac{1}{a} \qquad \textbf{(23-10)}$$

Por ejemplo, un transformador con $a = 4$, y $\mathbf{I}_p = 2\ \text{A}\angle -20°$, $\mathbf{I}_s = a\mathbf{I}_p = 4(2\ \text{A}\angle -20°) = 8\ \text{A}\angle -20°$, figura 23-10.

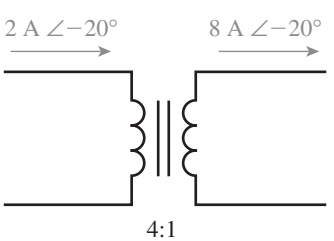


FIGURA 23-10 La relación de corrientes es el inverso de la relación de vueltas.

Polaridad del voltaje inducido: la convención del punto

Como se indicó antes, el voltaje del secundario de un transformador de núcleo de hierro está en fase con el voltaje del primario o 180º fuera de fase, dependiendo de la dirección relativa de sus devanados. Ahora se demostrará por qué.

Una simple prueba, llamada **prueba de la "patada"** (que en ocasiones usan los electricistas para determinar la polaridad del transformador), puede ayudar a establecer la idea. El circuito básico se muestra en la figura 23-11. Se usa un interruptor para conectar y abrir el circuito (ya que se induce voltaje sólo mientras cambia el flujo).

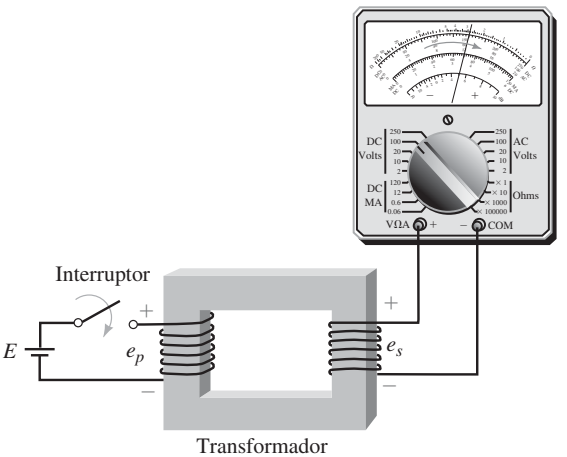


FIGURA 23-11 La prueba de la "patada". Para mostrar las direcciones del devanado, la aguja del medidor "patea" hacia arriba en la escala en el instante en que se cierra el interruptor. (Éste es el transformador de la figura 23-7(a).)

Para mostrar las direcciones del devanado, en el instante en que el interruptor se cierra, la aguja del voltímetro "patea" hacia arriba en la escala y luego regresa a cero. Para entender por qué, es necesario considerar los campos magnéticos. Sin embargo, antes de iniciar, se colocará un punto en una de las terminales del primario; en este caso, se selecciona de manera arbitraria la terminal superior. También se reemplaza el voltímetro por su resistencia equivalente (figura 23-12).

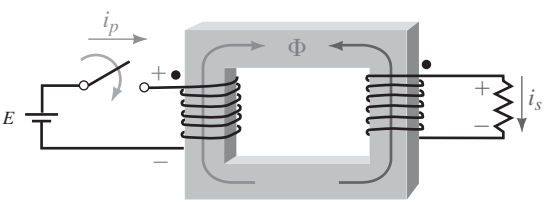


FIGURA 23-12 Determinación de las posiciones de los puntos.

NOTAS PRÁCTICAS . . .

1. Aunque se ha desarrollado la convención del punto con una fuente de cd con interruptor, es igualmente válida para ca. De hecho, se le usará principalmente para ca.
2. El resistor de la figura 23-12 se requiere sólo para entender la física del establecimiento de la polaridad del voltaje del secundario. Se puede quitar sin afectar la posición del punto resultante.
3. En la práctica, las terminales de correspondencia pueden estar marcadas con puntos, con alambres de color codificado o con designaciones especiales de letras.
4. Hay mucho más acerca de la convención del punto y su uso en la sección 23-9.

En el instante en que se cierra el interruptor, la polaridad de la terminal del primario con punto es positiva con respecto a la terminal del primario sin punto (ya que el extremo + de la fuente está directamente conectado a él). Conforme se desarrolla la corriente en el primario, se crea un flujo en dirección hacia arriba como lo indica la flecha azul (recuerde la regla de la mano derecha). De acuerdo con la ley de Lenz, el efecto debe oponerse a la causa que lo produce. El efecto es un voltaje inducido en el devanado secundario. La corriente resultante en el secundario produce un flujo que, de acuerdo con la ley de Lenz, *debe oponerse a la acumulación del flujo original*, es decir, debe tener la dirección de la flecha roja. Al aplicar la regla de la mano derecha se observa que la corriente en el secundario debe tener la dirección indicada por i_s. Al colocar un signo más en la cola de la flecha se muestra que el extremo superior del resistor es positivo. Esto significa que el extremo superior del devanado secundario también es positivo. Se coloca un punto aquí. Las terminales con punto se llaman **terminales de correspondencia.**

Como se puede ver, las terminales de correspondencia son positivas (con respecto a sus correspondientes terminales sin punto) en el instante en que el interruptor se cierra. Si se realiza un análisis similar en el instante en que se abre el interruptor, se encuentra que ambas terminales con punto son negativas. Entonces, *las terminales con punto tienen la misma polaridad en todos los instantes.* Lo que se ha desarrollado aquí se conoce como la **convención del punto para circuitos acoplados.** Véase la Nota al margen.

EJEMPLO 23-3

Determine las formas de onda para e_s en el circuito de la figura 23-13(a).

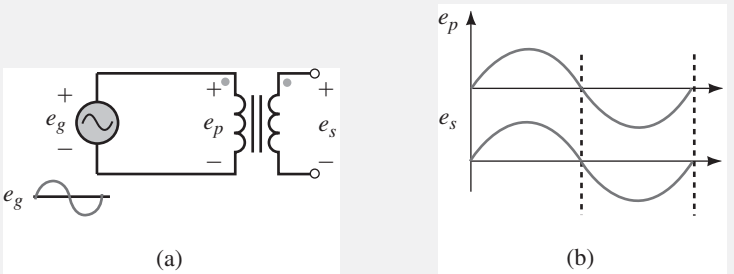


FIGURA 23-13

Solución Las terminales con punto tienen la misma polaridad (con respecto a las terminales sin punto) en todo instante. Durante el primer medio ciclo, el extremo con punto de la bobina del primario es positivo. Por tanto, el extremo con punto del secundario también es positivo. Durante el segundo medio ciclo, ambos son negativos. Las marcas de polaridad sobre e_s significan que se está viendo la polaridad desde el extremo superior de la bobina del secundario con respecto a su extremo inferior. Por tanto, e_s es positivo durante el primer medio ciclo y negativo durante el segundo medio ciclo. Por consiguiente, está en fase con e_p como se indica en (b). Entonces, si $e_p = E_{m_p}$ sen ωt, entonces $e_s = E_{m_s}$ sen ωt.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 2

1. Determine la ecuación para e_s en el circuito de la figura 23-14(b), (c) y (d).

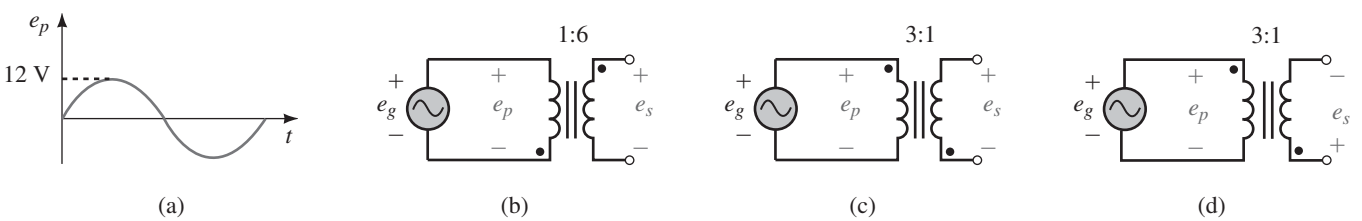


FIGURA 23-14 La forma de onda (a) es el voltaje aplicado al primario.

2. Si $\mathbf{E}_g = 120\ \text{V}\angle 30°$, determine $\mathbf{E}_s$ para cada uno de los transformadores de la figura 23-14.
3. ¿Dónde van los puntos en los transformadores de la figura 23-7?

Respuestas

1. $e_s = 72$ sen$(\omega t + 180°)$ V; $e_s = 4$ sen$(\omega t + 180°)$ V; $e_s = 4$ sen ωt
2. Para (b), $\mathbf{E}_s = 720\ \text{V}\angle -150°$; para (c), $\mathbf{E}_s = 40\ \text{V}\angle -150°$; $40\ \text{V}\angle 30°$
3. Para (a) coloque los puntos en a y c. Para (b) coloque los puntos en a y d.

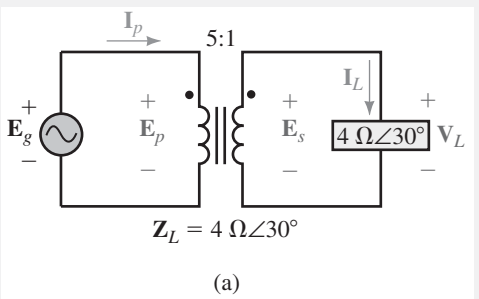
Análisis de circuitos simples con transformador

Los circuitos simples con transformador pueden analizarse con las relaciones que se han descrito hasta ahora, a saber, $\mathbf{E}_p = a\mathbf{E}_s$, $\mathbf{I}_p = \mathbf{I}_s/a$, y $P_{\text{ent}} = P_{\text{sal}}$. Esto se ilustra en el ejemplo 23-4. Los problemas más complejos requieren algunas ideas adicionales.

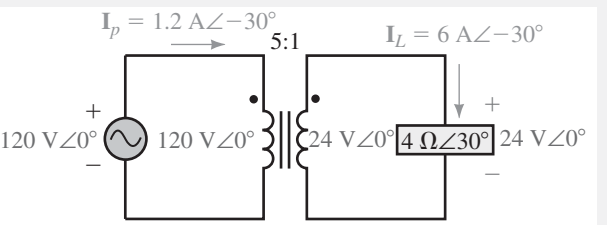
EJEMPLO 23-4

Para la figura 23-15(a), $\mathbf{E}_g = 120\ \text{V}\angle 0°$, la relación de vueltas es 5:1 y $\mathbf{Z}_L = 4\ \Omega\angle 30°$. El transformador es ideal. Determine

a. el voltaje en la carga,
b. la corriente en la carga,
c. la corriente del generador,
d. la potencia en la carga,
e. la potencia de salida del generador.



(a)



(b)

FIGURA 23-15

MULTISIM

Soluciones

a. $\mathbf{E}_p = \mathbf{E}_g = 120\ \text{V}\angle 0°$
   $\mathbf{V}_L = \mathbf{E}_s = \mathbf{E}_p/a = (120\ \text{V}\angle 0°)/5 = 24\ \text{V}\angle 0°$
b. $\mathbf{I}_L = \mathbf{V}_L/\mathbf{Z}_L = (24\ \text{V}\angle 0°)/(4\ \Omega\angle 30°) = 6\ \text{A}\angle -30°$
c. $\mathbf{I}_g = \mathbf{I}_p$. Pero $\mathbf{I}_p = \mathbf{I}_s/a = \mathbf{I}_L/a$. Entonces,
   $\mathbf{I}_g = (6\ \text{A}\angle -30°)/5 = 1.2\ \text{A}\angle -30°$
   Los valores se muestran en la figura 23-15(b).
d. $P_L = V_L I_L \cos\theta_L = (24)(6)\cos 30° = 124.7\ \text{W}$.
e. $P_g = E_g I_g \cos\theta_g$, donde θ_g es el ángulo entre $\mathbf{E}_g$ y $\mathbf{I}_g$. $\theta_g = 30°$. Entonces, $P_g = (120)(1.2)\cos 30° = 124.7\ \text{W}$, lo cual concuerda con (d) como debe ser, ya que el transformador no tiene pérdidas.

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 1

(Las respuestas están al final del capítulo)

1. Un transformador tiene una relación de vueltas de 1:8. ¿Es de elevación o de reducción? Si $E_p = 25$ V, ¿cuál es el valor de E_s?
2. Para los transformadores de la figura 23-7, si $a = 0.2$ y $\mathbf{E}_s = 600\ \text{V}\angle -30°$, ¿cuánto vale $\mathbf{E}_p$ en cada caso?
3. Para cada uno de los transformadores de la figura 23-16, dibuje el voltaje del secundario, muestre tanto la fase como la amplitud.
4. Para la figura 23-17, determine la posición del punto que hace falta.
5. La figura 23-18 muestra otra manera de determinar las terminales con punto. Primero, se marca de manera arbitraria con un punto una de las terminales del primario. Enseguida se conecta un cable de conexión y el voltímetro como se indica. A partir de las lecturas del voltímetro se puede determinar cuál de las terminales del secundario debe tener el punto. Para los dos casos que se indican, ¿dónde debe estar el punto en el secundario? (*Sugerencia:* use la LVK.)

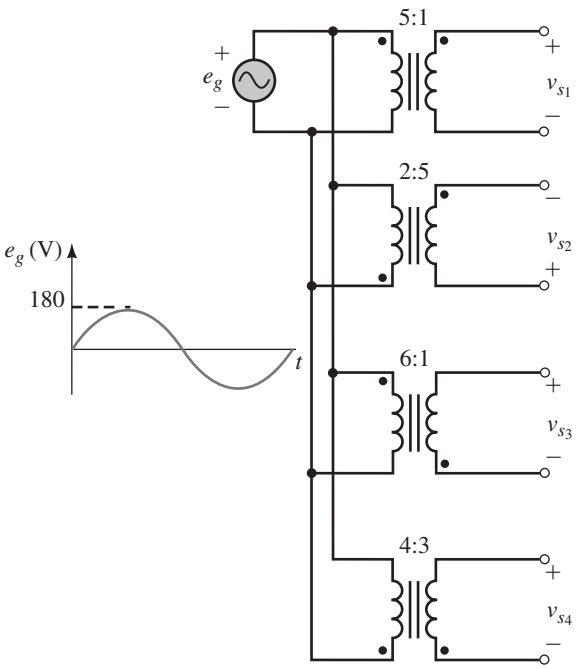


FIGURA 23-16

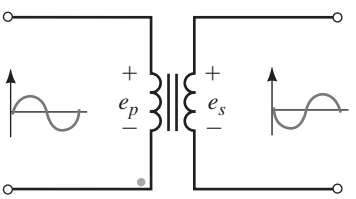
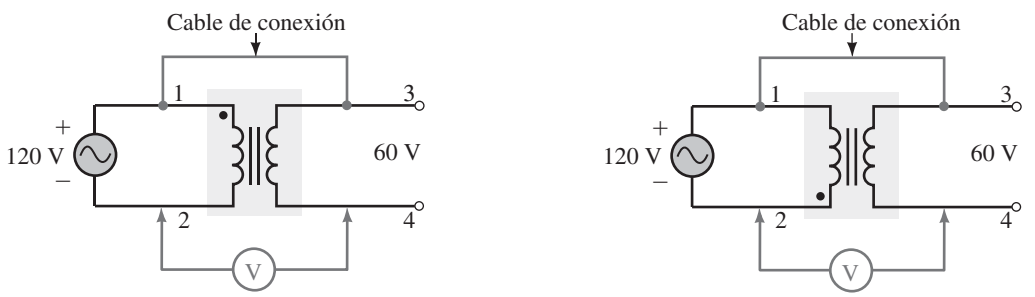


FIGURA 23-17



(a) El voltímetro indica 180 V

(b) El voltímetro indica 60 V

FIGURA 23-18 Cada transformador está especificado a 120 V/60 V.

MULTISIM

23-3 Impedancia reflejada

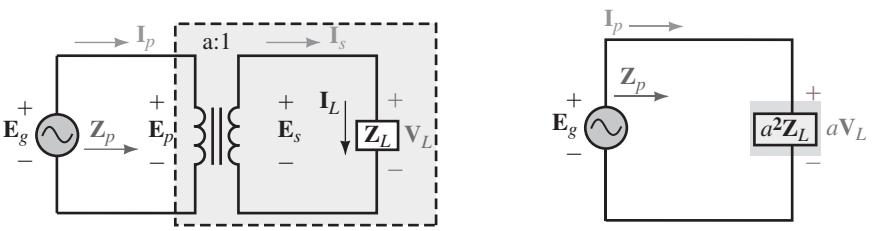
Un transformador hace que una impedancia de carga parezca más grande o más pequeña, dependiendo de su relación de vueltas. Para ilustrarlo, considere la figura 23-19, cuando se conecta directamente a la fuente, la carga aparece como la impedancia $\mathbf{Z}_L$, pero cuando se conecta a través del transformador, aparece como $a^2\mathbf{Z}_L$. Esto se ilustra como sigue. Primero, observe que $\mathbf{Z}_p = \mathbf{E}_g/\mathbf{I}_p$. Pero $\mathbf{E}_g = \mathbf{E}_p$, $\mathbf{E}_p = a\mathbf{E}_s$, e $\mathbf{I}_p = \mathbf{I}_s/a$. Entonces,

$$\mathbf{Z}_p = \frac{\mathbf{E}_p}{\mathbf{I}_p} = \frac{a\mathbf{E}_s}{\left(\frac{\mathbf{I}_s}{a}\right)} = a^2\frac{\mathbf{E}_s}{\mathbf{I}_s} = a^2\frac{\mathbf{V}_L}{\mathbf{I}_L}$$

Sin embargo, $\mathbf{V}_L/\mathbf{I}_L = \mathbf{Z}_L$. Entonces,

$$\mathbf{Z}_p = a^2\mathbf{Z}_L \tag{23-11}$$

Esto significa que ahora la fuente "ve" a $\mathbf{Z}_L$ como la relación de vueltas del transformador al cuadrado multiplicada por la impedancia de carga. El término $a^2\mathbf{Z}_L$ se conoce como la **impedancia reflejada** de la carga. Observe que mantiene las características de la carga, esto es, una carga capacitiva aún será capacitiva, una carga inductiva seguirá siendo inductiva, etc. Observe también a partir de figura 23-19(a) que el voltaje que ve el transformador es $\mathbf{E}_g$. Pero $\mathbf{E}_g = a\mathbf{V}_L$. Esto significa que el voltaje en la carga reflejada es $a\mathbf{V}_L$ como se indica en (b).

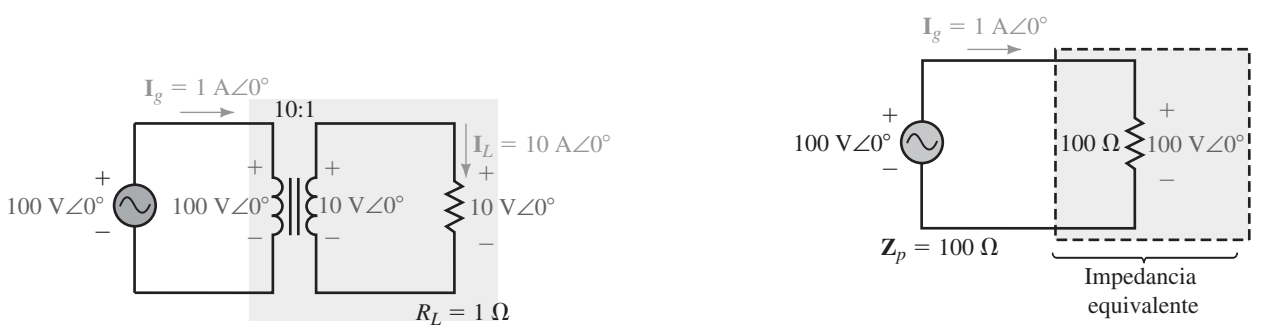


(a) Circuito real (b) Impedancia reflejada $\mathbf{Z}_p = a^2\mathbf{Z}_L$

FIGURA 23-19 Concepto de impedancia reflejada. A partir de las terminales del primario, $\mathbf{Z}_L$ parece como una impedancia de $a^2\mathbf{Z}_L$ con voltaje $a\mathbf{V}_L$ y corriente $\mathbf{I}_L/a$.

A partir de la ecuación 23-11 se observa que la carga parecerá más grande si $a > 1$ y será menor si $a < 1$. Para ilustrarlo, considere la figura 23-20. Si un resistor de 1 Ω se conectara directamente a la fuente, aparecería como un resistor de 1 Ω y la corriente del generador sería 100A∠0°. Sin embargo, cuando se conecta a un transformador de 10:1 parece como un resistor de $(10)^2(1\ \Omega) = 100\ \Omega$ y la corriente del generador es sólo 1 A∠0°.

El concepto de impedancia reflejada es útil en diferentes maneras. Permite igualar cargas a fuentes (como en los amplificadores) así como proporcionar una forma alternativa de resolver problemas con transformadores.



(a) Circuito real (b) Circuito equivalente

FIGURA 23-20 La impedancia equivalente vista por la fuente es 100 Ω.

MULTISIM

EJEMPLO 23-5

Use la idea de la impedancia reflejada para determinar las corrientes del primario y secundario, así como el voltaje de la carga para el circuito de la figura 23-21(a).

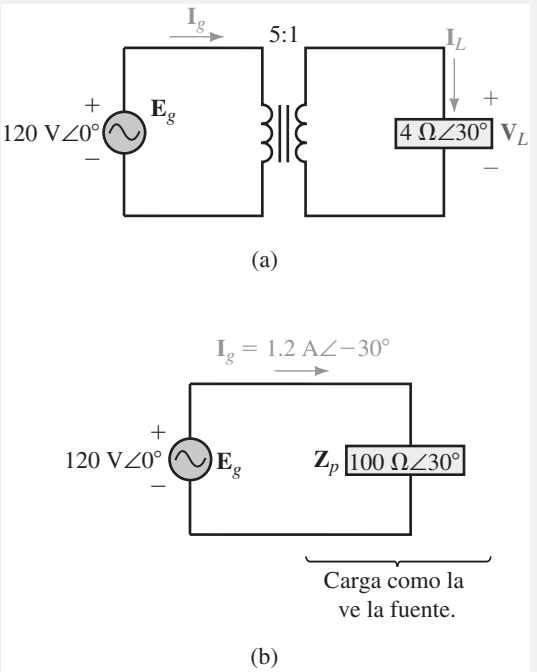


FIGURA 23-21

NOTA . . .

El ejemplo 23-5 es igual que el ejemplo 23-4, en el cual se analiza el circuito en su forma original, mientras que aquí se usa el método de la impedancia reflejada. Como se observa, la cantidad de trabajo requerido es casi el mismo en ambas soluciones, lo que ilustra que no hay ninguna ventaja en particular de un método sobre el otro para circuitos simples como este. Sin embargo, para problemas complejos, las ventajas del método de impedancia reflejada son considerables. Se encontrará que reduce la cantidad de trabajo involucrado y simplifica grandemente el análisis.

Solución

$$\mathbf{Z}_p = a^2\mathbf{Z}_L = (5)^2(4\ \Omega\angle 30°) = 100\ \Omega\angle 30°.$$

El circuito equivalente se muestra en (b).

$$\mathbf{I}_g = \mathbf{E}_g/\mathbf{Z}_p = (120\ \text{V}\angle 0°)/(100\ \Omega\angle 30°) = 1.2\ \text{A}\angle -30°$$
$$\mathbf{I}_L = a\mathbf{I}_p = a\mathbf{I}_g = 5(1.2\ \text{A}\angle -30°) = 6\ \text{A}\angle -30°$$
$$\mathbf{V}_L = \mathbf{I}_L\mathbf{Z}_L = (6\ \text{A}\angle -30°)(4\ \Omega\angle 30°) = 24\ \text{V}\angle 0°$$

Las respuestas son las mismas que las del ejemplo 23-4. Véase la Nota al margen.

23-4 Especificaciones del transformador de potencia

En la práctica, los transformadores de potencia se especifican en términos del voltaje y la potencia aparente (por razones que se discutieron en el capítulo 17). La corriente especificada se determina a partir de estos datos. Entonces, un transformador especificado en 2400/120 volt, 48 kVA tiene una especificación de corriente de 48 000 VA/2400 V = 20 A en su lado de 2400 V y 48 000 VA/120 V = 400 A en su lado de 120 V (observe la figura 23-22). Este transformador puede manejar una carga de 48 kVA, sin tomar en cuenta el factor de potencia.

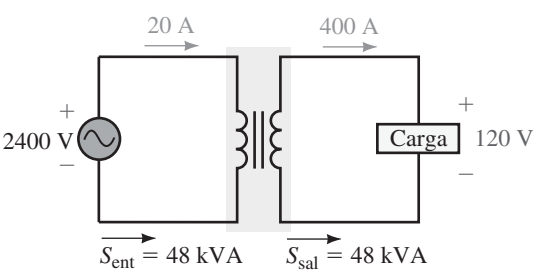


FIGURA 23-22 Los transformadores son especificados mediante la cantidad de potencia aparente y los voltajes con los que están diseñados para operar.

23-5 Aplicaciones del transformador

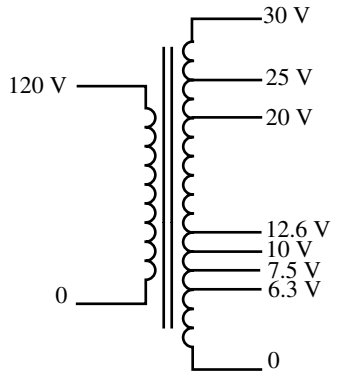


FIGURA 23-23 Un transformador para fuentes de potencia con múltiples derivaciones. El secundario tiene derivaciones a varios voltajes.

Transformadores para fuentes de potencia

En equipo electrónico, los **transformadores para fuente de potencia** se usan para convertir el voltaje de entrada de 120 Vca a los niveles de voltaje que requiere la operación del circuito interno. Una gran variedad de transformadores comerciales se fabrican para este propósito. Por ejemplo, el transformador de la figura 23-23 tiene un devanado en el secundario con múltiples terminales, cada una de ellas proporciona un voltaje de salida diferente. Está desarrollado para fuentes de laboratorio, pruebas de equipo y fuentes de alimentación para experimentos.

La figura 23-24 ilustra un uso común de un transformador para fuente de potencia. Primero, el voltaje de línea de entrada se reduce, después un circuito rectificador (que emplea diodos para convertir ca en cd mediante un proceso llamado rectificación) convierte la ca en cd de pulsos, un filtro la suaviza y finalmente un regulador de voltaje (un dispositivo electrónico que se usa para mantener constante el voltaje de salida) lo regula al valor de cd requerido.

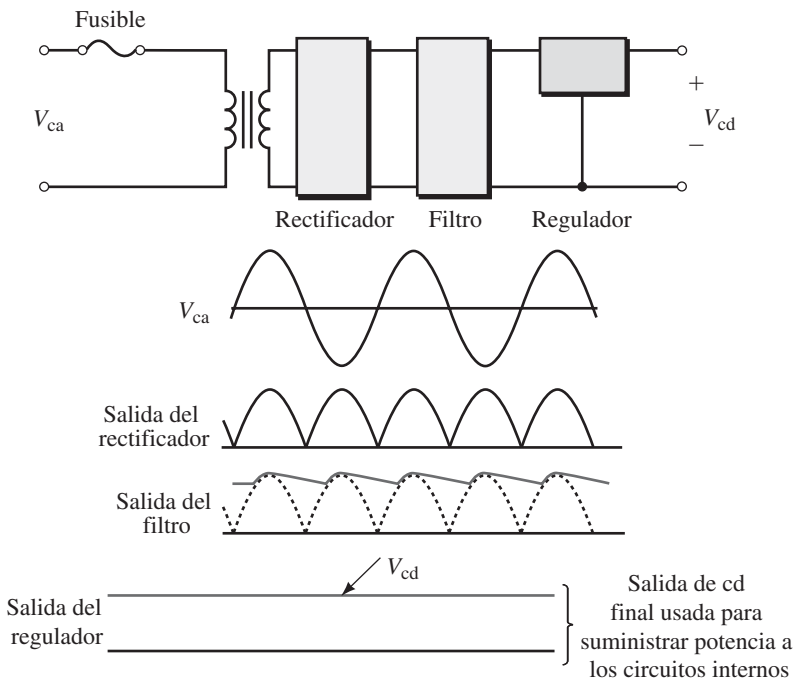


FIGURA 23-24 Un transformador que se usa para fuentes de potencia.

Transformadores en sistemas de potencia

Los transformadores son uno de los elementos clave que han hecho posibles los sistemas de potencia de ca comerciales. Los transformadores se usan en las estaciones generadoras para elevar el voltaje para la transmisión a grandes distancias. Esto reduce la corriente transmitida y por tanto las pérdidas de potencia I^2R en la línea de transmisión. En el lado del usuario, los transformadores reducen el voltaje a un nivel seguro para el uso diario. Una conexión doméstica común se muestra en la figura 23-25. Las terminales en el primario permiten a la compañía de suministro eléctrico compensar las caídas del voltaje en la línea. Por ejemplo, los transformadores alejados de las subestaciones tienen voltajes de entrada más bajos (por un bajo porcentaje) que los que están cerca de las subestaciones debido a las caídas de voltaje en las líneas de distribución. Las terminales permiten que la relación de vueltas se cambie para la compensación. Observe también que el secundario tiene derivaciones. Permite alimentar cargas de 120 V y 240 V desde el mismo transformador.

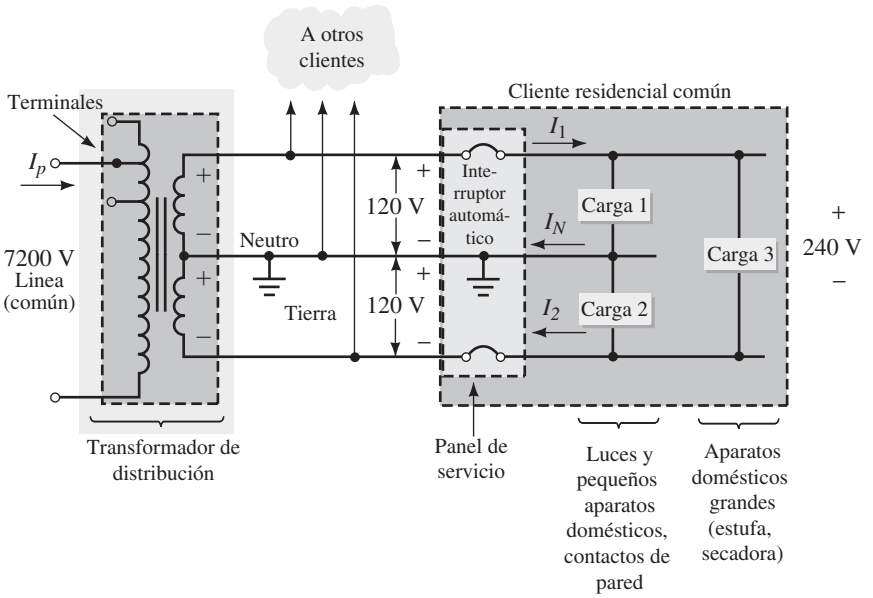
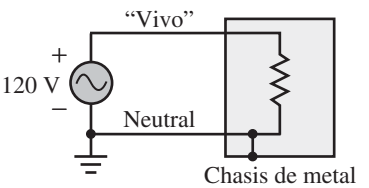


FIGURA 23-25 Transformador de distribución común. Esquema de cómo se suministra potencia a las casas.

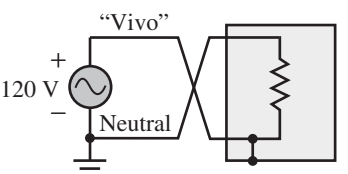
El transformador de la figura 23-25 es una unidad de una sola fase (ya que los clientes residenciales requieren sólo una fase). Al conectar su primario desde la línea a neutro (o línea a línea), la entrada de una sola fase que se requiere se obtiene a partir de una línea de tres fases.

Aplicaciones para aislamiento

Algunas veces los transformadores se usan para aislar equipo por seguridad u otras razones. Por ejemplo, si un equipo tiene su estructura o chasis conectado al neutro a tierra de la figura 23-25, la conexión es perfectamente segura en tanto permanezca sin cambio. Sin embargo, si las conexiones se invierten por descuido como en la figura 23-26(b) (debido a una instalación defectuosa), resulta en una situación peligrosa. Un transformador que se usa como en la figura 23-27 evita este riesgo al asegurar que el chasis nunca esté directamente conectado al alambre "vivo". Los transformadores para aislamiento se hacen para este propósito. Véase la Nota.



(a) El chasis es seguro



(b) El chasis está accidentalmente conectado al lado vivo " que está a 120 V con respecto a tierra

FIGURA 23-26 Si las conexiones se invierten por descuido como en (b), el responsable recibirá un choque si está haciendo tierra y toca el chasis.

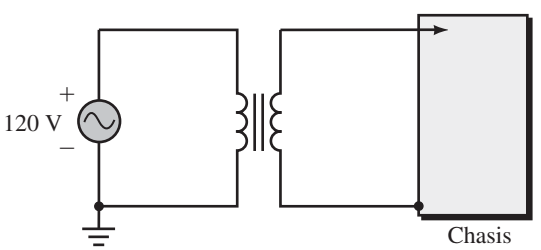


FIGURA 23-27 Uso de un transformador para aislamiento.

NOTAS. . .

Vea el CD para información adicional. Haga clic en el Botón 4 *For Further Investigation* y seleccione *Appliance Grounding.*

Igualación de impedancia

Como ya se vio antes, un transformador se usa para elevar o reducir la impedancia aparente de una carga mediante la selección de la relación de vueltas. Esto se conoce como **igualación de impedancia,** la cual en ocasiones se usa para igualar las cargas hacia los amplificadores para lograr la máxima transferencia de potencia. Si la carga y la fuente no están igualadas, se puede insertar un transformador entre ellas como se ilustra enseguida.

EJEMPLO 23-6

La figura 23-28(a) muestra el esquema de un transformador de distribución de sonido con múltiples terminales para permitir igualar las bocinas con los amplificadores. De acuerdo con el intervalo de diseño, las bocinas son básicamente resistivas. Si la bocina de la figura 23-29(a) tiene una resistencia de 4 Ω, ¿qué relación del transformador se debe seleccionar para tener una máxima potencia? ¿Cuál es la potencia en la bocina?

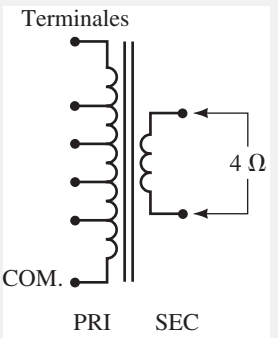
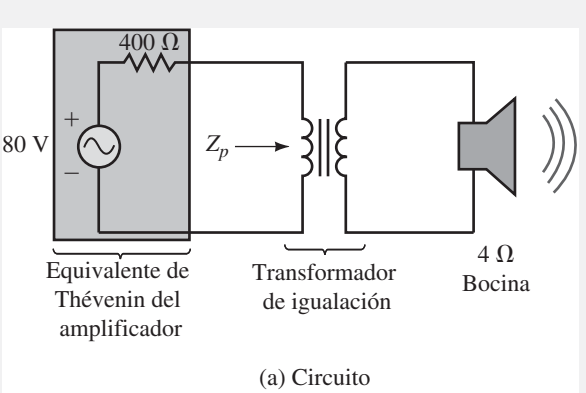


FIGURA 23-28 Un transformador de distribución de sonido con varias terminales.

Solución Se iguala la resistencia reflejada de la bocina con la resistencia interna (Thévenin) del amplificador. Entonces, $Z_p = 400\ \Omega = a^2 Z_L = a^2(4\ \Omega)$. Al despejar a se obtiene

$$a = \sqrt{\frac{Z_p}{Z_L}} = \sqrt{\frac{400\ \Omega}{4\ \Omega}} = \sqrt{100} = 10$$

Ahora considere la potencia. Ya que $Z_p = 400\ \Omega$, figura 23-29(b), la mitad del voltaje de la fuente aparece a través de la impedancia. Entonces la potencia a Z_p es $(40\text{ V})^2/(400\ \Omega) = 4$ W. Debido a que el transformador se considera sin pérdidas, toda la potencia se transfiere a la bocina. Por tanto, $P_{\text{bocina}} = 4$ W.



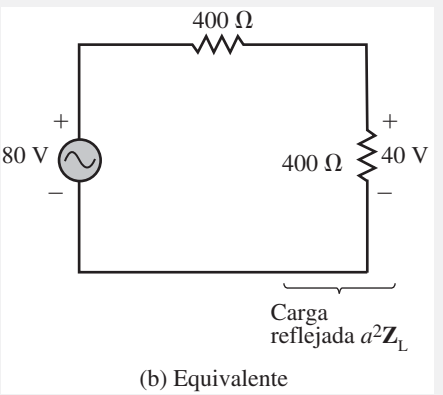


FIGURA 23-29 Igualación de la bocina de 4 Ω con el amplificador para máxima transferencia de potencia. Aquí la potencia a la bocina es de 4 W. (Compare con el problema práctico 3.)

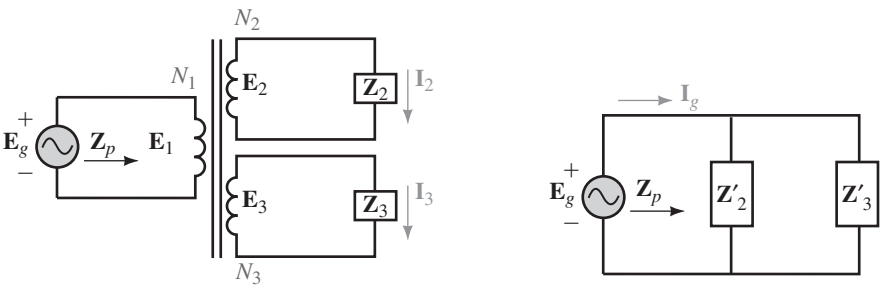
PROBLEMAS PRÁCTICOS 3

Determine la potencia a la bocina de la figura 23-29 si el transformador no está presente (es decir, la bocina se conecta directamente al amplificador). Compare con el ejemplo 23-6.

Respuesta
0.157 W (marcadamente baja)

Transformadores con múltiples secundarios

Para un transformador con múltiples secundarios (figura 23-30), cada voltaje del secundario es gobernado por la relación de vueltas apropiada, esto es, $\mathbf{E}_1/\mathbf{E}_2 = N_1/N_2$ Las cargas están reflejadas en paralelo; es decir, $\mathbf{Z}'_2 = a_2^2\mathbf{Z}_2$ y $\mathbf{Z}'_3 = a_3^2\mathbf{Z}_3$ aparecen en paralelo en el circuito equivalente, (b).



(a) $a_2 = N_1/N_2$
$a_3 = N_1/N_3$

(b) $\mathbf{Z}'_2 = a_2^2\,\mathbf{Z}_2$
$\mathbf{Z}'_3 = a_3^2\,\mathbf{Z}_3$

FIGURA 23-30 Las cargas están reflejadas en paralelo.

EJEMPLO 23-7

Para el circuito de la figura 23-31(a),

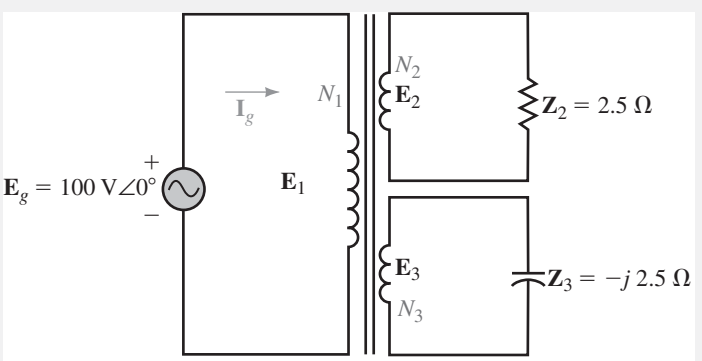
a. determine el circuito equivalente,
b. determine la corriente del generador,
c. demuestre que la potencia aparente de entrada es igual a la potencia aparente de salida.

Soluciones

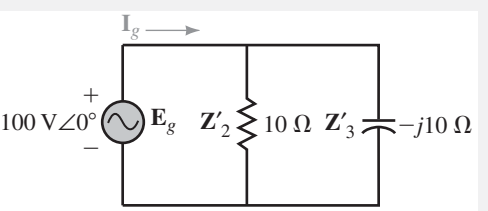
a. Vea la figura 23-31(b).

b. $\mathbf{I}_g = \dfrac{\mathbf{E}_g}{\mathbf{Z}'_2} + \dfrac{\mathbf{E}_g}{\mathbf{Z}'_3} = \dfrac{100\angle 0°}{10} + \dfrac{100\angle 0°}{-j10} = 10 + j10 = 14.14\ \text{A}\angle 45°$

c. Entrada: $S_{\text{ent}} = E_g I_g = (100\ \text{V})(14.14\ \text{A}) = 1414\ \text{VA}$
Salida: a partir de la figura 23-31(b), $P_{\text{sal}} = (100\ \text{V})^2/(10\ \Omega) = 1000\ \text{W}$ y $Q_{\text{sal}} = (100\ \text{V})^2/(10\ \Omega) = 1000\ \text{VAR}$. Entonces $S_{\text{sal}} = \sqrt{P_{\text{sal}}^2 + Q_{\text{sal}}^2} = 1414\ \text{VA}$ lo cual, como se esperaba, es igual que S_{ent}.



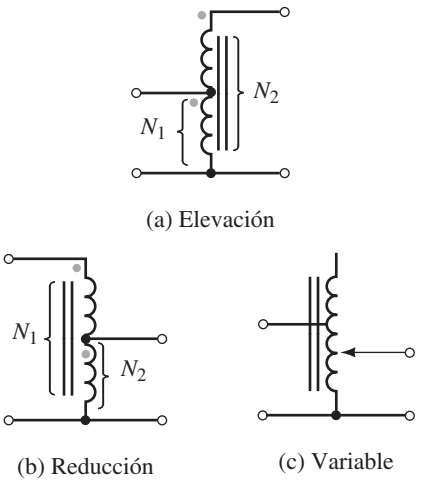
(a)



$\mathbf{Z}'_2 = (2)^2\,(2.5) = 10\ \Omega$
$\mathbf{Z}'_3 = (2)^2\,(-j2.5) = -j10\ \Omega$

(b)

FIGURA 23-31



(a) Elevación

(b) Reducción

(c) Variable

FIGURA 23-32 Autotransformadores.

Autotransformadores

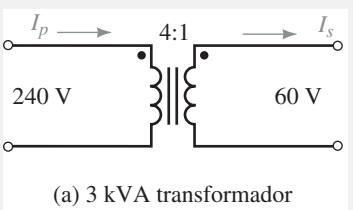
Una variación importante del transformador es el **autotransformador** (figura 23-32), el cual se distingue en que su circuito primario no está eléctricamente aislado del secundario. Sin embargo, son más pequeños y más baratos que los transformadores convencionales para los mismos kVA de carga ya que sólo parte de la potencia de carga se transfiere de manera inductiva. La figura 23-32 muestra varios esquemas. El transformador de (c) se varía por medio de un contacto deslizante, comúnmente desde 0 hasta 110%.

Para análisis, un autotransformador puede verse como un transformador estándar de dos devanados reconectado como en la figura 23-33(b). Las relaciones de voltaje y corriente entre los devanados se cumplen al igual que en la conexión estándar. Entonces, si se aplica el voltaje que se indica al devanado primario, se obtendrá el voltaje especificado en el devanado secundario. Finalmente, ya que se ha supuesto un transformador ideal, la potencia aparente de salida es igual a la potencia aparente de entrada.

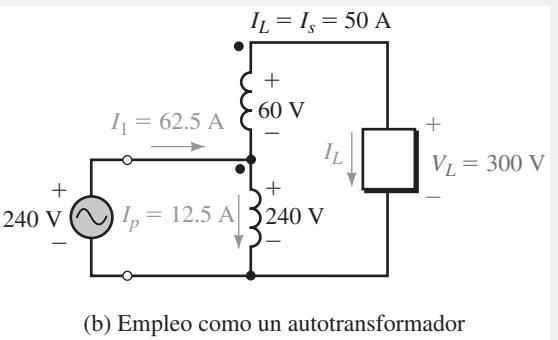
EJEMPLO 23-8

Un transformador de 240/60 V, 3 kVA [figura 23-33(a)] se vuelve a conectar como un autotransformador para proporcionar 300 volts a una carga a partir de un suministro de 240 V [figura 23-33(b)].

a. Determine las corrientes del primario y del secundario del transformador.
b. Determine la potencia aparente máxima que se puede enviar a la carga.
c. Determine la corriente de suministro.



(a) 3 kVA transformador



(b) Empleo como un autotransformador

FIGURA 23-33

MULTISIM

Soluciones

a. Corriente especificada = kVA especificados/voltaje especificado. Entonces,

$$I_p = 3 \text{ kVA}/240 \text{ V} = 12.5 \text{ A} \quad \text{e} \quad I_s = 3 \text{ kVA}/60 \text{ V} = 50 \text{ A}$$

b. Ya que el devanado de 60 V está especificado a 50 A, el transformador puede suministrar 50 A a la carga [figura 23-33(b)]. El voltaje de carga es 300 V. Entonces,

$$S_L = V_L I_L = (300 \text{ V})(50 \text{ A}) = 15 \text{ kVA}$$

Esto es cinco veces los kVA especificados del transformador.

c. La potencia aparente de entrada = potencia aparente de salida:

$$240 I_1 = 15 \text{ kVA}.$$

Por tanto, $I_1 = 15 \text{ kVA}/240 \text{ V} = 62.5$ A. Las direcciones de la corriente son las que se muestran.

Como verificación, con la LCK en el nodo de las dos bobinas se obtiene

$$I_1 = I_p + I_L = 12.5 + 50 = 62.5 \text{ A}$$

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 2

(Las respuestas están al final del capítulo)

1. Para cada uno de los circuitos de la figura 23-34, determine las respuestas que se le piden.

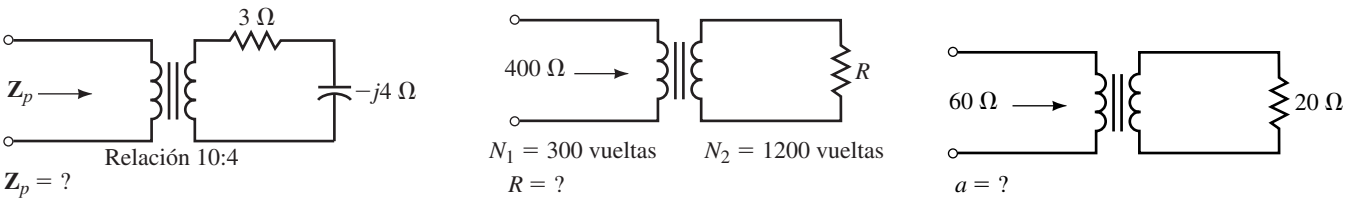


FIGURA 23-34

2. Para la figura 23-35, si $a = 5$ e $\mathbf{I}_p = 5\ \text{A}\angle -60°$, ¿cuánto vale $\mathbf{E}_g$?

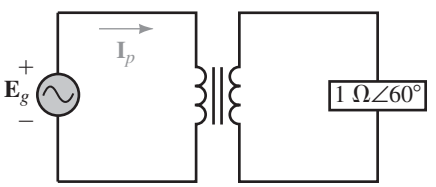


FIGURA 23-35

3. Para la figura 23-35, si $\mathbf{I}_p = 30\ \text{mA}\angle -40°$ y $\mathbf{E}_g = 240\ \text{V}\angle 20°$, ¿cuánto vale a?
4. a. ¿Cuántos amperes puede suministrar un transformador de 24 kVA y 7200/120 V a una carga con factor de potencia unitario de 120V? ¿Y a una carga con un factor de potencia de 0.75?
   b. ¿Cuántos watts puede suministrar a cada carga?
5. Para el transformador de la figura 23-36, entre las posiciones 2 y 0 hay 2000 vueltas. Entre las terminales 1 y 2 hay 200 vueltas y entre las terminales 1 y 3 hay 300 vueltas. ¿Cuál será el voltaje de salida cuando el suministro está conectado a la terminal 1, a la terminal 2 y a la 3?
6. Para el circuito de la figura 23-37, ¿cuál es la potencia que se suministra a una bocina de 4 ohms? ¿Cuál es la potencia suministrada si se cambia la bocina por una de 8 ohms? ¿Por qué es mayor la potencia con la bobina de 4 ohms?

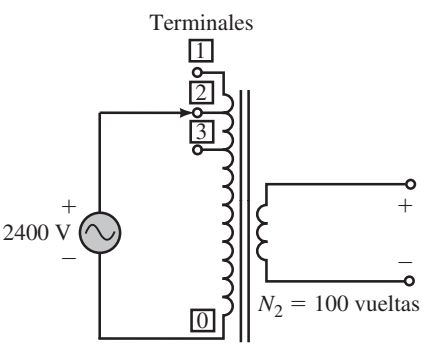


FIGURA 23-36

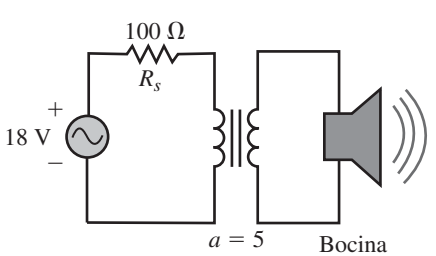


FIGURA 23-37

7. El autotransformador de la figura 23-38 tiene una terminal al 58%. La potencia aparente de la carga es 7.2 kVA. Calcule lo siguiente:
   a. El voltaje y la corriente de la carga.
   b. La corriente de la fuente.
   c. La corriente en cada devanado y su dirección.

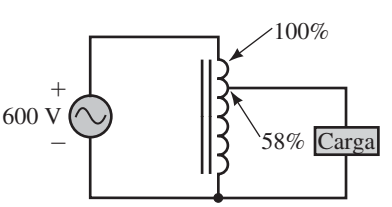


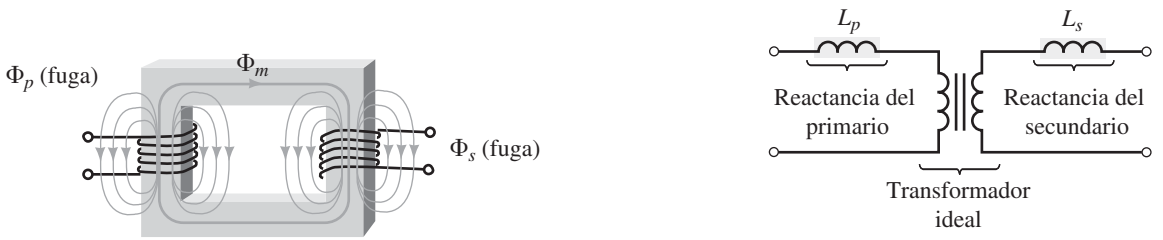
FIGURA 23-38

23-6 Transformadores de núcleo de hierro prácticos

En la sección 23-2 se idealizó el transformador. Ahora se incluyen los efectos que se pasaron por alto.

Flujo de fuga

En tanto la mayor parte del flujo está confinado al núcleo, una pequeña cantidad (llamada **flujo de fuga)** pasa por fuera del núcleo y a través del aire en cada devanado como en la figura 23-39(a). El efecto de esta fuga puede modelarse mediante inductancias L_p y L_s como se indica en (b). El flujo remanente, el **flujo mutuo** Φ_m, enlaza ambos devanados y por tanto se toma en cuenta para el transformador ideal como antes.



(a) Flujo de fuga

(b) Modelo de la fuga como pequeñas inductancias

FIGURA 23-39 Adición del efecto del flujo de fuga al modelo.

Resistencia del devanado

El efecto de la resistencia de la bobina se aproxima agregando las resistencias R_p y R_s, como se muestra en la figura 23-40. El efecto de estas resistencias es causar una ligera pérdida de potencia y, en consecuencia, una reducción en la eficiencia así como una pequeña caída de voltaje. (La pérdida de potencia asociada con la resistencia de la bobina se llama **pérdida en el cobre** (sección 23-7) y varía con el cuadrado de la corriente de la carga.)

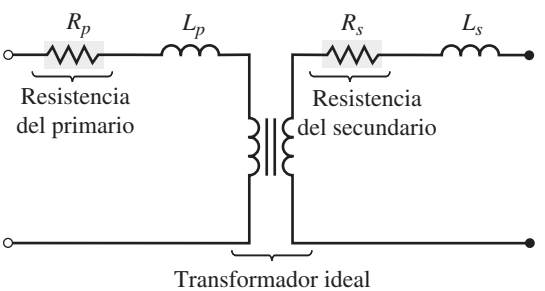


FIGURA 23-40 Adición de la resistencia del devanado al modelo.

Pérdidas en el núcleo

Las pérdidas que ocurren en el núcleo se deben a las **corrientes parásitas** y a la **histéresis**. Primero se consideran las corrientes parásitas. Ya que el hierro es un conductor, el voltaje es inducido en el núcleo conforme varía el flujo. Este voltaje crea corriente que circulan como "remolinos" dentro del propio núcleo. Una manera de reducir estas corrientes es abrir su trayectoria en lugar de usar un bloque de hierro sólido. Las láminas están aisladas unas de otras mediante una cubierta de cerámica, barniz o un material aislante. (Aunque esto no elimina las corrientes parásitas, las reduce grandemente.) Los transformadores de potencia y de audio se construyen de esta manera (figura 23-4). Otra forma de reducir las corrientes parásitas es usar hierro en polvo que se mantiene unido mediante un aglutinante. Los núcleos de ferrita se fabrican así.

Ahora se considera la histéresis (capítulo 12, sección 12-14). Debido a que la dirección del flujo es cíclica, los dominios magnéticos en el acero del núcleo tam-

bién se invierten constantemente. Esto consume energía. En la práctica, esta energía se minimiza mediante el uso de acero de transformador de grano orientado.

La suma de las pérdidas de histéresis y de corrientes parásitas se llama **pérdidas en el núcleo** o **pérdidas en el hierro.** En un transformador bien diseñado son pequeñas, uno o dos por ciento de la especificación del transformador. El efecto de las pérdidas en el núcleo se modela como un resistor R_c en la figura 23-41. Las pérdidas en el núcleo varían aproximadamente con el cuadrado del voltaje aplicado. Mientras el voltaje sea constante (lo que ocurre por lo general), las pérdidas permanecerán constantes.

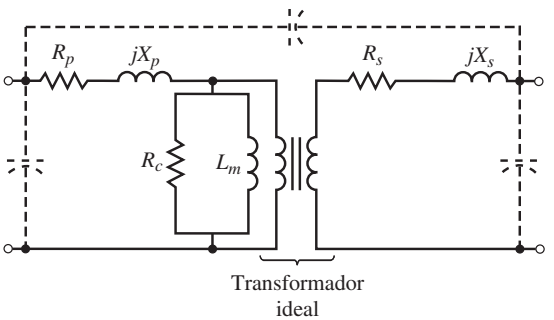


FIGURA 23-41 Circuito equivalente final del transformador de núcleo de hierro.

Otros efectos

También se ha pasado por alto la **corriente de magnetización.** Sin embargo, en un transformador real se requiere alguna corriente para magnetizar el núcleo. Para tomar en cuenta esto se agrega una trayectoria L_m como se muestra en la figura 23-41. Las capacitancias parásitas también existen entre varias partes del transformador. Éstas se aproximan mediante capacitancias concentradas como se indica.

El equivalente completo

La figura 23-41 muestra el equivalente final con todos los efectos incorporados. ¿Qué tan bueno es esto? Los cálculos basados en este modelo concuerdan muy bien con las mediciones hechas en transformadores reales. Véase la nota al margen.

Regulación de voltaje

Debido a su impedancia interna, dentro de un transformador ocurren caídas de voltaje. Por tanto, su voltaje de salida con carga es diferente de su voltaje de salida sin carga. Este cambio en voltaje (expresado como un porcentaje del voltaje a plena carga) se llama regulación. Para el análisis de regulación, las ramas en paralelo y la capacitancia parásita tienen efectos insignificantes y pueden despreciarse. Esto produce el circuito simplificado de la figura 23-42(a). Se logra una mayor simplificación al reflejar la impedancia del secundario en el primario. Esto produce el circuito de (b). El voltaje de carga reflejado es $a\,\mathbf{V}_L$ y la corriente de carga reflejada es $\mathbf{I}_L/a$. El equivalente simplificado de (b) es el circuito que se usa en la práctica para realizar análisis de regulación.

NOTAS. . .

Aunque la figura 23-41 (que representa el equivalente completo para los transformadores de núcleo de hierro) produce resultados excepcionalmente buenos, es compleja y difícil de usar. Por fortuna, el modelo se puede simplificar, ya que es factible pasar por alto ciertos efectos en aplicaciones específicas. Por ejemplo, a las frecuencias de potencia el efecto de la capacitancia es insignificante, mientras que para análisis de regulación (que se considera enseguida), la rama del núcleo R_c y L_m también tienen efectos insignificantes. Entonces, en la práctica, se omiten para llegar al modelo simplificado que se ilustra a continuación (figura 23-42).

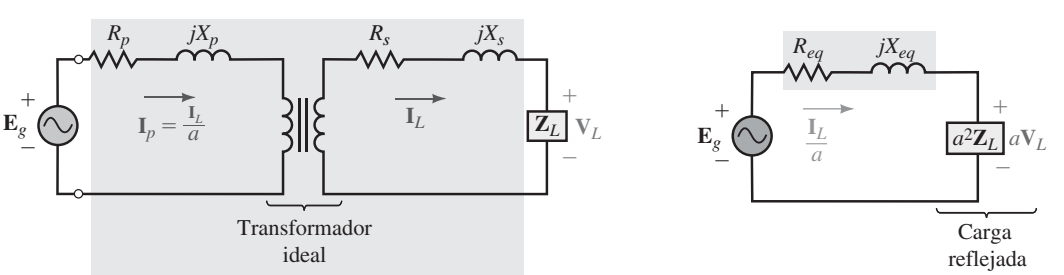


FIGURA 23-42 Simplificación del equivalente.

EJEMPLO 23-9

Un transformador 10:1 tiene resistencia y reactancia del primario y secundario de $4\ \Omega + j4\ \Omega$ y $0.04\ \Omega + j0.04\ \Omega$ respectivamente, como en la figura 23-43.

a. Determine su circuito equivalente.

b. Si $\mathbf{V}_L = 120\ \text{V}\angle 0°$ e $\mathbf{I}_L = 20\ \text{A}\angle -30°$, ¿cuál es el voltaje suministrado $\mathbf{E}_g$?

c. Determine la regulación.

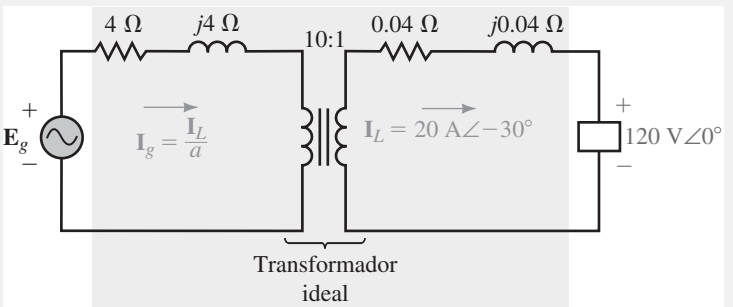


FIGURA 23-43

MULTISIM

NOTAS PRÁCTICAS . . .

1. A partir de la figura 23-45, $a = E_g/V_{NL}$. Esto significa que la relación de vueltas es la relación entre el voltaje de entrada y el voltaje de salida sin carga.
2. La especificación de voltaje en un transformador (como 1200/120V) se refiere a su *especificación nominal*. La relación de voltaje nominal es igual que la relación de vueltas. Por tanto, para un transformador sin carga, si se aplica el voltaje nominal al primario, el voltaje nominal aparecerá en el secundario.
3. Los transformadores de potencia normalmente son operados cerca de sus voltajes nominales. Sin embargo, dependiendo de las condiciones de operación, pueden estar un pequeño porcentaje por arriba o por abajo del voltaje especificado en cualquier momento dado.

Solución

a. $R_{\text{eq}} = R_p + a^2R_s = 4\ \Omega + (10)^2(0.04\ \Omega) = 8\ \Omega$
$X_{\text{eq}} = X_p + a^2X_s = 4\ \Omega + (10)^2(0.04\ \Omega) = 8\ \Omega$
Entonces, $\mathbf{Z}_{\text{eq}} = 8\ \Omega + j8\ \Omega$ como se muestra en la figura 23-44.

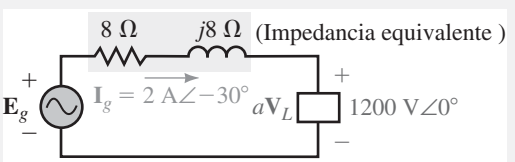


FIGURA 23-44

b. $a\mathbf{V}_L = (10)(120\ \text{V}\angle 0°) = 1200\ \text{V}\angle 0°$ e $\mathbf{I}_L/a = (20\ \text{A}\angle -30°)/10 = 2\ \text{A}\angle -30°$. A partir de la LVK, $\mathbf{E}_g = (2\ \text{A}\angle -30°)(8\ \Omega + j8) + 1200\ \text{V}\angle 0° = 1222\ \text{V}\angle 0.275°$.

Entonces, hay un desplazamiento de fase de 0.275º en la impedancia interna del transformador y una caída de 22 V, en consecuencia se requiere que el primario opere ligeramente por arriba su voltaje especificado. (Esto es normal.)

c. Ahora considere la condición sin carga (figura 23-45). Sea V_{NL} el voltaje sin carga. Como se indica $aV_{NL} = 1222$ V. Por tanto, $V_{NL} = 1222/a = 1222/10 = 122.2$ volts y

$$\text{regulación} = \frac{V_{NL} - V_{FL}}{V_{FL}} \times 100 = \frac{122.2 - 120}{120} \times 100 = 1.83\%$$

Observe que en la determinación de la regulación sólo se usan las magnitudes.

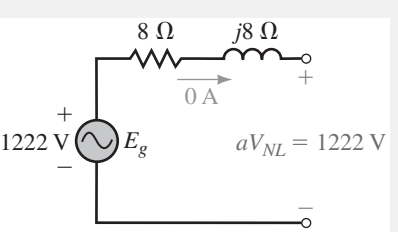


FIGURA 23-45 Equivalente sin carga $aV_{NL} = E_g$.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 4

Un transformador que se usa en una fuente de alimentación tiene una especificación nominal de 120/12 volts y está conectada a una fuente de 120 Vca. Su impedancia equivalente vista desde el primario es $10\ \Omega + j10\ \Omega$. ¿Cuál es la magnitud del voltaje de carga si la carga es resistiva de 5 ohms? Determine la regulación.

Respuesta
11.8 V; 2.04%

Eficiencia del transformador

Recuerde del capítulo 4 que la eficiencia es la razón entre la potencia de salida y la potencia de entrada.

$$\eta = \frac{P_{\text{sal}}}{P_{\text{ent}}} \times 100\% \qquad \textbf{(23-12)}$$

Pero, $P_{\text{ent}} = P_{\text{sal}} + P_{\text{pérdida}}$. Para un transformador, las pérdidas se deben a I^2R, que son pérdidas en los devanados (llamadas pérdidas en el cobre) y a las pérdidas en el núcleo (llamadas pérdidas en el núcleo). Entonces,

$$\eta = \frac{P_{\text{sal}}}{P_{\text{sal}} + P_{\text{pérdidas}}} \times 100\% = \frac{P_{\text{sal}}}{P_{\text{sal}} + P_{\text{cobre}} + P_{\text{núcleo}}} \times 100\% \qquad \textbf{(23-13)}$$

Los transformadores de potencia grandes son excepcionalmente eficientes, del orden de 98 a 99%. Las eficiencias de los transformadores más pequeños son de alrededor de 95%.

23-7 Pruebas de los transformadores

Las pérdidas se determinan en forma experimental con la **prueba de cortocircuito** y la **prueba a circuito abierto.** (Ambas se usan principalmente con transformadores de potencia.) Éstas proporcionan los datos necesarios para determinar un circuito equivalente del transformador y para calcular su eficiencia.

La prueba de cortocircuito

La figura 23-46 muestra la configuración de la prueba de cortocircuito. Se inicia en 0 V y se incrementa gradualmente E_g hasta que el amperímetro indica la corriente especificada. (Esto ocurre en cerca de 5% del voltaje de entrada.) Ya que las pérdidas en el núcleo son proporcionales al cuadrado del voltaje, en el 5% del voltaje especificado, las pérdidas en el núcleo son insignificantes. Las pérdidas que se miden son, por tanto, sólo las pérdidas en el cobre.

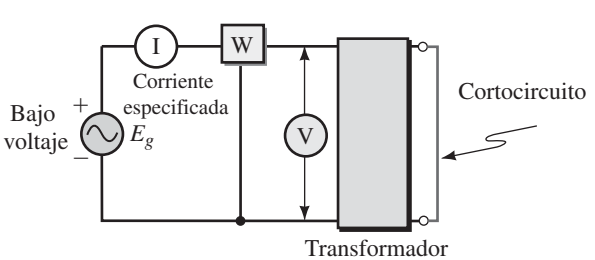


FIGURA 23-46 Prueba de cortocircuito. Medición desde el lado de alto voltaje.

EJEMPLO 23-10

Las mediciones en el lado de alta de un transformador de 240/120 volt y 4.8 kVA produce $E_g = 11.5$ V y $W = 172$ W a la corriente especificada de $I = 4.8$ kVA/240 $= 20$ A. Determine $\mathbf{Z}_{eq}$.

Solución Vea la figura 23-47. Ya que $Z_L = 0$, la única impedancia en el circuito es Z_{eq}. Entonces, $Z_{eq} = E_g/I = 11.5$ V/20 A $= 0.575\ \Omega$. Además, $R_{eq} = W/I^2 = 172$ W/(20 A)$^2 = 0.43\ \Omega$. Por tanto

$$X_{eq} = \sqrt{Z_{eq}^2 - R_{eq}^2} = \sqrt{(0.575)^2 - (0.43)^2} = 0.382\ \Omega$$

y $\mathbf{Z}_{eq} = R_{eq} + jX_{eq} = 0.43\ \Omega + j0.382\ \Omega$ como se muestra en (b).

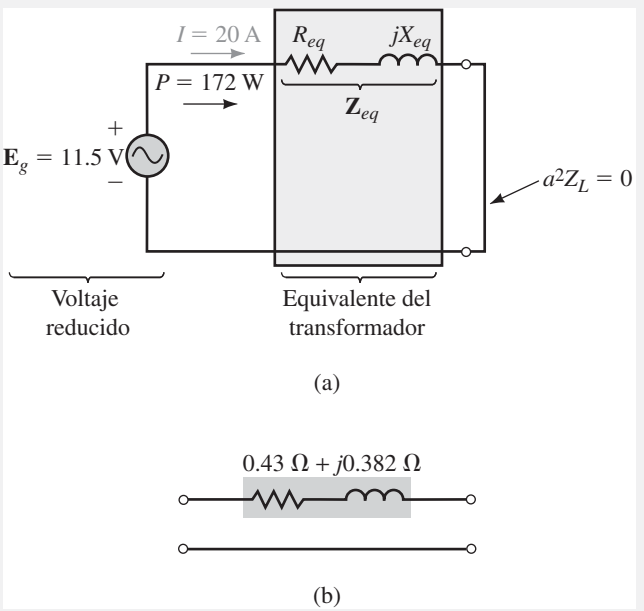


FIGURA 23-47 Determinación del circuito equivalente mediante prueba.

NOTAS PRÁCTICAS . . .

Debido a que la pérdida de potencia es la misma sin importar de qué lado del transformador se haga la medición, por lo general se realiza la prueba de CC desde el lado de alto voltaje, ya que las corrientes son más bajas ahí. (Por ejemplo, para un transformador de 48 kVA y 1200/120 V, la corriente especificada en el lado de AV es de 40 A pero en el lado de BV es de 400 A.) Observe que el voltaje por lo general no es un problema, ya que se necesita sólo un pequeño porcentaje del voltaje especificado para ejecutar la prueba. De hecho, si por descuido se aplicara el voltaje especificado a un transformador en cortocircuito, las corrientes serían tan altas que probablemente se presentaría una explosión, por tanto, se debe ser muy cuidadoso al realizar esta prueba.

La prueba a circuito abierto

La configuración de la prueba a circuito abierto se muestra en la figura 23-48. Se aplica el voltaje especificado total. Ya que la corriente de carga es cero, sólo resulta la corriente de excitación y debido a que es pequeña, las pérdidas de potencia en la resistencia del devanado son insignificantes, por tanto, la potencia que se mide es justamente la pérdida en el núcleo.

NOTAS PRÁCTICAS . . .

La prueba a CA se realiza normalmente en lado de bajo voltaje, ya que permite trabajar con un voltaje más bajo. (Por ejemplo, para un transformador de 1200/120 V, se necesitaría un wattímetro capaz de operar a 1200 V si la medición se realizara en el lado de AV, mientras que si la prueba se realiza en el lado de BV, se necesita sólo la capacidad de 120 V.)

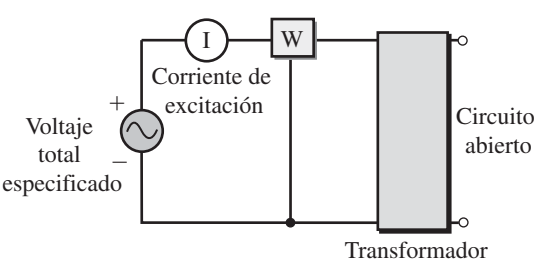


FIGURA 23-48 Prueba a circuito abierto. Se mide desde el lado de BV.

EJEMPLO 23-11

Una prueba a circuito abierto en el transformador del ejemplo 23-10 produce una pérdida en el núcleo de 106 W. Determine la eficiencia de este transformador cuando se suministra el total de los VA especificados a una carga con un factor de potencia unitario.

Solución Ya que el transformador suministra los VA especificados, su corriente es la corriente total especificada. A partir de la prueba a circuito abierto, las pérdidas en el cobre a la corriente especificada total son de 172 W. Entonces,

$$\text{pérdidas en el cobre} = 172\ \text{W}$$
$$\text{pérdidas en el núcleo} = 106\ \text{W (medida antes)}$$
$$\text{salida} = 4800\ \text{W (especificada)}$$
$$\text{entrada} = \text{salida} + \text{pérdidas} = 5078\ \text{W}$$

Entonces,

$$\eta = P_{\text{sal}}/P_{\text{ent}} = (4800\ \text{W}/5078\ \text{W}) \times 100 = 94.5\%$$

Las pérdidas en el cobre varían con el cuadrado de la corriente de carga. En consecuencia, a la mitad de la corriente especificada, la pérdida en el cobre es $(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$ de su valor a la corriente especificada total. Sin embargo, la pérdida en el núcleo permanece constante, ya que el voltaje aplicado también permanece constante.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 5

Para el transformador del ejemplo 23-11, determine la potencia de entrada y la eficiencia a la mitad de los VA de salida especificados a un factor de potencia unitario.

Respuesta
2549 W; 94.2%

23-8 Efectos del voltaje y la frecuencia

Las características del transformador de núcleo de hierro varían con la frecuencia y el voltaje. Para determinar por qué, se inicia con la ley de Faraday $e = Nd\Phi/dt$. Enfocándola al caso sinusoidal de ca, se puede demostrar que

$$E_p = 4.44 f N_p \Phi_m \qquad \textbf{(23-14)}$$

donde Φ_m es el flujo mutuo del núcleo.

Efecto del voltaje

Primero se supone que la frecuencia es constante. Ya que $\Phi_m = E_p/4.44 f N_p$ el flujo del núcleo es proporcional al voltaje aplicado. Entonces, si el voltaje aplicado se incrementa, el flujo del núcleo también se incrementa. Debido a que se requiere de la corriente de magnetización para producir este flujo, ésta también debe incrementarse. Un examen de la figura 23-49 demuestra que la corriente de magnetización se incrementa drásticamente cuando la densidad de flujo se eleva por arriba del punto de quiebre de la curva; de hecho, el efecto es tan pronunciado que la corriente del primario sin carga puede exceder la corriente a plena carga especificada del transformador si el voltaje de entrada es grande. Por esta razón, los transformadores de potencia deben operarse en su voltaje especificado o cerca de él.

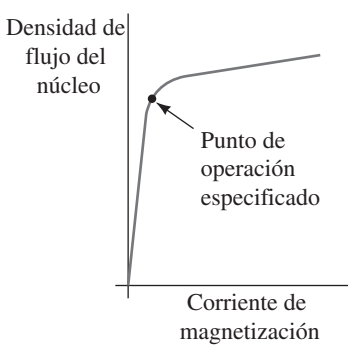


FIGURA 23-49

Efecto de la frecuencia

Los transformadores de audio deben operarse en un intervalo de frecuencias. Considere de nuevo $\Phi_m = E_p/4.44 f N_p$. Como esto lo indica, al disminuir la frecuencia se incrementa el flujo del núcleo y por tanto la corriente de magnetización. A bajas frecuencias esta corriente más grande incrementa las caídas de

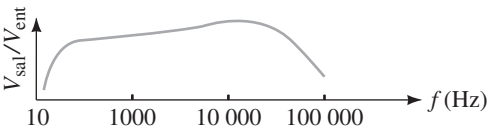


FIGURA 23-50 Curva de respuesta en frecuencia del transformador de audio.

voltaje internas y por tanto disminuye el voltaje de salida como se indica en la figura 23-50. Ahora considere el incremento de frecuencia. Conforme se incrementa la frecuencia, la inductancia de fuga y la capacitancia de derivación (recuerde la figura 23-41) causan que el voltaje se caiga. Para compensar esto, los transformadores de audio se diseñan en ocasiones de manera que sus capacitancias internas estén en resonancia con sus inductancias para extender el intervalo de operación. Esto es lo que causa el pico en el extremo de alta frecuencia de la curva.

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 3

(Las respuestas están al final del capítulo)

Un transformador con una especificación nominal de 240/120V a 60 Hz, tiene su carga en el lado de 120 V. Suponga $R_p = 0.4\ \Omega$, $L_p = 1.061$ mH, $R_s = 0.1\ \Omega$ y $L_s = 0.2653$ mH.

a. Determine su circuito equivalente de acuerdo con la figura 23-42(b).

b. Si $\mathbf{E}_g = 240\ \text{V}\angle 0^\circ$ y $\mathbf{Z}_L = 3 + j4\ \Omega$, ¿cual es el valor de $\mathbf{V}_L$?

c. Calcule la regulación.

23-9 Circuitos débilmente acoplados

Ahora se pone atención en los circuitos acoplados que no tienen núcleos de hierro. Para tales circuitos, sólo una porción del flujo producido por una bobina se enlaza con la otra y se dice que las bobinas están **débilmente acopladas**. Los circuitos débilmente acoplados no se caracterizan por su relación de vueltas sino por su autoinductancia e inductancia mutua. Los transformadores de núcleo de aire, los de núcleo de ferrita y en general los circuitos inductivos acoplados se incluyen en esta categoría. En esta sección se desarrollan las ideas principales.

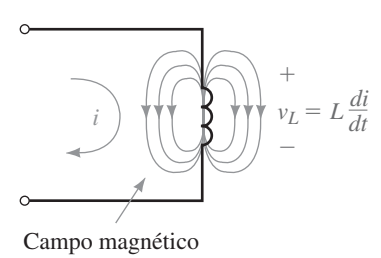


FIGURA 23-51 Coloque el signo más para el voltaje autoinducido en la cola de la flecha de corriente.

Voltajes en bobinas con núcleo de aire

Para empezar, considere la bobina sola (no acoplada) de la figura 23-51. Como se demostró en el capítulo 13, el voltaje en la bobina está dado por $v_L = Ldi/dt$, donde i es la corriente a través de la bobina y L es su inductancia. Observe con cuidado la polaridad del voltaje; el signo más va en la cola de la flecha de corriente. Ya que el voltaje de la bobina es creado por su propia corriente, se le llama **voltaje autoinducido.**

Ahora considere un par de bobinas acopladas (figura 23-52). Cuando sólo la bobina 1 está energizada como en (a), parece precisamente como la bobina aislada de la figura 23-51; entonces, su voltaje es

$$v_{11} = L_1 di_1/dt \text{ (autoinducido en la bobina 1)}$$

donde L_1 es la autoinductancia de la bobina 1 y el subíndice indica que v_{11} es el voltaje en la bobina 1 debido a su propia corriente. De manera similar, cuando sólo se energiza la bobina 2 como en (b), su voltaje autoinducido es

$$v_{22} = L_2 di_2/dt \text{ (autoinducido en la bobina 2)}$$

Para ambos voltajes autoinducidos, observe que el signo más está en la cola de sus respectivas flechas de corriente.

Voltaje mutuo

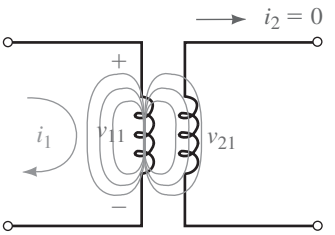
Considere de nuevo la figura 23-52(a). Cuando se energiza la bobina 1, parte del flujo que produce enlaza a la bobina 2, induciendo el voltaje v_{21} en la bobina 2. Ya que el flujo se debe sólo a i_1, v_{21} es proporcional a la tasa de cambio de i_1. Si la constante de proporcionalidad es M. Entonces,

$$v_{21} = Mdi_1/dt \text{ (inducido mutuamente en la bobina 2)}$$

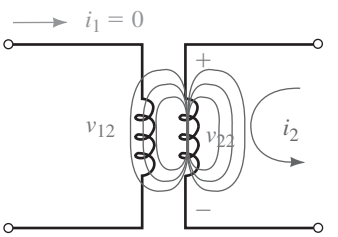
v_{21} es el **voltaje inducido mutuamente** en la bobina 2 y M es la **inductancia mutua** entre las bobinas. Tiene unidades de henries. De manera similar, cuando la bobina 2 sóla se energiza como en (b), el voltaje inducido en la bobina 1 es

$$v_{12} = Mdi_2/dt \text{ (inducido mutuamente en la bobina 1)}$$

Cuando ambas bobinas se energizan, el voltaje en cada bobina puede determinarse mediante superposición; *en cada bobina, el voltaje inducido es la suma de su propio voltaje más el voltaje mutuamente inducido debido a la corriente en la otra bobina.* El signo del término autoinducido para cada bobina es directo: se determina al colocar un signo más en la cola de la flecha de corriente para la bobina, como se muestra en la figura 23-52(a) y (b). Sin embargo, la polaridad del término mutuo depende de si el voltaje mutuo se suma o se resta.



(a) v_{11} es el voltaje en la bobina 1 debido a la corriente i_1. Por tanto es un voltaje "autoinducido". v_{21} es el voltaje en la bobina 2 debido a la corriente i_1. Por tanto es un voltaje "mutuamente inducido"



(b) v_{22} es el voltaje en la bobina 2 debido a la corriente i_2. Es por tanto un voltaje "autoinducido". v_{12} es el voltaje en la bobina 1 debido a la corriente i_2. Por tanto es un voltaje "mutuamente inducido"

FIGURE 23-52 Voltajes autoinducido y mutuo. Los voltajes que se muestran en (a) se deben a la corriente i_1 que actúa sola, mientras los voltajes que se muestran en (b) se deben a la corriente i_2 que actúa sola. Observe el orden de los subíndices en los voltajes mutuos.

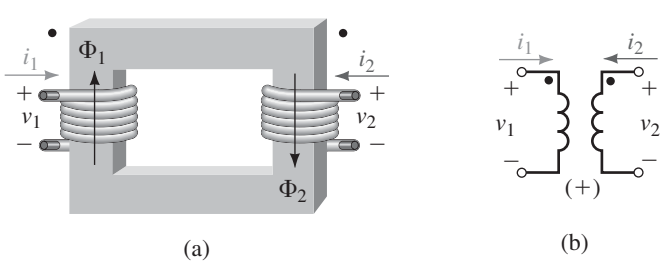
Suma y resta de voltajes

El que los voltajes autoinducido y mutuo se sumen o se resten depende de la dirección de las corrientes a través de las bobinas con respecto a las direcciones del devanado. Esto se puede describir en términos de la convención del punto. Considere la figura 23-53(a). Al comparar las bobinas con la figura 23-12 se observa que sus extremos superiores corresponden, por tanto pueden marcarse con puntos. Ahora, considere que las corrientes entran en ambas bobinas por los extremos con punto. Con la regla de mano derecha se puede ver que sus flujos se suman. El flujo total que enlaza a la bobina 1 es por tanto la *suma* de los producidos por i_1 e i_2. Por tanto, el voltaje en la bobina 1 es la suma del producido por i_1 e i_2. Esto es, $v_1 = v_{11} + v_{12}$. Si se expande, esto resulta,

$$v_1 = L_1\frac{di_1}{dt} + M\frac{di_2}{dt} \qquad \textbf{(23-15a)}$$

De manera similar, para la bobina 2 $v_2 = v_{21} + v_{22}$. Entonces,

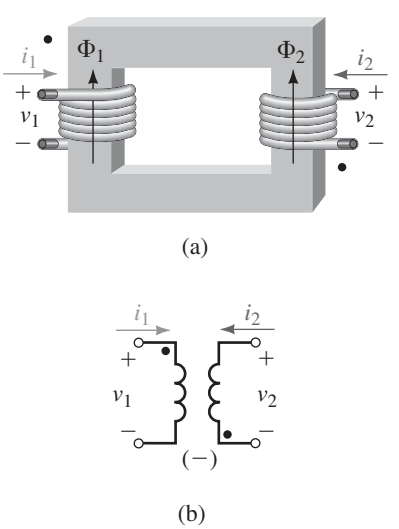
$$v_2 = M\frac{di_1}{dt} + L_2\frac{di_2}{dt} \qquad \textbf{(23-15b)}$$



(a) (b)

FIGURA 23-53 Cuando ambas corrientes entran en las terminales con punto, se usa el signo + para el término mutuo en la ecuación 23-15.

Ahora considere la figura 23-54. Aquí, los flujos se oponen y el flujo que enlaza a cada bobina es la diferencia entre el que produce su propia corriente y el que produce la corriente de la otra bobina. Entonces, el signo enfrente de los términos de voltaje mutuo será negativo.



(a) (b)

FIGURA 23-54 Cuando una corriente entra en una terminal con punto y la otra entra en una terminal sin punto, se usa el signo − para el término mutuo en la ecuación 23-15.

La regla del punto

Como se puede ver, los signos de los términos de voltaje mutuo en la ecuación 23-15 son positivos cuando ambas corrientes entran en las terminales con punto, y son negativos cuando una corriente entra en una terminal con punto y la otra entra en una terminal sin punto. Dicho de otra manera, *el signo del voltaje mutuo es el mismo que el signo de su propio voltaje cuando ambas corrientes entran en las terminales con punto (o sin punto), pero es opuesto cuando una corriente entra en una terminal con punto y la otra entra en una terminal sin punto.* Esta observación da la pauta para un procedimiento para determinar las polaridades de los voltajes en circuitos acoplados.

1. Se asigna una dirección a las corrientes i_1 e i_2.
2. Se coloca un signo más en la cola de la flecha de la corriente en cada bobina para denotar la polaridad de su voltaje autoinducido.
3. Si ambas corrientes entran o salen de las terminales con punto, se asigna el signo del voltaje mutuamente inducido para que sea igual que el signo del voltaje mutuamente inducido cuando se escribe la ecuación.
4. Si una corriente entra en una terminal con punto y la otra sale, se asigna el signo del voltaje mutuamente inducido opuesto al signo del voltaje autoinducido.

EJEMPLO 23-12

Escriba las ecuaciones para v_1 and v_2 de la figura 23-55(a).

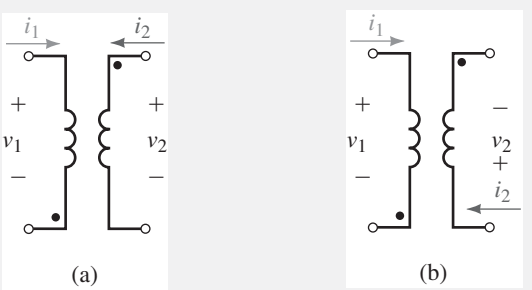


FIGURA 23-55

Solución Ya que una corriente entra en una terminal sin punto y la otra entra en una terminal con punto, se coloca un signo menos enfrente de M. Entonces,

$$v_1 = L_1\frac{di_1}{dt} - M\frac{di_2}{dt}$$

$$v_2 = -M\frac{di_1}{dt} + L_2\frac{di_2}{dt}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 6

Escriba las ecuaciones para v_1 y v_2 de la figura 23-55(b).

Respuesta
Misma ecuación 23-15(a) y (b).

Coeficiente de acoplamiento

Para las bobinas débilmente acopladas, no todo el flujo producido por una bobina enlaza la otra. Para describir el grado de acoplamiento entre bobinas, se introduce un **coeficiente de acoplamiento**, k. Matemáticamente, k se define como la razón entre el flujo que enlaza la bobina adjunta al flujo total producido

por la bobina energizada. Para los transformadores de núcleo de hierro, casi todo el flujo está confinado en el núcleo y enlaza a ambas bobinas; entonces, k es muy cercano a 1. En el otro extremo (es decir, bobinas aisladas donde no se presenta enlace de flujo), $k = 0$. Entonces, $0 \leq k < 1$. La inductancia mutua depende de k. Es posible demostra que la inductancia mutua, la autoinductancia y el coeficiente de acoplamiento están relacionados mediante la ecuación

$$M = k\sqrt{L_1 L_2} \qquad \textbf{(23-16)}$$

Por tanto, entre mayor sea el coeficiente de acoplamiento, mayor será la inductancia mutua.

Inductores con acoplamiento mutuo

Si un par de bobinas están muy cercanas, el campo de cada bobina se acopla al otro, resultando en un cambio en la inductancia aparente de cada bobina. Para ilustrarlo, considere la figura 23-56(a), la cual muestra un par de inductores con autoinductancias L_1 y L_2. Si se presenta acoplamiento, las inductancias efectivas ya no serán L_1 y L_2. Para ver por qué, considere el voltaje inducido en cada devanado, que es la suma del voltaje autoinducido de la bobina más el voltaje mutuamente inducido desde la otra bobina. Ya que la corriente es la misma en ambas bobinas, $v_1 = L_1 di/dt + M di/dt = (L_1 + M) di/dt$, la cual significa que la bobina 1 tiene una inductancia efectiva de $L'_1 = L_1 + M$. De manera similar, $v_2 = (L_2 + M) di/dt$, lo cual da a la bobina 2 una inductancia efectiva de $L'_2 = L_2 + M$. La inductancia efectiva de la combinación en serie (figura 23-56(b)) es entonces

$$L_T^+ = L_1 + L_2 + 2M \quad \text{(henries)} \qquad \textbf{(23-17)}$$

Si el acoplamiento se resta como en la figura 23-57, $L'_1 = L_1 - M$, $L'_2 = L_2 - M$, y

$$L_T^- = L_1 + L_2 - 2M \quad \text{(henries)} \qquad \textbf{(23-18)}$$

Se puede determinar la inductancia mutua a partir de las ecuaciones 23-17 y 23-18. Esto es

$$M = \frac{1}{4}(L_T^+ - L_T^-) \qquad \textbf{(23-19)}$$



(a) $L'_1 = L_1 + M$; $L'_2 = L_2 + M$ (b) $L_T^+ = L_1 + L_2 + 2M$

FIGURA 23-56 Bobinas en serie con acoplamiento mutuo que se suma.

EJEMPLO 23-13

Tres inductores están conectados en serie (figura 23-57). Las bobinas 1 y 2 interactúan, pero la bobina 3 no.

a. Determine la inductancia efectiva de cada bobina.
b. Determine la inductancia total de la conexión en serie.

Soluciones

a. $L'_1 = L_1 - M = 2\text{ mH} - 0.4\text{ mH} = 1.6\text{ mH}$
$L'_2 = L_2 - M = 3\text{ mH} - 0.4\text{ mH} = 2.6\text{ mH}$
L'_1 y L'_2 están en serie con L_3. Por tanto,
b. $L_T = 1.6\text{ mH} + 2.6\text{ mH} + 2.7\text{ mH} = 6.9\text{ mH}$

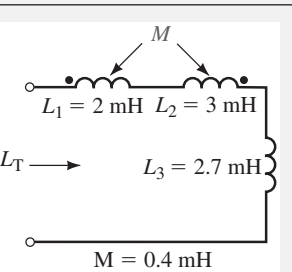


FIGURA 23-57

El mismo principio se aplica cuando más de dos bobinas están acopladas. Entonces, para el circuito de la figura 23-58, $L'_1 = L_1 - M_{12} - M_{31}$, etcétera.

Para dos inductores en paralelo con acoplamiento mutuo, la inductancia equivalente es

$$L_{eq} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 \mp 2M} \qquad \textbf{(23-20)}$$

Si los puntos están en los mismos extremos de las bobinas, se usa el signo $-$. Por ejemplo, si $L_1 = 20$ mH, $L_2 = 5$ mH, y $M = 2$ mH, entonces $L_{eq} = 4.57$ mH si ambos puntos están en los mismos extremos de las bobinas y $L_{eq} = 3.31$ mH cuando los puntos están en los extremos opuestos.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 7

Para el circuito de la figura 23-58 se usan diferentes símbolos de "punto" para representar el acoplamiento entre los conjuntos de bobinas.

a. Determine la inductancia efectiva de cada bobina.

b. Determine la inductancia total de la conexión en serie.



$L_1 = 10$ mH $\quad M_{12} = 2$ mH (Inductancia mutua entre las bobinas 1 y 2) (•)
$L_2 = 40$ mH $\quad M_{23} = 1$ mH (Inductancia mutua entre las bobinas 2 y 3) (■)
$L_3 = 20$ mH $\quad M_{31} = 0.6$ mH (Inductancia mutua entre las bobinas 3 y 1) (▲)

FIGURA 23-58

Respuestas

a. $L'_1 = 7.4$ mH; $L'_2 = 39$ mH; $L'_3 = 20.4$ mH

b. 66.8 mH

El efecto de la inductancia mutua no deseada puede minimizarse mediante la separación física de las bobinas u orientando sus ejes en ángulos rectos. Esta última técnica se usa cuando el espacio está limitado y las bobinas no pueden estar muy separadas. Mientras no se elimine el acoplamiento, puede ayudar a minimizar sus efectos.

23-10 Circuitos acoplados magnéticamente con excitación sinusoidal

Cuando ocurre acoplamiento entre varias partes de un circuito (sea deseado o no), se aplican los principios anteriores. Sin embargo, ya que es difícil continuar el análisis general, se cambiará a ca en estado estable. Esto permitirá detectar las ideas principales. Se usará el método de mallas, en el que 1) se escriben las ecuaciones de mallas mediante la LVK, 2) se usa la convención del punto para determinar los signos de los componentes de voltaje inducido y 3) se resuelven las ecuaciones que resultan de la manera usual.

En el caso especial de ca sinusoidal, se convierten los voltajes y corrientes a la forma de fasores. Para hacerlo, recuerde del capítulo 16 que el voltaje en el inductor en forma fasorial es $\mathbf{V}_L = j\omega L\mathbf{I}$. (Este es el fasor equivalente de $v_L = L di/dt$, figura 23-51.) Esto significa que $L di/dt$ se vuelve $j\omega L\mathbf{I}$. De forma similar, $M di_1/dt \Rightarrow j\omega M\mathbf{I}_1$ y $M di_2/dt \Rightarrow j\omega M\mathbf{I}_2$. Entonces, en forma fasorial las ecuaciones 23-15 se vuelven

$$\mathbf{V}_1 = j\omega L_1\mathbf{I}_1 + j\omega M\mathbf{I}_2$$
$$\mathbf{V}_2 = j\omega M\mathbf{I}_1 + j\omega L_2\mathbf{I}_2$$

Estas ecuaciones describen el circuito de la figura 23-59 como se puede ver si se plantea la LVK en cada lazo. (Verifíquelo.)

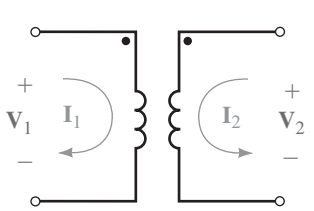


FIGURA 23-59 Bobinas acopladas con excitación ca sinusoidal.

EJEMPLO 23-14

Para la figura 23-60, escriba las ecuaciones de malla y resuelva para $\mathbf{I}_1$ e $\mathbf{I}_2$. Sean $\omega = 100$ rad/s, $L_1 = 0.1$ H, $L_2 = 0.2$ H, $M = 0.08$ H, $R_1 = 15\ \Omega$ y $R_2 = 20\ \Omega$.

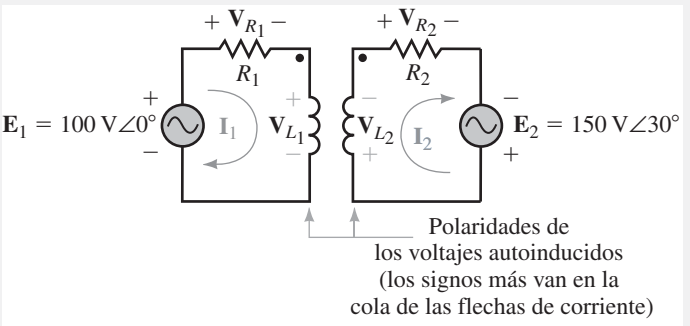


FIGURA 23-60 Ejemplo de transformadores con núcleo de aire.

Solución $\omega L_1 = (100)(0.1) = 10\ \Omega$, $\omega L_2 = (100)(0.2) = 20\ \Omega$, y $\omega M = (100)(0.08) = 8\ \Omega$. Ya que una corriente entra en una terminal con punto y la otra sale, el signo del término de voltaje mutuo es opuesto al signo del término autoinducido. (Para ayudarle a distinguir entre los términos autoinducido y mutuo, en cada ecuación el término autoinducido se imprime en gris y el término mutuo en gris con recuadro en blanco.) Con la LVK se obtiene

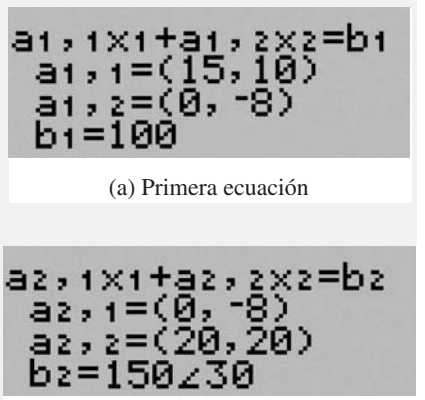
$$\text{Lazo 1:} \quad \mathbf{E}_1 - R_1\mathbf{I}_1 - j\omega L_1\mathbf{I}_1 + j\omega M\mathbf{I}_2 = 0 \qquad (\text{opuesto})$$

$$\text{Lazo 2:} \quad \mathbf{E}_2 - j\omega L_2\mathbf{I}_2 + j\omega M\mathbf{I}_1 - R_2\mathbf{I}_2 = 0 \qquad (\text{opuesto})$$

Entonces,

$$(15 + j10)\mathbf{I}_1 - j8\mathbf{I}_2 = 100\angle 0°$$
$$-j8\mathbf{I}_1 + (20 + j20)\mathbf{I}_2 = 150\angle 30°$$

Este sistema de ecuaciones se puede resolver mediante determinantes, calculadora o programa de computadora. Por ejemplo, para resolverlo con la TI-86, seleccione SIMULT como se detalla en el apéndice B, ingrese 2 para el número de ecuaciones, después ingrese los coeficientes como se muestra en la figura 23-61. (Asegúrese de leer el pie de la figura 23-61.) Las respuestas son $\mathbf{I}_1 = 6.36\angle -6.57°$ e $\mathbf{I}_2 = 6.54\angle -2.23°$.



(a) Primera ecuación

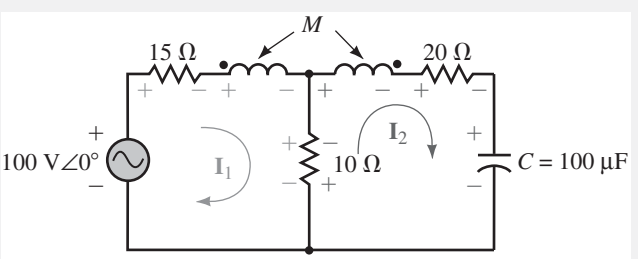
(b) Segunda ecuación

(c) Respuestas

FIGURA 23-61 Solución de la TI-86. (a) y (b) muestran cómo ingresar los datos. Sin embargo, observe que cada entrada cambia de inmediato a forma polar tan pronto como se presiona la tecla Enter; entonces, no verá su pantalla como esta, en su lugar verá la forma polar.

EJEMPLO 23-15

Para el circuito de la figura 23-62, determine $\mathbf{I}_1$ e $\mathbf{I}_2$.



$L_1 = 0.1$ H, $L_2 = 0.2$ H, $M = 80$ mH, $\omega = 100$ rad/s

FIGURA 23-62

Solución $\omega L_1 = 10\ \Omega$, $\omega L_2 = 20\ \Omega$, $\omega M = 8\ \Omega$, y $X_C = 100\ \Omega$.

$$\text{Lazo 1:} \quad 100\angle 0° - 15\mathbf{I}_1 - j10\mathbf{I}_1 + j8\mathbf{I}_2 - 10\mathbf{I}_1 + 10\mathbf{I}_2 = 0$$

$$\text{Lazo 2:} \quad -10\mathbf{I}_2 + 10\mathbf{I}_1 - j20\mathbf{I}_2 + j8\mathbf{I}_1 - 20\mathbf{I}_2 - (-j100)\mathbf{I}_2 = 0$$

Entonces,

$$(25 + j10)\mathbf{I}_1 - (10 + j8)\mathbf{I}_2 = 100\angle 0°$$
$$-(10 + j8)\mathbf{I}_1 + (30 - j80)\mathbf{I}_2 = 0$$

La solución lleva a $\mathbf{I}_1 = 3.56\ \text{A}\angle -18.6°$ e $\mathbf{I}_2 = 0.534\ \text{A}\angle 89.5°$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 8

Vea el circuito de la figura 23-63.

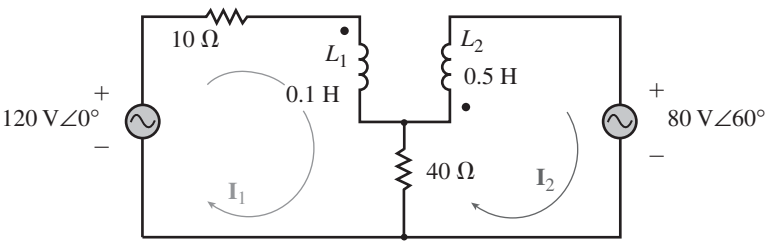


FIGURA 23-63 $M = 0.12$ H, $\omega = 100$ rad/s.

a. Determine las ecuaciones de malla.
b. Determine las corrientes $\mathbf{I}_1$ e $\mathbf{I}_2$.

Respuestas

a. $(50 + j10)\mathbf{I}_1 - (40 - j12)\mathbf{I}_2 = 120\angle 0°$
$-(40 - j12)\mathbf{I}_1 + (40 + j50)\mathbf{I}_2 = -80\angle 60°$

b. $\mathbf{I}_1 = 1.14\ \text{A}\angle -31.9°$ e $\mathbf{I}_2 = 1.65\ \text{A}\angle -146°$

23-11 Impedancia acoplada

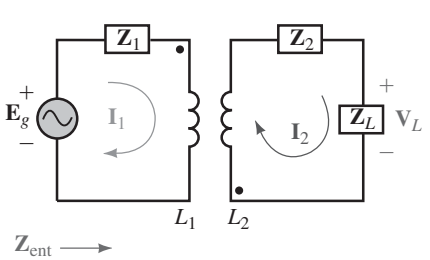


FIGURA 23-64

Antes se encontró que una impedancia $\mathbf{Z}_L$ en el lado secundario de un transformador de núcleo de hierro se refleja en el lado primario como $a^2\mathbf{Z}_L$. Una situación algo similar ocurre en los circuitos débilmente acoplados. Sin embargo, en este caso la impedancia que se ve reflejada en el lado primario se conoce como **impedancia acoplada.** Para captar la idea, considere la figura 23-64. Al escribir la LVK en cada lazo se obtiene

Lazo 1: $$\mathbf{E}_g - \mathbf{Z}_1\mathbf{I}_1 - j\omega L_1\mathbf{I}_1 - j\omega M\mathbf{I}_2 = 0$$
Lazo 2: $$-j\omega L_2\mathbf{I}_2 - j\omega M\mathbf{I}_1 - \mathbf{Z}_2\mathbf{I}_2 - \mathbf{Z}_L\mathbf{I}_2 = 0$$

la cual se reduce a

$$\mathbf{E}_g = \mathbf{Z}_p\mathbf{I}_1 + j\omega M\mathbf{I}_2 \qquad \textbf{(23-21a)}$$

$$0 = j\omega M\mathbf{I}_1 + (\mathbf{Z}_s + \mathbf{Z}_L)\mathbf{I}_2 \qquad \textbf{(23-21b)}$$

donde $\mathbf{Z}_p = \mathbf{Z}_1 + j\omega L_1$ y $\mathbf{Z}_s = \mathbf{Z}_2 + j\omega L_2$. Si se despeja $\mathbf{I}_2$ de la ecuación 23-21(b) y se sustituye en la ecuación 23-21(a) se obtiene, después de algunas manipulaciones

$$\mathbf{E}_g = \mathbf{Z}_p\mathbf{I}_1 + \frac{(\omega M)^2}{\mathbf{Z}_s + \mathbf{Z}_L}\mathbf{I}_1$$

Ahora, se dividen ambos lados por $\mathbf{I}_1$ y se define $\mathbf{Z}_{\text{ent}} = \mathbf{E}_g/\mathbf{I}_1$. Entonces,

$$\mathbf{Z}_{\text{ent}} = \mathbf{Z}_p + \frac{(\omega M)^2}{\mathbf{Z}_s + \mathbf{Z}_L} \qquad \textbf{(23-22)}$$

El término $(\omega M)^2/(\mathbf{Z}_s + \mathbf{Z}_L)$, el cual refleja las impedancias del secundario en el primario, es la impedancia acoplada del circuito. Observe que como las impedancias del secundario aparecen en el denominador, éstas se reflejan en el primario con sus partes reactivas invertidas. Entonces, la capacitancia en el secundario parecerá inductiva en la fuente y viceversa para la inductancia.

EJEMPLO 23-16

Para la figura 23-64, si $L_1 = L_2 = 10$ mH, $M = 9$ mH, $\omega = 1000$ rad/s, $\mathbf{Z}_1 = R_1 = 5\ \Omega$, $\mathbf{Z}_2 = 1\ \Omega - j5\ \Omega$, $\mathbf{Z}_L = 1\ \Omega + j20\ \Omega$ y $\mathbf{E}_g = 100\ \text{V}\angle 0°$. Determine $\mathbf{Z}_{\text{ent}}$ e $\mathbf{I}_1$.

Solución

$\omega L_1 = 10\ \Omega$. Entonces, $\mathbf{Z}_p = R_1 + j\omega L_1 = 5\ \Omega + j10\ \Omega$.

$\omega L_2 = 10\ \Omega$. Entonces, $\mathbf{Z}_s = \mathbf{Z}_2 + j\omega L_2 = (1\ \Omega - j5\ \Omega) + j10\ \Omega = 1\ \Omega + j5\ \Omega$.

$\omega M = 9\ \Omega$ y $\mathbf{Z}_L = 1\ \Omega + j20\ \Omega$. Entonces,

$$\mathbf{Z}_{\text{ent}} = \mathbf{Z}_p + \frac{(\omega M)^2}{\mathbf{Z}_s + \mathbf{Z}_L} = (5 + j10) + \frac{(9)^2}{(1 + j5) + (1 + j20)}$$

$$= 8.58\ \Omega\angle 52.2°$$

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{E}_g/\mathbf{Z}_{\text{ent}} = (100\angle 0°)/(8.58\angle 52.2°) = 11.7\ \text{A}\angle -52.2°$$

El circuito equivalente se muestra en la figura 23-65.

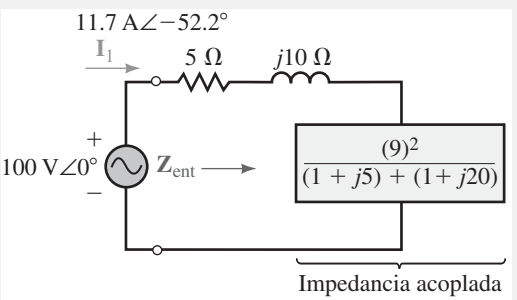


FIGURA 23-65

PROBLEMAS PRÁCTICOS 9

1. Para el ejemplo 23-16, sean $R_1 = 10\ \Omega$, $M = 8$ mH, y $\mathbf{Z}_L = (3 - j8)\ \Omega$. Determine $\mathbf{Z}_{\text{ent}}$ e $\mathbf{I}_1$.
2. Escriba las ecuaciones simultáneas para el circuito del ejemplo 23-16 y resuelva para $\mathbf{I}_1$. Compare con la respuesta que obtuvo antes.

Respuestas

1. $28.9\ \Omega\angle 41.1°$; $3.72\ \text{A}\angle -41.1°$
2. Lo mismo

23-12 Análisis de circuitos por computadora

Multisim y PSpice pueden usarse para resolver circuitos acoplados (véase las Notas). Como un primer ejemplo, se resolverán las corrientes del generador y la carga así como el voltaje en la carga para el circuito de la figura 23-66. Primero, las respuestas se determinan de forma manual para proporcionar una base de comparación. Se refleja la impedancia de carga con $a^2\mathbf{Z}_L$ con lo que se obtiene el circuito equivalente de la figura 23-67. A partir de ésta,

$$\mathbf{I}_g = \frac{100\ \text{V}\angle 0°}{200\ \Omega + (200\ \Omega - j265.3\ \Omega)} = 208.4\ \text{mA}\angle 33.5°$$

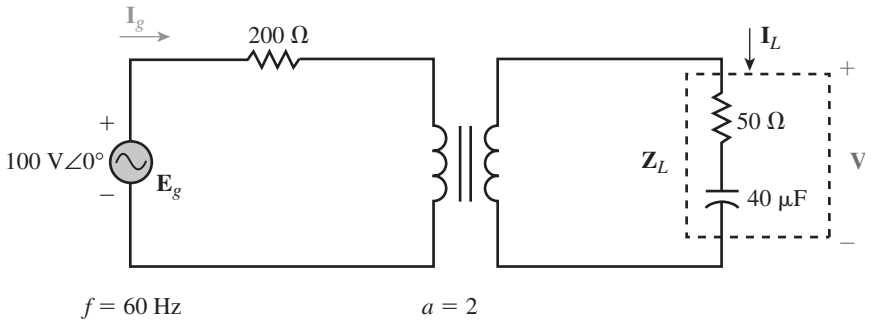


FIGURA 23-66 Circuito con transformador de núcleo de hierro para el primer ejemplo con Multisim y PSpice.

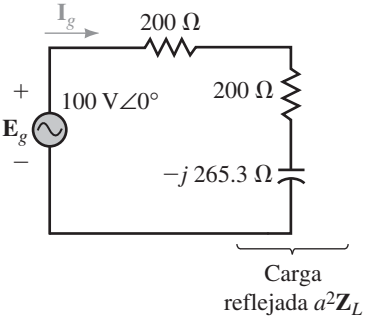


FIGURA 23-67 Equivalente de la figura 23-66.

NOTAS . . .

PSpice maneja circuitos débilmente acoplados y transformadores fuertemente acoplados (de núcleo de hierro) pero al momento de escribir este libro Multisim sólo maneja dispositivos de núcleo de hierro.

Entonces,

$$\mathbf{I}_L = a\mathbf{I}_g = 416.8\ \text{mA}\angle 33.5°$$

y

$$\mathbf{V}_L = \mathbf{I}_L\mathbf{Z}_L = 34.6\ \text{V}\angle -19.4°.$$

Multisim

Lea en la página 830 "Multisim y PSpice para circuitos acoplados", luego conecte el circuito de la figura 23-68 en la pantalla. (Use el transformador TS_VIRTUAL. Se encuentra en la caja partes básicas.) Haga doble clic en el símbolo del transformador y fije su relación de vueltas en **2**, las resistencias de los devanados primario y secundario en **0.000001** y la inductancia de fuga en **1μH**. (Los valores no son críticos; son lo bastante pequeños para considerarse insignificantes.) Enseguida fije la inductancia de magnetización en **10000 H**. (Ésta es L_m en la figura 23-41. En teoría, para un transformador ideal es infinita. Lo que se necesita es hacerla muy grande.) Ponga todos los medidores en CA, haga clic en el botón ON/OFF para activar el circuito. Las respuestas de la figura 23-68 concuerdan exactamente con la solución analítica anterior.

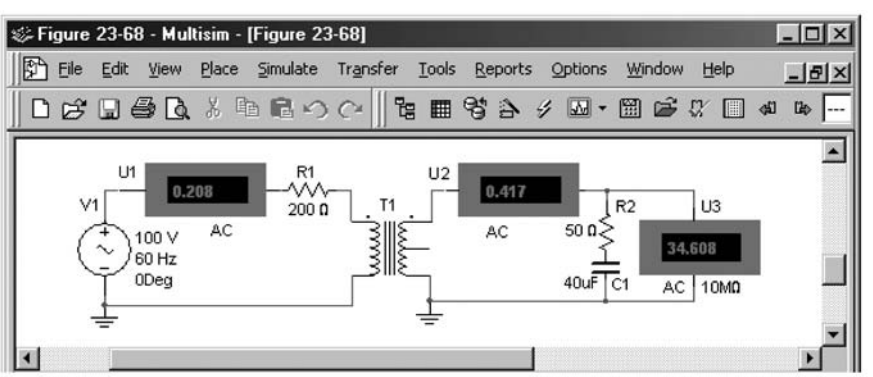


FIGURA 23-68 Pantalla de Multisim para el ejemplo del transformador con núcleo de hierro de la figura 23-66.

MULTISIM

PSpice

Lea en la página 830 "Multisim y PSpice para circuitos acoplados". Como se indica, el elemento transformador XFRM_LINEAL puede usarse para hacer un modelo del transformador de núcleo de hierro basado sólo en la relación de vueltas. Para hacerlo, fije el acoplamiento $k = 1$, seleccione de manera arbitraria un valor grande para L_1, entonces asigne $L_2 = L_1/a^2$ donde a es la relación

de vueltas. (Los valores reales para L_1 y L_2 no son críticos; simplemente deben ser muy grandes.) Por ejemplo, se selecciona $L_1 = 100000$ H, entonces, se calcula $L_2 = 100000/(2^2) = 25000$ H. Esto establece $a = 2$. Ahora se procede como sigue. Cree el circuito de la figura 23-66 en la pantalla como la figura 23-69. Use la fuente VAC y configúrela como se muestra. Haga doble clic en VPRINT1 y seleccione AC, MAG y PHASE a **yes** en el Properties Editor. Repita para los dispositivos IPRINT. Dé doble clic en el transformador y fije COUPLING en **1,** L1 en **10000H** y L2 en **25000H.** En la simulación fije la caja de diálogo, seleccione AC Sweep y fije las frecuencias Start y End en **60 Hz** y los Puntos en **1**. Ejecute la simulación, desplace la barra hasta output File. Encontrará $\mathbf{I}g = 208.3\ \text{mA}\angle 33.6°$, $\mathbf{I}_L = 416.7\ \text{mA}\angle 33.6°$ y $\mathbf{V}_L = 34.6\ \text{V}\angle -19.4°$. Observe que esto concuerda con los resultados calculados.

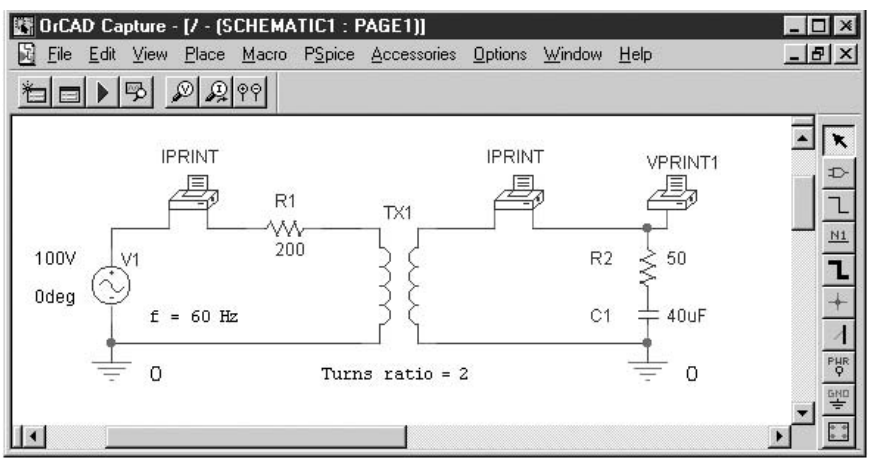


FIGURA 23-69 Pantalla de PSpice para el circuito de la figura 23-66.

Como un ejemplo final de PSpice, considere el circuito débilmente acoplado de la figura 23-60, que aparece en pantalla como la figura 23-70. Use VAC para las fuentes y XFRM_LINEAR para el transformador. (Asegúrese de orientar la fuente 2 con su terminal + en la parte inferior.) Calcule $k = \dfrac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = 0.5657$. Haga doble clic en el símbolo del transformador y fije $L_1 =$ **0.1H**, $L_2 =$ **0.2H**, y $k =$ **0.5657**. Calcule la frecuencia de la fuente f (que es 15.9155 Hz). Seleccione AC Sweep y fije las frecuencias Start y End en **15.9155Hz** y Points en **1**. Ejecute la simulación. Cuando se desplace a Output File, encontrará $\mathbf{I}_1 = 6.36\ \text{A}\angle -6.57°$ e $\mathbf{I}_2 = 6.54\ \text{A}\angle -2.23°$ como se determinó antes en el ejemplo 23-14.

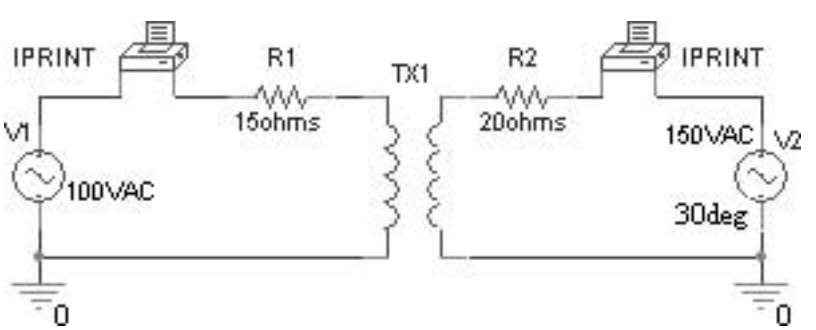


FIGURA 23-70 Solución en PSpice para el ejemplo 23-14.

NOTAS DE MULTISIM Y PSPICE PARA CIRCUITOS ACOPLADOS

1. Multisim usa las ecuaciones del transformador ideal $\mathbf{E}_p/\mathbf{E}_s = a$ e $\mathbf{I}_p/\mathbf{I}_s = 1/a$ para hacer un modelo de un transformador mediante su relación de vueltas. También se pueden establecer los efectos de la resistencia del devanado, del flujo de fuga y de la corriente de excitación como se hizo en la figura 23-41.
2. PSpice y Multisim requieren tierras en ambos lados del transformador.
3. El modelo XFRM_LINEAR de transformador en PSpice se basa en autoinductancias y en el coeficiente de acoplamiento y por tanto es capaz de manejar en forma directa circuitos débilmente acoplados. También es capaz de hacer modelos de circuitos fuertemente acoplados (tal como los transformadores de núcleo de hierro). Para ver cómo, observe que la teoría básica muestra que para un transformador ideal de núcleo de hierro $k = 1$ y L_1 y L_2 son infinitas, pero su relación es $L_1/L_2 = a^2$. Entonces, para aproximar el transformador, se asigna a L_1 un valor arbitrario muy grande, entonces, se calcula $L_2 = L_1/a^2$. Esto fija el valor de a, permitiendo modelar los transformadores de núcleo de hierro con base sólo en su relación de vueltas.
4. El signo del coeficiente de acoplamiento para usar con PSpice depende de las localizaciones del punto. Si los puntos están en extremos adyacentes de las bobinas (figura 23-61), haga k positivo; si los puntos están en extremos opuestos (figura 23-64) haga k negativo.

PUESTA EN PRÁCTICA

Un circuito que usted está construyendo, requiere un inductor de 3.6 mH. En su cajón de partes encuentra inductores de 1.2 mH y 2.4 mH. Razona que si los conecta en serie, la inductancia total será de 3.6 mH. Después de construir y probar el circuito, encuentra que está fuera de lo esperado. Después de un cuidadoso razonamiento, sospecha que el acoplamiento mutuo entre las bobinas está alterando su operación. Por ello decide medir esta inductancia mutua. Sin embargo, tiene un medidor que sólo mide la autoinductancia. Entonces, le surge una idea, desenergizará el circuito, desoldará el extremo de uno de los inductores y medirá la inductancia total. Obtiene 6.32 mH. ¿Cuál es la inductancia mutua?

23-1 Introducción

1. Para los transformadores de la figura 23-71, dibuje las formas de onda que faltan.

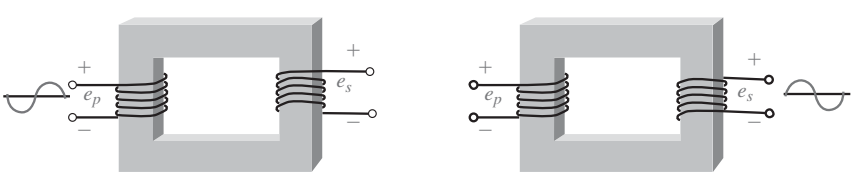


FIGURA 23-71

23-2 Transformadores de núcleo de hierro: el modelo ideal

2. Enliste cuatro cosas que no se toman en cuenta cuando se idealiza un transformador con núcleo de hierro.

3. Un transformador ideal tiene $N_p = 1000$ vueltas y $N_s = 4000$ vueltas.
   a. ¿El voltaje se eleva o se reduce?
   b. Si $e_s = 100 \text{ sen } \omega t$, ¿qué valor tiene e_p cuando se devana como en la figura 23-7(a)?
   c. Si $E_s = 24$ volts, ¿qué valor tiene E_p?
   d. Si $\mathbf{E}_p = 24\text{ V}\angle 0°$, ¿qué valor tiene $\mathbf{E}_s$ cuando se devana como en la figura 23-7(a)?
   e. Si $\mathbf{E}_p = 800\text{ V}\angle 0°$, ¿qué valor tiene $\mathbf{E}_s$ cuando se devana como en la figura 23-7(b)?
4. Un transformador reductor de voltaje 3:1 tiene una corriente en el secundario de 6 A. ¿Cuál es la corriente en el primario?
5. Para la figura 23-72, determine las expresiones para v_1, v_2 y v_3.

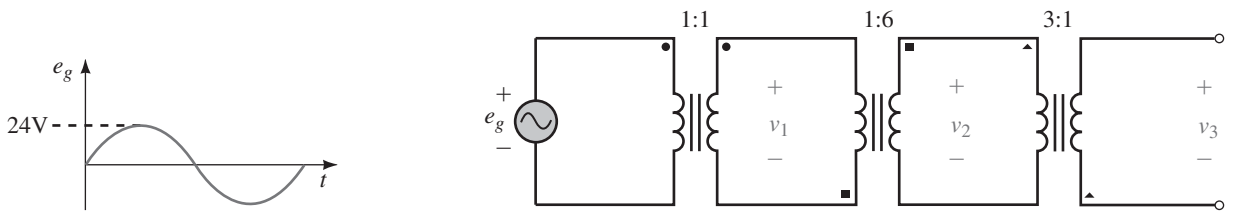


FIGURA 23-72

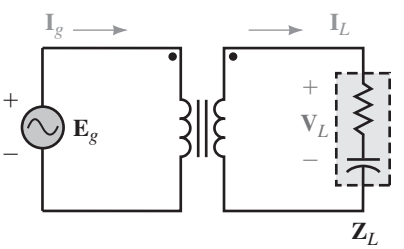


FIGURA 23-73

6. Si, para la figura 23-73, $\mathbf{E}_g = 240\text{ V}\angle 0°$, $a = 2$, y $\mathbf{Z}_L = 8\ \Omega - j6\ \Omega$ determine lo siguiente:
   a. $\mathbf{V}_L$ b. $\mathbf{I}_L$ c. $\mathbf{I}_g$
7. Si, para la figura 23-73, $\mathbf{E}_g = 240\text{ V}\angle 0°$, $a = 0.5$, e $\mathbf{I}_g = 2\text{ A}\angle 20°$, determine lo siguiente:
   a. $\mathbf{I}_L$ b. $\mathbf{V}_L$ c. $\mathbf{Z}_L$
8. Si, para la figura 23-73, $a = 2$, $\mathbf{V}_L = 40\text{ V}\angle 0°$, e $\mathbf{I}_g = 0.5\text{ A}\angle 10°$, determine $\mathbf{Z}_L$.
9. Si, para la figura 23-73, $a = 4$, $\mathbf{I}_g = 4\text{ A}\angle 30°$, y $\mathbf{Z}_L = 6\ \Omega - j8\ \Omega$, determine lo siguiente:
   a. $\mathbf{V}_L$ b. $\mathbf{E}_g$
10. Si, para el circuito de la figura 23-73, $a = 3$, $\mathbf{I}_L = 4\text{ A}\angle 25°$, y $\mathbf{Z}_L = 10\ \Omega\angle -5°$, determine lo siguiente:
    a. La corriente y voltaje del generador.
    b. La potencia a la carga.
    c. La potencia de salida del generador.
    d. ¿Es $P_{sal} = P_{ent}$?

23-3 Impedancia reflejada

11. Para cada circuito de la figura 23-74, determine $\mathbf{Z}_p$.

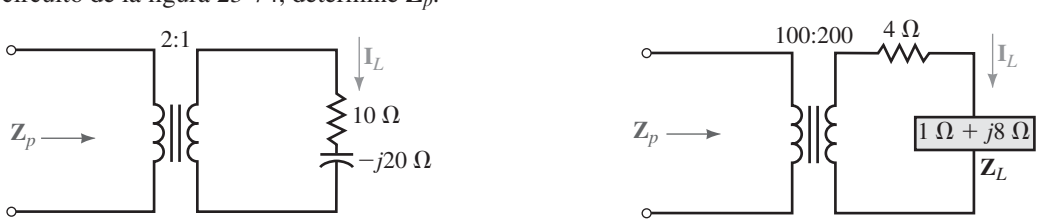


FIGURA 23-74

12. Para cada circuito de la figura 23-74, si se aplica $\mathbf{E}_g = 120\ \text{V}\angle 40°$ determine lo siguiente, usando la impedancia reflejada del problema 11.
    a. $\mathbf{I}_g$ b. $\mathbf{I}_L$ c. $\mathbf{V}_L$
13. Para la figura 23-74(a), ¿qué relación de vueltas se requiere para hacer que $\mathbf{Z}_p = (62.5 - j125)\ \Omega$?
14. Para la figura 23-74(b), ¿qué relación de vueltas se requiere para hacer que $\mathbf{Z}_p = 84.9\angle 58.0°\ \Omega$?
15. Para cada circuito de la figura 23-75, determine $\mathbf{Z}_\text{T}$.

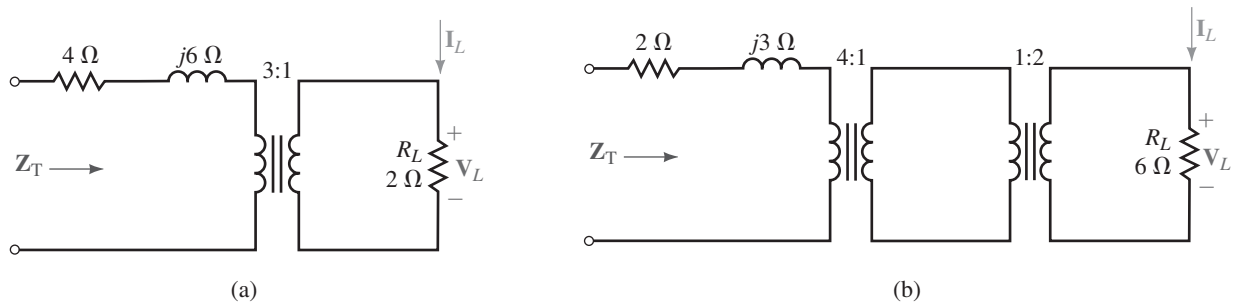


FIGURA 23-75

16. Para cada circuito de la figura 23-75, si se aplica un generador con $\mathbf{E}_g = 120\ \text{V}\angle -40°$, determine lo siguiente:
    a. $\mathbf{I}_g$ b. $\mathbf{I}_L$ c. $\mathbf{V}_L$

23-4 Especificaciones del transformador de potencia

17. Un transformador tiene una especificación de voltaje primario de 7.2 kV, $a = 0.2$, y una especificación de corriente en el secundario de 3 A. ¿Cuál es la especificación de kVA?
18. Considere un transformador de 48 kVA, 1200/120 V.
    a. ¿Cuál es la máxima carga de kVA que puede ser manejada a $F_p = 0.8$?
    b. ¿Cuál es la máxima potencia que puede ser suministrada a un factor de potencia de carga de 0.75?
    c. Si el transformador suministra 45 kW a la carga con un factor de potencia de 0.6, ¿está sobrecargado? Justifique su respuesta.

23-5 Aplicaciones del transformador

19. El transformador de la figura 23-25 tiene un primario de 7200 V y un secundario de 240 V con terminal central. Si la carga 1 consiste en doce lámparas de 100 W, la carga 2 es un calentador de 1500 W y la carga 3 es una horno de 2400 W con $F_p = 1.0$, determine
    a. I_1 b. I_2 c. I_N d. I_p
20. Un amplificador con un voltaje de Thévenin de 10 V y una resistencia de Thévenin de 128 Ω está conectado a una bocina de 8 Ω a través de un transformador 4:1. ¿Está igualada la carga? ¿Cuánta potencia se suministra a la bocina?
21. Un amplificador con un equivalente de Thévenin de 10 V y R_Th de 25 Ω maneja una bocina de 4 Ω a través de un transformador con una relación de vueltas de $a = 5$. ¿Cuánta potencia es suministrada a la bocina? **¿Qué relación de vueltas produce 1 W?**
22. Para la figura 23-76, hay 100 vueltas entre las terminales 1 y 2 y 120 entre las terminales 2 y 3. ¿Qué voltaje en la terminal 1 se produce a 120 V de salida? ¿Y en la terminal 3?
23. Para la figura 23-30(a), $a_2 = 2$ y $a_3 = 5$, $\mathbf{Z}_2 = 20\ \Omega\angle 50°$, $\mathbf{Z}_3 = (12 + j4)\ \Omega$ y $\mathbf{E}_g = 120\ \text{V}\angle 0°$. Encuentre cada corriente de carga y la corriente del generador.

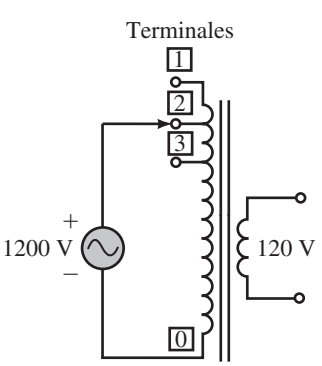


FIGURA 23-76 $N_s = 200$ vueltas.

24. Se requiere conectar un transformador de 5 kVA y 120/240 V como un autotransformador a una fuente de 120 V para suministrar 360 V a la carga.
    a. Dibuje el circuito.
    b. ¿Cuál es la corriente máxima que la carga puede demandar?
    c. ¿Cuál es la máxima carga en kVA que puede ser suministrada?
    d. ¿Cuánta corriente demanda la fuente?

23-6 Transformadores de núcleo de hierro prácticos

25. Para la figura 23-77, $\mathbf{E}_g = 1220\ \text{V}\angle 0°$.
    a. Dibuje el circuito equivalente.
    b. Determine $\mathbf{I}_g$, $\mathbf{I}_L$, y $\mathbf{V}_L$.

26. Para la figura 23-77, si $\mathbf{V}_L = 118\ \text{V}\angle 0°$, dibuje el circuito equivalente y determine
    a. $\mathbf{I}_L$ b. $\mathbf{I}_g$ c. $\mathbf{E}_g$
    d. voltaje sin carga e. regulación

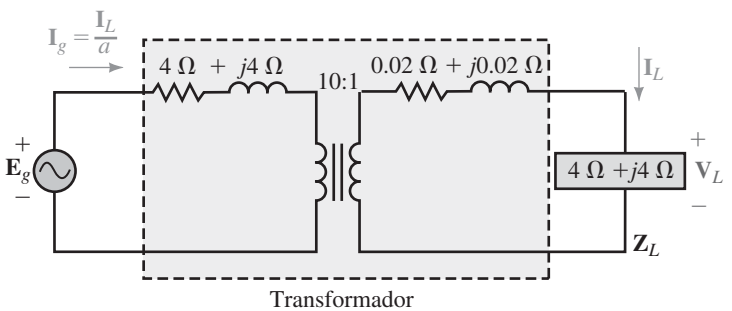


FIGURA 23-77

MULTISIM

27. Un transformador que entrega $P_{\text{sal}} = 48$ kW tiene un pérdida en el núcleo de 280 W y una pérdida en el cobre de 450 W. ¿Cuál es su eficiencia a esta carga?

23-7 Pruebas de los transformadores

28. Una prueba de cortocircuito (figura 23-46) a la corriente especificada produce una lectura del wattímetro de 96 W y una prueba a circuito abierto (figura 23-48) produce una pérdida de núcleo de 24 W.
    a. ¿Cuál es la eficiencia del transformador cuando se entrega la salida de 5 kVA completa especificada a un F_p unitario?
    b. ¿Cuál es su eficiencia cuando se suministra un cuarto de los kVA especificados a un F_p de 0.8?

23-9 Circuitos débilmente acoplados

29. Para la figura 23-78,

$$v_1 = L_1\frac{di_1}{dt} \pm M\frac{di_2}{dt}, \qquad v_2 = \pm M\frac{di_1}{dt} + L_2\frac{di_2}{dt}$$

Para cada circuito indique qué signo usar con M, más o menos.

30. Para un conjunto de bobinas, $L_1 = 250$ mH, $L_2 = 0.4$ H, y $k = 0.85$. ¿qué valor tiene M?
31. Para un conjunto de bobinas acopladas, $L_1 = 2$ H, $M = 0.8$ H y el coeficiente de acoplamiento es de 0.6. Determine L_2.
32. Para la figura 23-52(a), $L_1 = 25$ mH, $L_2 = 4$ mH, y $M = 0.8$ mH. Si i_1 cambia a una tasa de 1200 A/s, ¿cuáles son los voltajes inducidos en el primario y en el secundario?
33. Todo igual que en el problema 32, excepto que $i_1 = 10\,e^{-500t}$ A. Encuentre las ecuaciones de los voltajes del primario y el secundario. Calcúlelos a $t = 1$ ms.

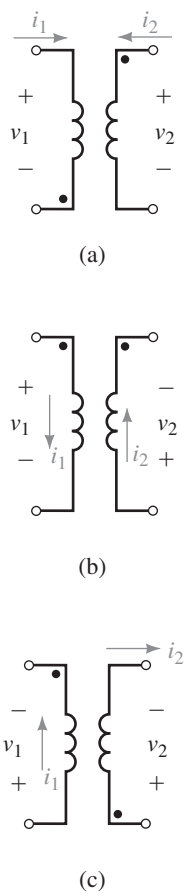


FIGURA 23-78

34. Para cada circuito de la figura 23-79, determine L_T.

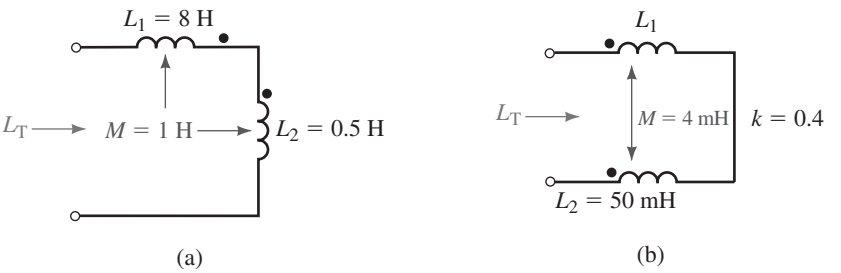


FIGURA 23-79

35. Para la figura 23-80, determine L_T.
36. Para el circuito de la figura 23-81, determine **I**.

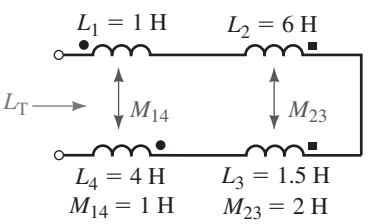
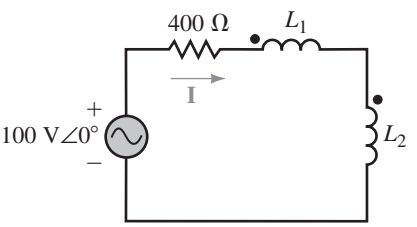


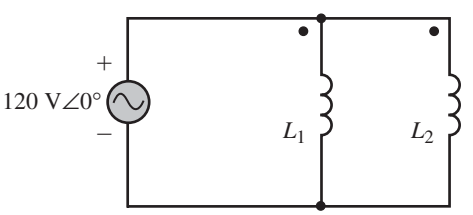
FIGURA 23-80



$L_1 = 1.0$ H $\quad k = 0.8$
$L_2 = 4.0$ H $\quad f = 60$ Hz

FIGURA 23-81 Inductores en paralelo acoplados.

37. Los inductores de la figura 23-82 están mutuamente acoplados. ¿Cuál es su inductancia equivalente? Si $f = 60$ Hz, ¿cuál es la corriente en la fuente?



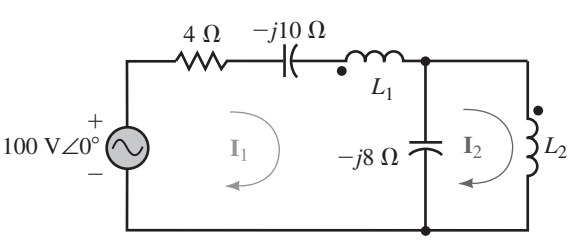
$L_1 = 250$ mH $\quad L_2 = 40$ mH $\quad k = 0.8$

FIGURA 23-82

23-10 Circuitos acoplados magnéticamente con excitación sinusoidal

38. Para la figura 23-60, $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 30\ \Omega$, $L_1 = 100$ mH, $L_2 = 200$ mH, $M = 25$ mH, y $f = 31.83$ Hz. Escriba las ecuaciones de malla.

39. Para el circuito de la figura 23-83, escriba las ecuaciones de malla.



$\omega L_1 = 40\ \Omega \quad \omega L_2 = 20\ \Omega \quad \omega M = 5\ \Omega$

FIGURA 23-83

40. Escriba las ecuaciones de malla para el circuito de la figura 23-84.

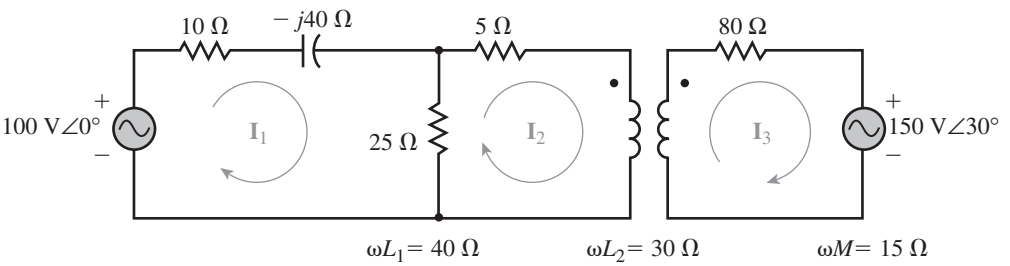
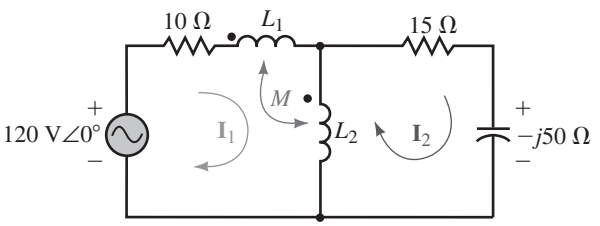


FIGURA 23-84

41. Escriba las ecuaciones de malla para el circuito de la figura 23-85. (Este es un problema desafiante.)



$L_1 = 0.1$ H $\quad M = 0.12$ H
$L_2 = 0.5$ H $\quad \omega = 100$ rad/s

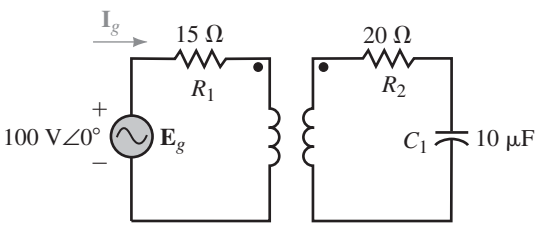
FIGURA 23-85

23-11 Impedancia acoplada

42. Para el circuito de la figura 23-86,

a. Determine $\mathbf{Z}_{ent}$.

b. Determine $\mathbf{I}_g$.



$L_1 = 0.1$ H; $L_2 = 0.2$ H; $M = 0.08$ H; $f = 60$ Hz

FIGURA 23-86

23-12 Análisis de circuitos por computadora

Nota: con PSpice, oriente los dispositivos IPRINT para que la corriente entre en la terminal positiva. De otra forma los ángulos de fase tendrán un error de 180°.

43. Un transformador con núcleo de hierro con una relación de vueltas 4:1 tiene una carga que consiste en un resistor de 12 Ω en serie con un capacitor de 250 μF. El transformador se opera con una fuente de 120 $-$V∠0° y 60 Hz. Utilice Multisim o PSpice para determinar las corrientes de la fuente y la carga. Verifique las respuestas con cálculos manuales.

MULTISIM PSpice

MULTISIM PSpice

44. Use Multisim o PSpice para encontrar las corrientes del primario y del secundario y el voltaje de carga de la figura 23-87.

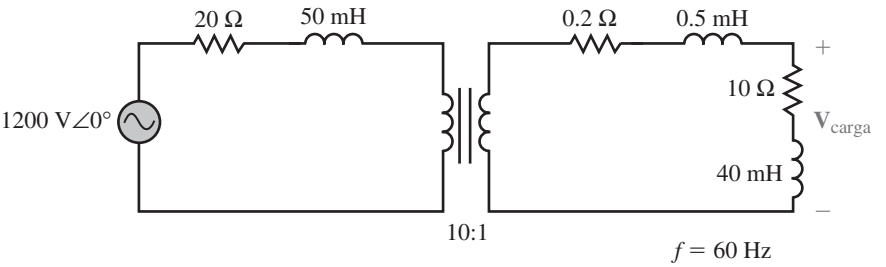


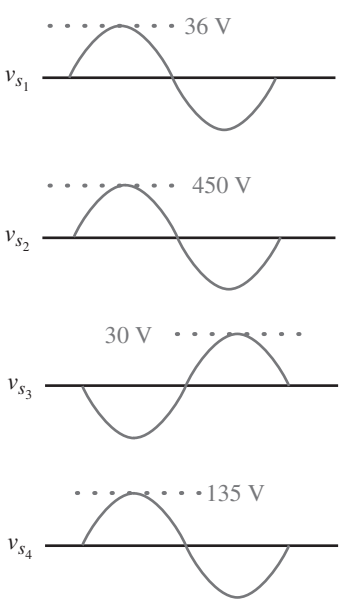
FIGURA 23-87

PSpice

45. Use PSpice para encontrar la corriente de la fuente para los inductores en paralelo acoplados de la figura 23-82. Sugerencia: use XFRM_LINEAR para hacer el modelo de los dos inductores. Necesitará un resistor de valor bajo en serie con cada inductor para evitar que se creen lazos fuente-inductor.
46. Encuentre las corrientes de la figura 23-62 con PSpice. Compare estas respuestas con las del ejemplo 23-15.
47. Encuentre las corrientes de la figura 23-63 con PSpice. Compare estas respuestas con las de los Problemas prácticos 8.
48. Encuentre la corriente $\mathbf{I}_1$ del ejemplo 23-16 con PSpice. Compare sus respuestas. Sugerencia: si los valores son dados como X_L y X_C, deberá convertirlos en L y C.

✓ RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 1

1. Elevación; 200 V
2. a. 120 V∠–30°; b. 120 V∠150°
3. 

4. Secundario, terminal superior.
5. a. Terminal 4; b. Terminal 4

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 2

1. $\mathbf{Z}_p = 18.75\ \Omega - j25\ \Omega$; $R = 6400\ \Omega$; $a = 1.73$
2. 125 V∠0°
3. 89.4
4. a.200 A; 200 A; b.24 kW; 18 kW
5. Terminal 1: 109.1 V; Terminal 2: 120 V; Terminal 3: 126.3 V
6. 0.81 W; 0.72 W; la máxima potencia se suministra cuando $R_s = a^2 R_L$.
7. a. 348 V; 20.7 A; b. 12 A; c. 12 A↓ 8.69 A↑

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 3

1. a. $Z_{eq} = 0.8\ \Omega + j0.8\ \Omega$
   b. 113.6 V ∠0.434°
   c. 5.63%

TÉRMINOS CLAVE

Circuito ye-ye (Y-Y) de cuatro alambres
Conductor de cero impedancia
Corriente de fase
Corriente de línea
Curva de razón de watts
Equivalente de una sola fase
Impedancias de fase
Método de dos wattímetros
Neutro
Secuencia de fase
Secuencia de fase negativa
Secuencia de fase positiva
Sistema de cuatro alambres
Sistema de tres alambres
Sistemas balanceados
Sistemas desbalanceados
Voltaje de fase
Voltaje de línea

PLAN GENERAL

Generación de voltaje trifásico
Conexiones básicas de circuitos trifásicos
Relaciones trifásicas básicas
Ejemplos
Potencia en sistemas balanceados
Medición de potencia en circuitos trifásicos
Cargas desbalanceadas
Cargas en sistemas de potencia
Análisis de circuitos por computadora

OBJETIVOS

Después de estudiar este capítulo será capaz de:

- describir la generación de voltaje de tres fases,
- representar los voltajes y corrientes trifásicos en forma de fasores,
- describir las conexiones estándar de carga de tres fases,
- analizar circuitos trifásicos balanceados,
- calcular potencia activa, potencia reactiva y potencia aparente en sistemas de tres fases,
- medir la potencia con el método de dos wattímetros y de tres wattímetros
- analizar circuitos trifásicos desbalanceados simples,
- aplicar Multisim y PSpice a problemas de tres fases.

Sistemas de tres fases

24

Hasta hora sólo se han visto sistemas de una fase. En este capítulo se consideran los sistemas de tres fases. (Los sistemas trifásicos difieren de los de una fase en que usan un conjunto de tres voltajes sinusoidales de ca en vez de uno.) Los sistemas trifásicos se usan para generar y transmitir potencia eléctrica. Todos los sistemas comerciales de potencia de ca, por ejemplo, son sistemas trifásicos. Sin embargo, no todas las cargas conectadas a un sistema trifásico necesitan ser de tres fases, por ejemplo, las lámparas eléctricas y los aparatos que se utilizan en las casas requieren ca de una sola fase. Para obtener una ca de una sola fase de un sistema trifásico, simplemente se utiliza una de las fases, como se verá después en este capítulo.

Los sistemas trifásicos pueden ser **balanceados** o **desbalanceados**. Si un sistema está balanceado, se le puede analizar considerando sólo una de sus fases. (Ello se debe a que una vez que se sabe la solución de una fase, se pueden deducir las soluciones de las otras dos sin más cálculos que la suma o resta de un ángulo.) Esto es importante porque hace que el estudio de los sistemas balanceados sea sólo ligeramente más difícil que el de los sistemas de una sola fase. Ya que la mayoría de los sistemas operan cerca del balance, muchos problemas prácticos se abordan dando por sentado el balance. Este es el método que se usa en la práctica.

Los sistemas de potencia de tres fases poseen ventajas económicas y de funcionamiento sobre los sistemas de potencia de una fase. Por ejemplo, para la misma salida de potencia, los generadores trifásicos cuestan menos que los generadores de una fase, producen potencia uniforme en lugar de potencia pulsante y operan con menos vibraciones y ruido.

El capítulo comienza con un vistazo a la generación de voltaje de tres fases. ■

RESUMEN DEL CAPÍTULO

PERSPECTIVA HISTÓRICA



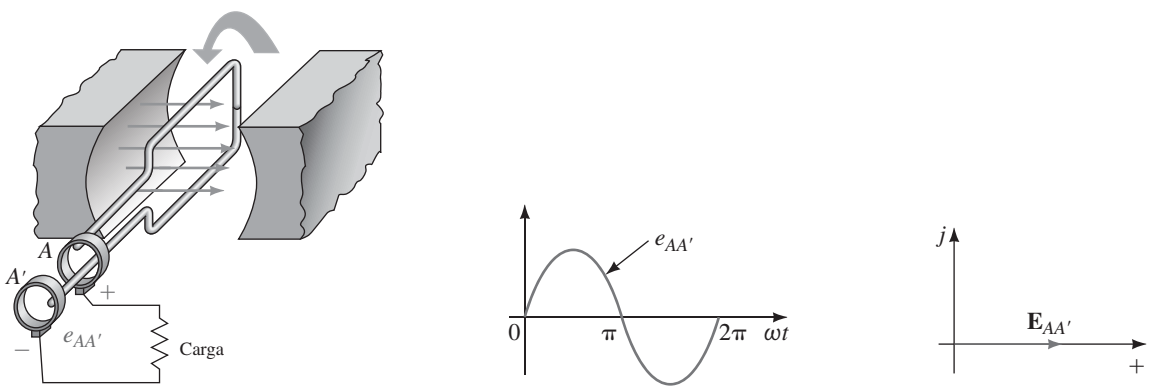
Nikola Tesla

COMO SE HIZO NOTAR en el capítulo 15, el advenimiento de la era de la potencia eléctrica comercial comenzó con una intensa batalla entre Thomas A. Edison y George Westinghouse sobre el uso de la cd contra la ca para la naciente industria de la potencia eléctrica. Edison promovió con energía la cd, mientras que Westinghouse fomentó el uso de la ca. Tesla decidió el debate a favor de la ca con el desarrollo del sistema de tres fases, el motor de inducción y otros dispositivos de ca. Junto con la creación de un transformador de potencia práctico (capítulo 23) esos desarrollos hicieron posible la transmisión de energía eléctrica a grandes distancias y la ca se convirtió claramente en la ganadora.

Tesla nació en Smiljan, Croacia, en 1856 y emigró a Estados Unidos en 1884. Durante su carrera se asoció con Edison, pero tuvieron una pelea y se convirtieron en rivales. Tesla hizo muchas contribuciones importantes en el campo de la electricidad y magnetismo (registró mas de 700 patentes) y la unidad SI de la densidad de flujo magnético (el "tesla") fue nombrada después de su muerte. Tesla también fue uno de los principales responsables de la selección de 60 Hz como la frecuencia del sistema de potencia estándar en Norteamérica y en gran parte del mundo. ■

24-1 Generación de voltaje trifásico

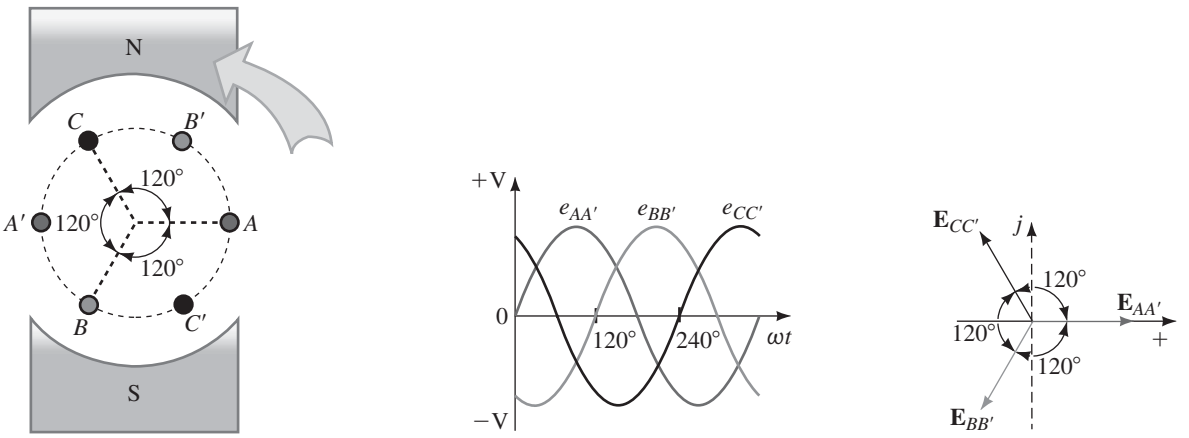
Los generadores trifásicos tienen tres conjuntos de devanados, por esa razón producen tres voltajes de ca en lugar de uno. Para captar la idea, considere primero el generador de una sola fase elemental de la figura 24-1. Conforme gira la bobina AA', produce una forma de onda sinusoidal $e_{AA'}$ como se indica en (b). Este voltaje puede representarse mediante el fasor $\mathbf{E}_{AA'}$ como se muestra en (c).



(a) Generador de ca básico (b) Forma de onda de voltaje (c) Fasor

FIGURA 24-1 Generador básico de una sola fase.

Si se agregan dos devanados más como en la figura 24-2, se generan dos voltajes adicionales. Ya que estos devanados son idénticos a AA' (excepto por su posición en el rotor), producen idénticos voltajes. Sin embargo, ya que la bobina BB' está colocada 120° detrás de la bobina AA', el voltaje $e_{BB'}$ se atrasa con respecto a $e_{AA'}$ por 120°; de manera similar, la bobina CC', la cual está colocada después de la bobina AA' por 120º, produce el voltaje $e_{CC'}$ que se le adelanta por 120°. Las formas de onda se muestran en (b) y los fasores en (c). Como se indica, los voltajes generados son iguales en magnitud y están desplazados en fase 120°. Entonces, si $\mathbf{E}_{AA'}$ está en 0°, entonces, $\mathbf{E}_{BB'}$ estará en $-120°$ y $\mathbf{E}_{CC'}$ en $+120°$. Si se supone un valor rms de 120 V y una posición de referencia de 0º para el fasor $\mathbf{E}_{AA'}$, por ejemplo, se obtiene $\mathbf{E}_{AA'} = 120\ \text{V}\angle 0°$, $\mathbf{E}_{BB'} = 120\ \text{V}\angle -120°$ y $\mathbf{E}_{CC'} = 120\ \text{V}\angle 120°$. Tal conjunto de voltajes se dice que está balanceado. Debido a que estas relaciones entre voltajes balanceados son fijas, si se conoce un voltaje es fácil determinar los otros dos.



(a) Generador básicos de tres fases (b) Formas de onda de voltaje (c) Fasores

FIGURA 24-2 Generación de voltajes trifásicos. Se usan tres conjuntos de bobinas para producir tres voltajes balanceados.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 1

a. Si $\mathbf{E}_{AA'} = 277\ \text{V}\angle 0°$, ¿cuánto valen $\mathbf{E}_{BB'}$ y $\mathbf{E}_{CC'}$?
b. Si $\mathbf{E}_{BB'} = 347\ \text{V}\angle -120°$, ¿cuánto valen $\mathbf{E}_{AA'}$ y $\mathbf{E}_{CC'}$?
c. Si $\mathbf{E}_{CC'} = 120\ \text{V}\angle 150°$, ¿cuánto valen $\mathbf{E}_{AA'}$ y $\mathbf{E}_{BB'}$?

Dibuje los fasores para cada conjunto.

Respuestas
a. $\mathbf{E}_{BB'} = 277\ \text{V}\angle -120°$; $\mathbf{E}_{CC'} = 277\ \text{V}\angle 120°$
b. $\mathbf{E}_{AA'} = 347\ \text{V}\angle 0°$; $\mathbf{E}_{CC'} = 347\ \text{V}\angle 120°$
c. $\mathbf{E}_{AA'} = 120\ \text{V}\angle 30°$; $\mathbf{E}_{BB'} = 120\ \text{V}\angle -90°$

24-2 Conexiones básicas de circuitos trifásicos

El generador de la figura 24-2 tiene tres devanados independientes: AA′, BB′ y CC′. Como una primera idea, se puede tratar de conectar las cargas con seis alambres como en la figura 24-3(a). Esto funciona, aunque no es un esquema que se use en la práctica. No obstante, se pueden obtener algunas ideas de esto. Para ilustrarlo, se supone un voltaje de 120 V para cada bobina y una carga resistiva de 12 ohm. Con $\mathbf{E}_{AA'}$ como referencia, se aplica la ley de Ohm a cada circuito para obtener,

$$\mathbf{I}_A = \mathbf{E}_{AA'}/R = 120\ \text{V}\angle 0°/12\ \Omega = 10\ \text{A}\angle 0°$$
$$\mathbf{I}_B = \mathbf{E}_{BB'}/R = 120\ \text{V}\angle -120°/12\ \Omega = 10\ \text{A}\angle -120°$$
$$\mathbf{I}_C = \mathbf{E}_{CC'}/R = 120\ \text{V}\angle 120°/12\ \Omega = 10\ \text{A}\angle 120°$$

Estas corrientes forman un conjunto balanceado, como se muestra en la figura 24-3(b).

Sistemas de cuatro y tres alambres

Cada carga en la figura 24-3(a) tiene su propio alambre de retorno. ¿Qué pasa si se les reemplaza con un solo alambre como en (c)? Al aplicar la ley de corriente de Kirchhoff, la corriente en este alambre (que se llama **neutro**) es la suma fasorial de $\mathbf{I}_A$, $\mathbf{I}_B$ e $\mathbf{I}_C$. Para la carga balanceada de 12 ohm,

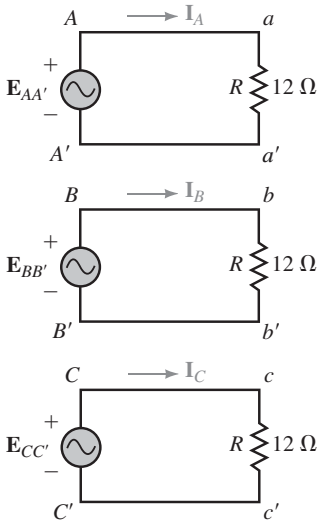
$$\mathbf{I}_N = \mathbf{I}_A + \mathbf{I}_B + \mathbf{I}_C = 10\ \text{A}\angle 0° + 10\ \text{A}\angle -120° + 10\ \text{A}\angle 120°$$
$$= (10\ \text{A} + j0) + (-5\ \text{A} - j8.66\ \text{A}) + (-5\ \text{A} + j8.66\ \text{A}) = 0\ \text{amps}$$

Entonces, el cable de retorno ¡no lleva ninguna corriente! (Este resultado siempre es válido sin importar la impedancia de carga, en tanto la carga esté balanceada, es decir, que todas las impedancias de fase sean iguales.) En la práctica, los sistemas de potencia operan de manera normal casi en balance.

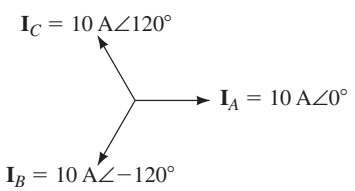
NOTAS . . .

Un comentario acerca de la construcción del generador

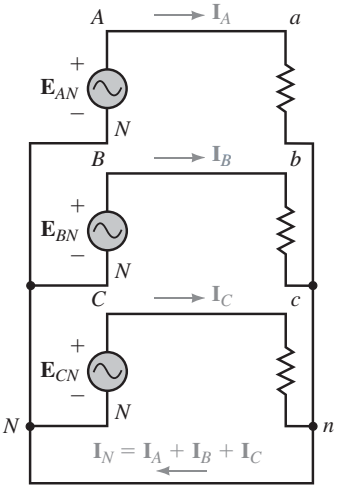
Excepto en el caso de los generadores pequeños, la mayoría de los generadores trifásicos en realidad no usan la construcción de la figura 24-2. En lugar de ello usan un conjunto fijo de devanados y un campo magnético rotatorio. Sin embargo, ambos diseños producen exactamente las mismas formas de onda. Aquí se selecciona la configuración de la figura 24-2 con fines ilustrativos, ya que su operación es más fácil de visualizar.



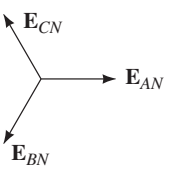
(a) Primeras ideas



(b) Las corrientes forman un conjunto balanceado



(c) Sistema de cuatro alambres. El alambre de retorno se llama neutro



(d) Fasores renombrados

FIGURA 24-3 Evolución de las conexiones de tres fases.

Entonces, la corriente de retorno, aunque no necesariamente es cero, será muy pequeña y el cable neutro puede ser de menor calibre que los otros tres conductores. Esta configuración se llama **sistema de cuatro alambres** y se usa ampliamente en la práctica.

Las líneas que salen en la figura 24-3(c) se llaman **conductores de línea** o **de fase**. Estos son los conductores que se ven suspendidos por aisladores en las torres de las líneas de transmisión.

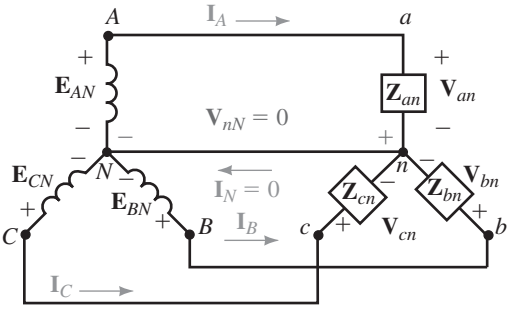
Simbología

Una vez que se han unido los puntos A', B' y C' en la figura 24-3(c), ahora se quita la notación A', B' y C' y simplemente se denomina N al punto común. Entonces, los voltajes se vuelven a nombrar $\mathbf{E}_{AN}$, $\mathbf{E}_{BN}$ y $\mathbf{E}_{CN}$. Éstos se conocen como **voltajes de línea a neutro**.

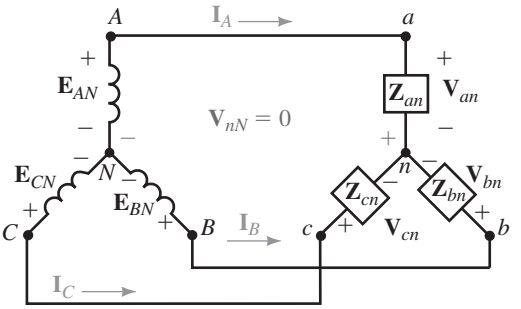
Representación estándar

Por lo general los circuitos trifásicos no se dibujan como en la figura 24-3. En lugar de ello se dibujan como en la figura 24-4. (Por ejemplo, la figura 24-4(a) muestra la figura 24-3(c) vuelta a dibujar en la forma estándar.) Observe que los símbolos de la bobina se usan para representar los devanados del generador en lugar de los símbolos de círculo que se usan para ca de una sola fase.

Como se muestra en la figura 24-4(a), el circuito que se ha estado viendo es un **circuito ye-ye (Y-Y) de cuatro alambres**. Una variación es el **circuito Y-Y de tres alambres** que se muestra en (b). Los circuitos Y-Y de tres alambres se pueden usar si se garantiza que la carga permanece balanceada, ya que en condiciones de balance el conductor neutro no lleva corriente. Sin embargo, por razones prácticas (que se discutirán en la sección 24-7) la mayoría de los sistemas Y-Y usan cuatro alambres.



(a) Sistema Y-Y de cuatro alambres. Esta es la figura 24-3(c) vuelta a dibujar en la forma estándar



(b) Sistema Y-Y de tres alambres.

FIGURA 24-4 Representación estándar de los circuitos trifásicos.

Generadores conectados en delta

Ahora considere la conexión Δ de los devanados del generador. En teoría, esto es posible como se indica en la figura 24-5. Sin embargo, hay dificultades prácticas. Por ejemplo, cuando los generadores tienen carga, ocurren distorsiones en los voltajes de las bobinas debidas a los flujos magnéticos producidos por las corrientes de carga. En los generadores conectados en Y estas distorsiones se cancelan, pero no es así en los generadores conectados en Δ. Estas distorsiones crean una tercera armónica de corriente que circula dentro de los devanados del generador conectado en Δ y disminuyen su eficiencia. (Aprenderá acerca de la tercera armónica en el capítulo 25). Por esta y otras razones, los generadores conectados en Δ se usan raramente en los sistemas de potencia y no se estudiarán en este libro.

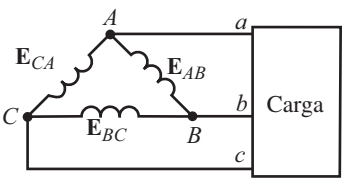


FIGURA 24-5 Un generador conectado en delta. Por razones prácticas, los generadores en delta se usan rara vez en los sistemas de potencia.

VOLTAJE NEUTRO-NEUTRO EN UN CIRCUITO Y-Y

En un sistema Y-Y balanceado, la corriente en el neutro es cero porque la suma de las corrientes de línea es cero. En consecuencia, el voltaje entre los puntos neutros es cero. Para ver por qué, considere de nuevo la figura 24-4(a). Se supone que el alambre que une los puntos *n* y *N* tiene impedancia $\mathbf{Z}_{nN}$. Esto produce el voltaje $\mathbf{V}_{nN} = \mathbf{I}_N \times \mathbf{Z}_{nN}$, pero debido a que $\mathbf{I}_N = 0$, $\mathbf{V}_{nN} = 0$, sin importar el valor de $\mathbf{Z}_{nN}$. Aun cuando el conductor neutro estuviera ausente como en (b), $\mathbf{V}_{nN}$ todavía sería cero. Entonces, *en un sistema Y-Y balanceado, el voltaje entre los puntos neutros es cero*.

EJEMPLO 24-1

Suponga que los circuitos de la figura 24-4(a) y (b) están balanceados. Si $\mathbf{E}_{AN} = 247\ \text{V}\angle 0°$ ¿cuáles son los valores de $\mathbf{V}_{an}$, $\mathbf{V}_{bn}$, y $\mathbf{V}_{cn}$?

Solución En ambos casos, el voltaje V_{nN} entre los puntos neutro es cero. Entonces, mediante la LVK, $\mathbf{V}_{an} = \mathbf{E}_{AN} = 247\ \text{V}\angle 0°$. y ya que el sistema está balanceado, $\mathbf{V}_{bn} = 247\ \text{V}\angle -120$ y $\mathbf{V}_{cn} = 247\ \text{V}\angle 120°$.

Secuencia de fase

La **secuencia de fase** se refiere al orden en el cual ocurren los voltajes trifásicos. Esto se puede ilustrar en términos de fasores. Si el lector ve (de manera conceptual) la rotación del conjunto de fasores de la figura 24-6, por ejemplo, se observan los fasores girando en el orden . . . *ABCABC*. . . . Esta secuencia se conoce como **secuencia de fase ABC** o **secuencia de fase positiva**. Por otro lado, si la dirección de la rotación se invierte, la secuencia sería *ACB*. (Ésta se llama **secuencia de fase negativa.**) Ya que los sistemas de potencia generan la secuencia *ABC* (recuerde la figura 24-2), es la única que se abordará en este libro.

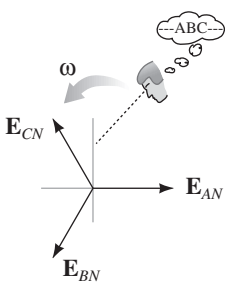


FIGURA 24-6 Ilustración de la secuencia de fase.

Aunque los voltajes son generados en la secuencia *ABC*, el orden de los voltajes que se aplican a una carga depende de cómo se conecte a la fuente. Para

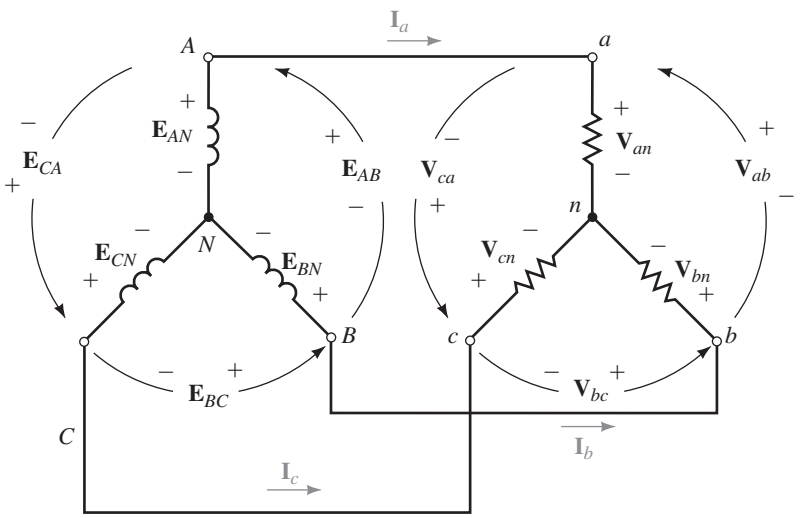
la mayoría de las cargas balanceadas, la secuencia de fases no importa. Sin embargo, para los motores trifásicos el orden es importante, ya que si se invierte cualquier par de cables, la dirección de la rotación del motor se invertirá, como se puede ver en la sección "Puesta en práctica" de este capítulo (p. 870), dibujo A.

24-3 Relaciones trifásicas básicas

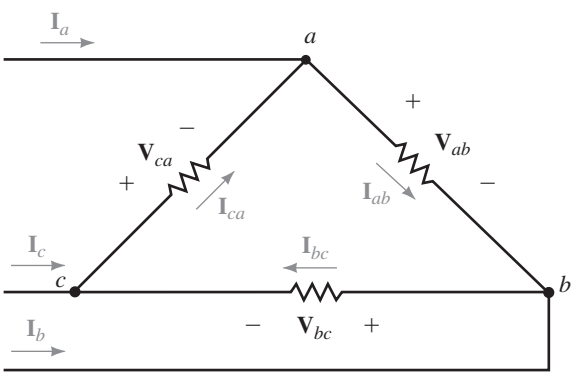
Para dar seguimiento a los voltajes y corrientes, se usan los símbolos y notaciones de la figura 24-7. Los subíndices con letra mayúscula se usan en la fuente y las letras minúsculas en la carga. Como es usual *E* se usa para la fuente y *V* para las caídas de voltaje. Observe con cuidado el uso de dobles subíndices, la colocación de los signos de polaridad del voltaje de referencia y el orden cíclico de los subíndices, véase la nota al margen.

NOTAS . . .

Asegúrese de apegarse en forma escrupulosa a la notación de doble subíndice como se estableció en la sección 5.8, en el capítulo 5. Como siempre, el signo + va en la ubicación del primer subíndice. También observe el orden cíclico de los subíndices, de manera específica, los voltajes definidos como $\mathbf{V}_{ab}$, $\mathbf{V}_{bc}$ y $\mathbf{V}_{ca}$. Como puede observar, el orden de los subíndices es *ab*, *bc* y *ca*. Un error común es usar ac en lugar de ca. No lo haga, ya que $\mathbf{V}_{ac} = -\mathbf{V}_{ca}$. De manera similar, $\mathbf{I}_{ac} = -\mathbf{I}_{ca}$. Entonces, si se equivoca en el orden de los subíndices, introducirá un error de desplazamiento de fase de 180º en sus respuestas.



(a) Para una Y, las fases se definen de la línea al neutro



(b) Para una Δ, las fases se definen de línea a línea

FIGURA 24-7 Símbolos y notación para los voltajes y corrientes de tres fases.

Definiciones

Los **voltajes de línea** (también llamados de **línea a línea**) se presentan entre líneas. Entonces, $\mathbf{E}_{AB}$, $\mathbf{E}_{BC}$, y $\mathbf{E}_{CA}$ son voltajes línea a línea en el generador, mientras que $\mathbf{V}_{ab}$, $\mathbf{V}_{bc}$, y $\mathbf{V}_{ca}$ son voltajes línea a línea en la carga.

Los **voltajes de fase** se establecen en las fases. Para una carga en Y, las fases se definen de la línea al neutro como se indica en (a); entonces, $\mathbf{V}_{an}$, $\mathbf{V}_{bn}$, y $\mathbf{V}_{cn}$ son voltajes de fase para una carga en Y. Para una carga en Δ, las fases se

definen de línea a línea como se muestra en (b); entonces, $\mathbf{V}_{ab}$, $\mathbf{V}_{bc}$, y $\mathbf{V}_{ca}$ son voltajes de fase para una Δ. Como se puede ver, para una carga en Δ, los voltajes de fase y los voltajes de línea son iguales. Para el generador $\mathbf{E}_{AN}$, $\mathbf{E}_{BN}$, y $\mathbf{E}_{CN}$ son voltajes de fase.

Las **corrientes de línea** se localizan en los conductores de línea. Solo se requiere un subíndice. Se puede usar $\mathbf{I}_a$, $\mathbf{I}_b$ y $\mathbf{I}_c$ como en la figura 24-7 o $\mathbf{I}_A$, $\mathbf{I}_B$ e $\mathbf{I}_C$ como en la figura 24-4. (Algunos autores usan doble subíndices como $\mathbf{I}_{Aa}$.)

Las **corrientes de fase** se presentan a través de las fases. Para la carga Y de la figura 24-7(a), $\mathbf{I}_a$, $\mathbf{I}_b$ y $\mathbf{I}_c$ pasan a través de las impedancias de fase y son por tanto corrientes de fase. Para la carga Δ en (b), $\mathbf{I}_{ab}$, $\mathbf{I}_{bc}$ e $\mathbf{I}_{ca}$ son corrientes de fase. Como se puede observar, para una carga Y, las corrientes de fase y las corrientes de línea son las mismas.

Las **impedancias de fase** para una carga Y son las que se establecen a partir de *a-n*, *b-n* y *c-n* [(figura 24-7(a)] y se denotan por los símbolos $\mathbf{Z}_{an}$, $\mathbf{Z}_{bn}$ y $\mathbf{Z}_{cn}$. Para una carga Δ como en (b), las impedancias de fase son $\mathbf{Z}_{ab}$, $\mathbf{Z}_{bc}$ y $\mathbf{Z}_{ca}$. En una carga balanceada, las impedancias para todas las fases tienen el mismo valor, es decir, $\mathbf{Z}_{an} = \mathbf{Z}_{bn} = \mathbf{Z}_{cn}$, etcétera.

Voltajes de línea y de fase para un circuito Y

Ahora se necesita la relación entre los voltajes de línea y de fase para un circuito Y. Considere la figura 24-8. Mediante la LVK, $\mathbf{V}_{ab} - \mathbf{V}_{an} + \mathbf{V}_{bn} = 0$. Entonces,

$$\mathbf{V}_{ab} = \mathbf{V}_{an} - \mathbf{V}_{bn} \qquad \textbf{(24-1)}$$

Ahora, se supone una magnitud V para cada voltaje de fase y se toma $\mathbf{V}_{an}$ como referencia. Entonces, $\mathbf{V}_{an} = V\angle 0°$ y $\mathbf{V}_{bn} = V\angle -120°$. Al sustituir estas dos en la ecuación 24-1:

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_{ab} &= V\angle 0° - V\angle -120° = V(1 + j0) - V(-0.5 - j0.866)\\ &= V(1.5 + j0.866) = 1.732\,V\angle 30° = \sqrt{3}V\angle 30°\end{aligned}$$

Pero $\mathbf{V}_{an} = V\angle 0°$. Entonces,

$$\mathbf{V}_{ab} = \sqrt{3}\mathbf{V}_{an}\angle 30° \qquad \textbf{(24-2)}$$

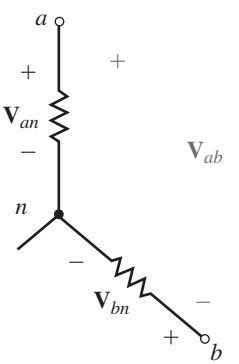
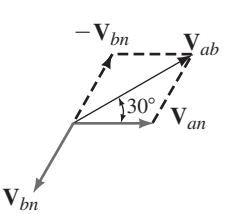


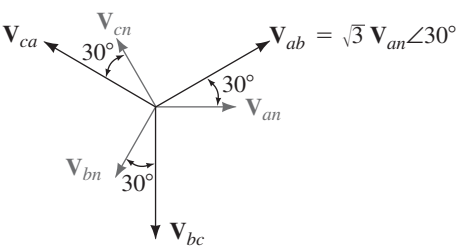
FIGURA 24-8

La ecuación 24-2 muestra que la magnitud de $\mathbf{V}_{ab}$ es $\sqrt{3}$ veces la magnitud de $\mathbf{V}_{an}$ y que $\mathbf{V}_{ab}$ se adelanta a $\mathbf{V}_{an}$ por 30°. Esto también puede mostrase de forma gráfica como en la figura 24-9(a). Relaciones similares se cumplen para las otras dos fases. Esto se muestra en (b). Entonces, *para un sistema Y balanceado, la magnitud del voltaje línea a línea es $\sqrt{3}$ veces la magnitud del voltaje de fase y cada voltaje línea a línea se adelanta a su correspondiente voltaje de fase por 30°*. (A partir de esto se puede ver que *los voltajes línea a línea también forman un conjunto balanceado*. (Aunque estas relaciones se han desarrollado con $\mathbf{V}_{an}$ en la posición de referencia de 0°, se cumple para cualquier otra selección de referencia.) También se cumple en la fuente. Por tanto,

$$\mathbf{E}_{AB} = \sqrt{3}\mathbf{E}_{AN}\angle 30° \qquad \textbf{(24-3)}$$



(a) Demostración gráfica de por qué $\mathbf{V}_{ab}$ se adelanta a $\mathbf{V}_{an}$ por 30°



(b) Ambos voltajes de línea y de fase forman conjuntos balanceados

FIGURA 24-9 Voltajes para una carga Y balanceada. Si se conoce un voltaje, se pueden determinar los otros cinco por inspección.

EJEMPLO 24-2

a. Si $\mathbf{V}_{an} = 120\ \text{V}\angle -45°$, determine $\mathbf{V}_{ab}$ con la ecuación 24-2.
b. Verifique $\mathbf{V}_{ab}$ por sustitución directa de $\mathbf{V}_{an}$ y $\mathbf{V}_{bn}$ en la ecuación 24-1.

Solución

a. $\mathbf{V}_{ab} = \sqrt{3}\mathbf{V}_{an}\angle 30° = \sqrt{3}(120\ \text{V}\angle -45°)(1\angle 30°) = 207.8\angle -15°$.
b. $\mathbf{V}_{an} = 120\ \text{V}\angle -45°$. Entonces, $\mathbf{V}_{bn} = 120\ \text{V}\angle -165°$.
$\mathbf{V}_{ab} = \mathbf{V}_{an} - \mathbf{V}_{bn} = (120\ \text{V}\angle -45°) - (120\ \text{V}\angle -165°)$
$= 207.8\ \text{V}\angle -15°$ como antes.

Voltajes nominales

Aunque en el ejemplo 24-2 se obtuvo un valor de 207.8 V para el voltaje línea a línea, por lo general, se redondea a 208 V y se conoce como sistema de 120/208 V. Estos son valores nominales. Otros conjuntos de voltajes nominales que se usan en la práctica son 277/480 V y 347/600 V.

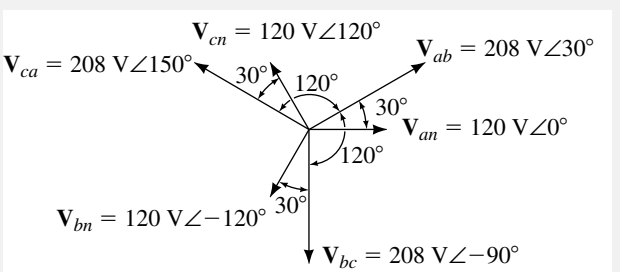
EJEMPLO 24-3

Para los circuitos de la figura 24-4, suponga $\mathbf{E}_{AN} = 120\ \text{V}\angle 0°$.

a. Determine los voltajes de fase en la carga.
b. Determine los voltajes de línea en la carga.
c. Muestre todos los voltajes en un diagrama fasorial.

Soluciones

a. $\mathbf{V}_{an} = \mathbf{E}_{AN}$, entonces, $\mathbf{V}_{an} = 120\ \text{V}\angle 0°$. Ya que el sistema está balanceado, $\mathbf{V}_{bn} = 120\ \text{V}\angle -120°$ y $\mathbf{V}_{cn} = 120\ \text{V}\angle 120°$.
b. $\mathbf{V}_{ab} = \sqrt{3}\mathbf{V}_{an}\angle 30° = \sqrt{3} \times 120\ \text{V}\angle(0° + 30°) = 208\ \text{V}\angle 30°$. Debido a que los voltajes de línea forman un conjunto balanceado, $\mathbf{V}_{bc} = 208\ \text{V}\angle -90°$ y $\mathbf{V}_{ca} = 208\ \text{V}\angle 150°$.
c. Los fasores se muestran en la figura 24-10.



MULTISIM

FIGURA 24-10

Las ecuaciones 24-2 y 24-3 permiten calcular los voltajes de línea a partir de los voltajes de fase. Al volver a ordenarlos se llega a la ecuación 24-4, la cual permite calcular el voltaje de fase a partir del voltaje de línea.

$$\mathbf{V}_{an} = \frac{\mathbf{V}_{ab}}{\sqrt{3}\angle 30°} \quad \mathbf{E}_{AN} = \frac{\mathbf{E}_{AB}}{\sqrt{3}\angle 30°} \tag{24-4}$$

Por ejemplo, si $\mathbf{E}_{AB} = 480\,\text{V}\angle 45°$, entonces

$$\mathbf{E}_{AN} = \frac{\mathbf{E}_{AB}}{\sqrt{3}\angle 30°} = \frac{480\,\text{V}\angle 45°}{\sqrt{3}\angle 30°} = 277\,\text{V}\angle 15°$$

Un hito

Ahora se ha alcanzado un importante hito. *Dado cualquier voltaje en un punto en un sistema Y trifásico balanceado, se pueden, mediante las ecuaciones 24-2 o 24-4, determinar los cinco voltajes restantes por inspección*, es decir, simplemente se desplazan sus ángulos y se multiplican o dividen por $\sqrt{3}$ según sea lo apropiado.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 2

Para un generador Y balanceado $\mathbf{E}_{AB} = 480\,\text{V}\angle 20°$.

a. Determine los otros dos voltajes de línea del generador.
b. Determine los voltajes de fase del generador.
c. Dibuje los fasores.

Respuestas

a. $\mathbf{E}_{BC} = 480\,\text{V}\angle -100°$; $\mathbf{E}_{CA} = 480\,\text{V}\angle 140°$
b. $\mathbf{E}_{AN} = 277\,\text{V}\angle -10°$; $\mathbf{E}_{BN} = 277\,\text{V}\angle -130°$; $\mathbf{E}_{CN} = 277\,\text{V}\angle 110°$

Corrientes para un circuito en Y

Como se vio antes, para una carga Y, las corrientes de línea son las mismas que las corrientes de fase. Considere la figura 24-11. Como se indica en (b),

$$\mathbf{I}_a = \mathbf{V}_{an}/\mathbf{Z}_{an} \qquad \textbf{(24-5)}$$

De manera similar, para $\mathbf{I}_b$ e $\mathbf{I}_c$. Ya que $\mathbf{V}_{an}$, $\mathbf{V}_{bn}$ y $\mathbf{V}_{cn}$ forman un conjunto balanceado, *las corrientes de línea* $\boldsymbol{I}_\text{a}$, $\boldsymbol{I}_\text{b}$ *e* $\boldsymbol{I}_\text{c}$ *también forman un conjunto balanceado*. Por tanto, si se conoce una, se pueden determinar las otras dos por inspección.

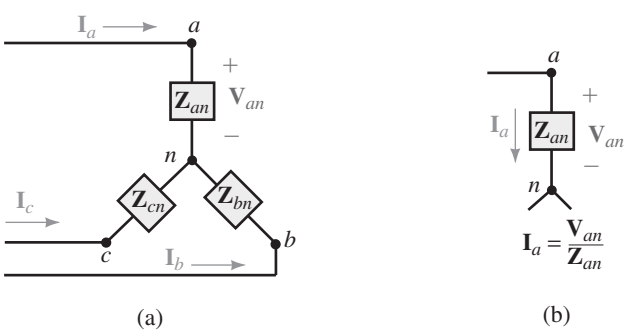
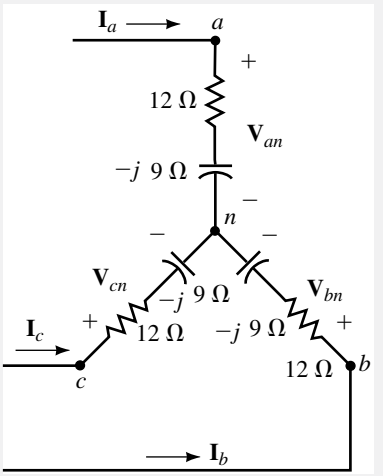


FIGURA 24-11 Determinación de las corrientes para una carga en Y.

EJEMPLO 24-4

Para la figura 24-12, suponga $\mathbf{V}_{an} = 120\,\text{V}\angle 0°$.

a. Calcule $\mathbf{I}_a$, luego determine $\mathbf{I}_b$ e $\mathbf{I}_c$ por inspección.
b. Verifique por cálculo directo.



MULTISIM

FIGURA 24-12

Soluciones

a. $\mathbf{I}_a = \dfrac{\mathbf{V}_{an}}{\mathbf{Z}_{an}} = \dfrac{120\angle 0°}{12 - j9} = \dfrac{120\angle 0°}{15\angle -36.87°} = 8.0\ \text{A}\angle 36.87°$

$\mathbf{I}_b$ se atrasa con respecto a $\mathbf{I}_a$ por 120°. Entonces, $\mathbf{I}_b = 8\ \text{A}\angle -83.13°$.

$\mathbf{I}_c$ se adelanta a $\mathbf{I}_a$ por 120°. Entonces, $\mathbf{I}_c = 8\ \text{A}\angle 156.87°$.

b. Ya que $\mathbf{V}_{an} = 120\ \text{V}\angle 0°$, $\mathbf{V}_{bn} = 120\ \text{V}\angle -120°$, y $\mathbf{V}_{cn} = 120\ \text{V}\angle 120°$. Entonces,

$$\mathbf{I}_b = \frac{\mathbf{V}_{bn}}{\mathbf{Z}_{bn}} = \frac{120\angle -120°}{15\angle -36.87°} = 8.0\ \text{A}\angle -83.13°$$

$$\mathbf{I}_c = \frac{\mathbf{V}_{cn}}{\mathbf{Z}_{cn}} = \frac{120\angle 120°}{15\angle -36.87°} = 8.0\ \text{A}\angle 156.87°$$

Esto confirma los resultados que se obtuvieron en (a).

PROBLEMAS PRÁCTICOS 3

1. Si $\mathbf{V}_{ab} = 600\ \text{V}\angle 0°$ para el circuito de la figura 24-12, ¿cuáles son los valores de $\mathbf{I}_a$, $\mathbf{I}_b$ e $\mathbf{I}_c$?
2. Si $\mathbf{V}_{bc} = 600\ \text{V}\angle -90°$ para el circuito de la figura 24-12, ¿cuáles son los valores de $\mathbf{I}_a$, $\mathbf{I}_b$ e $\mathbf{I}_c$?

Respuestas

1. $\mathbf{I}_a = 23.1\ \text{A}\angle 6.9°$; $\mathbf{I}_b = 23.1\ \text{A}\angle -113.1°$; $\mathbf{I}_c = 23.1\ \text{A}\angle 126.9°$
2. $\mathbf{I}_a = 23.1\ \text{A}\angle 36.9°$; $\mathbf{I}_b = 23.1\ \text{A}\angle -83.1°$; $\mathbf{I}_c = 23.1\ \text{A}\angle 156.9°$

Corrientes de línea y fase para un circuito en delta

Considere la carga en delta de la figura 24-13. La corriente de fase $\mathbf{I}_{ab}$ puede determinarse como en (b).

$$\mathbf{I}_{ab} = \mathbf{V}_{ab}/\mathbf{Z}_{ab} \qquad \textbf{(24-6)}$$

Relaciones similares se cumplen para $\mathbf{I}_{bc}$ e $\mathbf{I}_{ca}$. Ya que los voltajes de línea están balanceados, las corrientes de fase también lo están. Ahora considere de nuevo la figura 24-13(a). Al aplicar la LCK en el nodo *a* se obtiene

$$\mathbf{I}_a = \mathbf{I}_{ab} - \mathbf{I}_{ca} \qquad \textbf{(24-7)}$$

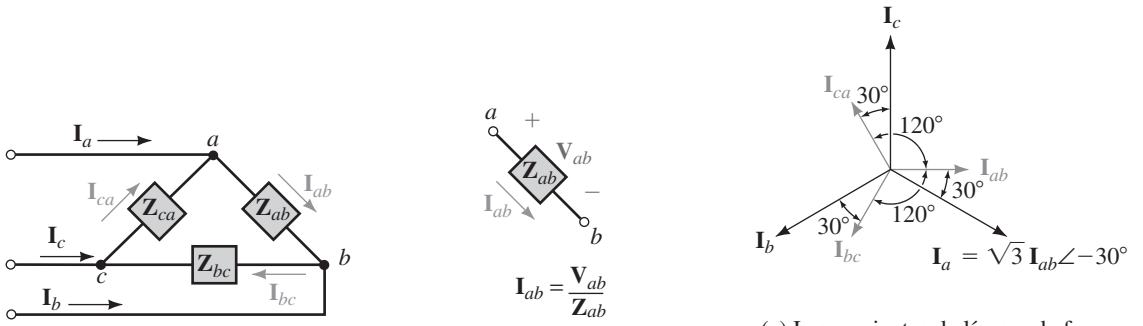


FIGURA 24-13 Corrientes para una carga balanceada en Δ. Si se conoce una corriente, se pueden determinar las otras cinco por inspección.

Después de algunas manipulaciones, esto se reduce a

$$\mathbf{I}_a = \sqrt{3}\mathbf{I}_{ab}\angle -30° \qquad \textbf{(24-8)}$$

Entonces, la magnitud de $\mathbf{I}_a$ es $\sqrt{3}$ veces la magnitud de $\mathbf{I}_{ab}$ e $\mathbf{I}_a$ se atrasa con respecto a $\mathbf{I}_{ab}$ por 30°. De manera similar, para las otras dos fases. Entonces, *en una Δ balanceada, la magnitud de las corrientes de línea es $\sqrt{3}$ veces la magnitud de la corrientes de fase y cada corriente de línea se atrasa con respecto a su correspondiente corriente de fase por 30°*. Ya que las corrientes de fase están balanceadas, las corrientes de línea también lo estarán. Esto se muestra en (c). Para determinar las corrientes de fase a partir de corrientes de línea se usa

$$\mathbf{I}_{ab} = \frac{\mathbf{I}_a}{\sqrt{3}\angle -30°} \qquad \textbf{(24-9)}$$

Un segundo hito

Ahora se ha alcanzado un segundo hito. *Dada cualquier corriente en una carga Δ trifásica balanceada, se pueden, con las ecuaciones 24-8 o 24-9, determinar todas las corrientes restantes por inspección.*

EJEMPLO 24-5

Suponga $\mathbf{V}_{ab} = 240\ \text{V}\angle 15°$ para el circuito de la figura 24-14.

a. Determine las corrientes de fase.
b. Determine las corrientes de línea.
c. Dibuje el diagrama fasorial.

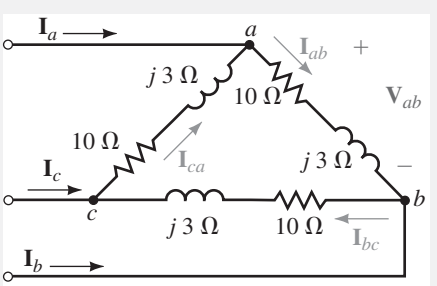


FIGURA 24-14

Soluciones

a. $\mathbf{I}_{ab} = \dfrac{\mathbf{V}_{ab}}{\mathbf{Z}_{ab}} = \dfrac{240\angle 15^\circ}{10 + j3} = 23.0\,\text{A}\angle -1.70^\circ$

Entonces,

$$\mathbf{I}_{bc} = 23.0\,\text{A}\angle -121.7^\circ \text{ e } \mathbf{I}_{ca} = 23.0\,\text{A}\angle 118.3^\circ$$

b. $\mathbf{I}_a = \sqrt{3}\mathbf{I}_{ab}\angle -30^\circ = 39.8\,\text{A}\angle -31.7^\circ$

Estonces,

$$\mathbf{I}_b = 39.8\,\text{A}\angle -151.7^\circ \text{ e } \mathbf{I}_c = 39.8\,\text{A}\angle 88.3^\circ$$

c. Los fasores se muestran en la figura 24-15

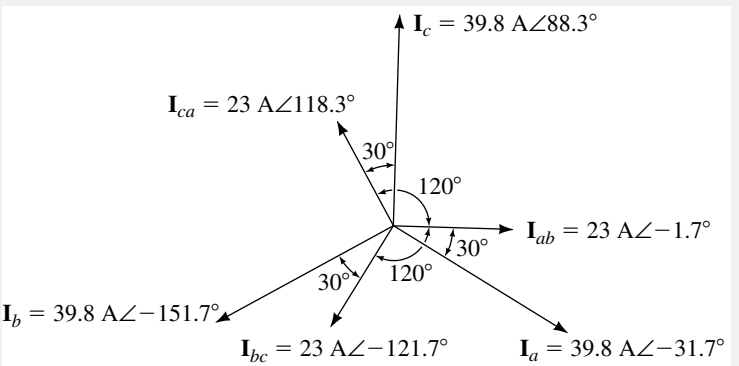


FIGURA 24-15

PROBLEMAS PRÁCTICOS 4

1. Para el circuito de la figura 24-14, si $\mathbf{I}_a = 17.32\,\text{A}\angle 20^\circ$, determine
   a. $\mathbf{I}_{ab}$
   b. $\mathbf{V}_{ab}$
2. Para el circuito de la figura 24-14, si $\mathbf{I}_{bc} = 5\,\text{A}\angle -140^\circ$, ¿cuál es el valor de $\mathbf{V}_{ab}$?

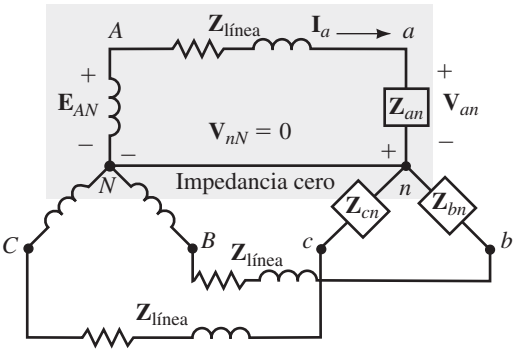
Respuestas

1. a. $10\,\text{A}\angle 50^\circ$; b. $104\,\text{V}\angle 66.7^\circ$
2. $52.2\,\text{V}\angle -3.30^\circ$

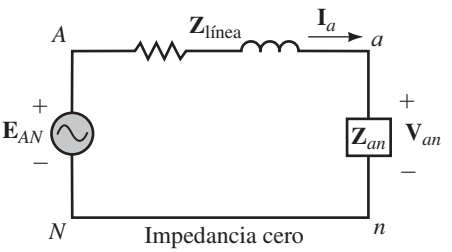
El equivalente de una sola fase

Por ahora debe ser evidente que si se conoce la solución para una fase de un sistema balanceado, en efecto se conoce la solución para las tres fases. Ahora se formalizará este punto de vista desarrollando el método **equivalente de una sola fase** para resolver sistemas balanceados. Considere el sistema Y-Y con impedancia de línea. El sistema puede ser de tres alambres o de cuatro alambres con impedancia del conductor neutra. En cualquier caso, ya que el voltaje entre los puntos neutros es cero, se pueden unir los puntos n y N con un **conductor de impedancia cero** sin alterar los voltajes o corrientes en alguna parte del circuito. Esto se ilustra en la figura 24-16(a). La fase a puede ahora separarse como en (b). Debido a que $V_{nN} \equiv 0$ como antes, la ecuación que describe la fase a en el circuito (b) es la misma que describe la fase a en el circuito original; por tanto, se puede usar el circuito (b) para resolver el problema original. Si hay cargas Δ presentes, se convierten en cargas Y con la fórmula de conversión Δ-Y para cargas balanceadas: $\mathbf{Z}_\text{Y} = \mathbf{Z}_\Delta/3$, del capítulo 19. Este procedimiento

es válido sin importar la configuración o la complejidad del circuito. Se verá su uso en la sección 24-4.



(a) Circuito original: $\mathbf{E}_{AN} = \mathbf{I}_a\,\mathbf{Z}_{\text{línea}} + \mathbf{V}_{an}$



(b) Equivalente de una sola fase: $\mathbf{E}_{AN} = \mathbf{I}_a\,\mathbf{Z}_{\text{línea}} + \mathbf{V}_{an}$

FIGURA 24-16 Reducción de un circuito a su equivalente de una sola fase. Ya que ambas configuraciones se describen mediante el mismo conjunto de ecuaciones, entonces, son equivalentes.

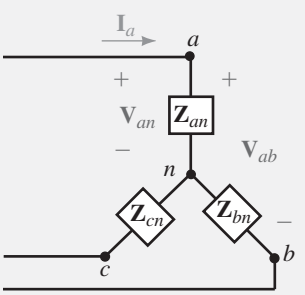
Selección de una referencia

Antes de resolver un problema trifásico, es necesario seleccionar una referencia. Para circuitos Y, normalmente se selecciona $\mathbf{E}_{AN}$ o $\mathbf{V}_{an}$; para circuitos Δ, por lo general se selecciona $\mathbf{E}_{AB}$ o $\mathbf{V}_{ab}$.

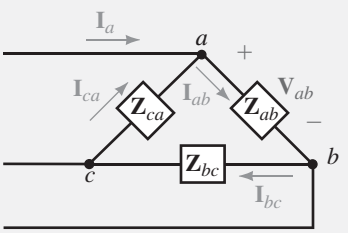
Resumen de relaciones trifásicas básicas

La tabla 24-1 resume las relaciones que se han desarrollado hasta aquí. Observe que en sistemas balanceados (Y o Δ) todos los voltajes y todas las corrientes están balanceados.

TABLA 24-1 Resumen de relaciones en sistemas balanceados. Todos los voltajes y corrientes están balanceados.



(a) Conexión Y



(b) Conexión Δ

$\mathbf{V}_{ab} = \sqrt{3}\mathbf{V}_{an}\angle 30°$
$\mathbf{I}_a = \mathbf{V}_{an}/\mathbf{Z}_{an}$
$\mathbf{Z}_{an} = \mathbf{Z}_{bn} = \mathbf{Z}_{cn}$

$\mathbf{I}_a = \sqrt{3}\mathbf{I}_{ab}\angle -30°$
$\mathbf{I}_{ab} = \mathbf{V}_{ab}/\mathbf{Z}_{ab}$
$\mathbf{Z}_{ab} = \mathbf{Z}_{bc} = \mathbf{Z}_{ca}$

Generador $\mathbf{E}_{AB} = \sqrt{3}\mathbf{E}_{AN}\angle 30°$

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 1

1. Para la figura 24-4(a), si $\mathbf{E}_{AN} = 277\ \text{V}\angle -20°$, determine todos los voltajes de línea y de fase en la fuente y en la carga.
2. Para la figura 24-4(a), si $\mathbf{V}_{bc} = 208\ \text{V}\angle -40°$, determine todos los voltajes de línea y de fase en la fuente y en la carga.
3. Para la figura 24-12, si $\mathbf{I}_a = 8.25\ \text{A}\angle 35°$, determine $\mathbf{V}_{an}$ y $\mathbf{V}_{ab}$.
4. Para la figura 24-14, si $\mathbf{I}_b = 17.32\ \text{A}\angle -85°$, determine todos los voltajes.

(Las respuestas están al final del capítulo)

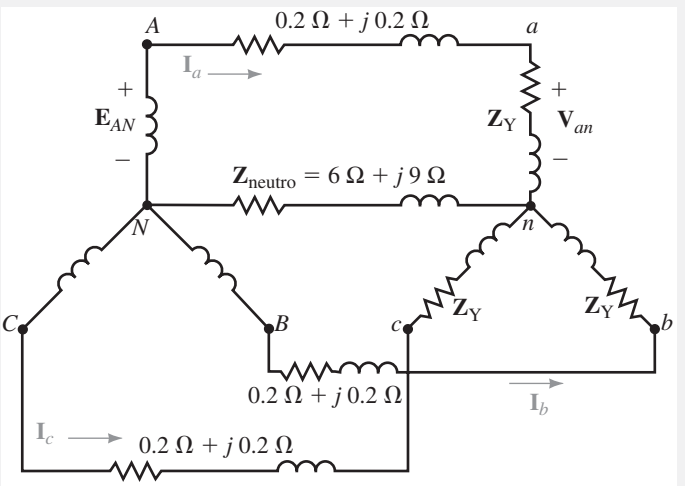
24-4 Ejemplos

Por lo general, hay varias formas de resolver la mayoría de los problemas. Por lo general se trata de usar el método más simple. Entonces, en algunas ocasiones se usa el método del equivalente de una sola fase y en otras se resuelve el problema en su configuración trifásica. Por lo general, si un circuito tiene impedancia de línea, se usa el método del equivalente de una sola fase; en otro caso, se resuelve directamente.

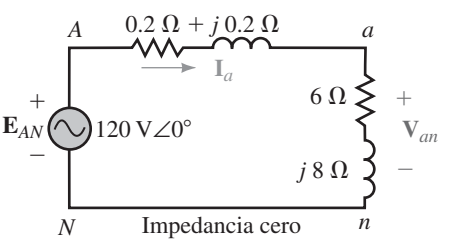
EJEMPLO 24-6

Para la figura 24-17, $\mathbf{E}_{AN} = 120\ \text{V}\angle 0°$.

a. Determine las corrientes de línea.
b. Determine los voltajes de fase análisis la carga.
c. Determine los voltajes de línea en la carga.



(a) $\mathbf{Z}_Y = 6\ \Omega + j\ 8\ \Omega$



(b) Equivalente de una sola fase. Ya que el conductor neutro en (a) no lleva corriente, su impedancia no tiene efecto en la solución.

FIGURA 24-17 Un problema Y-Y.

MULTISIM

Soluciones

a. Se reduce el circuito a su equivalente de una sola fase como se muestra en (b).

$$\mathbf{I}_a = \frac{\mathbf{E}_{AN}}{\mathbf{Z}_T} = \frac{120\angle 0°}{(0.2 + j0.2) + (6 + j8)} = 11.7\ \text{A}\angle -52.9°$$

Por tanto,

$$\mathbf{I}_b = 11.7\ \text{A}\angle -172.9° \quad \text{e} \quad \mathbf{I}_c = 11.7\ \text{A}\angle 67.1°$$

b. $\mathbf{V}_{an} = \mathbf{I}_a \times \mathbf{Z}_{an} = (11.7\angle -52.9°)(6 + j8) = 117\ \text{V}\angle 0.23°$

Entonces,

$$\mathbf{V}_{bn} = 117\ \text{V}\angle -119.77° \quad \text{y} \quad \mathbf{V}_{cn} = 117\ \text{V}\angle 120.23°$$

c. $\mathbf{V}_{ab} = \sqrt{3}\mathbf{V}_{an}\angle 30° = \sqrt{3} \times 117\angle(0.23° + 30°) = 202.6\,\text{V}\angle 30.23°$

Entonces,

$$\mathbf{V}_{bc} = 202.6\,\text{V}\angle -89.77° \quad \text{y} \quad \mathbf{V}_{ca} = 202.6\,\text{V}\angle 150.23°$$

Observe el desplazamiento de fase y la caída de voltaje en la impedancia de línea. También observe que la impedancia del conductor neutro no se utiliza en la solución, ya que no pasa corriente a través de él y el sistema está balanceado.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 5

Para el circuito de la figura 24-18, $\text{V}_{an} = 120\,\text{V}\angle 0°$.

a. Determine las corrientes de línea.
b. Verifique que la corriente en el neutro es cero.
c. Determine los voltajes en el generador $\mathbf{E}_{AN}$ y $\mathbf{E}_{AB}$

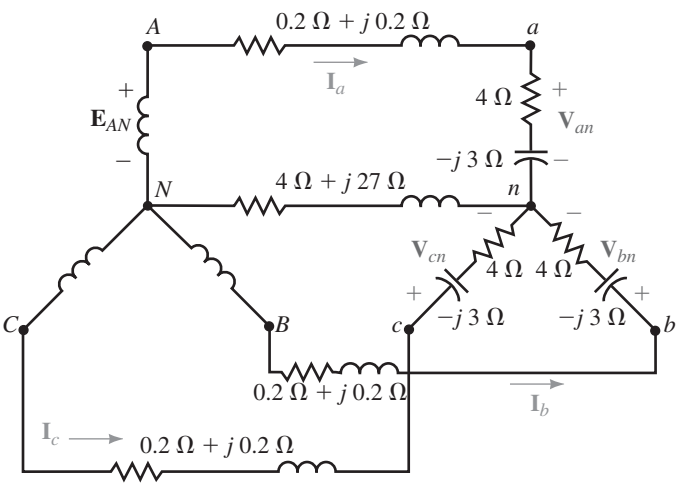


FIGURA 24-18

Respuestas

a. $\mathbf{I}_a = 24\,\text{A}\angle 36.9°$; $\mathbf{I}_b = 24\,\text{A}\angle -83.1°$; $\mathbf{I}_c = 24\,\text{A}\angle 156.9°$
b. $24\,\text{A}\angle 36.9° + 24\,\text{A}\angle -83.1° + 24\,\text{A}\angle 156.9° = 0$
c. $\mathbf{E}_{AN} = 121\,\text{V}\angle 3.18°$; $\mathbf{E}_{AB} = 210\,\text{V}\angle 33.18°$

EJEMPLO 24-7

Para el circuito de la figura 24-19, $\mathbf{E}_{AB} = 208\,\text{V}\angle 30°$.

a. Determine las corrientes de fase.
b. Determine las corrientes de línea.

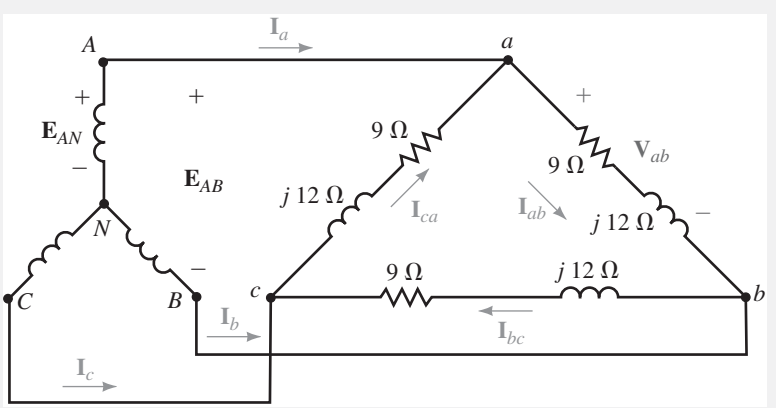


FIGURA 24-19 Un problema Y-Δ.

Soluciones

a. Debido a que este circuito no tiene impedancia de línea, la carga está conectada directamente a la fuente y $\mathbf{V}_{ab} = \mathbf{E}_{AB} = 208\ \text{V}\angle 30°$. La corriente $\mathbf{I}_{ab}$ se encuentra como

$$\mathbf{I}_{ab} = \frac{\mathbf{V}_{ab}}{\mathbf{Z}_{ab}} = \frac{208\angle 30°}{9 + j12} = \frac{208\angle 30°}{15\angle 53.13°} = 13.9\ \text{A}\angle -23.13°$$

Entonces,

$$\mathbf{I}_{bc} = 13.9\ \text{A}\angle -143.13° \quad \text{e} \quad \mathbf{I}_{ca} = 13.9\ \text{A}\angle 96.87°$$

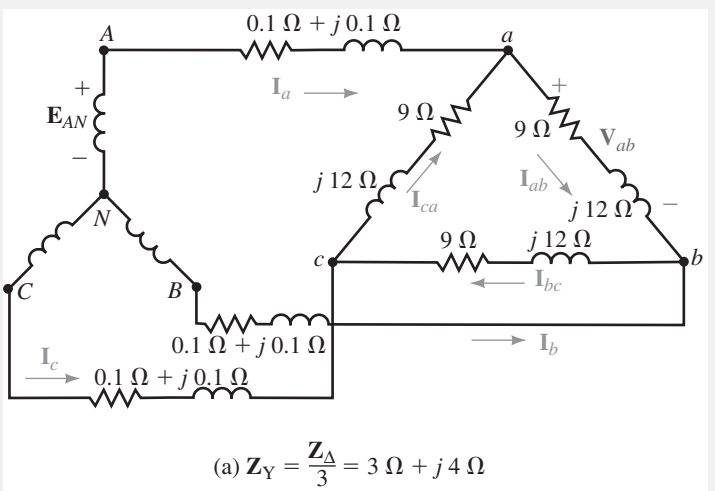
b. $\mathbf{I}_a = \sqrt{3}\mathbf{I}_{ab}\angle -30° = \sqrt{3}(13.9)\angle(-30° - 23.13°) = 24\ \text{A}\angle -53.13°$

Entonces,

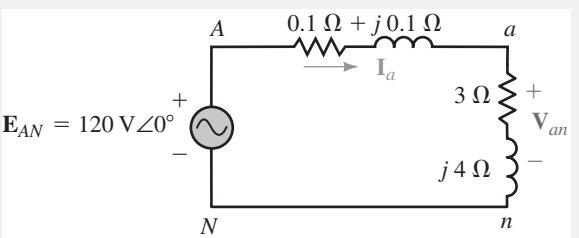
$$\mathbf{I}_b = 24\ \text{A}\angle -173.13° \quad \text{e} \quad \mathbf{I}_c = 24\ \text{A}\angle 66.87°$$

EJEMPLO 24-8

Para el circuito de la figura 24-20(a), la magnitud del voltaje de línea en el generador es de 208 volts. Determine el voltaje de línea $\mathbf{V}_{ab}$ en la carga.



(a) $\mathbf{Z}_Y = \dfrac{\mathbf{Z}_\Delta}{3} = 3\ \Omega + j\,4\ \Omega$



(b) Equivalente de una sola fase

FIGURA 24-20 Un circuito con impedancias de línea

MULTISIM

Solución Ya que los puntos *A*-*a* y *B*-*b* no están unidos directamente, $\mathbf{V}_{ab} \neq \mathbf{E}_{AB}$ y no se puede resolver el circuito como en el ejemplo 24-7. Aquí se usa el equivalente de una sola fase.

El voltaje de fase en la fuente es $208/\sqrt{3} = 120$ V. Se selecciona $\mathbf{E}_{AN}$ como referencia: $\mathbf{E}_{AN} = 120\ \text{V}\angle 0°$.

$$\mathbf{Z}_Y = \mathbf{Z}_\Delta/3 = (9 + j12)/3 = 3\ \Omega + j4\ \Omega.$$

El equivalente de una sola fase se muestra en (b). Ahora se usa la regla del divisor de voltaje para encontrar $\mathbf{V}_{an}$:

$$\mathbf{V}_{an} = \left(\frac{3 + j4}{3.1 + j4.1}\right) \times 120\angle 0° = 117\ \text{V}\angle 0.22°$$

Entonces,

$$\mathbf{V}_{ab} = \sqrt{3}\mathbf{V}_{an}\angle 30° = \sqrt{3}(117\ \text{V})\angle 30.22° = 203\ \text{V}\angle 30.22°$$

EJEMPLO 24-9

Para el circuito de la figura 24-20(a) el voltaje de fase del generador es de 120 volts. Determine las corrientes Δ.

Solución Ya que el voltaje de la fuente es el mismo que en el ejemplo 24-8, el voltaje de la carga $\mathbf{V}_{ab}$ también será el mismo. Por tanto,

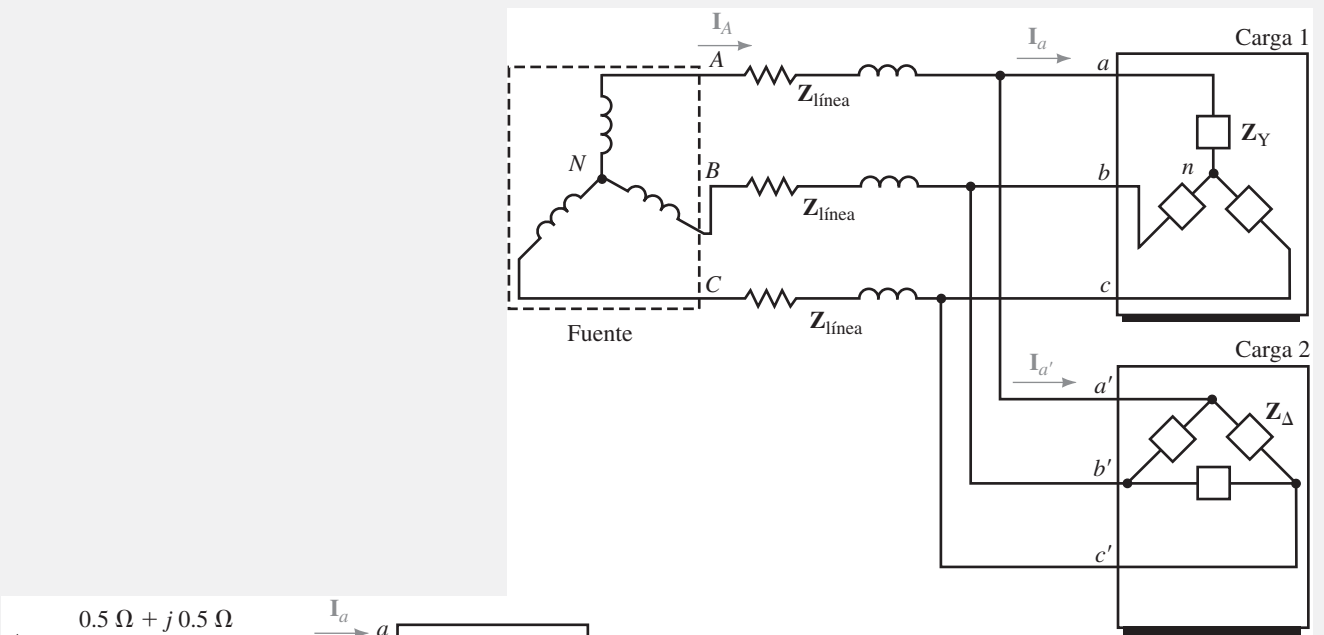
$$\mathbf{I}_{ab} = \frac{\mathbf{V}_{ab}}{\mathbf{Z}_{ab}} = \frac{203\ \text{V}\angle 30.22^\circ}{(9 + j12)\Omega} = 13.5\ \text{A}\angle -22.9^\circ$$

e

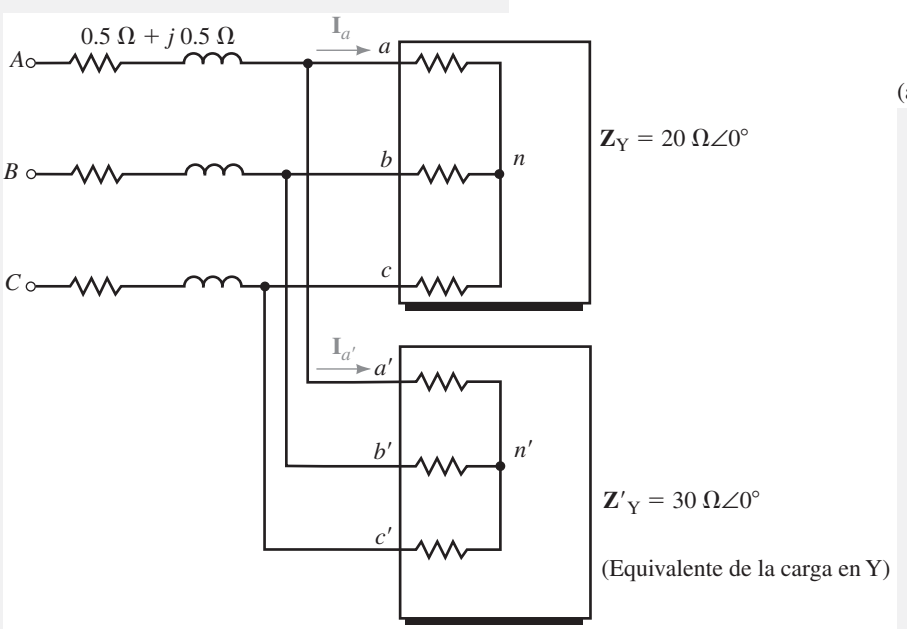
$$\mathbf{I}_{bc} = 13.5\ \text{A}\angle -142.9^\circ \quad \text{e} \quad \mathbf{I}_{ca} = 13.5\ \text{A}\angle 97.1^\circ$$

EJEMPLO 24-10

Una carga en Y y una carga Δ están conectadas en paralelo como en la figura 24-21(a). $\mathbf{Z}_Y = 20\ \Omega \angle 0^\circ$, $\mathbf{Z}_\Delta = 90\ \Omega\angle 0^\circ$, y $\mathbf{Z}_{\text{línea}} = 0.5 + j\,0.5\ \Omega$. La magnitud del voltaje de línea en el generador es de 208 V.



(a)



(b) Carga Δ convertida en su equivalente Y

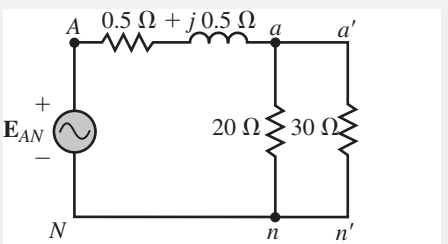
FIGURA 24-21 Cargas trifásicas en paralelo.

MULTISIM

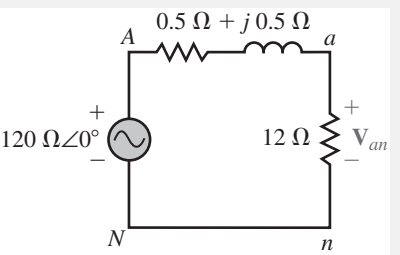
a. Determine los voltajes de fase en las cargas.

b. Determine los voltajes de línea en las cargas.

Solución Se convierte la carga Δ en una carga Y. Entonces se tiene $\mathbf{Z}'_Y = \frac{1}{3}\mathbf{Z}_\Delta = 30\ \Omega\angle 0°$ como en (b). Ahora se unen los puntos neutros *N*, *n* y *n′* mediante un conductor de impedancia cero para obtener el equivalente de una sola fase, el cual se muestra en la figura 24-22(a). Los resistores de carga en paralelo pueden combinarse como en (b).



(a) Equivalente de una sola fase de la figura 24-21



(b) Circuito reducido

FIGURA 24-22

a. El voltaje de fase del generador es 208 V/$\sqrt{3}$ = 120 V. Se selecciona $\mathbf{E}_{AN}$. como referencia. Entonces, $\mathbf{E}_{AN} = 120\ \text{V}\angle 0°$. Se usa la regla del divisor de voltaje para obtener

$$\mathbf{V}_{an} = \left(\frac{12}{12.5 + j0.5}\right) \times 120\angle 0° = 115.1\ \text{V}\angle -2.29°$$

Por tanto,

$$\mathbf{V}_{bn} = 115.1\ \text{V}\angle -122.29° \quad \text{y} \quad \mathbf{V}_{cn} = 115.1\ \text{V}\angle 117.71°$$

b. $\mathbf{V}_{ab} = \sqrt{3}\mathbf{V}_{an}\angle 30° = \sqrt{3}(115.1\ \text{V})\angle(-2.29° + 30°) = 199\ \text{V}\angle 27.71°$

Por tanto,

$$\mathbf{V}_{bc} = 199\ \text{V}\angle -92.29° \quad \text{y} \quad \mathbf{V}_{ca} = 199\ \text{V}\angle 147.71°$$

Estos son los voltajes de línea para ambas cargas Y y Δ.



PROBLEMAS PRÁCTICOS 6

1. Repita el ejemplo 24-7, use el equivalente de una sola fase.
2. Determine las corrientes de fase en Δ para el circuito de la figura 24-21(a).

Respuestas
2. $\mathbf{I}_{a'b'} = 2.22\ \text{A}\angle 27.7°$; $\mathbf{I}_{b'c'} = 2.22\ \text{A}\angle -92.3°$; $\mathbf{I}_{c'a'} = 2.22\ \text{A}\angle 147.7°$

24-5 Potencia en sistemas balanceados

Para encontrar la potencia total en un sistema balanceado, se determina la potencia en una fase y luego se multiplica por tres. Las cantidades por fase se calculan con las fórmulas del capítulo 17. Ya que sólo las magnitudes están involucradas en muchas fórmulas y cálculos de potencia y debido a que dichas magnitudes son las mismas en las tres fases, se puede usar una notación simplificada. Se empleará V_ϕ para la magnitud del voltaje de fase, I_ϕ para la magnitud de la corriente de fase, V_L e I_L para la magnitud del voltaje de línea y la corriente de línea, respectivamente, y Z_ϕ para la impedancia de fase.

Potencia activa para una carga en Y balanceada

Primero, considere una carga Y (figura 24-23). La potencia en cualquier fase como se indica en (b) es el producto de la magnitud del voltaje de fase V_ϕ multiplicada por la magnitud de la corriente de fase I_ϕ multiplicada por el coseno del ángulo θ_ϕ entre ellas. Ya que el ángulo entre el voltaje de fase y la corriente de fase siempre es el ángulo de la impedancia de carga, la potencia por fase es

$$P_\phi = V_\phi I_\phi \cos\theta_\phi \quad \text{(W)} \tag{24-10}$$

donde θ_ϕ es el ángulo de $\mathbf{Z}_\phi$. La potencia total es

$$P_\text{T} = 3P_\phi = 3V_\phi I_\phi \cos\theta_\phi \quad \text{(W)} \tag{24-11}$$

También es práctico tener una fórmula para la potencia en términos de cantidades de línea. Para una carga Y, $I_\phi = I_L$ y $V_\phi = V_L/\sqrt{3}$, donde I_L es la magnitud de la corriente de línea y V_L es la magnitud del voltaje línea a línea. Si se sustituyen estas relaciones en la ecuación 24-11 y tomando en cuenta que $3/\sqrt{3} = \sqrt{3}$ se obtiene

$$P_\text{T} = \sqrt{3}\, V_L I_L \cos\theta_\phi \quad \text{(W)} \tag{24-12}$$

Esta es una fórmula muy importante que se usa ampliamente. Sin embargo, observe con cuidado que θ_ϕ es al ángulo de la impedancia de carga y no el ángulo entre V_L e I_L.

La potencia por fase también puede expresarse como

$$P_\phi = I_\phi^2 R_\phi = V_R^2/R_\phi \quad \text{(W)} \tag{24-13}$$

donde R_ϕ es el componente resistivo de la impedancia de fase y V_R es el voltaje en dicho componente. Por tanto, la potencia total es

$$P_\text{T} = 3I_\phi^2 R_\phi = 3V_R^2/R_\phi \quad \text{(W)} \tag{24-14}$$

Potencia reactiva para una carga en Y balanceada

Las expresiones equivalentes para la potencia reactiva son

$$Q_\phi = V_\phi I_\phi \operatorname{sen}\theta_\phi \quad \text{(VAR)} \tag{24-15}$$

$$= I_\phi^2 X_\phi = V_X^2/X_\phi \quad \text{(VAR)} \tag{24-16}$$

$$Q_\text{T} = \sqrt{3} V_L I_L \operatorname{sen}\theta_\phi \quad \text{(VAR)} \tag{24-17}$$

donde X_ϕ es el componente reactivo de $\mathbf{Z}_\phi$ y V_X es el voltaje en el mismo.

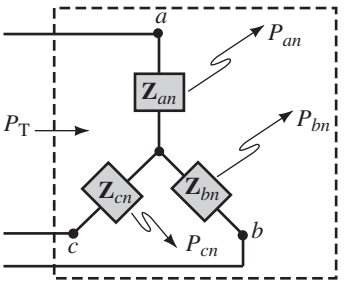
Potencia aparente

$$S_\phi = V_\phi I_\phi = I_\phi^2 Z_\phi = \frac{V_\phi^{\,2}}{Z_\phi} \quad \text{(VA)} \tag{24-18}$$

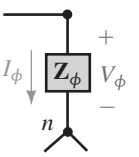
$$S_\text{T} = \sqrt{3} V_L I_L \quad \text{(VA)} \tag{24-19}$$

Factor de potencia

$$F_p = \cos\theta_\phi = P_\text{T}/S_\text{T} = P_\phi/S_\phi \tag{24-20}$$



(a) $P_\text{T} = P_{an} + P_{bn} + P_{cn} = 3\,P_\phi$



$P_\phi = V_\phi\, I_\phi\, cos\, \theta_\phi$
θ_ϕ *es el ángulo de* $\mathbf{Z}_\phi$

(b)

FIGURA 24-23 Para una Y balanceada, $P_\phi = P_{an} = P_{bn} = P_{cn}$.

EJEMPLO 24-11

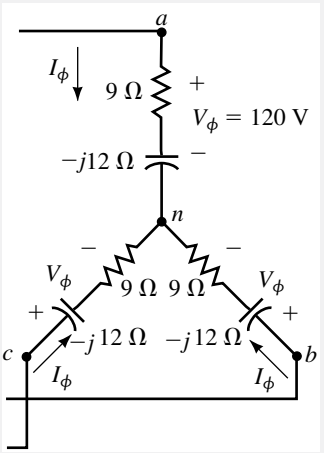


FIGURA 24-24

Para la figura 24-24, el voltaje de fase es de 120 V.

a. Calcule la potencia activa para cada fase y la potencia total con cada una de las ecuaciones de esta sección.

b. Repita (a) para la potencia reactiva.

c. Repita (a) para la potencia aparente.

d. Determine el factor de potencia.

Soluciones Ya que se desea comparar las respuestas con los diferentes métodos, se usará 207.8 V para el voltaje de línea en lugar del valor nominal de 208 V para evitar errores por truncamiento en los cálculos.

$\mathbf{Z}_\phi = 9 - j12 = 15\ \Omega \angle -53.13°$. Entonces, $\theta_\phi = -53.13°$.
$V_\phi = 120$ V e $I_\phi = V_\phi/Z_\phi = 120$ V/15 Ω = 8.0 A.
$V_R = (8\text{ A})(9\ \Omega) = 72$ V y $V_X = (8\text{ A})(12\ \Omega) = 96$ V

a. $P_\phi = V_\phi I_\phi \cos\theta_\phi = (120)(8)\cos(-53.13°) = 576$ W

$P_\phi = I_\phi^2 R_\phi = (8^2)(9) = 576$ W

$P_\phi = V_R^2/R_\phi = (72)^2/9 = 576$ W

$P_T = 3P_\phi = 3(576) = 1728$ W
$P_T = \sqrt{3}V_L I_L \cos\theta_\phi = \sqrt{3}(207.8)(8)\cos(-53.13°) = 1728$ W

b. $Q_\phi = V_\phi I_\phi \operatorname{sen}\theta_\phi = (120)(8)\operatorname{sen}(-53.13°) = -768$ VAR
$= 768$ VAR (cap.)

$Q_\phi = I_\phi^2 X_\phi = (8)^2(12) = 768$ VAR (cap.)

$Q_\phi = V_X^2/X_\phi = (96)^2/12 = 768$ VAR (cap.)

$Q_T = 3Q_\phi = 3(768) = 2304$ VAR (cap.)

$Q_T = \sqrt{3}V_L I_L \operatorname{sen}\theta_\phi = \sqrt{3}(207.8)(8)\operatorname{sen}(-53.13°) = -2304$ VAR
$= 2304$ VAR (cap.)

c. $S_\phi = V_\phi I_\phi = (120)(8) = 960$ VA
$S_T = 3S_\phi = 3(960) = 2880$ VA
$S_T = \sqrt{3}V_L I_L = \sqrt{3}(207.8)(8) = 2880$ VA

Entonces, con todos los métodos se obtienen los mismos resultados.

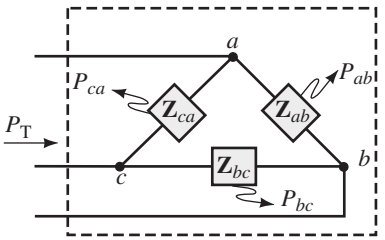
d. El factor de potencia es $F_p = \cos\theta_\phi = \cos 53.13° = 0.6$.

Potencia para una carga delta balanceada

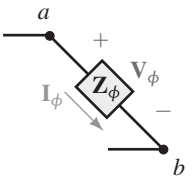
Para una carga Δ [figura 24-25(a)],

$$P_\phi = V_\phi I_\phi \cos\theta_\phi \quad \text{(W)} \tag{24-21}$$

donde θ_ϕ es el ángulo de la impedancia en Δ. Observe que esta fórmula es idéntica a la ecuación 24-10 para la carga Y. De manera similar, para la potencia reactiva, la potencia aparente y el factor de potencia. Entonces, todas las fórmulas de potencia son las mismas. Los resultados se presentan en la tabla 24-2. *Nota: en todas estas fórmulas, θ_ϕ es el ángulo de la impedancia de carga, es decir, el ángulo de $\mathbf{Z}_{an}$ para las cargas Y y $\mathbf{Z}_{ab}$ para las cargas Δ.*



(a) $P_T = P_{ab} + P_{bc} + P_{ca} = 3\,P_\phi$.



(b) $P_\phi = V_\phi\, I_\phi \cos\theta_\phi$
θ_ϕ es el ángulo de la impedancia de carga

FIGURA 24-25 Para una Δ balanceada, Δ, $P_\phi = P_{ab} = P_{bc} = P_{ca}$.

TABLA 24-2 Resumen de las fórmulas de potencia para circuitos en Y y en Δ balanceados

Potencia activa	$P_\phi = V_\phi I_\phi \cos\theta_\phi = I_\phi^2 R_\phi = \dfrac{V_R^2}{R_\phi}$
	$P_T = \sqrt{3} V_L I_L \cos\theta_\phi$
Potencia reactiva	$Q_\phi = V_\phi I_\phi \operatorname{sen}\theta_\phi = I_\phi^2 X_\phi = \dfrac{V_x^2}{X_\phi}$
	$Q_T = \sqrt{3} V_L I_L \operatorname{sen}\theta_\phi$
Potencia aparente	$S_\phi = V_\phi I_\phi = I_\phi^2 Z_\phi = \dfrac{V_\phi^2}{Z_\phi}$
	$S_T = \sqrt{3} V_L I_L$
Factor de potencia	$F_p = \cos\theta_\phi = \dfrac{P_T}{S_T} = \dfrac{P_\phi}{S_\phi}$
Triángulo de potencias	$\mathbf{S}_T = P_T + jQ_T$

EJEMPLO 24-12

Determine la potencia por fase y total (activa, reactiva y aparente) para la figura 24-26. Use $V_\phi = 207.8$ V con el fin de comparar resultados.

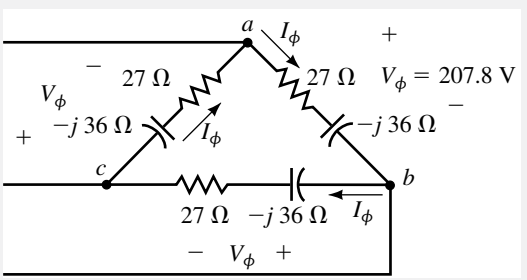


FIGURA 24-26

Solución

$\mathbf{Z}_\phi = 27 - j36 = 45\ \Omega\angle{-53.13°}$, entonces $\theta_\phi = -53.13°$

$V_\phi = 207.8$ V e $I_\phi = V_\phi/Z_\phi = 207.8$ V/45 Ω = 4.62 A

$P_\phi = V_\phi I_\phi \cos\theta_\phi = (207.8)(4.62)\cos(-53.13°) = 576$ W

$Q_\phi = V_\phi I_\phi \operatorname{sen}\theta_\phi = (207.8)(4.62)\operatorname{sen}(-53.13°) = -768$ VAR

$= 768$ VAR (cap.)

$S_\phi = V_\phi I_\phi = (207.8)(4.62) = 960$ VA

$P_T = 3P_\phi = 3(576) = 1728$ W

$Q_T = 3Q_\phi = 3(768) = 2304$ VAR (cap.)

$S_T = 3S_\phi = 3(960) = 2880$ VA

Observe que los resultados son los mismos que los del ejemplo 24-11, lo cual es de esperarse, ya que la carga de la figura 24-24 es el equivalente Y de la carga Δ de la figura 24-26.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 7

Verifique las potencias activa, reactiva y aparente totales para el circuito del ejemplo 24-13 use las fórmulas para P_T, Q_T, y S_T de la tabla 24-2.

Potencia y el equivalente de una sola fase

También se puede usar el equivalente de una sola fase en el cálculo de la potencia. Todas las fórmulas de las potencias activa, reactiva y aparente de una sola fase que ha aprendido se aplican. El equivalente da la potencia para una fase.

EJEMPLO 24-13

La potencia total para la carga balanceada de la figura 24-27 es 6912 W y el voltaje de fase en la carga es de 120 V. Calcule el voltaje del generador $\mathbf{E}_{AB}$, su magnitud y su ángulo.

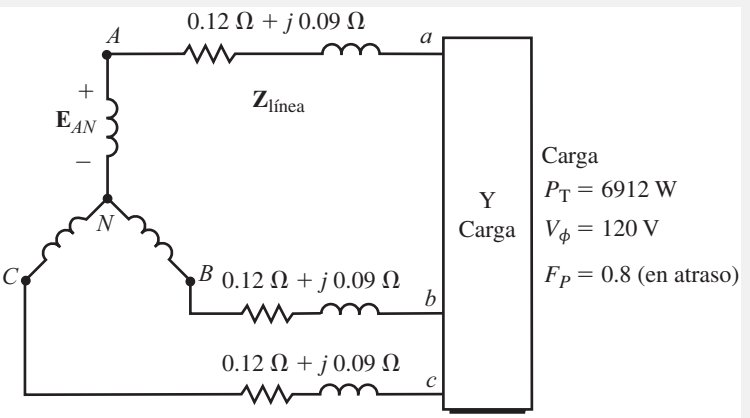


FIGURA 24-27

Solución Considere el equivalente de una sola fase en la figura 24-28. I_a se calcula como sigue:

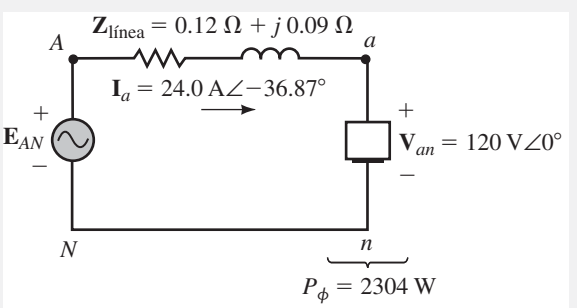


FIGURA 24-28

$$P_{an} = \frac{P_T}{3} = \frac{1}{3}(6912) = 2304 \text{ W}$$

$$V_{an} = 120 \text{ V}$$

$$\theta_{an} = \cos^{-1}(0.8) = 36.87°$$

$$P_{an} = V_{an} I_a \cos \theta_{an}$$

Por tanto,

$$I_a = \frac{P_{an}}{V_{an} \cos \theta_{an}} = \frac{2304}{(120)(0.8)} = 24.0 \text{ A}$$

Se selecciona $\mathbf{V}_{an}$ como referencia $\mathbf{V}_{an} = 120\ \text{V}\angle 0°$. Entonces, $\mathbf{I}_a = 24\ \text{A}\angle -36.87°$ (ya que el factor de potencia fue dado en atraso).

$$\mathbf{E}_{AN} = \mathbf{I}_a \times \mathbf{Z}_{\text{línea}} + \mathbf{V}_{an}$$
$$= (24\angle -36.87)(0.12 + j0.09) + 120\angle 0° = 123.6\ \text{V}\angle 0°$$
$$\mathbf{E}_{AB} = \sqrt{3}\mathbf{E}_{AN}\angle 30° = 214.1\ \text{V}\angle 30°$$

24-6 Medición de potencia en circuitos trifásicos

El número de wattímetros que se necesitan para medir la potencia en un sistema trifásico depende de si es un sistema de tres o cuatro alambres, véase la Nota 1. Para un sistema de cuatro alambres se necesitan tres wattímetros, mientras que para un sistema de tres alambres se necesitan sólo dos. Considere primero un circuito de cuatro alambres, figura 24-29. En este caso la potencia en cada fase se mide con el empleo de la misma técnica que se usó para los circuitos de una sola fase. Cada wattímetro se conecta de manera que su bobina de corriente lleve la corriente de la fase de interés, y se conecta la bobina de voltaje del wattímetro a la fase correspondiente. Por ejemplo, para el wattímetro W_1, el voltaje es V_{an} y la corriente es I_a. Por tanto, la lectura es

$$P_1 = V_{an}I_a\cos\theta_{an}$$

la cual es la potencia en la fase *an*. De manera similar, W_2 indica la potencia en la fase *bn* y W_3 en la fase *cn*. La potencia total es

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 \qquad \textbf{(24-22)}$$

El esquema trabaja correctamente aun si las cargas están desbalanceadas. Véase la Nota 2.

NOTAS . . .

1. Si se puede garantizar el balance absoluto en todo momento, se puede usar un wattímetro para medir la potencia en una fase y luego multiplicarla por 3. Sin embargo, el balance no puede asegurarse, de manera que se necesitan más medidores, como se ha descrito en esta sección.
2. Aunque se muestran tres wattímetros individuales en la figura 24-29, muchos medidores modernos tienen esta capacidad de medición completa en un solo dispositivo. Considere por ejemplo, la figura 17-23. El medidor que se muestra es un sistema completo que incorpora tres elementos de medición de potencia asociados a un circuito electrónico y un lector digital que está diseñado para medir potencia (real, reactiva y aparente) para fases individuales, así como potencia total, factor de potencia, voltajes de línea y corrientes de línea. La medición deseada se selecciona simplemente de un menú desplegado en la pantalla.

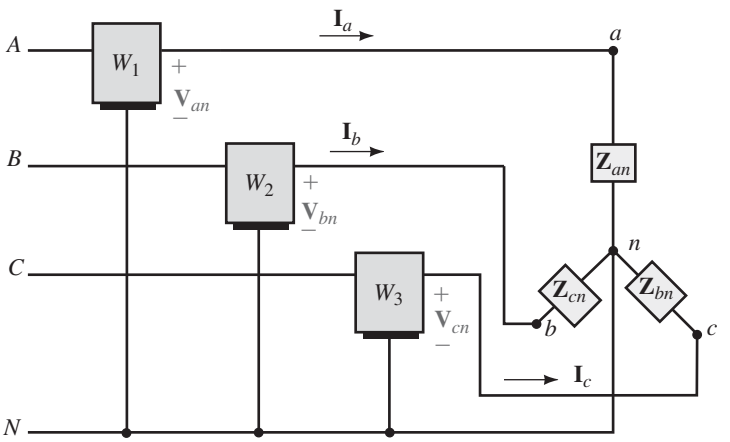


FIGURA 24-29 Conexión de tres wattímetros para una carga de cuatro alambres.

El método de dos wattímetros

Para un sistema de tres alambres, sólo se necesitan dos wattímetros. La conexión se muestra en la figura 24-30. Las cargas pueden ser Y o Δ, balanceadas o desbalanceadas. Los medidores pueden estar conectados en cualquier par de líneas con las terminales de voltaje conectadas a la tercera línea. La potencia total es la suma algebraica de las lecturas de los medidores.

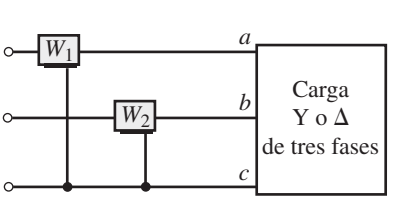


FIGURA 24-30 Conexión de dos wattímetros. Las cargas pueden estar balanceadas o desbalanceadas.

Determinación de las lecturas de los wattímetros

Recuerde del capítulo 17 que la lectura de un wattímetro es igual al producto de la magnitud de su voltaje, la magnitud de su corriente y el coseno del ángulo entre ellos. Para cada medidor, se debe determinar con cuidado cuál es este ángulo. Esto se ilustra enseguida.

EJEMPLO 24-14

Para la figura 24-31, $\mathbf{V}_{an} = 120\,\text{V}\angle 0°$. Calcule las lecturas de cada medidor, luego súmelas para determinar la potencia total. Compare P_T con el P_T que se encontró en el ejemplo 24-11.

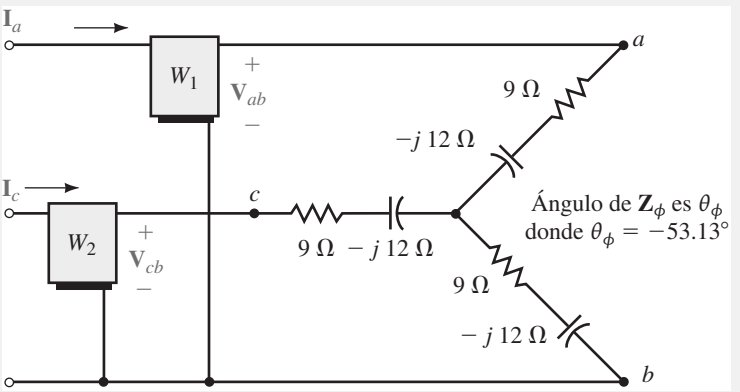
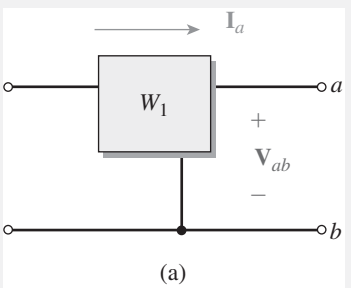


FIGURA 24-31

Solución $\mathbf{V}_{an} = 120\,\text{V}\angle 0°$. Entonces, $\mathbf{V}_{ab} = 208\,\text{V}\angle 30°$ y $\mathbf{V}_{bc} = 208\,\text{V}\angle -90°$. $\mathbf{I}_a = \mathbf{V}_{an}/\mathbf{Z}_{an} = 120\,\text{V}\angle 0°/(9 - j12)\ \Omega = 8\,\text{A}\angle 53.13°$. Entonces, $\mathbf{I}_c = 8\,\text{A}\angle 173.13°$.

Primero considere el wattímetro 1, figura 24-32. Observe que W_1 está conectada a las terminales *a*-*b*; por tanto, tiene un voltaje $\mathbf{V}_{ab}$ en él y una corriente $\mathbf{I}_a$. Entonces su lectura es $P_1 = V_{ab}I_a\cos\theta_1$, donde θ_1 es el ángulo entre $\mathbf{V}_{ab}$ e $\mathbf{I}_a$. $\mathbf{V}_{ab}$ tiene un ángulo de 30° e $\mathbf{I}_a$ tiene un ángulo de 53.13°. Entonces, $\theta_1 = 53.13° - 30° = 23.13°$ y $P_1 = (208)(8)\cos 23.13° = 1530$ W.

Ahora considere el wattímetro 2, figura 24-33. Ya que W_2 está conectado a las terminales *c*-*b*, el voltaje en él es $\mathbf{V}_{cb}$ y la corriente es $\mathbf{I}_c$. Pero $\mathbf{V}_{cb} = -\mathbf{V}_{bc} = 208\,\text{V}\angle 90°$ e $\mathbf{I}_c = 8\,\text{A}\angle 173.13°$. El ángulo entre $\mathbf{V}_{cb}$ e $\mathbf{I}_c$ es entonces, $173.13° - 90° = 83.13°$. Por tanto, $P_2 = V_{cb}I_c\cos\theta_2 = (208)(8)\cos 83.13° = 199$ W y $P_\text{T} = P_1 + P_2 = 1530 + 199 = 1729$ W. (Esto concuerda con la respuesta de 1728 W que se obtuvo en el ejemplo 24-11.) Observe que una de las lecturas de los wattímetros es más baja que la otra. (Este es por lo general el caso para el método de dos wattímetros.)



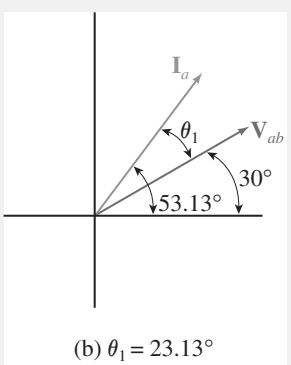
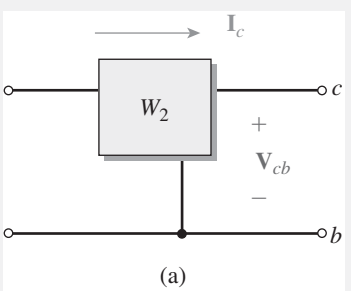


FIGURA 24-32 $P_1 = \boldsymbol{V}_{ab}\boldsymbol{I}_a\cos\theta_1$ donde θ_1 es el ángulo entre $\mathbf{V}_{ab}$ e $\mathbf{I}_a$.



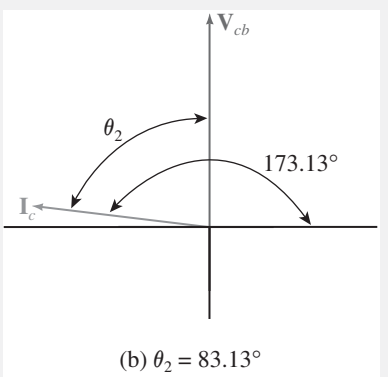


FIGURA 24-33 $P_2 = V_{cb}I_c\cos\theta_2$ donde θ_2 es el ángulo entren $\mathbf{V}_{cb}$ e $\mathbf{I}_c$.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 8

Cambie las impedancias de carga de la figura 24-31 a $15\ \Omega\angle 70°$. Repita el ejemplo 24-14. (Como verificación, la potencia total hacia la carga es de 985 W. *Sugerencia:* uno de los medidores tiene una lectura negativa.)

Respuestas
$P_\ell = -289$ W; $P_2 = 1275$ W; $P_1 + P_2 = 986$ W

Si se usaran wattímetros analógicos en los Problemas prácticos 8, el medidor de lectura baja (W_1) marcará hacia atrás, véase las Notas. Para obtener la lectura escala arriba, se invierte ya sea la conexión de voltaje o la de corriente y luego se restan. Entonces, para casos como este, si P_h y P_ℓ son los medidores de lecturas alta y baja respectivamente,

$$P_T = P_h - P_\ell \qquad \textbf{(24-23)}$$

Curva de razón de watts

El factor de potencia para una carga balanceada puede obtenerse a partir de las lecturas del wattímetro mediante una simple gráfica llamada **curva de razón de watts**, que se muestra en la figura 24-34.

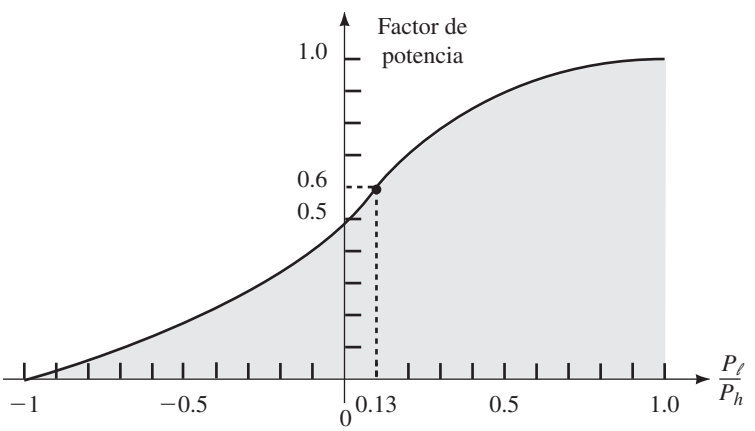


FIGURA 24-34 Curva de razón de watts. Válida sólo para cargas balanceadas.

NOTAS . . .

Para entender por qué un wattímetro puede indicar un valor negativo (o lectura hacia atrás si es un medidor analógico), recuerde que indica el producto de la magnitud de su voltaje multiplicada por la magnitud de su corriente por el coseno del ángulo entre ellos. Este ángulo no es θ_ϕ de la impedancia de carga, por el contrario, puede demostrarse que, para una carga balanceada, un medidor indicará $V_L I_L \cos(\theta_\phi - 30^\circ)$ mientras que el otro indicará $V_L I_L (\theta_\phi + 30^\circ)$. Si la magnitud de $(\theta_\phi + 30^\circ)$ o $(\theta_\phi - 30^\circ)$ excede de 90°, su coseno será negativo y la lectura del medidor correspondiente será negativa. Si el medidor es digital, desplegará un signo menos; si es analógico la aguja intentará moverse escala abajo. Para el caso analógico, con el fin de conseguir que el medidor lea escala arriba, se necesita invertir una terminal, como se ha indicado en el texto.

EJEMPLO 24-15

Considere de nuevo la figura 24-31.

a. Determine el factor de potencia de la impedancia de carga.
b. Use las lecturas del medidor del ejemplo 24-14 para determinar el factor de potencia a partir de la curva de razón de watts.

Solución

a. $F_p = \cos\theta_\phi = \cos 53.13^\circ = 0.6$.
b. $P_\ell = 199$ W y $P_h = 1530$ W. Por tanto, $P_\ell/P_h = 0.13$. A partir de la figura 24-34, $F_p = 0.6$.

El problema con la curva de razón de watts es que los valores son difíciles de determinar con exactitud a partir de la gráfica. Sin embargo, puede demostrarse que

$$\tan\theta_\phi = \sqrt{3}\left(\frac{P_h - P_\ell}{P_h + P_\ell}\right) \qquad \textbf{(24-24)}$$

A partir de ésta se determina θ_ϕ y entonces se puede calcular el factor de potencia a partir de $F_p = \cos\theta_\phi$.

24-7 Cargas desbalanceadas

Para las cargas desbalanceadas no se aplica ninguna de las relaciones de circuitos balanceados. Cada problema debe tratarse como un problema trifásico. Se verán algunos ejemplos que pueden ser manejados mediante técnicas fundamentales de circuitos como ley de voltaje de Kirchhoff y el análisis de mallas.

NOTAS DE SEGURIDAD . . .

El voltaje en un punto neutro puede ser peligroso. Por ejemplo, en la figura 24-35, si el neutro está conectado a tierra en la fuente, el voltaje en el neutro de la carga está *flotando* a algún potencial con respecto a tierra. Ya que se está acostumbrado a pensar que los neutros están al potencial de tierra y que es seguro tocarlos, aquí hay un riesgo de seguridad potencial. Véase los Problemas prácticos 9, pregunta 1.

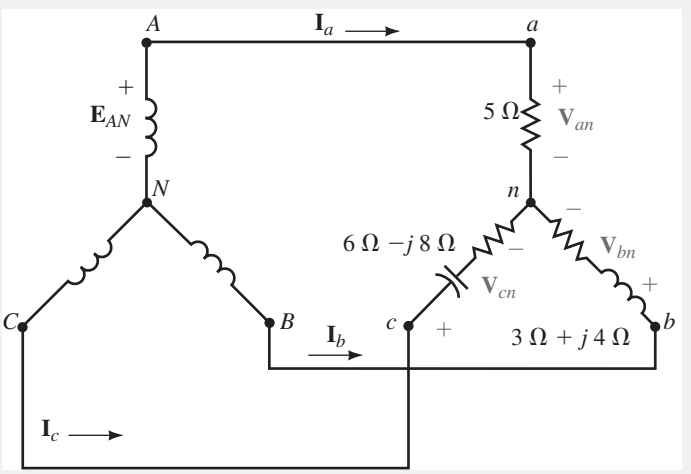
Los voltajes de las fuentes están balanceados (a menos que fallen, lo cual no se considera aquí). En la práctica, la seguridad es un tema por sí mismo, véase la Nota.

Cargas en Y desbalanceadas

Los sistemas Y de cuatro alambres desbalanceados sin impedancia de línea se manejan fácilmente con la ley de Ohm. Sin embargo, para los sistemas de tres alambres, o los sistemas de cuatro alambres con impedancia de línea y neutro, por lo general se tienen que usar las ecuaciones de malla o métodos por computadora.

EJEMPLO 24-16

Para la figura 24-35, el generador está balanceado con un voltaje línea a línea de 208 V. Seleccione $\mathbf{E}_{AB}$ como referencia y determine las corrientes de línea y los voltajes de carga.



MULTISIM

FIGURA 24-35

Solución Se vuelve a dibujar el circuito como se muestra en la figura 24-36, luego se usa el análisis de mallas. $\mathbf{E}_{AB} = 208\ \text{V}\angle 0°$ y $\mathbf{E}_{BC} = 208\ \text{V}\angle -120°$.

Lazo 1: $(8 + j4)\mathbf{I}_1 - (3 + j4)\mathbf{I}_2 = 208\ \text{V}\angle 0°$

Lazo 2: $-(3 + j4)\mathbf{I}_1 + (9 - j4)\mathbf{I}_2 = 208\ \text{V}\angle -120°$

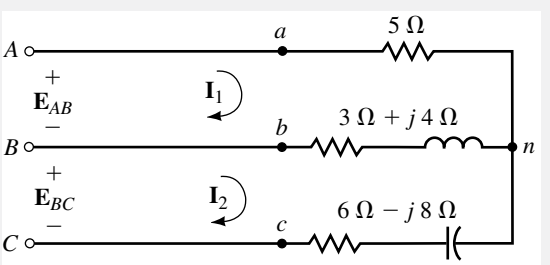


FIGURA 24-36

Estas ecuaciones se resuelven con cualquier técnica estándar como determinantes o una calculadora como la TI-86. Las soluciones son

$$\mathbf{I}_1 = 29.9\ \text{A}\angle{-26.2°} \quad \text{e} \quad \mathbf{I}_2 = 11.8\ \text{A}\angle{-51.5°}$$

$$\text{LCK: } \mathbf{I}_a = \mathbf{I}_1 = 29.9\ \text{A}\angle{-26.2°}$$
$$\mathbf{I}_b = \mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_1 = 19.9\ \text{A}\angle{168.5°}$$
$$\mathbf{I}_c = -\mathbf{I}_2 = 11.8\ \text{A}\angle{128.5°}$$

$$\mathbf{V}_{an} = \mathbf{I}_a\mathbf{Z}_{an} = (29.9\text{A}\angle{-26.2°})\ (5) = 149.5\ \text{V}\angle{-26.2°}$$
$$\mathbf{V}_{bn} = \mathbf{I}_b\mathbf{Z}_{bn} \quad \text{y} \quad \mathbf{V}_{cn} = \mathbf{I}_c\mathbf{Z}_{cn}.$$

Entonces,

$$\mathbf{V}_{bn} = 99\ \text{V}\angle{-138.4°} \quad \text{y} \quad \mathbf{V}_{cn} = 118\ \text{V}\angle{75.4°}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 9

1. Uno de los problemas con los sistemas Y de tres alambres desbalanceados es que, como se obtienen diferentes voltajes en cada una de las fases de la carga, se obtiene un voltaje entre los puntos neutros. Para ilustrarlo, use la LVK y los resultados del ejemplo 24-16 para calcular el voltaje entre los puntos neutros *n* y *N* de la figura 24-35.
2. Para el circuito de la figura 24-37, $\mathbf{E}_{AN} = 120\ \text{V}\angle{0°}$. Calcule las corrientes, la potencia en cada fase y la potencia total. *Sugerencia:* esto realidad es un problema simple, no necesita usar el análisis de mallas.

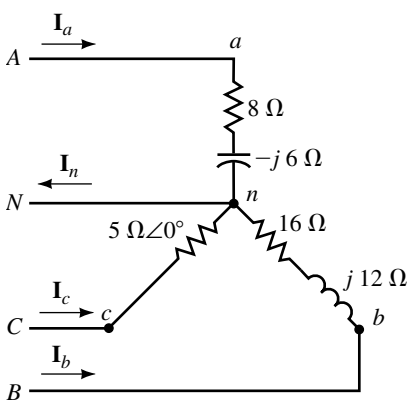


FIGURA 24-37

Respuestas

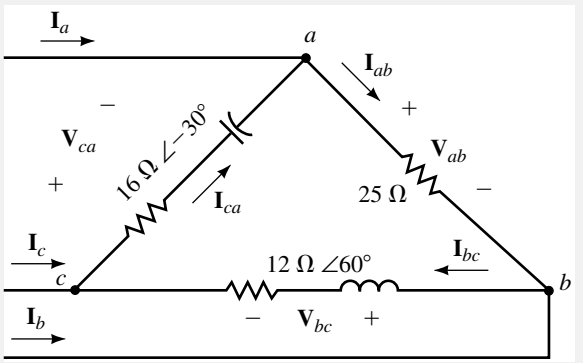
1. $\mathbf{V}_{nN} = 30.8\ \text{V}\angle{168.8°}$
2. $\mathbf{I}_a = 12\ \text{A}\angle{36.9°}$; $\mathbf{I}_b = 6\ \text{A}\angle{-156.9°}$; $\mathbf{I}_c = 24\ \text{A}\angle{120°}$; $\mathbf{I}_n = 26.8\ \text{A}\angle{107.2°}$
   $P_a = 1152$ W; $P_b = 576$ W; $P_c = 2880$ W; $P_\text{T} = 4608$ W

Cargas en delta desbalanceadas

Los sistemas sin impedancia de línea se manejan con facilidad porque el voltaje de la fuente se aplica directamente a la carga. Sin embargo, para los sistemas con impedancia de línea, se usan las ecuaciones de malla.

EJEMPLO 24-17

Para el circuito de la figura 24-38, el voltaje de línea es 240 V. Tome $\mathbf{V}_{ab}$ como referencia y haga lo siguiente:



MULTISIM

FIGURA 24-38

a. Determine las corrientes de fase y dibuje su diagrama fasorial.
b. Calcule las corrientes de línea.
c. Calcule la potencia total hacia la carga.

Solución

a. $\mathbf{I}_{ab} = \mathbf{V}_{ab}/\mathbf{Z}_{ab} = (240\text{ V}\angle 0°)/25\ \Omega = 9.6\text{ A}\angle 0°$
$\mathbf{I}_{bc} = \mathbf{V}_{bc}/\mathbf{Z}_{bc} = (240\text{ V}\angle -120°)/(12\ \Omega\angle 60°) = 20\text{ A}\angle -180°$
$\mathbf{I}_{ca} = \mathbf{V}_{ca}/\mathbf{Z}_{ca} = (240\text{ V}\angle 120°)/(16\ \Omega\angle -30°) = 15\text{ A}\angle 150°$

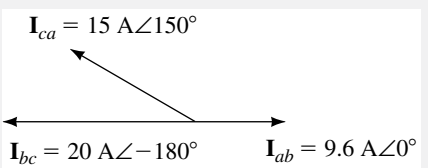


FIGURA 24-39 Corrientes de fase para el circuito de la figura 24-38.

b. $\mathbf{I}_a = \mathbf{I}_{ab} - \mathbf{I}_{ca} = 9.6\text{ A}\angle 0° - 15\text{ A}\angle 150° = 23.8\text{ A}\angle -18.4°$
$\mathbf{I}_b = \mathbf{I}_{bc} - \mathbf{I}_{ab} = 20\text{ A}\angle -180° - 9.6\text{ A}\angle 0° = 29.6\text{ A}\angle 180°$
$\mathbf{I}_c = \mathbf{I}_{ca} - \mathbf{I}_{bc} = 15\text{ A}\angle 150° - 20\text{ A}\angle -180° = 10.3\text{ A}\angle 46.9°$

c. $P_{ab} = V_{ab}I_{ab}\cos\theta_{ab} = (240)(9.6)\cos 0° = 2304\text{ W}$
$P_{bc} = V_{bc}I_{bc}\cos\theta_{bc} = (240)(20)\cos 60° = 2400\text{ W}$
$P_{ca} = V_{ca}I_{ca}\cos\theta_{ca} = (240)(15)\cos 30° = 3118\text{ W}$
$P_{\text{T}} = P_{ab} + P_{bc} + P_{ca} = 7822\text{ W}$

EJEMPLO 24-18

Un par de wattímetros se agregan al circuito de la figura 24-38 como se ilustra en la figura 24-40. Determine las lecturas de los wattímetros y compárelas con la potencia total que se calculó en el ejemplo 24-17.

Solución $P_1 = V_{ac}I_a\cos\theta_1$, donde θ_1 es el ángulo entre $\mathbf{V}_{ac}$ e $\mathbf{I}_a$. A partir del ejemplo 24-17, $\mathbf{I}_a = 23.8\ \text{A}\angle{-18.4}^\circ$ y $\mathbf{V}_{ac} = -\mathbf{V}_{ca} = 240\ \text{V}\angle{-60}^\circ$. Entonces, $\theta_1 = 60^\circ - 18.4^\circ = 41.6^\circ$. Por tanto,

$$P_1 = (240)(23.8)\cos 41.6^\circ = 4271\ \text{W}$$

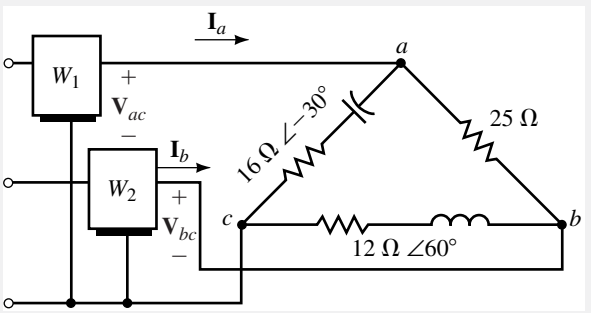


FIGURA 24-40

$P_2 = V_{bc}I_b\cos\theta_2$, donde θ_2 es el ángulo entre $\mathbf{V}_{bc}$ y $\mathbf{I}_b$. $\mathbf{V}_{bc} = 240\ \text{V}\angle{-120}^\circ$ e $\mathbf{I}_b = 29.6\ \text{A}\angle{180}^\circ$. así que, $\theta_2 = 60^\circ$. Por tanto,

$$P_2 = (240)(29.6)\cos 60^\circ = 3552\ \text{W}$$

$P_\text{T} = P_1 + P_2 = 7823$ W (comparada con la solución anterior de 7822 W).

24-8 Cargas en sistemas de potencia

Antes de concluir este capítulo, se verá brevemente cómo las cargas de una sola fase y trifásicas pueden conectarse a un sistema trifásico. (Esto es necesario porque los clientes domésticos y comerciales requieren nada más potencia de una sola fase, mientras que los clientes industriales a veces requieren potencia tanto de una sola fase como trifásica.) La figura 24-41 muestra cómo puede hacerse esto. (Incluso esto es una simplificación, ya que los sistemas reales contienen transformadores. Sin embargo, los principios básicos son correctos.) Dos puntos deben anotarse aquí.

1. Con el fin de balancear aproximadamente el sistema, la compañía trata de conectar un tercio de sus cargas de una sola fase a cada fase. Las cargas trifásicas por lo general están casi balanceadas.
2. Las cargas reales rara vez se expresan en términos de resistencia, capacitancia e inductancia. En lugar de ello, se describen en términos de potencia, factor de potencia, etc. Esto es porque la mayoría de las cargas se componen de lámparas eléctricas, motores y similares, las cuales nunca se describen en términos de impedancia. (Por ejemplo, se compran focos de 60 W, 100 W, etc. Y los motores eléctricos como 1/2 caballo de fuerza, etc. ¡Nunca se pregunta por una lámpara de 240 ohms!)

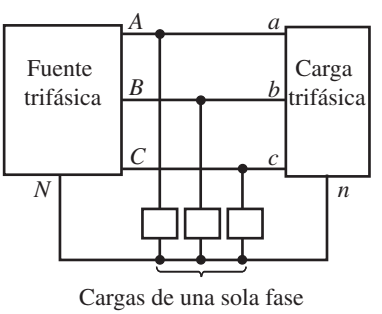


FIGURA 24-41 Cargas de una sola fase se derivan de las líneas trifásicas.

24-9 Análisis de circuitos por computadora

PSpice y Multisim pueden usarse para analizar los sistemas trifásicos (balanceados o desbalanceados, conectados en Y o en Δ). Como es costumbre, PSpice proporciona soluciones fasoriales completas, pero al momento de escribir este libro, Multisim sólo proporciona magnitudes. Debido a que ningún programa de computadora permite la colocación de componentes en un ángulo, los circuitos Y y Δ deben dibujarse con los componentes colocados ya sea horizontal o verticalmente como en las figuras 24-43 y 24-46, en lugar de la forma trifásica tradicional. Para empezar, considere el circuito Y de cuatro alambres de la figura 24-42. Primero, calcule en forma manual las corrientes de manera que tenga una base de comparación. Observe que

$$X_C = 53.05\ \Omega$$

Entonces

$$\mathbf{I}_a = \frac{120\ \text{V}\angle 0^\circ}{(30 - j53.05)\ \Omega} = 1.969\ \text{A}\angle 60.51^\circ$$

e

$$\mathbf{I}_b = 1.969\ \text{A}\angle -59.49^\circ$$

e

$$\mathbf{I}_c = 1.969\ \text{A}\angle -179.49^\circ.$$

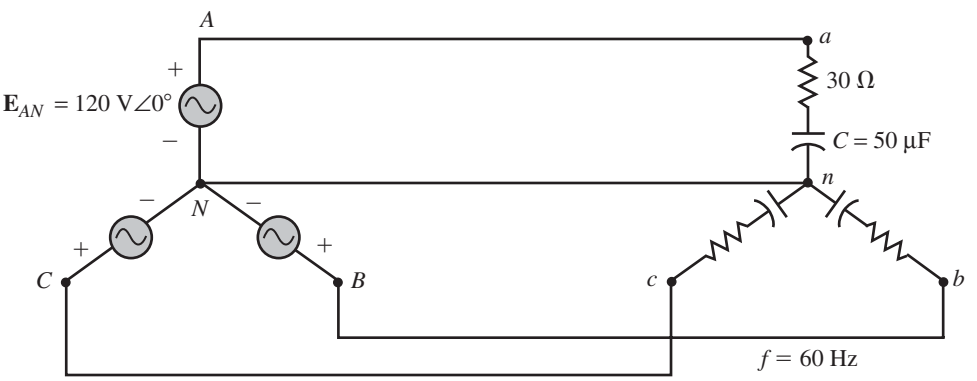


FIGURA 24-42 Sistema balanceado para el análisis por computadora.

Multisim

Dibuje el circuito en la pantalla como en la figura 24-43(a). Asegúrese que las fuentes de voltaje estén orientadas con sus extremos + como se muestra y que sus ángulos de fase estén establecidos en forma correcta. Haga doble clic en los amperímetros y fíjelos en AC. Active el circuito dando clic en el interruptor de potencia. Compare las respuestas con la solución manual. Ahora reemplace las fuentes individuales con la fuente de tres fases de (b) y repita.

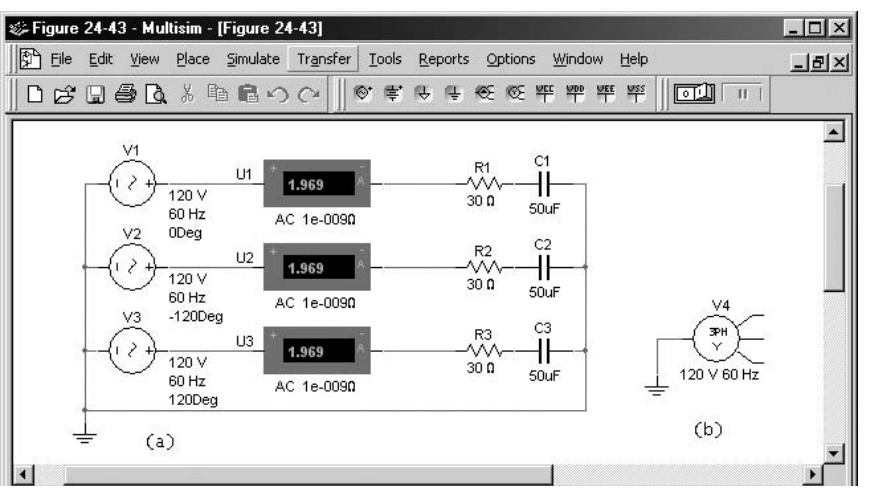


FIGURA 24-43 Solución con Multisim.

PSpice

Dibuje el circuito en la pantalla como en la figura 24-44 con la fuente VAC. (Asegúrese de que todas las terminales + de las fuentes de voltaje estén orientadas a la derecha como se muestra.) Dé doble clic en cada fuente, una a la vez, y en el Property Editor, fije su magnitud en 120 V con el ángulo de fase como se indica. De manera similar, haga doble clic en cada dispositivo IPRINT y establezca MAG en **yes**, PHASE en **yes** y AC en **yes**. A través del icono New Profile, selec-

cione AC *Sweep/Noise*, fije las frecuencias *Start* y *End* en **60Hz** y el número de puntos en **1**. Ejecute la simulación, abra el archivo Output (que se encuentra en View en la ventana que aparece), y desplácese hasta encontrar la respuesta. (La figura 24-45 muestra la respuesta para la corriente $\mathbf{I}_a$.) Al examinar los resultados, se verá que concuerdan exactamente con los que se calcularon antes.

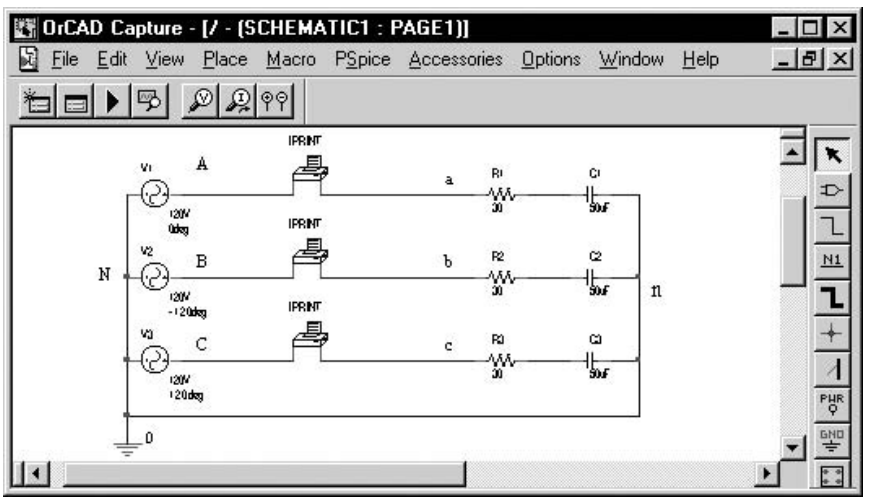


FIGURA 24-44 Solución mediante PSpice.

```
FREQ          IM(V_PRINT1)    IP(V_PRINT1)
6.000E+01     1.969E+00       6.051E+01
```

FIGURA 24-45 Muestra de la corriente calculada: $\mathbf{I}_a = 1.969\ \text{A} \angle 60.51°$.

Como el circuito está balanceado, se puede eliminar el conductor neutro entre *N*-*n*. Sin embargo, si se realiza esto, se obtendrán errores, los cuales ocurren debido a que PSpice requiere una trayectoria de cd desde cada nodo hasta la referencia, pero como los capacitores se comportan como un circuito abierto de cd, se ve que el nodo *n* está flotando. Una solución simple es poner un resistor de valor muy alto (por ejemplo 100 kΩ) en la trayectoria entre *N*-*n*. Su valor no es crítico; sólo tiene que ser bastante grande para que parezca un circuito abierto. Inténtelo y observe que obtiene las mismas respuestas que antes.

NOTAS FINALES . . .

1. Multisim y PSpice no hacen distinción entre circuitos balanceados y desbalanceados; en la computadora simplemente son circuitos. Entonces, no es necesaria ninguna consideración especial para las cargas desbalanceadas.
2. Las cargas en delta pueden dibujarse como en la figura 24-46.
3. Para marcar el diagrama como en la figura 24-44 (es decir, con los puntos identificados A, B, C, N, etc.), dé clic en el icono *Place text* en la paleta de herramientas, teclee en el texto y colóquelo como desee.

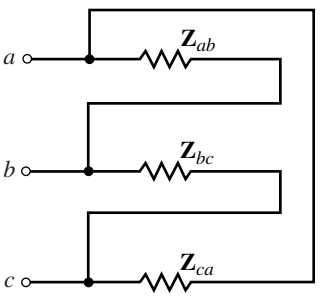


FIGURA 24-46 Representación de una carga en Δ.

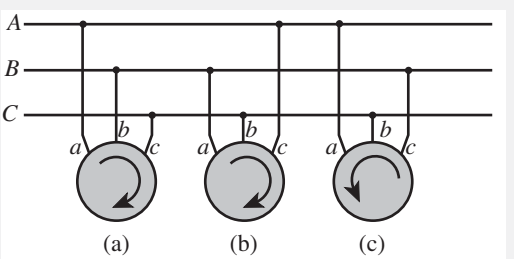
PUESTA EN PRÁCTICA

Usted ha sido enviado a un sitio de trabajo para supervisar la instalación de un motor trifásico de 208 V que mueve una máquina y es esencial que gire en la dirección correcta (en este caso, en el sentido de las manecillas del reloj), de lo contrario, la máquina se puede dañar. Se dispone de un dibujo que establece cómo conectar la Línea *a* del motor a la Línea *A* del sistema trifásico, la Línea *b* a la Línea *B*, etc. Sin embargo, encuentra que las líneas trifásicas no tienen marcas y no sabe qué línea es cuál. Por desgracia, no se puede conectar simplemente el motor y determinar en qué dirección gira por temor a dañarlo.

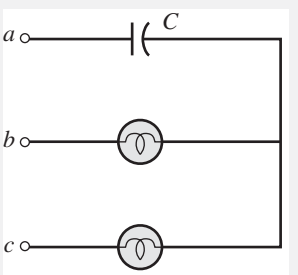
Reflexiona en esto por un rato y entonces se le ocurre un plan. Sabe que la dirección de rotación de un motor trifásico depende de la secuencia de fases del voltaje aplicado, de manera que hace un bosquejo (esquema A). Como se indica en la parte (a) del dibujo, lo motores giran en la dirección correcta cuando *a* está conectado a *A*, *b* a *B*, etc. Usted razona que la secuencia de fase que se necesita es . . . *A*-*B*-*C*-*A*-*B*-*C* . . . (ya que la dirección de rotación depende sólo de la secuencia de fase) y que en realidad no importa a qué línea esté conectado *a*, en

tanto las otras dos estén conectadas de manera que se proporcione la secuencia en el orden para el motor. Para convencerse, usted hace otros dibujos más (partes b y c). Como se indica, en (b) la secuencia es . . . *B-C-A-B-C-A* . . . (la cual fija el patrón anterior) y el motor gira en la dirección correcta, pero en (c) el motor gira en la dirección inversa. (Demuestre por qué.)

También recuerda haber leído acerca de un dispositivo llamado *indicador de secuencia de fase* que le permite determinar la secuencia. Usa lámparas y un capacitor como en el dibujo B. Para emplear el dispositivo, conecta la terminal *a* a la línea trifásica que usted ha designado como *A* y conecta las terminales *b* y *c* a las otras dos líneas. La lámpara que brilla más es la que está en la línea *B*. Después de algunos cálculos, le solicita al electricista de la planta algunas lámparas estándar de 120 V, 60 W y portalámparas. De su caja de herramientas usted saca un capacitor de 3.9 μF (que está especificado para operar con ca). Hace una ligera modificación al esquema del dibujo B, suelda las partes y cubre con cinta aislante los cables expuestos (por seguridad) y entonces conecta el dispositivo e identifica las líneas trifásicas. Después conecta el motor y gira en la dirección correcta. Prepare un análisis para demostrar por qué la lámpara conectada en *B* es mucho más brillante que la lámpara conectada en la línea *C*. (Nota: no olvide que hizo un ligero cambio al esquema. Sugerencia: si usa lámparas de 60 W en cada rama como se muestra, se quemarán.)



Esquema A



Equema B

PROBLEMAS

24-2 Conexiones básicas de circuitos trifásicos

1. Mientras las cargas y voltajes de la figura 24-3(c) estén balanceados (sin tener en cuenta su valor real) las corrientes $\mathbf{I}_A$, $\mathbf{I}_B$, e $\mathbf{I}_C$ sumarán cero. Para ilustrarlo, cambie la impedancia de carga de 12 Ω a 15 Ω∠30° y para $\mathbf{E}_{AA'} = 120\ \text{V}\angle 0°$, haga lo siguiente:
   a. Calcule las corrientes $\mathbf{I}_A$, $\mathbf{I}_B$ e $\mathbf{I}_C$.
   b. Sume las corrientes. ¿Se cumple $\mathbf{I}_A + \mathbf{I}_B + \mathbf{I}_C = 0$?
2. Para la figura 24-3(c), $\mathbf{E}_{AN} = 277\ \text{V}\angle -15°$.
   a. ¿Qué valor tienen $\mathbf{E}_{BN}$ y $\mathbf{E}_{CN}$?
   b. Si cada resistencia es de 5.54 Ω, calcule $\mathbf{I}_A$, $\mathbf{I}_B$ e $\mathbf{I}_C$.
   c. Demuestre que $\mathbf{I}_N = 0$.
3. Dibuje el conjunto de formas de onda de las corrientes i_A, i_B e i_C para el circuito de la figura 24-3(c). Suponga carga puramente resistiva y balanceada.

24-3 Relaciones trifásicas básicas

4. Para los generadores de la figura 24-4, $\mathbf{E}_{AN} = 7620\ \text{V}\angle -18°$.
   a. ¿Cuáles son los voltajes de fase $\mathbf{E}_{BN}$ y $\mathbf{E}_{CN}$?
   b. Determine los voltajes línea a línea.
   c. Dibuje el diagrama fasorial.

5. Para las cargas de la figura 24-4, $\mathbf{V}_{bc} = 208\ \text{V}\angle -75°$.
   a. Determine los voltajes línea a línea $\mathbf{V}_{ab}$ y $\mathbf{V}_{ca}$.
   b. Determine los voltajes de fase.
   c. Dibuje el diagrama fasorial.
6. Repita el problema 5 si $\mathbf{V}_{ca} = 208\ \text{V}\angle 90°$.
7. Para la carga de la figura 24-47, $\mathbf{V}_{an} = 347\ \text{V}\angle 15°$. Determine todas las corrientes de línea. Dibuje el diagrama fasorial.

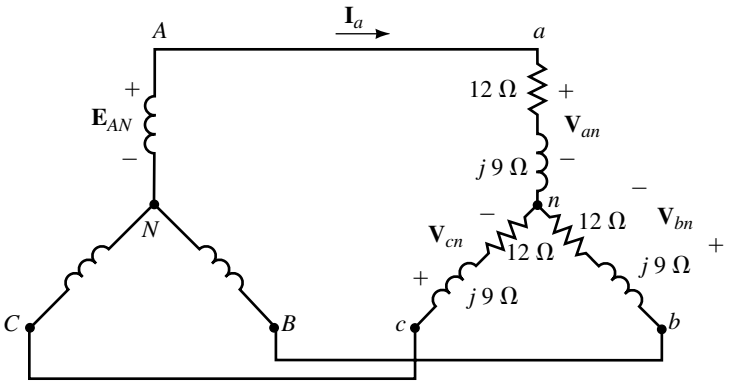


FIGURA 24-47 Sistema balanceado.

8. Para la carga de la figura 24-47, si $\mathbf{I}_a = 7.8\ \text{A}\angle -10°$, determine los voltajes de fase y los voltajes de línea. Dibuje su diagrama fasorial.
9. Una carga Y balanceada tiene una impedancia de $\mathbf{Z}_{an} = 14.7\ \Omega\angle 16°$. Si $\mathbf{V}_{cn} = 120\ \text{V}\angle 160°$, determine todas las corrientes de línea.
10. Para una carga delta balanceada, $\mathbf{I}_{ab} = 29.3\ \text{A}\angle 43°$. ¿Cuánto vale $\mathbf{I}_a$?
11. Para el circuito de la figura 24-48, $\mathbf{V}_{ab} = 480\ \text{V}\angle 0°$. Encuentre la fase y las corrientes de línea.

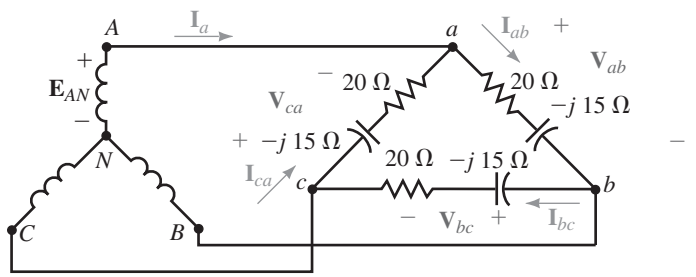


FIGURA 24-48 Sistema balanceado.

12. Para el circuito de la figura 24-48, si $\mathbf{I}_a = 41.0\ \text{A}\angle -46.7°$, encuentre todas las corrientes de fase.
13. Para el circuito de la figura 24-48, si $\mathbf{I}_{ab} = 10\ \text{A}\angle -21°$, determine todos los voltajes de línea.
14. Para el circuito de la figura 24-48, si $\mathbf{I}_a = 11.0\ \text{A}\angle 30°$ encuentre todos los voltajes de fase.
15. Una carga Y balanceada tiene una impedancia de fase de $24\ \Omega\angle 33°$ y un voltaje línea a línea de 600 V. Tome $\mathbf{V}_{an}$ como referencia y determine todas las corrientes de línea.
16. Una carga Δ balanceada tiene una impedancia de fase de $27\ \Omega\angle -57°$ y un voltaje de fase de 208 V. Tome $\mathbf{V}_{ab}$ como referencia y determine
   a. Las corrientes de fase.
   b. Las corrientes de línea.

17. a. Para cierta carga Y balanceada, $\mathbf{V}_{ab} = 208\ \text{V}\angle 30°$, $\mathbf{I}_a = 24\ \text{A}\angle 40°$ y $f = 60$ Hz. Determine la carga (R y L o C).

    b. Repita el inciso (a) si $\mathbf{V}_{bc} = 208\ \text{V}\angle -30°$ e $\mathbf{I}_c = 12\ \text{A}\angle 140°$.

18. Considere la figura 24-13(a). Demuestre que $\mathbf{I}_a = \sqrt{3}\mathbf{I}_{ab}\angle -30°$.

19. Una carga Δ balanceada a 60 Hz tiene una corriente de $\mathbf{I}_{bc} = 4.5\ \text{A}\angle -85°$. El voltaje de línea es de 240 volts y $\mathbf{V}_{ab}$ se toma como referencia.

a. Encuentre las otras corrientes de fase.

b. Encuentre las corrientes de línea.

c. Encuentre la resistencia R y la capacitancia C de la carga.

20. Un generador en Y con $\mathbf{E}_{AN} = 120\ \text{V}\angle 0°$ maneja una carga Δ balanceada. Si $\mathbf{I}_a = 43.6\ \text{A}\angle -37.5°$, ¿cuáles son las impedancias de carga?

24-4 Ejemplos

21. Para la figura 24-49, $\mathbf{V}_{an} = 120\ \text{V}\angle 0°$. Dibuje el equivalente de una sola fase y:

a. Encuentre el voltaje de fase $\mathbf{E}_{AN}$, magnitud y ángulo.

b. Encuentre el voltaje de línea $\mathbf{E}_{AB}$, magnitud y ángulo.

22. Para la figura 24-49, $\mathbf{E}_{AN} = 120\ \text{V}\angle 20°$. Dibuje el equivalente de una fase y:

a. Encuentre el voltaje de fase $\mathbf{V}_{an}$, magnitud y ángulo.

b. Encuentre el voltaje de línea $\mathbf{V}_{ab}$, magnitud y ángulo.

23. Para la figura 24-48, $\mathbf{E}_{AN} = 120\ \text{V}\angle -10°$. Encuentre la corriente de línea con el método equivalente de una sola fase.

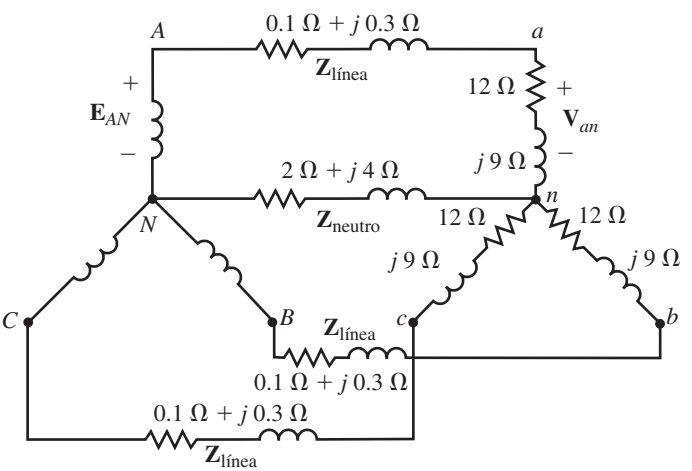


FIGURA 24-49

24. Repita el problema 23 si $\mathbf{E}_{BN} = 120\ \text{V}\angle -100°$.

25. Para la figura 24-48, suponga que las líneas tienen una impedancia $\mathbf{Z}_{\text{línea}}$ de $0.15\ \Omega + j0.25\ \Omega$ y $\mathbf{E}_{AN} = 120\ \text{V}\angle 0°$. Convierta la carga Δ en Y y use el equivalente de una fase para encontrar las corrientes de línea.

26. Para el problema 25, encuentre las corrientes de fase en la red Δ.

27. Para el circuito de la figura 24-49, suponga que $\mathbf{Z}_{\text{línea}} = 0.15\ \Omega + j0.25\ \Omega$ y $\mathbf{V}_{ab} = 600\ \text{V}\angle 30°$. Determine $\mathbf{E}_{AB}$.

28. Para la figura 24-21(a), $\mathbf{Z}_{\text{Y}} = 12\ \Omega + j9\ \Omega$, $\mathbf{Z}_{\Delta} = 27\ \Omega + j36\ \Omega$ y $\mathbf{Z}_{\text{línea}} = 0.1\ \Omega + j0.1\ \Omega$. En la carga Y, $\mathbf{V}_{an} = 120\ \text{V}\angle 0°$.

a. Dibuje el equivalente de una fase.

b. Encuentre el voltaje del generador $\mathbf{E}_{AN}$.

29. Los mismos datos que el problema 28 excepto que el voltaje de fase en la carga Δ es $\mathbf{V}_{a'b'} = 480\ \text{V}\angle 30°$. Encuentre el voltaje del generador $\mathbf{E}_{AB}$, magnitud y ángulo.

30. Para la figura 24-21(a), $\mathbf{Z}_Y = 12\ \Omega + j9\ \Omega$, $\mathbf{Z}_\Delta = 36\ \Omega + j27\ \Omega$, y $\mathbf{Z}_{\text{línea}} = 0.1\ \Omega + j0.1\ \Omega$. La corriente de línea $\mathbf{I}_A$ es de $46.2\ \text{A}\angle -36.87°$. Encuentre la corriente de fase para ambas cargas.

31. Para la figura 24-21(a), $\mathbf{Z}_Y = 15\ \Omega + j20\ \Omega$, $\mathbf{Z}_\Delta = 9\ \Omega - j12\ \Omega$, $\mathbf{Z}_{\text{línea}} = 0.1\ \Omega + j0.1\ \Omega$, e $\mathbf{I}_{a'b'} = 40\ \text{A}\angle 73.13°$. Encuentre el voltaje de fase Y $\mathbf{V}_{an}$, magnitud y ángulo.

24-5 Potencia en sistemas balanceados

32. Para la carga balanceada de la figura 24-50, $V_{ab} = 600$ V. Determine las potencias activa, reactiva y aparente por fase y totales.

33. Repita el problema 32 para la carga balanceada de la figura 24-51, dado $E_{AN} = 120$ V.

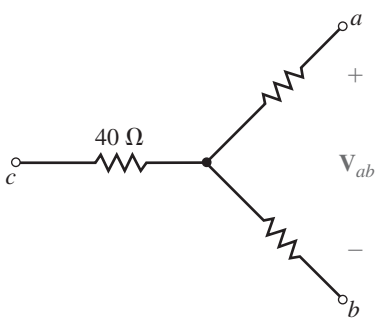


FIGURA 24-50

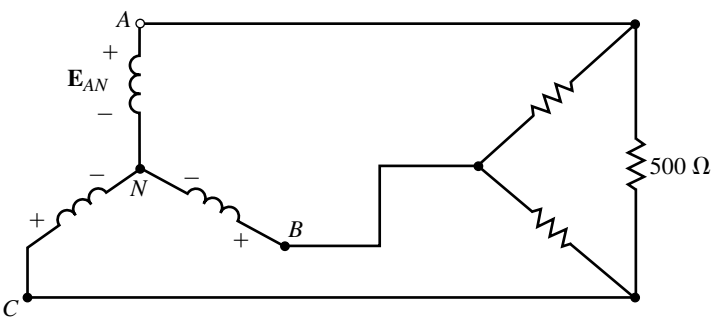


FIGURA 24-51

34. Para la figura 24-47, $E_{AN} = 120$ volts.
    a. Determine las potencias real, reactiva y aparente por fase.
    b. Multiplique las cantidades por fase por 3 para obtener las cantidades totales.

35. Para la figura 24-47, calcule las potencias real, reactiva y aparente con las fórmulas para P_T, Q_T, y S_T de la tabla 24-2. (Use $V_L = 207.8$ V en lugar del valor nominal de 208 V.) Compare sus resultados con los del problema 34.

36. Para la figura 24-48, $E_{AB} = 208$ volts.
    a. Determine las potencias real, reactiva y aparente por fase.
    b. Multiplique las cantidades por fase por 3 para obtener las cantidades totales.

37. Para la figura 24-48, $E_{AB} = 208$ V. Calcule las potencias real, reactiva y aparente con las fórmulas para P_T, Q_T, y S_T de la tabla 24-2. Compare sus resultados con los del problema 36.

38. Para la figura 24-52, si $V_{an} = 277$ V, determine la potencia activa total, la potencia reactiva total, la potencia aparente total y el factor de potencia.

39. Para la figura 24-53, si $V_{ab} = 600$ V, determine la potencia total, la potencia reactiva total, la potencia aparente total y el factor de potencia.

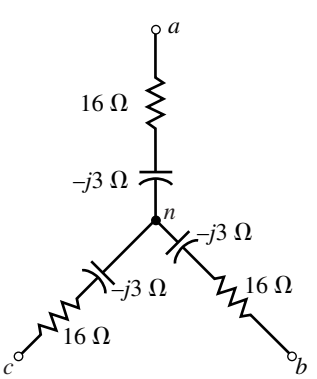


FIGURA 24-52

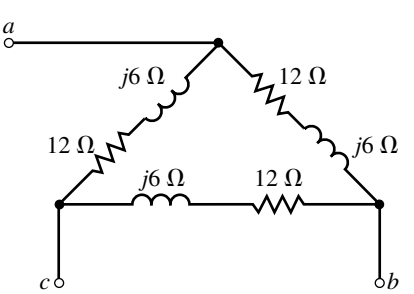


FIGURA 24-53

40. Para la figura 24-18, si $V_{an} = 120$ V, determine la potencia total, la potencia reactiva total y la potencia aparente total,
    a. suministrada a la carga.
    b. en la salida de la fuente.
41. Para la figura 24-19, si $V_{ab} = 480$ V, determine la potencia total, la potencia reactiva total, la potencia aparente total y el factor de potencia.
42. Para la figura 24-21(a), sea $\mathbf{Z}_{\text{línea}} = 0\ \Omega$, $\mathbf{Z}_{\text{Y}} = 20\ \Omega\angle 0°$, $\mathbf{Z}_{\Delta} = 30\ \Omega\angle 10°$ y $E_{AN} = 120$ V.
    a. Encuentre la potencia real, la potencia reactiva y la potencia aparente totales en la carga Y.
    b. Repita el inciso (a) para la carga Δ.
    c. Determine el total de watts, VAR y VA con los resultados de los incisos (a) y (b).

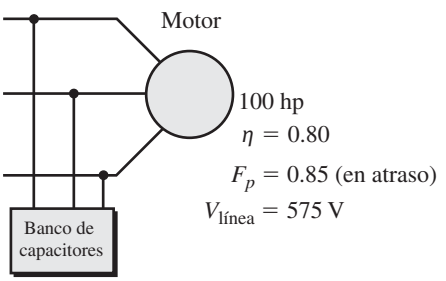


FIGURA 24-54

43. $V_{ab} = 208$ V para una carga balanceada Y, $P_{\text{T}} = 1200$ W, y $Q_{\text{T}} = 750$ VAR/(ind). Seleccione $\mathbf{V}_{an}$ como referencia y determine $\mathbf{I}_a$. (Use el triángulo de potencia)
44. Un motor (que entrega 100 hp a la carga) y un banco de capacitores de factor de potencia están conectados como en la figura 24-54. El banco de capacitores tiene una especificación de $Q_C = 45$ kVAR (total). Reduzca el problema a su equivalente de una fase, luego calcule el factor de potencia resultante del sistema.
45. Los capacitores de la figura 24-54 están conectados en Y y cada uno tiene el valor de $C = 120\ \mu$F. Calcule el factor de potencia resultante. La frecuencia es de 60 Hz.

24-6 Medición de potencia en circuitos trifásicos

46. Para la figura 24-55:
    a. Determine la lectura del wattímetro.
    b. Si la carga está balanceada, ¿qué valor tiene P_{T}?

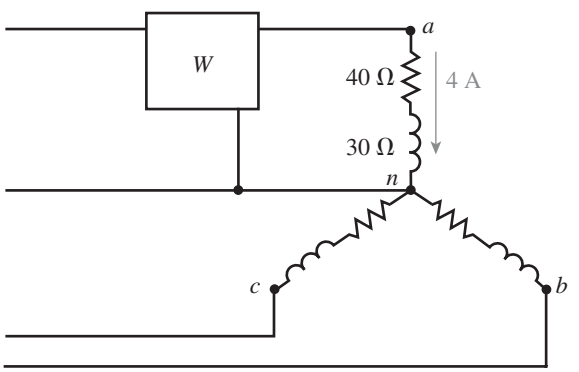


FIGURA 24-55

47. Para la figura 24-47, el voltaje de fase del generador es de 120 volts.
    a. Dibuje tres wattímetros correctamente en el circuito.
    b. Calcule la lectura de cada uno.
    c. Sume las lecturas y compárelas con el resultado de 2304 W que se obtuvo en el problema 34.
48. Las figuras 24-30 y 24-31 muestran las dos formas en que se pueden conectar los wattímetros para medir la potencia en un circuito de tres fases y tres alambres. Hay una forma más. Dibújela.
49. Para el circuito de la figura 24-56, $\mathbf{V}_{ab} = 208\ \text{V}\angle 30°$.
    a. Determine la magnitud y ángulo de las corrientes.
    b. Determine la potencia por fase y la potencia total, P_{T}.

c. Calcule las lecturas de cada wattímetro.

d. Sume las lecturas de los medidores y compare los resultados para P_T de (b).

50. Dos wattímetros miden la potencia de una carga balanceada. Las lecturas son $P_h = 1000$ W y $P_\ell = -400$ W. Determine el factor de potencia de la carga con la ecuación 24-24 y con la figura 24-34. ¿Cómo son comparados uno con el otro?

51. Considere el circuito de la figura 24-56.

a. Calcule el factor de potencia a partir del ángulo de las impedancias de fase.

b. En el problema 49 se determinaron las lecturas del wattímetro en $P_h = 1164$ W y $P_\ell = 870$ W. Sustituya estos valores en la ecuación 24-24 y calcule el factor de potencia de la carga. Compare sus resultados con los del inciso (a).

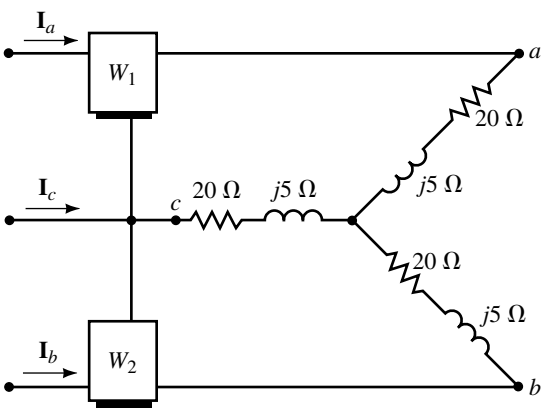


FIGURA 24-56

52. Para la carga balanceada de la figura 24-57, $\mathbf{V}_{ab} = 208\ \text{V}\angle 0°$.

a. Calcule las corrientes de fase y las corrientes de línea.

b. Determine la potencia por fase y la potencia total P_T.

c. Calcule las lecturas de cada wattímetro, luego súmelas y compare con la P_T que obtuvo en el inciso (b).

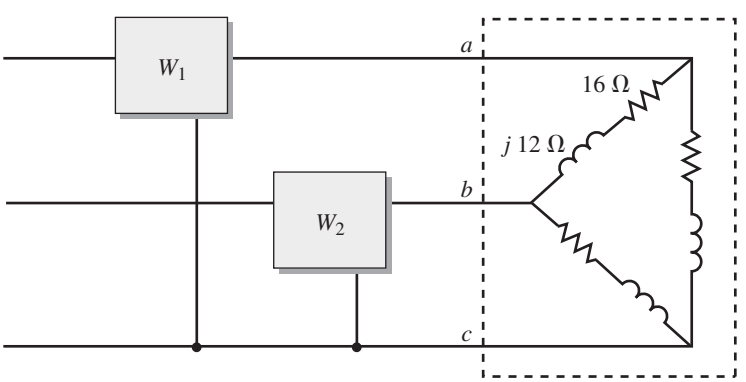


FIGURA 24-57

24-7 Cargas desbalanceadas

53. Para la figura 24-58, $R_{ab} = 60\ \Omega$, $\mathbf{Z}_{bc} = 80\ \Omega + j60\ \Omega$. Calcule

a. Las corrientes de fase y de línea.

b. La potencia en cada fase y la potencia total.

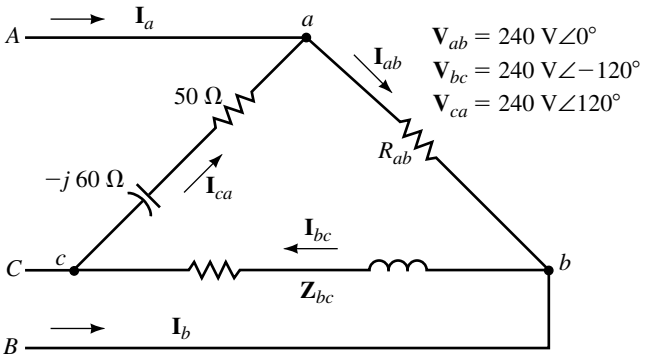


FIGURA 24-58

54. Repita el problema 53 si $P_{ab} = 2400$ W y $\mathbf{Z}_{bc} = 50\ \Omega\angle 40°$.

55. Para la figura 24-59, calcule lo siguiente:

a. Las corrientes de línea, sus magnitudes y ángulos.

b. La corriente en el neutro.

c. La potencia en cada fase.

d. Potencia total en la carga.

56. Remueva el conductor del neutro del circuito de la figura 24-59 y calcule las corrientes de línea. *Sugerencia:* use las ecuaciones de malla.

57. A partir del problema 56, $\mathbf{I}_a = 1.94\ \text{A}\angle -0.737°$, $\mathbf{I}_b = 4.0\ \text{A}\angle -117.7°$ e $\mathbf{I}_c = 3.57\ \text{A}\angle 91.4°$. Calcule lo siguiente:

a. Los voltajes en cada fase de la carga.

b. El voltaje entre el neutro de la carga y el neutro del generador.

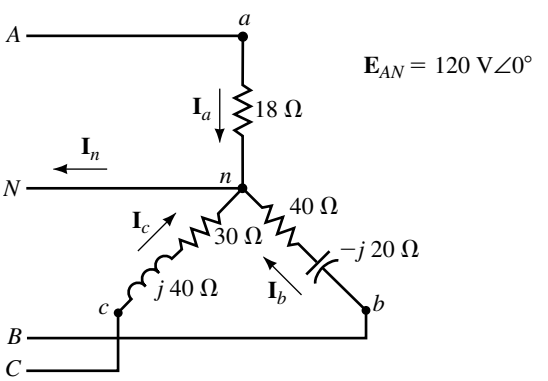


FIGURA 24-59

24-9 Análisis de circuitos por computadora

Para lo siguiente, use Multisim o PSpice. Con Multisim sólo se obtiene la magnitud; con PSpice, se determina la magnitud y el ángulo. Precaución: con PSpice, inserte los dispositivos IPRINT de manera que la corriente entre en la terminal positiva. De otra forma, el ángulo de fase estará errado por 180º. (Véase la figura 24-44.)

MULTISIM PSpice 58. Para el sistema balanceado de la figura 24-47, sea $\mathbf{E}_{AN} = 347\ \text{V}\angle 15°$, $L = 8.95$ mH, y $f = 160$ Hz. Encuentre las corrientes de línea.

MULTISIM PSpice 59. Para el sistema balanceado de la figura 24-48, sea $\mathbf{E}_{AN} = 277\ \text{V}\angle -30°$, $C = 50\ \mu\text{F}$, y $f = 212$ Hz. Encuentre las corrientes de fase y las corrientes de línea.

MULTISIM PSpice 60. Repita el problema 59 con C reemplazado por $L = 11.26$ mH.

61. Para la figura 24-59, sea $L = 40$ mH, $C = 50$ μF, y $\omega = 1000$ rad/s. Encuentre las corrientes de línea y del neutro. Usuario de Multisim: no olvide que algunas versiones de Multisim no manejan correctamente los ángulos de fase de la fuente y por ello deberá ingresar el negativo del ángulo que quiere en realidad (como se detalló en el capítulo 15).

MULTISIM PSpice

✓ RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje

1. $\mathbf{V}_{an} = \mathbf{E}_{AN} = 277\,\text{V}\angle{-20°}$; $\mathbf{V}_{bn} = \mathbf{E}_{BN} = 277\,\text{V}\angle{-140°}$;
   $\mathbf{V}_{cn} = \mathbf{E}_{CN} = 277\,\text{V}\angle{100°}$; $\mathbf{V}_{ab} = \mathbf{E}_{AB} = 480\,\text{V}\angle{10°}$;
   $\mathbf{V}_{bc} = \mathbf{E}_{BC} = 480\,\text{V}\angle{-110°}$; $\mathbf{V}_{ca} = \mathbf{E}_{CA} = 480\,\text{V}\angle{130°}$
2. $\mathbf{V}_{an} = \mathbf{E}_{AN} = 120\,\text{V}\angle{50°}$; $\mathbf{V}_{bn} = \mathbf{E}_{BN} = 120\,\text{V}\angle{-70°}$;
   $\mathbf{V}_{cn} = \mathbf{E}_{CN} = 120\,\text{V}\angle{170°}$; $\mathbf{V}_{ab} = \mathbf{E}_{AB} = 208\,\text{V}\angle{80°}$;
   $\mathbf{V}_{bc} = \mathbf{E}_{BC} = 208\,\text{V}\angle{-40°}$; $\mathbf{V}_{ca} = \mathbf{E}_{CA} = 208\,\text{V}\angle{-160°}$
3. $\mathbf{V}_{an} = 124\,\text{V}\angle{-1.87°}$; $\mathbf{V}_{ab} = 214\,\text{V}\angle{28.13°}$
4. $\mathbf{V}_{ab} = 104\,\text{V}\angle{81.7°}$; $\mathbf{V}_{bc} = 104\,\text{V}\angle{-38.3°}$;
   $\mathbf{V}_{ca} = 104\,\text{V}\angle{-158.3°}$

TÉRMINOS CLAVE

Analizador de espectros
Espectro de frecuencia
Frecuencia armónica
Frecuencia fundamental
Serie de Fourier
Simetría de media onda
Simetría impar
Simetría par

PLAN GENERAL

Formas de onda compuestas
Serie de Fourier
Serie de Fourier de formas de onda comunes
Espectro de frecuencias
Respuesta del circuito a una forma de onda no sinusoidal
Análisis de circuitos por computadora

OBJETIVOS

Después de estudiar este capítulo será capaz de:

- encontrar los coeficientes de la serie de Fourier de una forma de onda periódica simple mediante integración,
- usar las tablas para escribir el equivalente de Fourier de cualquier forma de onda periódica simple,
- dibujar el espectro de frecuencia de una forma de onda periódica, a partir de las amplitudes de varias armónicas en volts, watts o dBm,
- calcular la potencia disipada cuando se aplica una forma de onda compleja a una carga resistiva,
- determinar la salida de un circuito filtro a partir del espectro de frecuencia de la señal de entrada y la respuesta en frecuencia del filtro,
- utilizar PSpice para observar la respuesta real de un circuito filtro a una señal de entrada no sinusoidal.

Formas de onda no sinusoidales

25

RESUMEN DEL CAPÍTULO

En el análisis de circuitos de ca la atención se centró principalmente en las formas de ondas sinusoidales. Aunque la onda sinusoidal es la más común en los circuitos electrónicos, no es de ninguna manera la única señal que se usa en electrónica. En capítulos previos se observó cómo las señales sinusoidales se ven afectadas por las características de los componentes dentro de un circuito. Por ejemplo, si una senoide de 1 kHz se aplica a un circuito filtro pasabajas con una frecuencia de corte de 3 kHz, se sabe que la señal que aparecerá en la salida del filtro será en esencia igual que la señal que se aplicó en la entrada. Este efecto se ilustra en la figura 25-1.

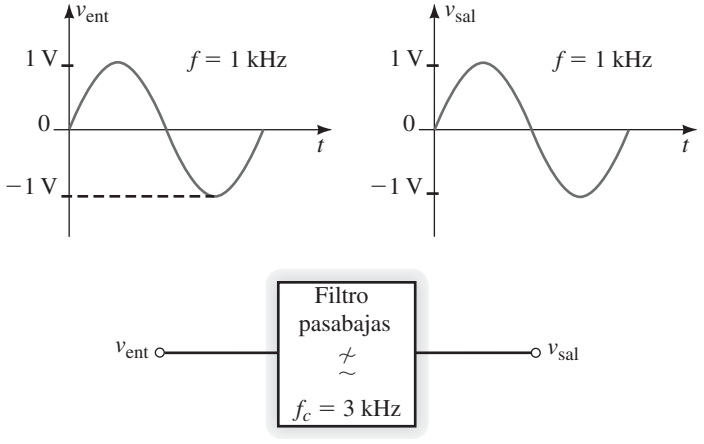


FIGURA 25-1

Naturalmente, se esperaría que el filtro pasabajas de 1 kHz permitiera el paso de cualquier otra señal de 1 kHz desde la entrada hasta la salida sin ser distorsionada. Por desgracia, este no es el caso.

En este capítulo se encontrará que cualquier forma de onda periódica está compuesta por numerosas formas de ondas sinusoidales, cada una con amplitud y frecuencia única. Como ya se ha visto, los circuitos como el filtro pasabajas y el circuito tanque resonante no permiten el paso de todas las frecuencias sinusoidales desde la entrada hasta la salida de la misma manera.

Como resultado, la señal de salida puede ser drásticamente diferente de la señal que se aplicó en la entrada. Por ejemplo, si se aplicara una onda cuadrada a un filtro pasabajas con una frecuencia de corte de 3 kHz, la salida aparecería como se muestra en la figura 25-2.

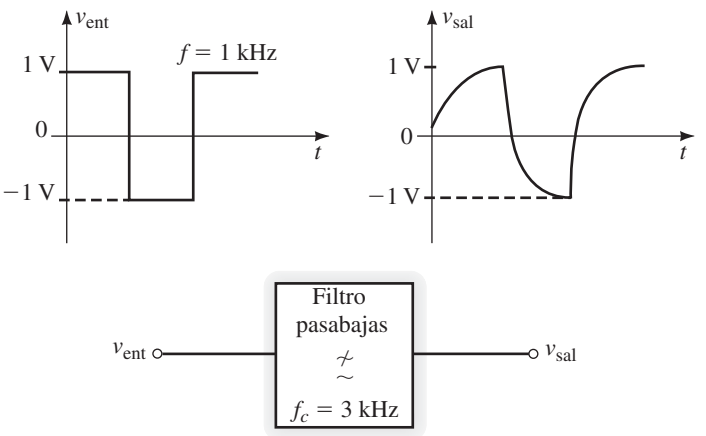


FIGURA 25-2

Aunque la frecuencia de la onda cuadrada es menor que la frecuencia de corte de 3 kHz del filtro, se encontrará que la onda cuadrada tiene muchos componentes de alta frecuencia que están por arriba de la frecuencia de corte. Son estos componentes los que se ven afectados por el filtro y ello resulta en la distorsión de la forma de onda en la salida.

Una vez que una forma de onda periódica se reduce a la suma de formas de onda sinusoidales, es una cuestión bastante sencilla determinar cómo varios componentes de frecuencia de la señal original serán afectados por el circuito. Entonces se puede encontrar la respuesta total del circuito a una forma de onda particular. ■

PERSPECTIVA HISTÓRICA



Jean Baptiste Joseph Fourier

FOURIER NACIÓ EN AUXERRE, Yonne, Francia, el 21 de marzo de 1768. Cuando era joven, Fourier estudió para ordenarse sacerdote en el monasterio de Saint-Benoit sur Loire, en contra de su voluntad. Sin embargo, su interés eran las matemáticas. En 1798, Fourier acompañó a Napoleón a Egipto, donde fue nombrado gobernador. Después de regresar a Francia, Fourier estuvo particularmente interesado en el estudio de la transferencia de calor entre dos puntos a diferentes temperaturas. Fue nombrado secretario copropietario de la Academia de Ciencias en 1822.

En 1807, Fourier anunció el descubrimiento de un teorema que lo hizo famoso. El teorema de Fourier establece que cualquier forma de onda periódica puede escribirse como la suma de una serie de funciones sinusoidales simples.

A partir de este teorema, Fourier fue capaz de desarrollar importantes teorías sobre la trasferencia de calor, que fueron publicadas en 1822 en un libro titulado *Teoría analítica del calor*.

Aunque aún se usa para describir la transferencia de calor, el teorema de Fourier se utiliza actualmente para predecir cómo operan los filtros y otros circuitos electrónicos cuando son sometidos a una función periódica no sinusoidal.

Fourier murió en París el 16 de mayo de 1830 como consecuencia de una caída de las escaleras. ■

25-1 Formas de onda compuestas

Cualquier forma de onda que esté configurada por dos o más formas de onda separadas se llama forma de onda compuesta. La mayoría de las señales que aparecen en los circuitos electrónicos se componen de combinaciones complicadas de niveles de cd y ondas sinusoidales. Considere el circuito y la señal de la figura 25-3.

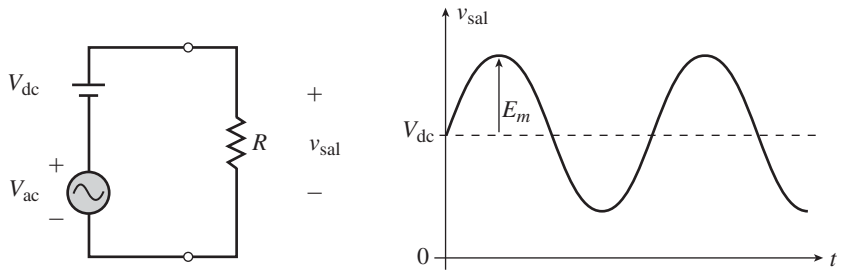


FIGURA 25-3

El voltaje que aparece en la carga está determinado por la superposición, que es la combinación de la fuente de ca en serie con una fuente de cd. El resultado es una onda seno con una compensación de cd. Como se puede esperar, cuando una onda compuesta se aplica a un resistor de carga, la potencia que resulta se determina al considerar los efectos de ambas señales. El voltaje rms de la forma de onda compuesta se determina como

$$V_{rms} = \sqrt{V_{dc}^2 + V_{ac}^2} \qquad \textbf{(25-1)}$$

donde V_{ca} es el valor rms del componente de ca de la forma de onda y se encuentra como $V_{ca} = \dfrac{E_m}{\sqrt{2}}$. La potencia suministrada a una carga se determina simplemente como

$$P_{carga} = \frac{V_{rms}^2}{R_{carga}}$$

El siguiente ejemplo ilustra este principio.

EJEMPLO 25-1

Determine la potencia suministrada a la carga si la forma de onda de la figura 25-4 se aplica a un resistor de 500 Ω.

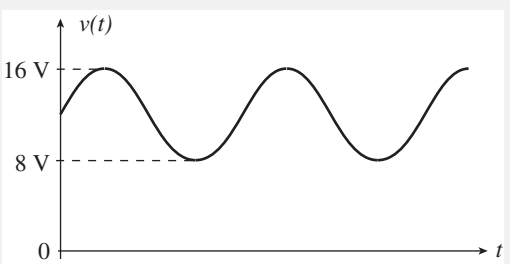


FIGURA 25-4

Solución Al examinar la forma de onda, se observa que el valor promedio es $V_{cd} = 12$ V y el valor pico de la sinusoide es $V_m = 16\text{ V} - 12\text{ V} = 4$ V. El valor rms de la forma de onda sinusoidal se determina como $V_{ac} = (0.707)(4\text{ V}) = 2.83$ V. Ahora se encuentra el valor rms de la onda compuesta como

$$\begin{aligned} V_{rms} &= \sqrt{(12\text{ V})^2 + (2.83\text{ V})^2} \\ &= \sqrt{152\text{ V}^2} \\ &= 12.3\text{ V} \end{aligned}$$

y así, la potencia suministrada a la carga es

$$P_{carga} = \frac{(12.3\text{ V})^2}{500\ \Omega} = 0.304\text{ W}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 1

Determine la potencia suministrada a la carga si la forma de onda de la figura 25-5 se aplica a un resistor de 200 Ω.

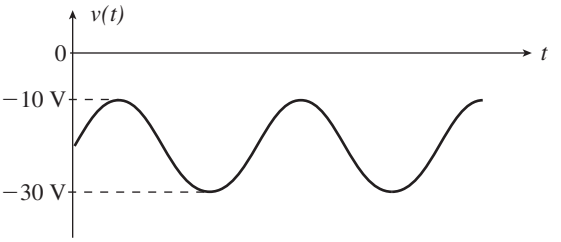


FIGURA 25-5

Respuesta
2.25 W

25-2 Serie de Fourier

En 1826, El barón Jean Baptiste Joseph Fourier desarrolló una rama de las matemáticas que se usa para expresar cualquier forma de onda periódica como una serie infinita de formas de onda sinusoidales. Aunque parece que se está convirtiendo una forma de onda simple a una forma más complicada, se encontrará que la expresión que resulta en realidad simplifica el análisis de muchos circuitos que responden de manera diferente a señales de varias frecuencias. Mediante el análisis de Fourier, cualquier forma de onda periódica puede escribirse como una suma de formas de onda sinusoidales como sigue:

$$f(t) = a_0 + a_1 \cos \omega t + a_2 \cos 2\omega t + \cdots + a_n \cos n\omega t + \cdots + b_1 \operatorname{sen} \omega t + b_2 \operatorname{sen} 2\omega t + \cdots + b_n \operatorname{sen} n\omega t + \cdots \quad \textbf{(25-2)}$$

NOTAS . . .

Para información adicional

Véase el CD. Haga clic en el Botón 4 *For Further Investigation* y seleccione *Fourier Series*.

Los coeficientes de los términos individuales de la **serie de Fourier** se encuentran al integrar la función original en un periodo completo. Los coeficientes se determinan como sigue

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t1 + T} f(t)\, dt \quad \textbf{(25-3)}$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t1 + T} f(t) \cos n\omega t\, dt \quad \textbf{(25-4)}$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t1 + T} f(t) \operatorname{sen} n\omega t\, dt$$

Observe que la ecuación 25-2 indica que la **serie de Fourier** de una función periódica puede contener tanto un componente seno como uno coseno en cada frecuencia. Estos componentes individuales se pueden combinar para dar una sola expresión como sigue:

$$a_n \cos nx + b_n \operatorname{sen} nx = a_n \operatorname{sen}(nx + 90°) + b_n \operatorname{sen} nx$$
$$= c_n \operatorname{sen}(nx + \theta)$$

donde

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad \textbf{(25-6)}$$

y

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{a_n}{b_n}\right) \quad \textbf{(25-7)}$$

Por tanto, el equivalente de Fourier de una forma de onda periódica puede simplificarse como sigue:

$$f(t) = a_0 + c_1 \operatorname{sen}(\omega t + \theta_1) + c_2 \operatorname{sen}(2\omega t + \theta_2) + \cdots$$

El término a_0 es una constante que corresponde al valor promedio de la forma de onda periódica y los coeficientes c_n dan las amplitudes de los diferentes términos sinusoidales. Observe que el primer término sinusoidal ($n = 1$) tiene la misma frecuencia que la forma de onda original. Este componente se conoce como la **frecuencia fundamental** de la forma de onda. Las demás frecuencias son múltiplos enteros de la frecuencia fundamental y se llaman **frecuencias armónicas**. Cuando $n = 2$, el término que resulta se llama la segunda armónica; cuando $n = 3$, se tiene la tercera armónica, etc. Mediante las ecuaciones 25-3 a 25-7, es posible deducir la serie de Fourier para cualquier función periódica.

EJEMPLO 25-2

Escriba la serie de Fourier para la forma de onda pulso que se observa en la figura 25-6.

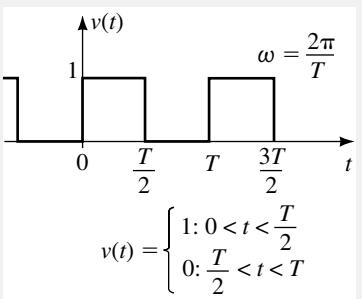


FIGURA 25-6

Solución Los coeficientes se calculan por integración como sigue:

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^{T/2}(1)\,dt + \frac{1}{T}\int_{T/2}^{T}(0)\,dt = \frac{1}{2}$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^{T/2}(1)\cos n\omega t\,dt + \frac{2}{T}\int_{T/2}^{T}(0)\,dt$$

$$= \frac{2}{T}\left[\left(\frac{1}{n\omega}\right)\operatorname{sen} n\omega t\right]_0^{T/2} = \frac{1}{n\pi}\operatorname{sen} n\pi = 0$$

Observe que todos los $a_n = 0$ ya que sen $n\pi = 0$ para todos los valores de n.

$$b_1 = \frac{2}{T}\int_0^{T/2}(1)\operatorname{sen}\omega t\,dt + \frac{2}{T}\int_{T/2}^{T}(0)\,dt$$

$$= \frac{2}{T}\left[-\left(\frac{1}{\omega}\right)\cos\omega t\right]_0^{T/2} = -\frac{1}{\pi}\left[\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)\right]_0^{T/2}$$

$$= -\frac{1}{\pi}[(-1) - (1)] = \frac{2}{\pi}$$

$$b_2 = \frac{2}{T}\int_0^{T/2}(1)\operatorname{sen} 2\omega t\,dt + \frac{2}{T}\int_{T/2}^{T}(0)\,dt$$

$$= \frac{2}{T}\left[-\left(\frac{1}{2\omega}\right)\cos 2\omega t\right]_0^{T/2}$$

$$= -\frac{1}{2\pi}\left[\cos\left(\frac{4\pi t}{T}\right)\right]_0^{T/2}$$

$$= -\frac{1}{2\pi}[(1) - (1)] = 0$$

$$b_3 = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} (1)\ \text{sen}\ 3\omega t\ dt + \frac{2}{T}\int_{T/2}^{T} (0)\ dt$$

$$= \frac{2}{T}\left[-\left(\frac{1}{3\omega}\right)\cos 3\omega t\right]_0^{T/2}$$

$$= -\frac{1}{3\pi}\left[\cos\left(\frac{6\pi t}{T}\right)\right]_0^{T/2}$$

$$= -\frac{1}{3\pi}[(-1) - (1)] = \frac{2}{3\pi}$$

Para todos los valores pares de n, se tiene $b_n = 2/n\pi$ ya que $n\pi = -1$. Los valores pares de n dan $b_n = 0$ ya que $\cos n\pi = 1$

La expresión general de la serie de Fourier para la onda pulso es por tanto

$$v(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\sum_1^{\infty} \frac{\text{sen}\ n\omega t}{n} \qquad n = 1, 3, 5, \ldots \tag{25-8}$$

Al examinar la expresión general para la onda pulso de la figura 25-6 se observan varias características importantes. La serie de Fourier confirma que tiene un valor promedio de $a_0 = 0.5$. Además, la onda pulso tiene solamente armónicas impares. En otras palabras, una onda pulso con una frecuencia de 1 kHz tendría componentes armónicos que ocurrirían a 3 kHz, 5 kHz, etc. Aunque la onda dada consiste en un número infinito de componentes sinusoidales, las amplitudes de los términos sucesivos disminuyen conforme se incrementa n.

Si se consideraran sólo los primeros cuatro componentes de frecuencia diferentes de cero de la onda pulso, se tendría la siguiente expresión:

$$v(t) = 0.5 + \frac{2}{\pi}\text{sen}\ \omega t + \frac{2}{3\pi}\text{sen}\ 3\omega t + \frac{2}{5\pi}\text{sen}\ 5\omega t + \frac{2}{7\pi}\text{sen}\ 7\omega t \tag{25-9}$$

La representación gráfica de la expresión anterior se muestra en la figura 25-7.

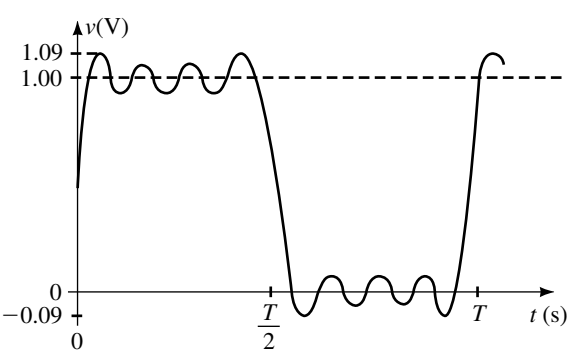


FIGURA 25-7

Aunque esta forma de onda no es idéntica a la onda pulso que se dio al inicio, se observa que las primeras cuatro armónicas diferentes de cero proporcionan una aproximación razonable de la forma de onda original.

Las deducciones de la serie de Fourier para ciertas formas de onda se simplifican debido a la simetría que ocurre en la forma de onda. Se examinarán tres tipos de simetría; par, impar y de media onda. Cada uno de ellos resulta en patrones consistentes en la serie de Fourier. Las formas de onda de la figura 25-8 son simétricas con respecto al eje vertical y se dice que tienen **simetría par** (o **simetría coseno**).

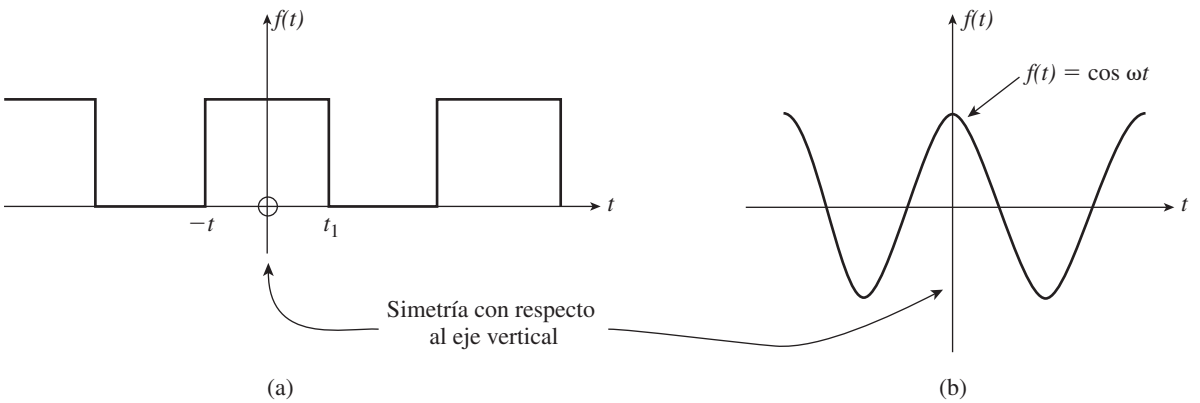


FIGURA 25-8 Simetría par (simetría coseno).

Las formas de onda con simetría par tienen siempre la forma

$$f(-t) = f(t) \qquad \text{(simetría par)} \tag{25-10}$$

Cuando se plantea la serie de Fourier de una forma de onda con simetría par, sólo contiene términos coseno (a_n) y posiblemente un término (a_0). Todos los términos seno (b_n) serán cero.

Si la porción de la forma de onda a la derecha del eje vertical en cada señal de la figura 25-9 se gira 180º, se sobrepondrá exactamente a la porción de la forma de onda a la izquierda del eje. Se dice que estas señales tienen **simetría impar**.

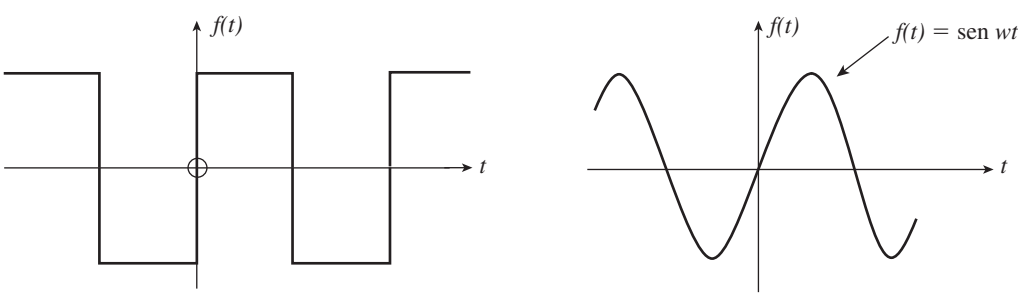


FIGURA 25-9 Simetría impar (simetría seno).

Las formas de onda con simetría impar siempre tendrán la forma

$$f(-t) = -f(t) \qquad \text{(simetría impar)} \tag{25-11}$$

Cuando se plantea la serie de Fourier de una forma de onda con simetría impar, sólo contendrá términos seno (b_n) y posiblemente un término a_0. Todos los términos coseno (a_n) serán cero.

Si la porción de la forma de onda debajo del eje horizontal en la figura 25-10 es la imagen en espejo de la porción por arriba del eje, se dice que la forma de onda tiene **simetría de media onda**.

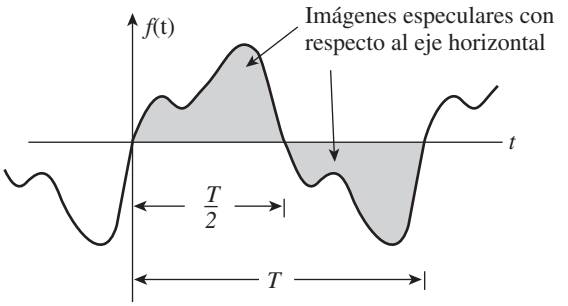


FIGURA 25-10 Simetría de media onda.

Las formas de onda que tienen simetría de media onda siempre tienen la forma

$$f(t + T) = -f(t) \qquad \text{(simetría de media onda)} \qquad \textbf{(25-12)}$$

Cuando se plantea la serie de Fourier de una forma de onda con simetría de media onda, se tendrán sólo armónicas impares y posiblemente un término a_0. Todos los términos de armónica par serán cero.

Con respecto de nuevo a la figura 25-6, se observa que tiene tanto simetría impar como simetría de media onda. Si se usan las reglas anteriores, se esperaría encontrar sólo términos seno y armónicas impares. De hecho, se observa que la ecuación 25-9 tiene estas condiciones.

PROBLEMAS PRÁCTICOS 2

Considere la función rampa que se muestra en la figura 25-11.

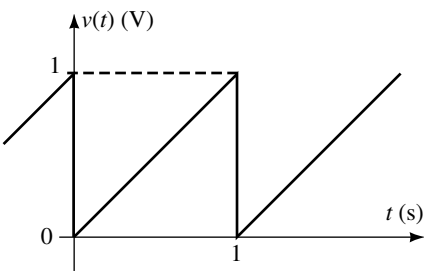


FIGURA 25-11

a. ¿Esta forma de onda presenta simetría?

b. Use cálculo para determinar la expresión de Fourier para $v(t)$.

c. Verifique que el término a_0 de la serie de Fourier es igual al valor promedio de la forma de onda.

d. A partir de la expresión de Fourier, ¿la función rampa se compone de armónicas impares, armónicas pares o componentes de todas las armónicas? Justifique brevemente su respuesta.

Respuestas

a. Simetría impar.

b. $v(t) = 0.5 - \frac{1}{\pi}\text{sen}(2\pi t) - \frac{1}{2\pi}\text{sen}(4\pi t) - \frac{1}{3\pi}\text{sen}(6\pi t) \cdots$

c. $a_0 = 0.5$ V

d. Todos los componentes armónicos están presentes ya que la función no tiene simetría de media onda.

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 1

(Las respuestas están al final del capítulo)

Sin usar cálculo, determine un método para volver a plantear la expresión de la ecuación 25-9 para que represente una onda cuadrada con una amplitud de 1 V, como se ilustra en la figura 25-12. *Sugerencia*: observe que la onda cuadrada es similar a la forma de onda pulso, con la excepción que su valor promedio es cero y que el valor pico a pico es el doble que el de la onda pulso.

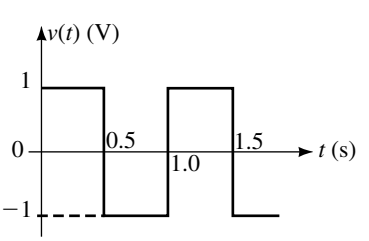
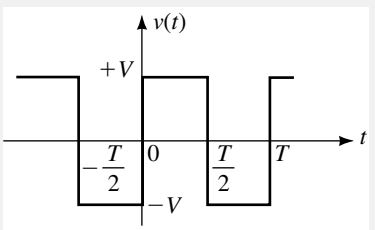


FIGURA 25-12

25-3 Serie de Fourier de formas de onda comunes

Todas las formas de onda periódicas pueden transformarse en su serie de Fourier equivalente mediante integración, como se demostró en la sección 25-2. La integración de formas de onda comunes lleva tiempo y es proclive a los errores. Un método más simple es usar tablas como la 25-1, la cual proporciona la serie de Fourier de varias formas de onda comunes que se encuentran en circuitos eléctricos.

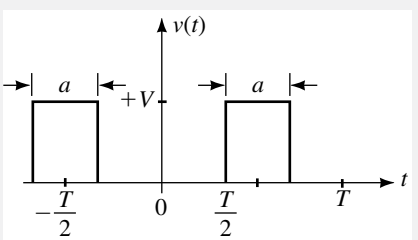
TABLA 25-1 Equivalentes de Fourier de formas de onda comunes ($\omega = 2\pi/T$)



$$V(t) = \begin{cases} -V, -\dfrac{T}{2} < t < 0 \\ +V, 0 < t < \dfrac{T}{2} \end{cases}$$

$$v(t) = \frac{4V}{\pi}\left(\sum_{1}^{\infty} \frac{\operatorname{sen} n\omega t}{n}\right) \qquad n = 1, 3, 5, \ldots$$

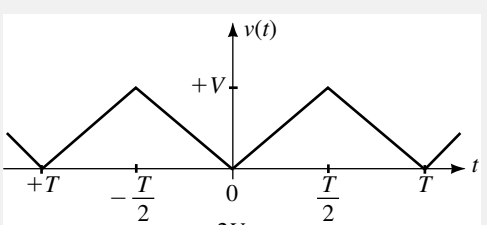
FIGURA 25-13



$$V(t) = \begin{cases} 0, -\dfrac{T}{2} + a/2 < t < \dfrac{T}{2} - a/2 \\ \text{V}, \dfrac{T}{2} - a/2 < t < \dfrac{T}{2} + a/2 \end{cases}$$

$$v(t) = \frac{aV}{T} + \frac{2V}{\pi}\left(\sum_{1}^{\infty} (-1)^n \frac{\operatorname{sen}\left(\dfrac{\pi na}{T}\right)\cos n\omega t}{n}\right) \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

FIGURA 25-14



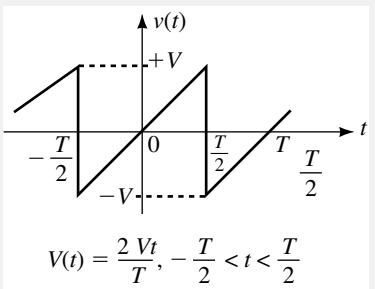
$$V(t) = \begin{cases} -\dfrac{2Vt}{T}, -\dfrac{T}{2} < t < 0 \\ \dfrac{2Vt}{T}, 0 < t < \dfrac{T}{2} \end{cases}$$

$$v(t) = \frac{V}{2} - \frac{4V}{\pi^2}\left(\sum_{1}^{\infty} \frac{\cos n\omega t}{n^2}\right) \qquad n = 1, 3, 5, \ldots$$

FIGURA 25-15

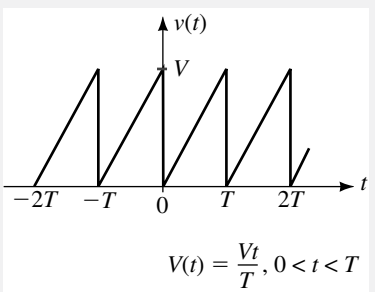
(*Continúa*)

TABLA 25-1 Equivalentes de Fourier de formas de onda comunes ($\omega = 2\pi/T$) *(Continuación)*



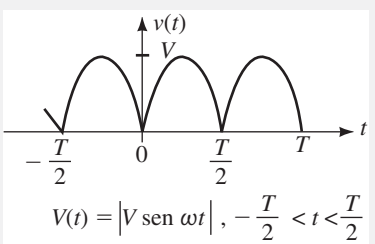
$$v(t) = -\frac{2V}{\pi}\left(\sum_{1}^{\infty}(-1)^n \frac{\operatorname{sen} n\omega t}{n}\right) \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

FIGURA 25-16



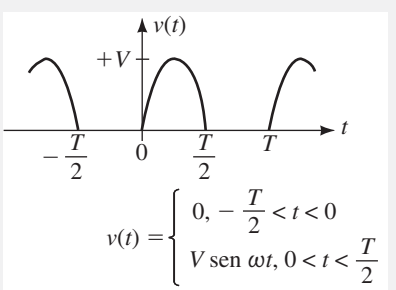
$$v(t) = \frac{V}{2} - \frac{V}{\pi}\left(\sum_{1}^{\infty}\frac{\operatorname{sen} n\omega t}{n}\right) \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

FIGURA 25-17



$$v(t) = \frac{2V}{\pi} - \frac{4V}{\pi}\left(\frac{\cos 2\omega t}{1\cdot 3} + \frac{\cos 4\omega t}{3\cdot 5} + \frac{\cos 6\omega t}{5\cdot 7} + \cdots\right)$$

FIGURA 25-18



$$v(t) = \frac{V}{\pi} + \frac{V}{2}\operatorname{sen}\omega t - \frac{2V}{\pi}\left(\frac{\cos 2\omega t}{1\cdot 3} + \frac{\cos 4\omega t}{3\cdot 5} + \frac{\cos 6\omega t}{5\cdot 7} + \cdots\right)$$

FIGURA 25-19

El siguiente ejemplo ilustra cómo una forma de onda dada se representa en su serie de Fourier equivalente.

EJEMPLO 25-3

Use la tabla 25-1 para determinar la serie de Fourier de la función rampa de la figura 25-20.

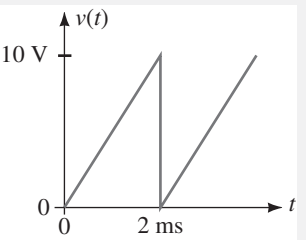


FIGURA 25-20

Solución La amplitud de la forma de onda es 10 V y la frecuencia angular de la fundamental es $\omega = 2\pi/(2\text{ ms}) = 1000\pi$ rad/s. La serie que resulta se determina a partir de la tabla 25-1 como sigue

$$\begin{aligned} v(t) &= \frac{10}{2} - \frac{10}{\pi}\text{sen } 1000\pi t - \frac{10}{2\pi}\text{sen } 2000\pi t \\ &\quad -\frac{10}{3\pi}\text{sen } 3000\pi t - \frac{10}{4\pi}\text{sen } 4000\pi t - \cdots \\ &= 5 - 3.18\text{ sen } 1000\pi t - 1.59\text{ sen } 2000\pi t \\ &\quad -1.06\text{ sen } 3000\pi t - 0.80\text{ sen } 4000\pi t - \cdots \end{aligned}$$

Si una forma de onda es similar a una de las que se muestran en la tabla 25-1 pero está desplazada a lo largo del eje del tiempo, es necesario incluir un desplazamiento de fase con cada uno de los términos sinusoidales. El desplazamiento de fase se determina como sigue:

1. Determine el periodo de la forma de onda.
2. Compare la forma de onda con las figuras que aparecen en la tabla 25-1 y seleccione cuál de las formas de onda describe mejor la onda dada.
3. Determine si la forma de onda está adelantada o atrasada con respecto a la figura que seleccionó de la tabla 25-1. Calcule el desplazamiento de fase como una fracción de t, del periodo total. Ya que un ciclo completo equivale a 360º, el desplazamiento de fase se determina como

$$\phi = \frac{t}{T} \times 360°$$

4. Escriba la expresión de Fourier que resulta para la forma de onda dada. Si está adelantada con respecto a la figura seleccionada de la tabla 25-1, entonces, adicione el ángulo ϕ a cada término. Si la forma de onda dada está atrasada con relación a la figura seleccionada, entonces reste el ángulo ϕ a cada término.

EJEMPLO 25-4

Escriba la expresión de Fourier para los primeros cuatro términos sinusoidales diferentes de cero de la forma de onda que se observa en la figura 25-21.

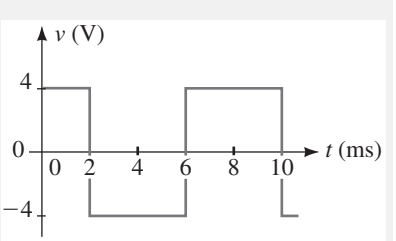


FIGURA 25-21

Solución **Paso 1:** el periodo de la forma de onda dada es $T = 8.0$ ms, lo cual da una frecuencia de $f = 125$ Hz o una frecuencia angular de $\omega = 250\pi$ rad/s.

Paso 2: a partir de la tabla 25-1, se observa que la forma de onda dada es similar a la onda cuadrada de la figura 25-13.

Paso 3: la forma de onda de la figura 25-21 se adelanta a la onda cuadrada de la figura 25-13 por una cantidad equivalente a $t = 2$ ms. Esto corresponde a un desplazamiento de fase de

$$\phi = \frac{2\text{ ms}}{8\text{ ms}} \times 360° = 90°$$

Paso 4: la expresión de Fourier para los primeros cuatro términos de la forma de onda de la figura 25-21 se escribe ahora como:

$$v(t) = \frac{4(4)}{\pi}\text{sen}(250\pi t + 90°) + \frac{4(4)}{3\pi}\text{sen}[3(250\pi t + 90°)] + \frac{4(4)}{5\pi}\text{sen}[5(250\pi t + 90°)] + \frac{4(4)}{7\pi}\text{sen}[7(250\pi t + 90°)]$$

La expresión anterior puede dejarse como la suma de ondas seno. Sin embargo, ya que la onda coseno se adelanta a la seno por 90º, es posible simplificar la expresión como una suma de ondas coseno sin el desplazamiento de fase. El resultado es el siguiente:

$$v(t) = 5.09 \cos 250\pi t - 1.70 \cos 750\pi t + 1.02 \cos 1250\pi t - 0.73 \cos 1750\ \pi t$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 3

Escriba las expresiones de Fourier para los primeros cuatro términos sinusoidales diferentes de cero de la forma de onda que se muestra en la figura 25-22. Exprese cada término como una onda seno en lugar de una onda coseno.

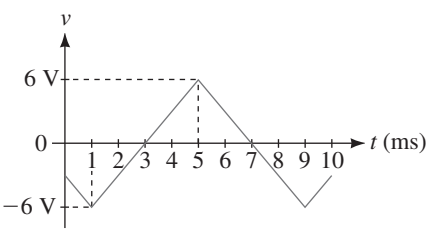


FIGURA 25-22

Respuesta

$$v(t) = \frac{48}{\pi^2}\text{sen}(250\pi t - 135°) + \frac{48}{3^2\pi^2}\text{sen}(750\pi t + 135°) + \frac{48}{5^2\pi^2}\text{sen}(1250\pi t + 45°) + \frac{48}{7^2\pi^2}\text{sen}(1750\pi t - 45°)$$

Entre las formas de onda de la tabla 25-1 se incluyen la mayoría de las formas de onda que se observan comúnmente. Sin embargo, en ocasiones una forma de onda particular se compone de varias formas de onda simples. En tales casos, por lo general es más fácil si primero se vuelve a dibujar la forma de onda original como la suma de dos o más formas de onda reconocibles. Entonces, se determina la serie de Fourier de cada onda individual. Por último, el resultado se expresa como la suma de las dos series.

EJEMPLO 25-5

Escriba los primeros cuatro términos sinusoidales diferentes de cero de la serie de Fourier para la forma de onda de la figura 25-23.

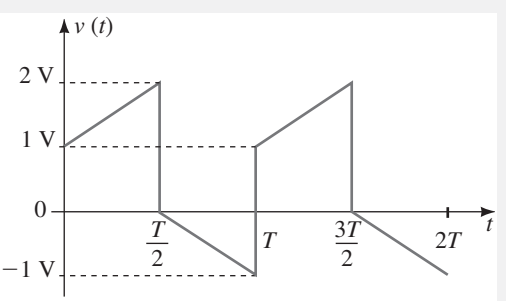


FIGURA 25-23

Solución La forma de onda de la figura 25-23 está compuesta de una combinación de ondas, como se ilustra en la figura 25-24.

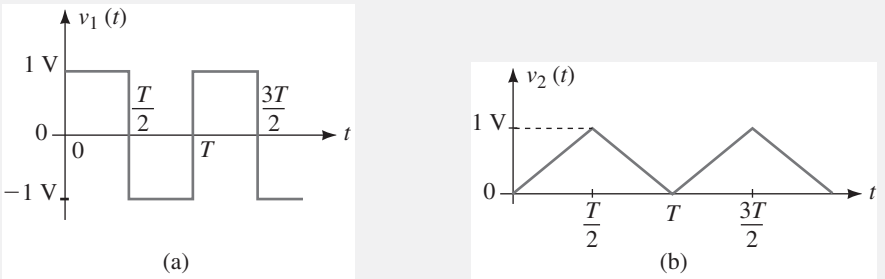


FIGURA 25-24

La serie de Fourier de cada una de las formas de onda se determina a partir de la tabla 25-1 como

$$v_1(t) = \frac{4}{\pi}\operatorname{sen}\omega t + \frac{4}{3\pi}\operatorname{sen} 3\omega t + \frac{4}{5\pi}\operatorname{sen} 5\omega t + \cdots$$

y

$$v_2(t) = \frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2}\cos\omega t - \frac{4}{3^2\pi^2}\cos 3\omega t - \frac{4}{5^2\pi^2}\cos 5\omega t - \cdots$$

Cuando estas series se suman algebraicamente se obtiene

$$\begin{aligned} v(t) &= v_1(t) + v_2(t) \\ &= 0.5 + 1.27\operatorname{sen}\omega t - 0.41\cos\omega t \\ &\quad + 0.42\operatorname{sen} 3\omega t - 0.05\cos 3\omega t \\ &\quad + 0.25\operatorname{sen} 5\omega t - 0.02\cos 5\omega t \\ &\quad + 0.18\operatorname{sen} 7\omega t - 0.01\cos 7\omega t \\ &\quad \vdots \end{aligned}$$

La serie anterior se puede simplificar todavía más mediante las ecuaciones 25-6 y 25-7 para proporcionar un solo coeficiente y desplazamiento de fase para cada frecuencia. La forma de onda que resulta se escribe como

$$\begin{aligned} v(t) = 0.5 &+ 1.34\operatorname{sen}(\omega t - 17.7°) + 0.43\operatorname{sen}(3\omega t - 6.1°) \\ &+ 0.26\operatorname{sen}(5\omega t - 3.6°) + 0.18\operatorname{sen}(7\omega t - 2.6°) \end{aligned}$$

PROBLEMAS PRÁCTICOS 4

Una forma de onda compuesta está conformada por la suma de las formas de onda que se ilustran en la figura 25-25.

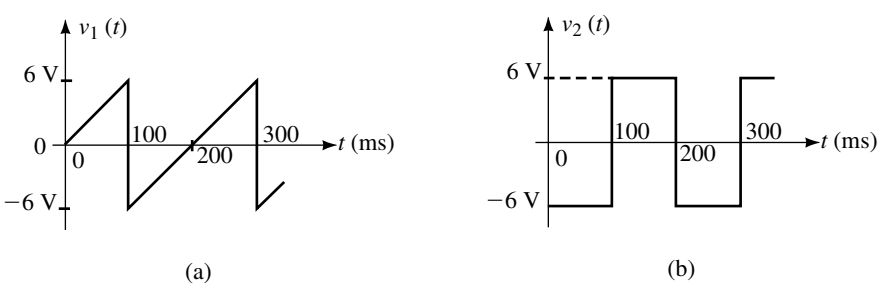


FIGURA 25-25

a. Dibuje la forma de onda compuesta, muestre todos los niveles de voltaje y los valores de tiempo.
b. Escriba la expresión de Fourier para la forma de onda que resulta, $v(t)$.

Respuestas

a.

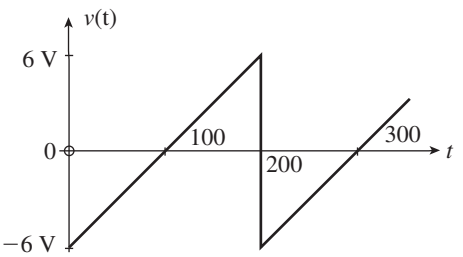


FIGURA 25-26

b. $v(t) = \frac{12}{\pi}\text{sen}(10\pi t) - \frac{36}{2\pi}\text{sen}(20\pi t) + \frac{12}{3\pi}\text{sen}(30\pi t) - \cdots$

PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE 2

(Las respuestas están al final del capítulo)

Considere la forma de onda compuesta de la figura 25-27:

a. Separe la forma de onda dada en dos formas de onda reconocibles que aparezcan en la tabla 25-1.
b. Use la tabla 25-1 para escribir la serie de Fourier de cada una de las formas de onda componentes de (a).
c. Combine los resultados para determinar la serie de Fourier para $v(t)$.

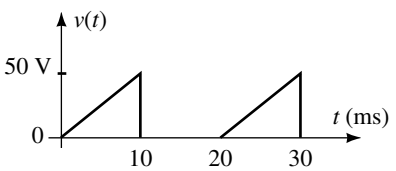
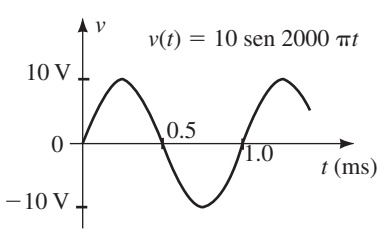


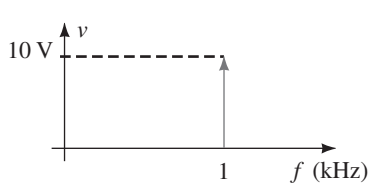
FIGURA 25-27

25-4 Espectro de frecuencias

La mayoría de las formas de onda que se han observado se mostraron por lo general como una función del tiempo. Sin embargo, también pueden representarse como una función de la frecuencia. En tales casos, la amplitud de cada armónica se indica a la frecuencia apropiada. La figura 25-28 muestra el despliegue de una onda seno de 1 kHz tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia, mientras la figura 25-29 ilustra el correspondiente despliegue para una forma de onda pulso.

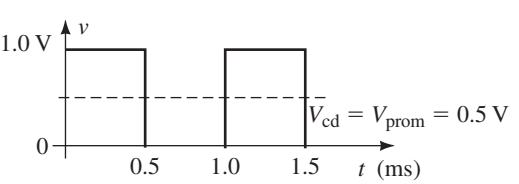


(a) Despliegue en el dominio del tiempo de una onda seno de 1 kHz

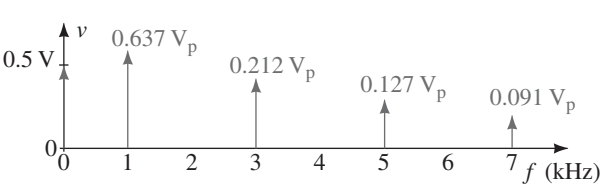


(b) Despliegue en el dominio de la frecuencia de una onda seno de 1 kHz

FIGURA 25-28



(a) Despliegue en el dominio del tiempo de una onda pulso de 1 kHz



(b) Despliegue en el dominio de la frecuencia de una onda pulso de 1 kHz

FIGURA 25-29

El **espectro de frecuencia** de una onda pulso muestra el valor promedio (o el valor de cd) de la onda a una frecuencia de 0 kHz e ilustra la ausencia de armónicas. Observe que la amplitud de los sucesivos componentes armónicos disminuye con rapidez.

El voltaje rms de la forma de onda compuesta de la figura 25-29 se determina mediante el valor rms en cada frecuencia. El voltaje rms que resulta se encuentra con

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{V_{\text{cd}}^2 + V_1^2 + V_2^2 + V_3^2 + \cdots}$$

donde cada voltaje V_1, V_2, etc., representa el valor rms del correspondiente componente armónico. Si se usaran los primeros cinco términos diferentes de cero, se encontraría el valor rms de la onda pulso de la figura 25-29 como

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{(0.500)^2 + \left(\frac{0.637}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0.212}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0.127}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0.091}{\sqrt{2}}\right)^2}$$
$$= 0.698 \text{ V}$$

Este valor es ligeramente menor que el valor real de $V_{\text{rms}} = 0.707$ V.

Si la onda pulso se aplicara a un elemento resistivo, la potencia se disiparía como si cada componente de frecuencia hubiera sido aplicado de manera independiente. La potencia total se determina mediante la suma de las contribuciones individuales de cada frecuencia. Con el fin de calcular la potencia disipada en cada frecuencia sinusoidal, es necesario convertir primero los voltajes en valores rms. El espectro de frecuencia puede entonces representarse en términos de la potencia en lugar del voltaje.

EJEMPLO 25-6

Determine la potencia total disipada por un resistor de 50 Ω si se le aplicara la forma de onda pulso de la figura 25-29. Considere el componente de cd y las primeras cuatro armónicas. Indique los niveles de potencia (en watts) en una curva de distribución de potencia.

Solución La potencia disipada por cualquier resistor sometido a una componente de cd se determina como

$$P_0 = \frac{V_0^2}{R_L} = \frac{(0.5 \text{ V})^2}{50 \ \Omega} = 5.0 \text{ mW}$$

La potencia disipada por cualquier resistor sujeto a una frecuencia sinusoidal se determina mediante

$$P = \frac{V_{\text{rms}}^2}{R_L} = \frac{\left(\frac{V_P}{\sqrt{2}}\right)^2}{R_L} = \frac{V_P^2}{2R_L}$$

Para la onda pulso de la figura 25-29, la potencia debida a cada uno de los primeros cuatro componentes sinusoidales diferentes de cero se encuentra como sigue:

$$P_1 = \frac{\left(\frac{2 \text{ V}}{\pi}\right)^2}{(2)(50 \ \Omega)} = 4.05 \text{ mW}$$

$$P_3 = \frac{\left(\frac{2 \text{ V}}{3\pi}\right)^2}{(2)(50 \ \Omega)} = 0.45 \text{ mW}$$

$$P_5 = \frac{\left(\frac{2 \text{ V}}{5\pi}\right)^2}{(2)(50 \ \Omega)} = 0.16 \text{ mW}$$

$$P_7 = \frac{\left(\frac{2 \text{ V}}{7\pi}\right)^2}{(2)(50 \ \Omega)} = 0.08 \text{ mW}$$

La figura 25-30 muestra los niveles de potencia (en miliwatts) como una función de la frecuencia.

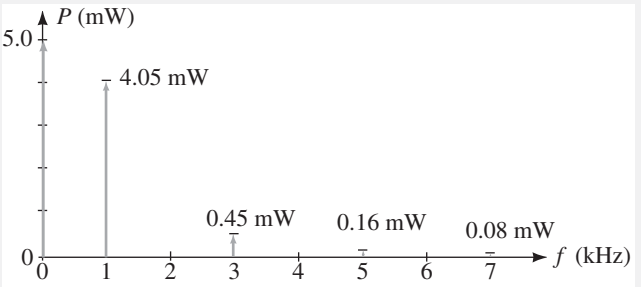


FIGURA 25-30

Si se usa sola el componente de cd y las primeras cuatro armónicas diferentes de cero, la potencia total disipada por el resistor es $P_T = 9.74$ mW. De acuerdo con el capítulo 15, el voltaje rms real de la forma de onda pulso se encuentra como

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{(1\text{ V})^2(0.5\text{ ms})}{1.0\text{ ms}}} = 0.707\text{ V}$$

Por tanto, con el voltaje rms, se encuentra que la potencia disipada por el resistor es

$$P = \frac{(0.707\text{ V})^2}{50\ \Omega} = 10.0\text{ mW}$$

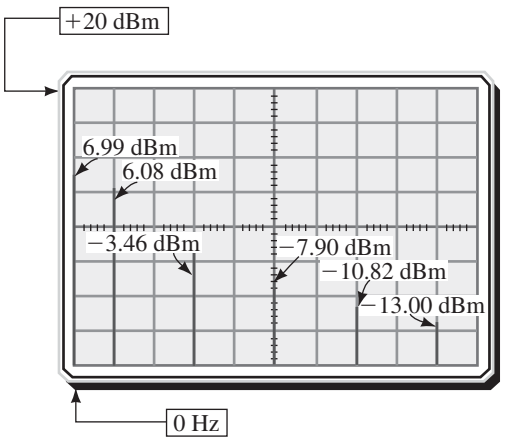
Aunque la forma de onda pulso tiene potencia contenida en los componentes con frecuencia por arriba de la séptima armónica, se observa que más de 97% de la potencia total de una forma de onda pulso estará contenida en sólo las primeras siete armónicas.

Los niveles de potencia y las frecuencias de las varias armónicas de una forma de onda periódica se miden con un instrumento llamado **analizador de espectro**, que se observa en la figura 25-31.



FIGURA 25-31 Analizador de espectro. *(Cortesía de Tektronix Inc.)*

Algunos analizadores de espectro son capaces de desplegar los niveles de voltaje o de potencia en el dominio de la frecuencia, mientras que la mayoría despliegan sólo los niveles de potencia (en dBm). Cuando se exhiben los niveles de potencia, el analizador de espectro suele usar una carga de referencia de 50 Ω. La figura 25-32 muestra el despliegue de una forma de onda pulso de 1.0 V como aparecería en un analizador de espectro típico.



Vertical: 5 dB/división
Horizontal: 1 kHz/división
Referencia: +20 dBm

FIGURA 25-32 Despliegue en el analizador de espectro de una onda pulso de 1 kHz que tiene un valor pico de 1 V.

Observe que el analizador de espectro tiene una referencia de +20 dBm y que ésta se muestra en la parte superior del despliegue en lugar de la inferior. La escala vertical del instrumento se mide en decibeles, cada división corresponde a 5 dB. El eje horizontal del analizador de espectro tiene una escala en hertz, cada división en la figura 25-32 corresponde a 1 kHz.

NOTAS PRÁCTICAS . . .

Los analizadores de espectro son instrumentos muy sensibles. De ahí que se deba tener mucho cuidado para asegurar que la potencia de entrada nunca exceda el máximo especificado. Si hay duda, es mejor insertar un atenuador adicional para bajar la cantidad de potencia que entra en el analizador de espectro.

EJEMPLO 25-7

Un analizador de espectro con una entrada de 50 Ω se usa para desplegar los niveles de potencia en dBm de los componentes de la serie de Fourier de la forma de onda rampa que se muestra en la figura 25-33.

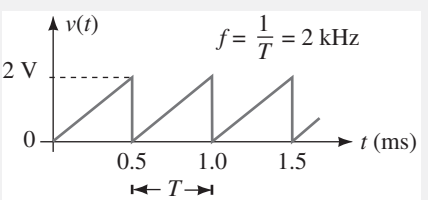


FIGURA 25-33

Determine el voltaje y los niveles de potencia de las diferentes componentes y bosqueje el despliegue resultante como se vería en el analizador de espectro. Suponga que el analizador de espectro tiene la misma configuración vertical y horizontal que se muestra en la figura 25-32.

Solución La serie de Fourier de la forma de onda dada se determina a partir de la tabla 25-1 como

$$v(t) = \frac{2}{2} - \frac{2}{\pi}\operatorname{sen}\,\omega t - \frac{2}{2\pi}\operatorname{sen}\,2\omega t - \frac{2}{3\pi}\operatorname{sen}\,3\omega t - \cdots$$

Debido a que la frecuencia fundamental ocurre en $f = 2$ kHz, se observa que las frecuencias armónicas ocurren en 4 kHz, 6 kHz, etc. Sin embargo, ya que el analizador de espectro es capaz de desplegar sólo hasta 10 kHz, no se necesita ir más allá.

El componente de cd tendrá un valor promedio de $v_0 = 1.0$ V, como se esperaba. Los valores rms de las formas de onda sinusoidales armónicas se determinan como sigue

$$V_{\text{rms}} = \frac{V_p}{\sqrt{2}}$$

con la cual se obtiene lo siguiente:

$$V_{1(\text{rms})} = \frac{2}{\pi\sqrt{2}} = 0.450 \text{ V}$$

$$V_{2(\text{rms})} = \frac{2}{2\pi\sqrt{2}} = 0.225 \text{ V}$$

$$V_{3(\text{rms})} = \frac{2}{3\pi\sqrt{2}} = 0.150 \text{ V}$$

$$V_{4(\text{rms})} = \frac{2}{4\pi\sqrt{2}} = 0.113 \text{ V}$$

$$V_{5(\text{rms})} = \frac{2}{5\pi\sqrt{2}} = 0.090 \text{ V}$$

Los voltajes rms anteriores se usan para calcular las potencias (y los niveles de potencia en dBm) de los varios componentes armónicos.

$$P_0 = \frac{(1.0 \text{ V})^2}{50\ \Omega} = 20.0 \text{ mW} \equiv 10 \log \frac{20 \text{ mW}}{1 \text{ mW}} = 13.0 \text{ dBm}$$

$$P_1 = \frac{(0.450 \text{ V})^2}{50\ \Omega} = 4.05 \text{ mW} \equiv 10 \log \frac{4.05 \text{ mW}}{1 \text{ mW}} = 6.08 \text{ dBm}$$

$$P_2 = \frac{(0.225 \text{ V})^2}{50\ \Omega} = 1.01 \text{ mW} \equiv 10 \log \frac{1.01 \text{ mW}}{1 \text{ mW}} = 0.04 \text{ dBm}$$

$$P_3 = \frac{(0.150 \text{ V})^2}{50\ \Omega} = 0.45 \text{ mW} \equiv 10 \log \frac{0.45 \text{ mW}}{1 \text{ mW}} = -3.5 \text{ dBm}$$

$$P_4 = \frac{(0.113 \text{ V})^2}{50\ \Omega} = 0.25 \text{ mW} \equiv 10 \log \frac{0.25 \text{ mW}}{1 \text{ mW}} = -6.0 \text{ dBm}$$

$$P_5 = \frac{(0.090 \text{ V})^2}{50\ \Omega} = 0.16 \text{ mW} \equiv 10 \log \frac{0.16 \text{ mW}}{1 \text{ mW}} = -7.9 \text{ dBm}$$

Un analizador de espectro indicaría un despliegue similar al que se observa en la figura 25-34.

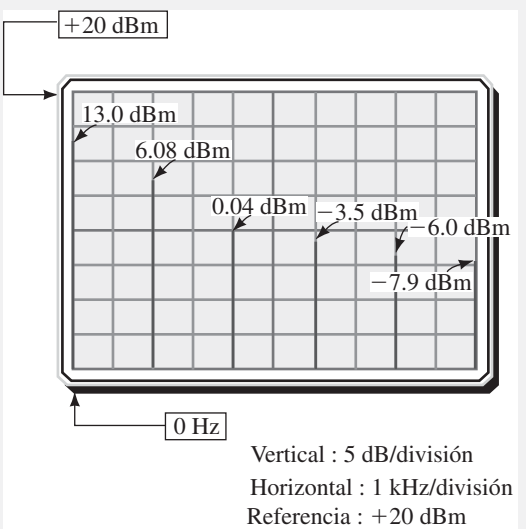


FIGURA 25-34

PROBLEMAS PRÁCTICOS 5

La forma de onda de diente de sierra de la figura 25-35 se aplica a un analizador de espectro de 50 Ω. Dibuje el despliegue que se observaría, suponga que el analizador de espectro tiene la misma configuración vertical y horizontal que se muestra en la figura 25-32.

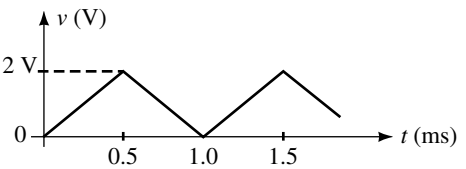


FIGURA 25-35

Respuestas
$P_{cd} = +13.0$ dBm, $P_{1kHz} = +8.2$ dBm, $P_{3kHz} = -10.9$ dBm, $P_{5kHz} = -19.8$ dBm. (Todos los demás componentes son menores que −20 dBm de manera que no aparecerán.)

25-5 Respuesta del circuito a una forma de onda no sinusoidal

Se ha determinado que todas las formas de onda no sinusoidales periódicas se conforman de muchos componentes sinusoidales junto con un componente de cd. En el capítulo 22 se observó de qué manera se veían afectadas varias frecuencias cuando se aplicaban a un determinado filtro. Ahora se examinará cómo se modifican los componentes de frecuencia de una forma de onda cuando se apliquen a la entrada de cierto filtro.

Considere qué pasa cuando una forma de onda pulso se aplica a un filtro pasabanda sintonizado en la tercera armónica, como se muestra en la figura 25-36.

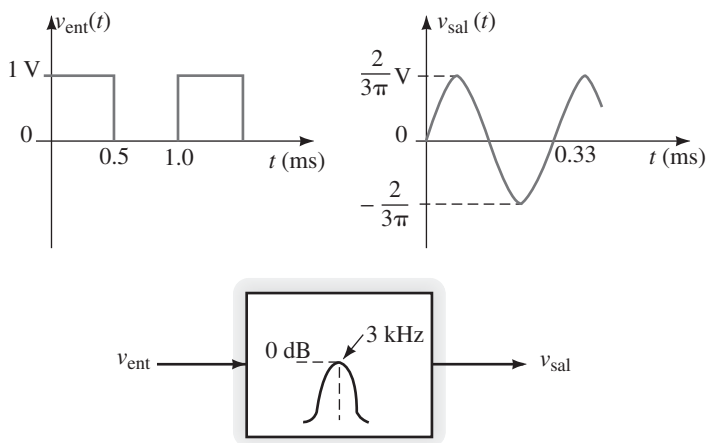


FIGURA 25-36

Ya que el filtro pasabanda está sintonizado en la tercera armónica, sólo los componentes de frecuencia correspondientes a ella pasarán desde la entrada del filtro hacia la salida. Además, debido a que el filtro tiene una ganancia de voltaje de 0 dB en la frecuencia central, la amplitud de la salida sinusoidal resultante será del mismo nivel de voltaje que la amplitud de la tercera armónica original. Las demás frecuencias, incluido el componente de cd, serán atenuadas por el filtro y eliminadas efectivamente en la salida.

Este método se usa ampliamente en circuitos electrónicos para proporcionar multiplicación de la frecuencia, ya que cualquier forma de onda distorsionada será rica en armónicas. El componente de frecuencia deseado se extrae con facilidad mediante un circuito filtro sintonizado. Aunque cualquier multiplicación de enteros es posible en teoría, la mayoría de los circuitos multiplicadores de frecuencia son duplicadores o triplicadores de frecuencia, ya que las armónicas de orden superior tienen amplitudes mucho más bajas.

Con el fin de determinar la forma de onda que resulta después de su paso a través de cualquier otro filtro, es necesario determinar la amplitud y desplazamiento de fase de los diversos componentes armónicos.

EJEMPLO 25-8

El circuito de la figura 25-37 tiene la respuesta en frecuencia que se muestra en la figura 25-38.

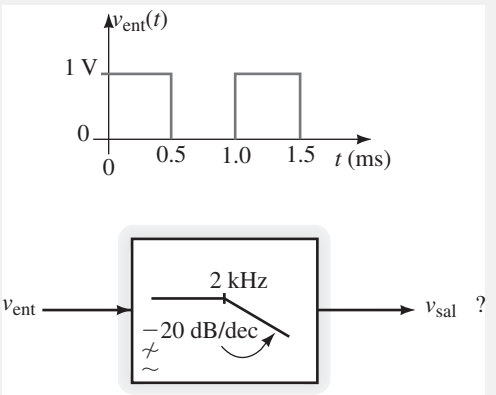


FIGURA 25-37

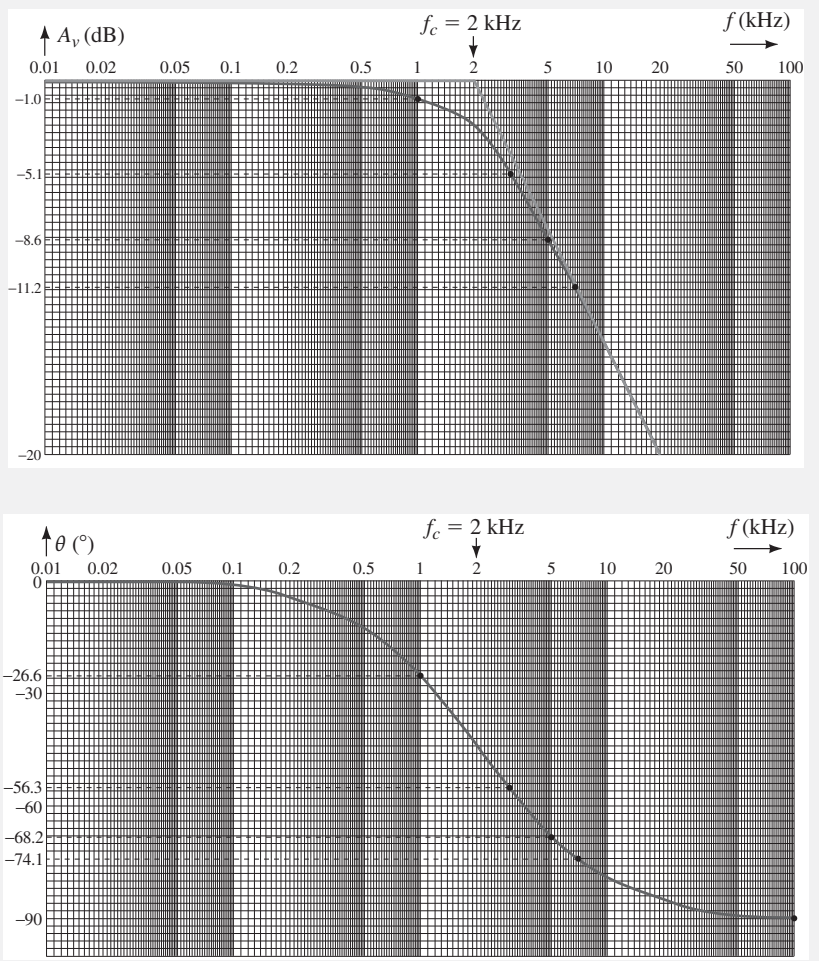


FIGURA 25-38

a. Determine el componente de cd en la salida del filtro pasabajas.
b. Calcule la amplitud y el correspondiente desplazamiento de fase de los primeros cuatro componentes sinusoidales diferentes de cero en la salida.

Solución

a. A partir de los ejemplos anteriores, se ha determinado que la forma de onda dada se expresa mediante la siguiente serie de Fourier:

$$v(t) = 0.5 + \frac{2}{\pi}\operatorname{sen}\,\omega t + \frac{2}{3\pi}\operatorname{sen}\,3\omega t + \frac{2}{5\pi}\operatorname{sen}\,5\omega t + \frac{2}{7\pi}\operatorname{sen}\,7\omega t$$

Ya que el circuito es un filtro pasabajas, se sabe que el componente de cd pasará de la entrada a la salida sin ser atenuado. Por tanto,

$$V_{0(\text{sal})} = V_{0(\text{ent})} = 0.5\ \text{Vdc}$$

b. Al examinar la respuesta en frecuencia de la figura 25-36, se observa que todos los componentes sinusoidales serán atenuados y desplazados en fase. A partir de las gráficas se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned}
&1\ \text{kHz}: \quad A_{V1} = -1.0\ \text{dB}, \quad \Delta\theta_1 = -26.6^\circ\\
&3\ \text{kHz}: \quad A_{V3} = -5.1\ \text{dB}, \quad \Delta\theta_3 = -56.3^\circ\\
&5\ \text{kHz}: \quad A_{V5} = -8.6\ \text{dB}, \quad \Delta\theta_5 = -68.2^\circ\\
&7\ \text{kHz}: \quad A_{V7} = -11.2\ \text{dB}, \quad \Delta\theta_7 = -74.1^\circ
\end{aligned}$$

Las amplitudes de las diversas armónicas en la salida del filtro se determinan como sigue:

$$V_{1(\text{sal})} = \left(\frac{2}{\pi}\right)10^{-1.0/20} = 0.567\ \text{V}_\text{p}$$

$$V_{3(\text{sal})} = \left(\frac{2}{3\pi}\right)10^{-5.1/20} = 0.118\ \text{V}_\text{p}$$

$$V_{5(\text{sal})} = \left(\frac{2}{5\pi}\right)10^{-8.6/20} = 0.047\ \text{V}_\text{p}$$

$$V_{7(\text{sal})} = \left(\frac{2}{7\pi}\right)10^{-11.2/20} = 0.025\ \text{V}_\text{p}$$

La serie de Fourier de la forma de onda de salida se aproxima a

$$\begin{aligned}
v(t) = {} & 0.5 + 0.567\ \operatorname{sen}\,(\omega t - 26.6^\circ) + 0.118\ \operatorname{sen}\,(3\,\omega t - 56.3^\circ)\\
& + 0.047\ \operatorname{sen}\,(5\,\omega t - 68.2^\circ) + 0.025\ \operatorname{sen}\,(7\,\omega t - 74.1^\circ)
\end{aligned}$$

Varios programas de diseño asistido por computadora (CAD, por sus siglas en inglés) y de aplicaciones matemáticas son capaces de generar un despliegue en el dominio del tiempo de una forma de onda a partir de una expresión matemática. Cuando la forma de onda anterior se grafica en el dominio del tiempo, aparece como la que se ilustra en la figura 25-39.

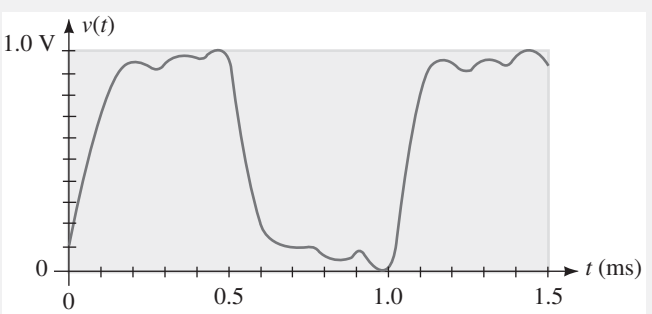


FIGURA 25-39

PROBLEMAS PRÁCTICOS 6

La forma de onda de voltaje de la figura 25-40 se aplica a un circuito filtro pasaaltas que tiene la respuesta en frecuencia que se muestra en la figura 25-41.

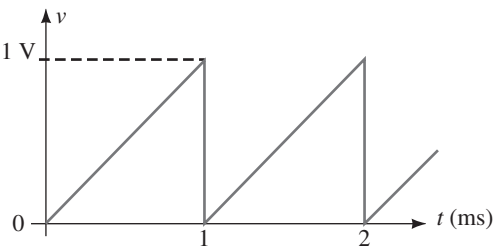
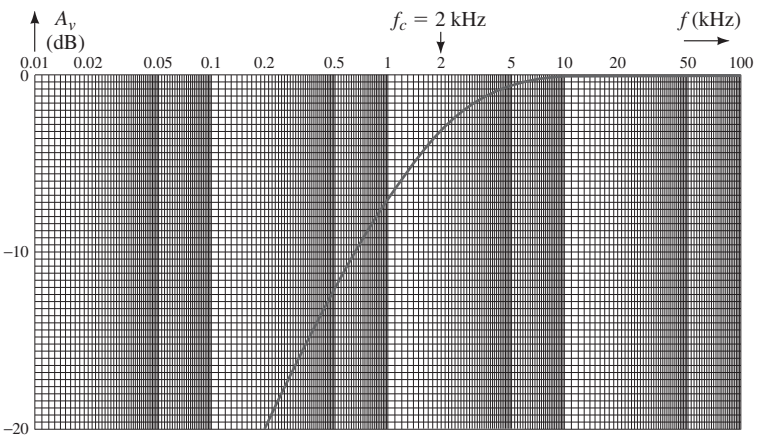
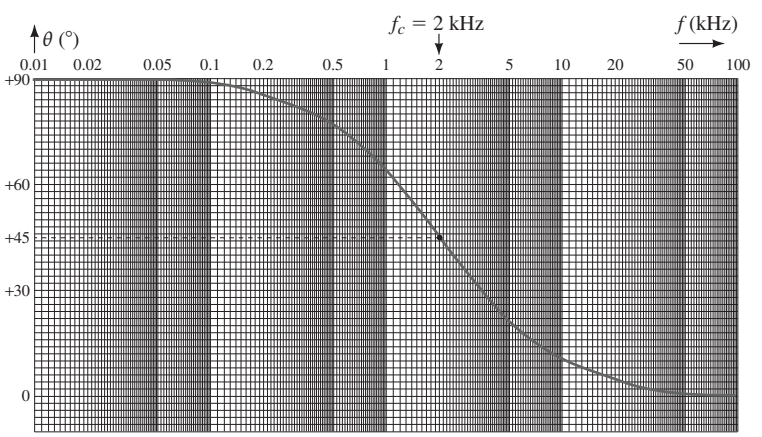


FIGURA 25-40



(a) Respuesta de ganancia de voltaje para un filtro pasaaltas



(b) Respuesta de desplazamiento de fase para un filtro pasaaltas

FIGURA 25-41

a. Determine el componente de cd en la salida del filtro pasaaltas.
b. Calcule la amplitud y el correspondiente desplazamiento de fase de los primeros cuatro componentes sinusoidales diferentes de cero en la salida.

Respuestas

a. cero
b. 1 kHz: 0.142 V_p, −116°
   2 kHz: 0.113 V_p, −135°
   3 kHz: 0.088 V_p, −147°
   4 kHz: 0.071 V_p, −154°

25-6 Análisis de circuitos por computadora

PSpice se puede usar para visualizar el espectro de frecuencia en la entrada y la salida de un determinado circuito. Al comparar la entrada y la salida se observa cómo cierto circuito distorsiona la forma de onda debido a la atenuación y desplazamiento de fase de los diversos componentes de la frecuencia.

En el siguiente ejemplo se usa un filtro pasabajas que tiene una frecuencia de corte de 3 kHz. Se observarán los efectos del filtro en una onda pulso de 1 V. Con el fin de completar el análisis requerido, es necesario configurar PSpice en forma correcta.

EJEMPLO 25-9

Use PSpice para determinar la serie de Fourier para las formas de onda en la entrada y la salida del circuito que se ilustra en la figura 25-42. Use el postprocesador Probe para obtener el despliegue tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia de las formas de onda en la entrada y la salida.

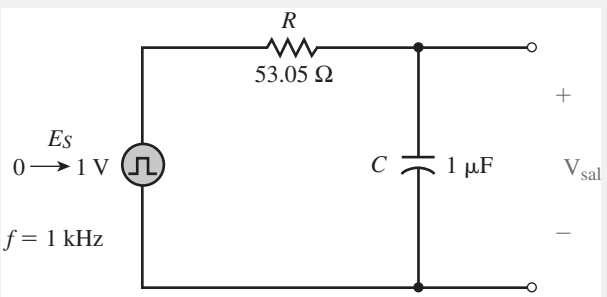


FIGURA 25-42

Solución El circuito se introduce como se muestra en la figura 25-43.

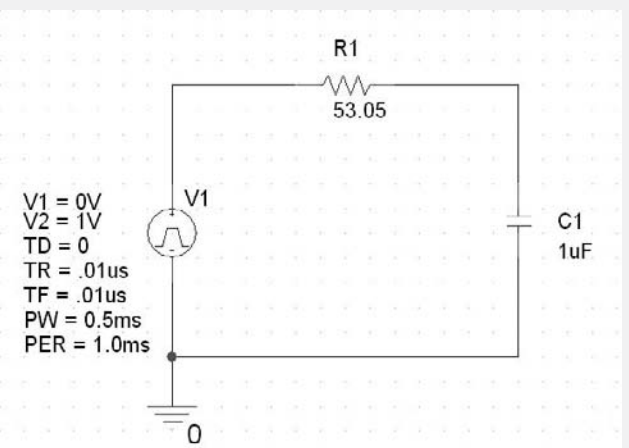


FIGURA 25-43

El voltaje de la fuente es un generador de pulsos y se obtiene a partir de la biblioteca SOURCE a través de VPULSE. Las propiedades del generador de pulsos se establecen como sigue: V1 = **0V**, V2 = **1V**, TD = **0**, TR = **0.01us**, TF = **0.01us**, PW = **0.5ms**, PER = **1.0ms**.

Se comienza el análisis estableciendo la configuración de la simulación para el análisis en Time Domain (Transient). Se fija el tiempo en **2.0ms** y el tamaño de paso máximo de establece en **2us**. Ahora el análisis se puede ejecutar.

Una vez en la ventana Probe, se desplegarán las formas de onda de la entrada y la salida de manera simultánea. Haga clic en *Trace* y luego en *Add Trace*. In-

corpore **V(V1:+)**, **V(C1:1)** en la caja de diálogo Trace Expression. Verá la salida en el dominio del tiempo como se observa en la figura 25-44.

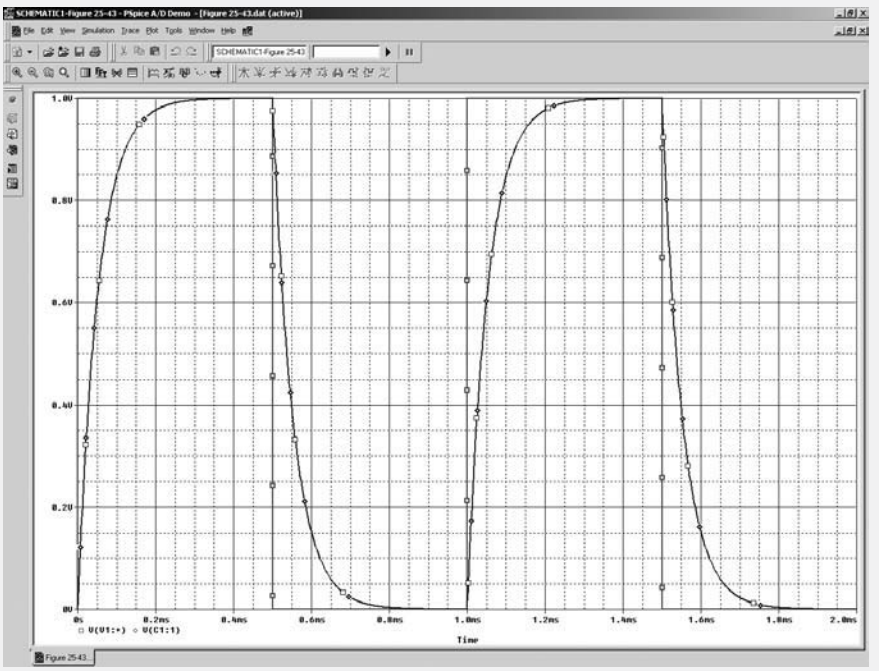


FIGURA 25-44

Con el fin de obtener el despliegue en el dominio de la frecuencia, simplemente haga clic en *Trace* y Fourier. Será necesario ajustar el intervalo de la abscisa haciendo clic en *Plot* y luego en *Axis Settings*. Dé clic en la pestaña X Axis y cambie el intervalo de 0Hz a 10kHz. El despliegue aparecerá como se muestra en la figura 25-45.

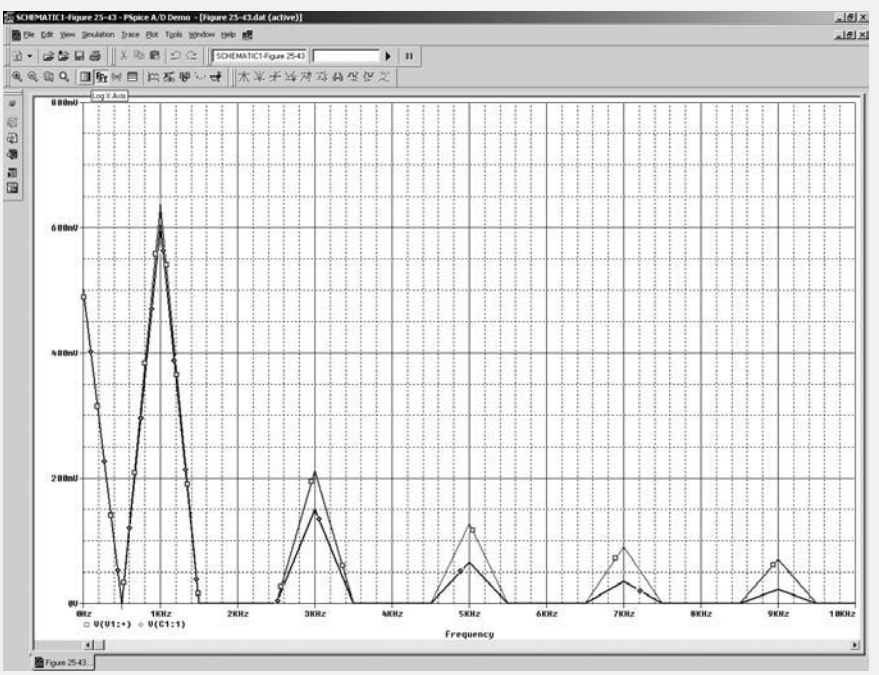


FIGURA 25-45

Observe que el voltaje de salida de la tercera armónica (3 kHz) es aproximadamente 0.15 V, mientras el voltaje de entrada de la misma armónica es aproximadamente 0.21 V. Como se esperaba, esto representa más o menos 3 dB de atenuación entre la entrada y la salida a la frecuencia de corte.

PUESTA EN PRÁCTICA

Un método para construir un circuito multiplicador de frecuencia es generar una señal que sea "rica" en armónicas. Un rectificador de onda completa es un circuito que convierte una onda seno (la cual consiste de un componente de una sola frecuencia) en una que aparece como se muestra en la figura 25-17. Como se ve, la forma de onda en la salida del rectificador de onda completa está compuesta de un número infinito de componentes armónicos. Al aplicar esta señal a un filtro pasabanda estrecho, es posible seleccionar cualquiera de los componentes. La salida que resulta será una onda seno pura a la frecuencia deseada.

Si una onda seno con una amplitud de 10 V se aplica a un rectificador de onda completa, ¿cuál será la amplitud y frecuencia en la salida de un filtro pasivo sintonizado en la tercera armónica? Suponga que no hay pérdidas en el rectificador de onda completa o en el filtro.

PROBLEMAS

25-1 Formas de onda compuestas

1. a. Determine el voltaje rms de la forma de onda que se muestra en la figura 25-46.
   b. Si esta forma de onda se aplica a un resistor de 50 Ω, ¿cuánta potencia disipará el resistor?

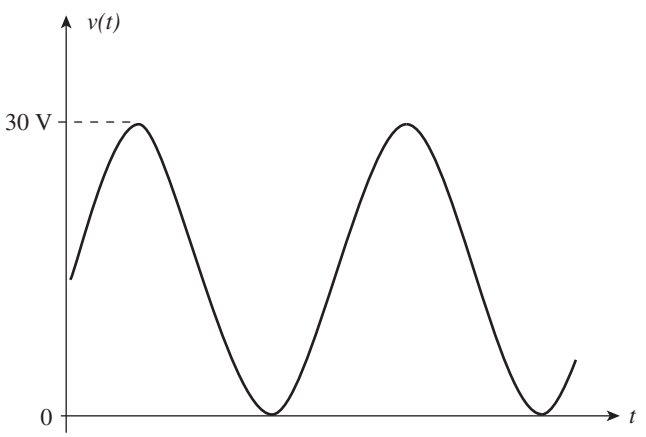


FIGURA 25-46

2. Repita el problema 1 si la forma de onda de la figura 25-47 se aplica a un resistor de 250 Ω.

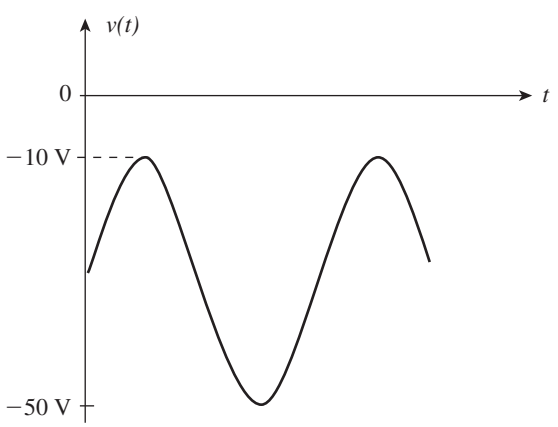


FIGURA 25-47

3. Repita el problema 1 si la forma de onda de la figura 25-48 se aplica a un resistor de 2.5 kΩ.
4. Repita el problema 1 si la forma de onda de la figura 25-49 se aplica a un resistor de 10 kΩ.

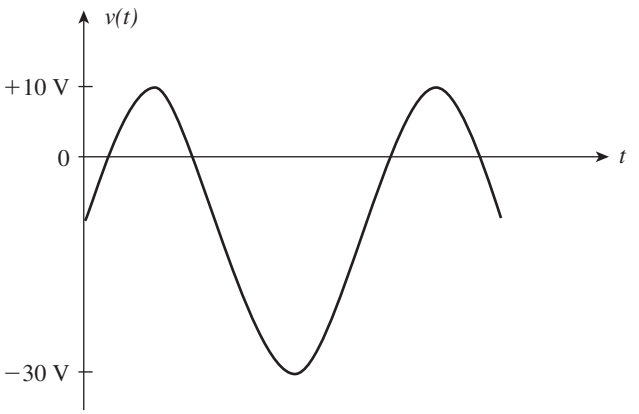


FIGURA 25-48

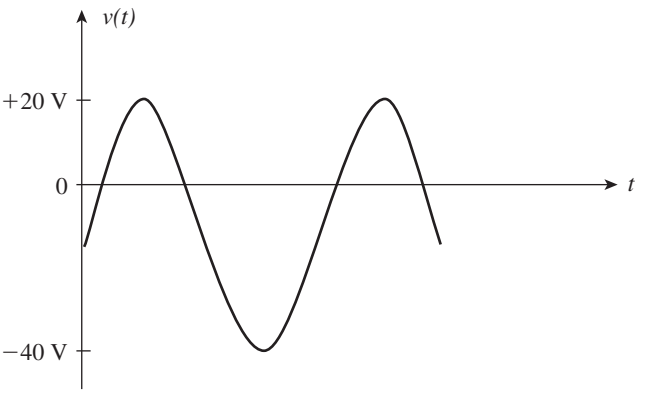


FIGURA 25-49

25-2 Serie de Fourier

∫ **5.** Use cálculo para deducir la serie de Fourier de la forma de onda que se ilustra en la figura 25-50.

6. ∫ Repita el problema 5 para las formas de onda de la figura 25-51.

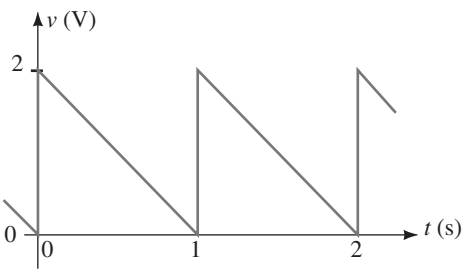
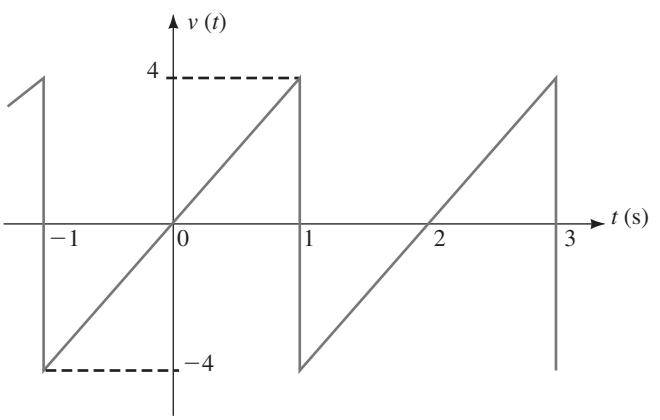


FIGURA 25-50



∫

FIGURA 25-51

25-3 Serie de Fourier de formas de onda comunes

7. Use la tabla 25-1 para determinar la serie de Fourier para la forma de onda de la figura 25-52.
8. Repita el problema 7 para la forma de onda de la figura 25-53.

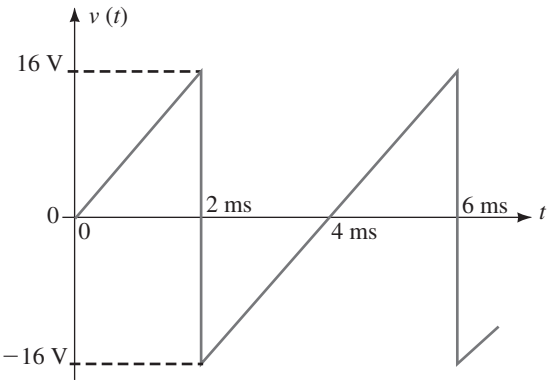


FIGURA 25-52

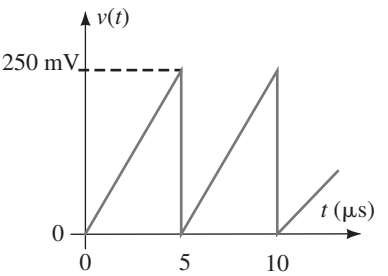


FIGURA 25-53

9. Repita el problema 7 para la forma de onda de la figura 25-54.
10. Repita el problema 7 para la forma de onda de la figura 25-55.
11. Escriba la expresión que incluya los primeros cuatro términos sinusoidales de la serie de Fourier de la forma de onda de la figura 25-56.

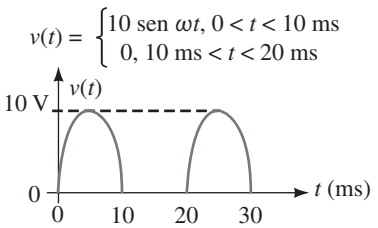


FIGURA 25-54

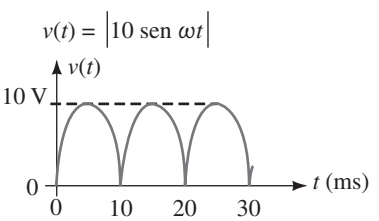


FIGURA 25-55

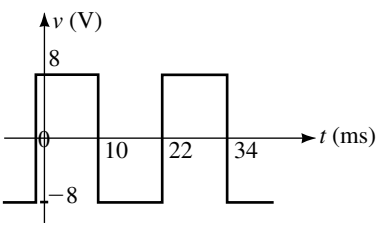


FIGURA 25-56

12. Repita el problema 11 para la forma de onda de la figura 25-57.

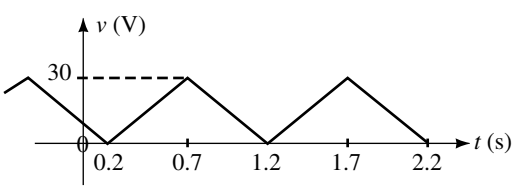


FIGURA 25-57

13. Una forma de onda compuesta está formada por las dos ondas periódicas que se muestran en la figura 25-58.
    a. Dibuje la forma de onda resultante.
    b. Escriba la serie de Fourier de las formas de onda dadas.
    c. Determine la serie de Fourier de la que resulte.

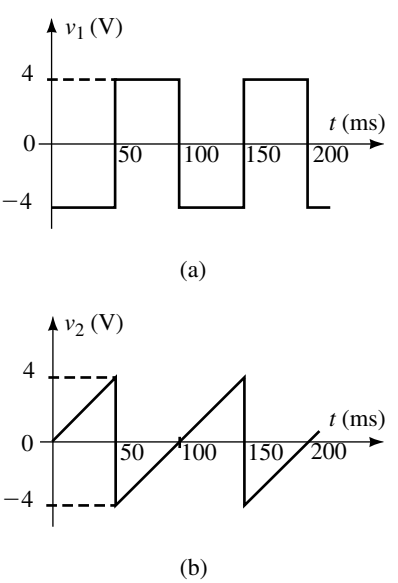
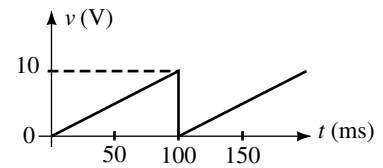
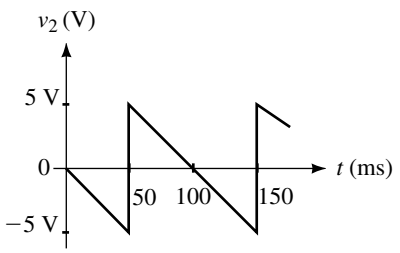


FIGURA 25-58

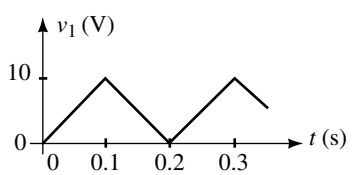


(a)



(b)

FIGURA 25-60



(a)

FIGURA 25-61

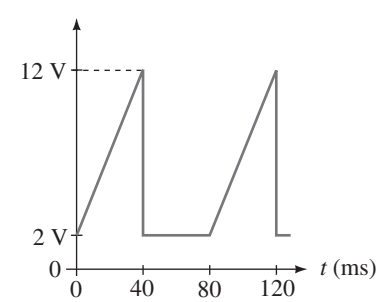
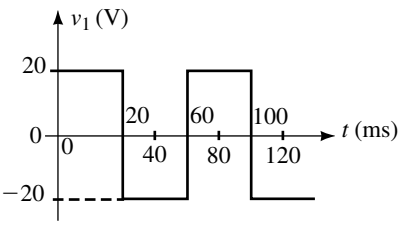
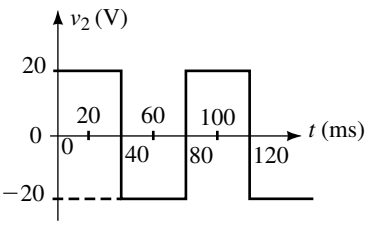


FIGURA 25-63

14. Repita el problema 13 para las formas de onda periódicas que se muestran en la figura 25-59.



(a)



(b)

FIGURA 25-59

15. Una forma de onda compuesta está conformada por las dos ondas periódicas que se ilustran en la figura 25-60.

a. Dibuje la forma de onda resultante.

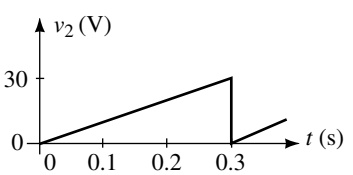
b. Encuentre el valor de cd de la resultante.

c. Escriba la serie de Fourier de las formas de ondas dadas.

d. Determine la serie de Fourier de la resultante.

16. Repita el problema 15 para las formas de onda que se muestran en la figura 25-61.

17. La forma de onda de la figura 25-62 está compuesta por dos formas de onda fundamentales de la Tabla 25-1. Dibuje las dos formas de onda y determine la serie de Fourier de la onda compuesta.



(b)

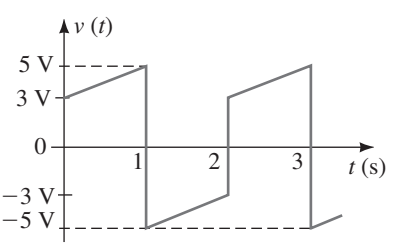


FIGURA 25-62

18. La forma de onda de la figura 25-63 está compuesta por un voltaje de cd combinado con dos formas de onda fundamentales de la tabla 25-1. Determine el voltaje de cd y dibuje las dos formas de onda. Determine la serie de Fourier de la onda compuesta.

25-4 Espectro de frecuencias

19. Determine la potencia total disipada por un resistor de 50 Ω, si la forma de onda de voltaje de la figura 25-52 se aplica al resistor. Considere el componente de cd y las cuatro primeras armónicas diferentes de cero. Indique los niveles de potencia (en watts) en una curva de distribución de frecuencia.

20. Repita el problema 19 para la forma de onda de la figura 25-53.

21. Un analizador de espectro con una entrada de 50 Ω se usa para medir los niveles de potencia en dBm de los componentes de la serie de Fourier de la forma de onda de la figura 25-54. Determine los niveles de potencia (en dBm) del componente de cd y de los primeros cuatro componentes armónicos diferentes de cero. Dibuje el despliegue que resulta cómo podría aparecer en el analizador de espectro.

22. Repita el problema 21 si la forma de onda de la figura 25-55 se aplica a la entrada del analizador de espectro.

25-5 Respuesta del circuito a una forma de onda no sinusoidal

23. El circuito de la figura 25-64 tiene la respuesta en frecuencia que se observa en la figura 25-65.

a. Determine el componente de cd en la salida del filtro.
b. Calcule la amplitud y el correspondiente desplazamiento de fase de los cuatro primeros componentes sinusoidales diferentes de cero en la salida.

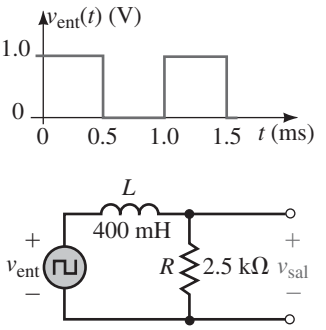


FIGURA 25-64

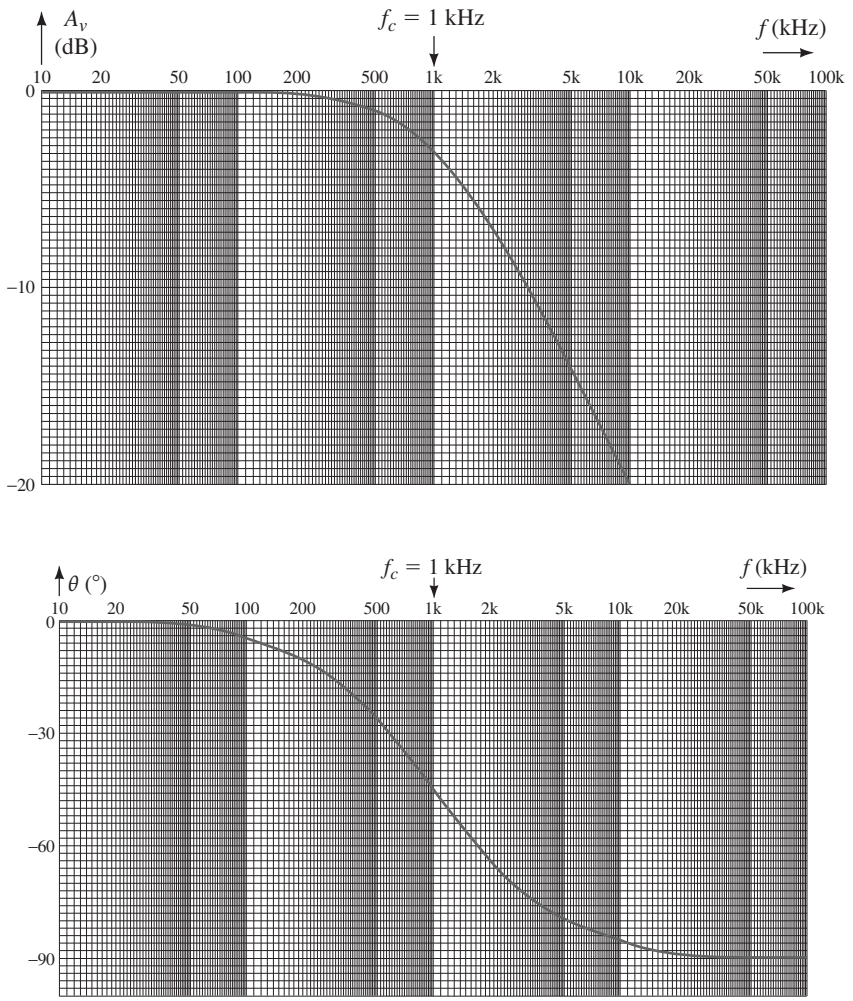


FIGURA 25-65

24. Repita el problema 23 para las figuras 25-66 y 25-67.

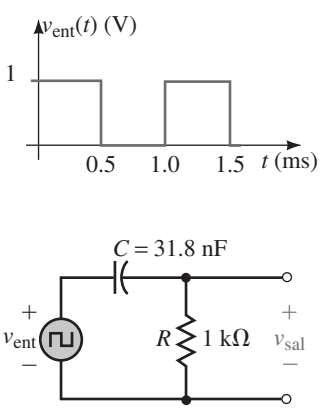


FIGURA 25-66

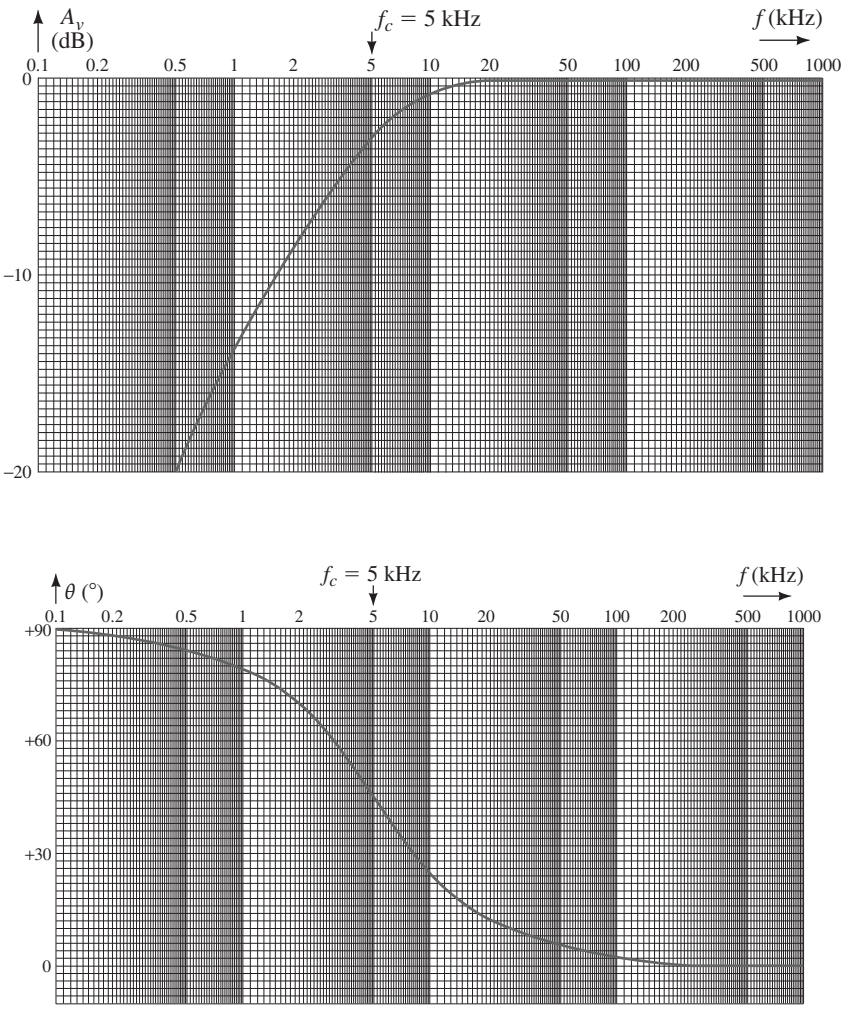


FIGURA 25-67

25-6 Análisis de circuitos por computadora

PSpice

25. Use PSpice para encontrar la serie de Fourier tanto en la entrada como en la salida de las formas de onda del circuito de la figura 25-64. Utilice el postprocesador Probe para obtener un despliegue en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia de la forma de onda en la salida. Compare sus resultados con los que obtuvo en el problema 23.

PSpice

26. Repita el problema 25 para el circuito de la figura 25-66. Compare sus resultados con los que obtuvo en el problema 24.

✓ RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS INTERMEDIOS DE VERIFICACIÓN DE APRENDIZAJE

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 1

La forma de onda de la figura 25-12 tiene un valor promedio de cero. Por tanto, $a_0 = 0$. La forma de onda también tiene un valor pico a pico que es el doble del de la figura 25-6, lo cual significa que la amplitud de cada armónica debe ser duplicada.

$$v(t) = \frac{4}{\pi}\text{sen } \omega t + \frac{4}{3\pi}\text{sen } 3\omega t + \frac{4}{5\pi}\text{sen } 5\omega t + \cdots$$

Problemas intermedios de verificación de aprendizaje 2

a. Figura 25-15 con $V_m = 25$ V y $T = 20$ ms

b. Figura 25-16 con $V_m = 25$ V y $T = 20$ ms

c. $v(t) = 12.5 + 18.9 \text{ sen}(100\pi t - 32.48°) - 7.96 \text{ sen}(200\pi t) + 5.42 \text{ sen}(300\pi t - 11.98°) - 3.98 \text{ sen}(400\pi t)$

PSpice y Multisim

APÉNDICE
A

En este libro se usa la versión de muestra de Orcad 10.5, la edición actual de PSpice al momento de escribirlo, véase la Nota 1. (Se puede obtener una descarga gratis a partir de http://www.orcad.com/download.orcaddemo.aspx.) Como ayuda para su inicio (y con el fin de proporcionar una referencia actualizada), se ha elaborado este apéndice. Además, en el CD que acompaña a este libro (véase la Nota 2.) se incluye una presentación en video que muestra paso a paso en una pantalla de computadora real cómo crear y ejecutar una simulación de Pspice.

A-1 PSpice

Cómo empezar

Para realizar una simulación con PSpice, primero se debe crear el circuito que se desea en la pantalla, un proceso que se conoce como "captura del esquema". Para este propósito, Orcad incluye un editor de esquema llamado "Capture", véase las Notas 4, 5 y 7. Para abrir el editor, dé doble clic en el icono CIS Capture Demo en la pantalla (o haga clic en Start, seleccione Programs/OrCAD 10.5 Demo/Capture CIS Demo) para abrir *Session Log,* luego haga clic en el icono Create Document (o use la secuencia de teclas *File*/*New*/Proyect). La Pantalla de la figura A-1 debe aparecer.

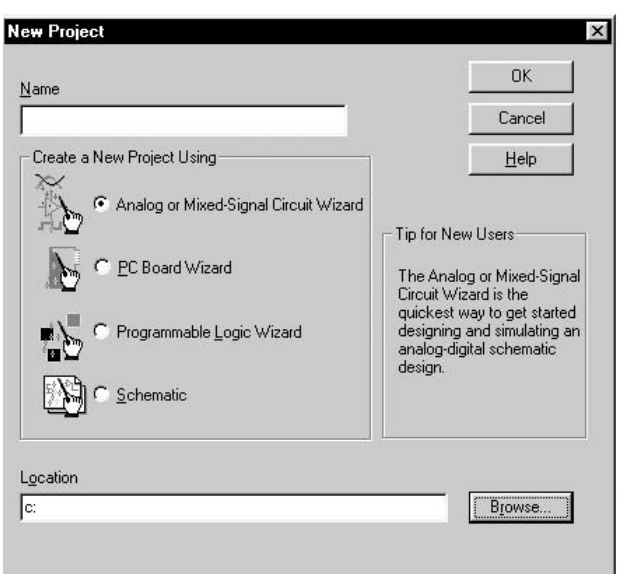


FIGURA A-1 Pantalla de nuevo royecto.

- En la caja *Name*, teclee el nombre que desee usar, por ejemplo, el número de figura del circuito que quiere simular (es decir, figura 4-29). Seleccione *Analog* o *Mixed Signal* como se muestra, en la caja *Location* incorpore la trayectoria a la carpeta donde desea guardar su trabajo. Haga clic en OK. Cree un proyecto en blanco y luego dé clic en OK.

NOTAS DE MANTENIMIENTO DE PSPICE

1. Este apéndice también se aplica a la Versión 10 de PSpice.
2. Vea y escuche cómo un usuario con experiencia lo guía paso a paso a través del proceso de crear y ejecutar una simulación con PSpice mediante una secuencia animada de imágenes en pantalla. Cada paso se explica con detalle, permitiendo ver de qué manera el circuito toma forma en la pantalla a medida que el narrador "lo construye". Cuando se ha completado, el narrador ejecuta la simulación y discute los resultados. Dé clic en el Botón 5 *Capture PSpice Begineer's Tutorial*. (El tutorial es proporcionado por cortesía de *EMA Design Automation, Inc*. Para más información visite www.ema-eda.com.)
3. Por lo general, hay varias maneras de hacer las cosas. El método que se muestra aquí le permitirá iniciar. Conforme vaya adquiriendo experiencia, es probable que utilice atajos y desarrolle su propia manera de trabajar.
4. Capture es más que un editor; es un poderoso sistema de manejo de proyectos. Sin embargo, aquí el interés se centra sólo en la simulación con Pspice, de

(*continúa*)

manera que nada más usará unas pocas de sus capacidades.
5. Si tiene la versión de muestra de Orcad cargada en su computadora, debe ver el icono de *Capture CIS* en la pantalla.
6. PSpice crea una gran cantidad de archivos intermedios durante la simulación y éstos agregan una gran cantidad de basura en el disco duro a menos que los controle. Por esta razón se le recomienda que use una carpeta por separado para cada problema, como se explicó en el capítulo 4, sección 4.8, nota 11 de Operación de PSpice.
7. Otro editor llamado PSpice *Schematics* fue usado comúnmente por la comunidad de PSpice, pero ahora su soporte ha sido descontinuado por Orcad. Sin embargo, hasta el momento, Orcad aún lo distribuye descargándolo de http://www.orcad.com para los clientes que deseen utilizarlo.

TABLA A-1 Prefijos estándar que se usan en PSpice

Símbolo	Escala	Nombre
T o t	10^{12}	tera
G o g	10^{9}	giga
MEG o meg	10^{6}	mega
K o k	10^{3}	kilo
M o m	10^{-3}	mili
U o u	10^{-6}	micro
N o n	10^{-9}	nano
P o p	10^{-12}	pico

- Se abre el editor *Orcad Capture*. Haga clic en cualquier lugar sobre la pantalla para activar la paleta de herramientas. Para familiarizarse con los iconos y los elementos del menú, coloque la flecha del ratón sobre cada uno y vea su función (figura A-2).

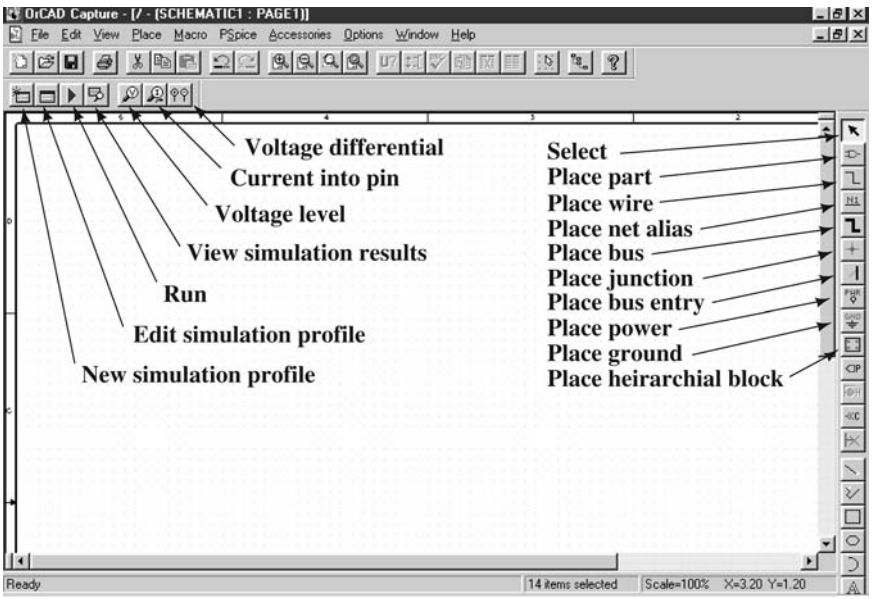


FIGURA A-2 Paleta de herramientas. Su pantalla puede verse algo diferente.

La metodología para crear y simular circuitos se describe con gran detalle al comienzo del capítulo 4, sección 4-8 y no se repetirá aquí.

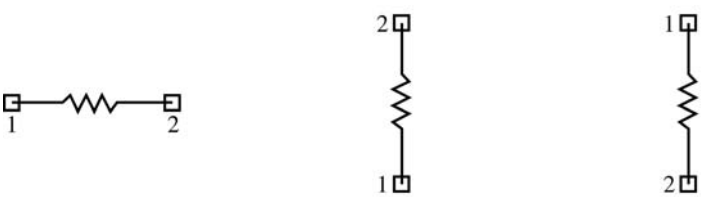
Algunos puntos clave para los usuarios de PSpice

1. Todos los circuitos de PSpice requieren una tierra. Si no se incluye, se obtendrá un mensaje de error con la leyenda "nodos flotando".
2. Todos los componentes del circuito tienen valores predeterminados. Para cambiarlos, se da doble clic y se teclea el nuevo valor. Se puede incluir la unidad si se desea, de lo contrario, se suponen las unidades básicas (volts, amperes, ohms).
3. Si incluye una unidad, asegúrese de no dejar un espacio. Entonces, 25 y 25V se acepta pero 25 V no.
4. Se puede usar la notación básica, la notación científica o los prefijos de ingeniería. Por ejemplo, se puede especificar un resistor de 12000 Ω como 12000, 1.2E04, 12k o 0.012Meg. La tabla A-1 muestra los prefijos de PSpice.
5. Para el análisis transitorio, los capacitores e inductores siempre requieren condiciones iniciales. En algunos casos PSpice las determina, mientras que en otros tendrá que incluirlos, véase los capítulos 11 y 14 para los ejemplos. Observe lo siguiente:
   a. PSpice puede determinar automáticamente las condiciones iniciales sólo si es posible calcularlas al realizar un análisis pretransitorio del circuito en estado estable. Para circuitos que contengan capacitores aislados esto no es posible, ya que el voltaje en el capacitor es indeterminado, es decir, puede tener cualquier valor, en este caso el valor se debe introducir siempre de forma manual.
   b. Siempre se puede incluir de forma manual una condición inicial, incluso si es posible que PSpice la calcule de manera automática. Entonces, si hay duda, incorpórela de forma manual.

6. PSpice no permite lazos fuente-inductor, esto es, no se puede tener una fuente y un inductor solos en un lazo. Si lo hace, PSpice desplegará un mensaje de error. Si aparece este mensaje, agregue un resistor de valor mínimo al lazo. Haga su resistencia mucho más pequeña que cualquier otra impedancia en el circuito. El proceso es similar para los lazos fuente-capacitor.*
7. PSpice requiere una trayectoria de cd desde todos los nodos hasta tierra. Si no existe trayectoria desde un nodo particular a tierra, agregue un resistor de valor grande desde ese nodo hasta tierra. Haga el valor de esta resistencia mucho más grande que la impedancia de cualquier otro componente en el circuito.
8. Para seleccionar un componente que ya ha sido colocado en la pantalla, coloque el cursor sobre el componente y haga clic con el botón izquierdo del ratón. Para dejar de seleccionarlo, mueva el cursor fuera del componente y haga clic en el botón izquierdo.
9. Véase también Mantenimiento de PSpice, Notas 3 y 6.

Orientación de los componentes en PSpice

Todos los componentes tienen un extremo "1" y uno "2" implícitos. Siempre que se coloca un componente, toma una posición predeterminada; por ejemplo, un resistor, capacitor o inductor tomarán la posición por defecto con su extremo "1" a la izquierda como en la figura A-3a). Para girar un componente, selecciónelo, dé clic en el botón derecho del ratón, seleccione Rotate del menú Edit, luego haga clic con el botón izquierdo, véase en las Notas lo referente a Teclas rápidas. Esto gira el componente en sentido contrario al de las manecillas del reloj por 90°. Para tener el extremo "1" arriba, se debe girar el componente tres veces a partir de la posición predeterminada como se indica en c).



(a) Predeterminada (b) Primera rotación (90º) (c) Tercera rotación (270º)

FIGURA A–3

PSpice utiliza los extremos "1" y "2" para el manejo de las direcciones de corriente y las polaridades de voltaje; por ejemplo, representa la corriente que va a través de un dispositivo desde su extremo "1" hasta su extremo "2" y representa el voltaje en su extremo "1" con respecto a su extremo "2". Es importante conocer la orientación cuando se establecen las condiciones iniciales. Por ejemplo, si se fija un voltaje inicial del capacitor en 10V, PSpice coloca 10 volts en el capacitor con su extremo "1" positivo. Si se inserta el capacitor en el circuito con el extremo "1" hacia abajo, su polaridad será invertida con respecto a la que se espera. Si esto pasa, desconecte el capacitor y gírelo en la dirección deseada, vuelva a conectar y de nuevo establezca la condición inicial.

Etiquetas en las trazas de las gráficas y nombramiento de los ejes

Para agregar texto a una gráfica como en la figura A-4, seleccione *Plot*, *Label* y luego *Text*. Teclee el texto y colóquelo donde desee. Para agregar flechas selec-

NOTAS . . .

Teclas rápidas

1. También se pueden usar las teclas rápidas para muchas operaciones. Por ejemplo, para girar un componente, selecciónelo, luego, mientras sostiene la tecla *Control*, presione la tecla R (esto se denota como Ctrl/R). Cada Ctrl/R gira el componente 90°.
2. En algunas versiones, algunos comandos no trabajan como se espera. Por ejemplo, en una versión de PSpice se encuentra que aunque Ctrl/R no funciona, R sola sí funciona.
3. Se encuentra una lista completa de teclas rápidas al hacer clic en *Help* en la ventana *Capture* y luego buscar el índice de teclas rápidas. (Seleccione *Command Shortcuts*.)

* En términos correctos en el caso de un lazo fuente-capacitor, lo que se requiere agregar es una resistencia en paralelo con el capacitor. El valor de dicha resistencia debe ser muy grande (comparada con la impedancia de cualquier otro elemento del circuito). (*N. del R. T.*)

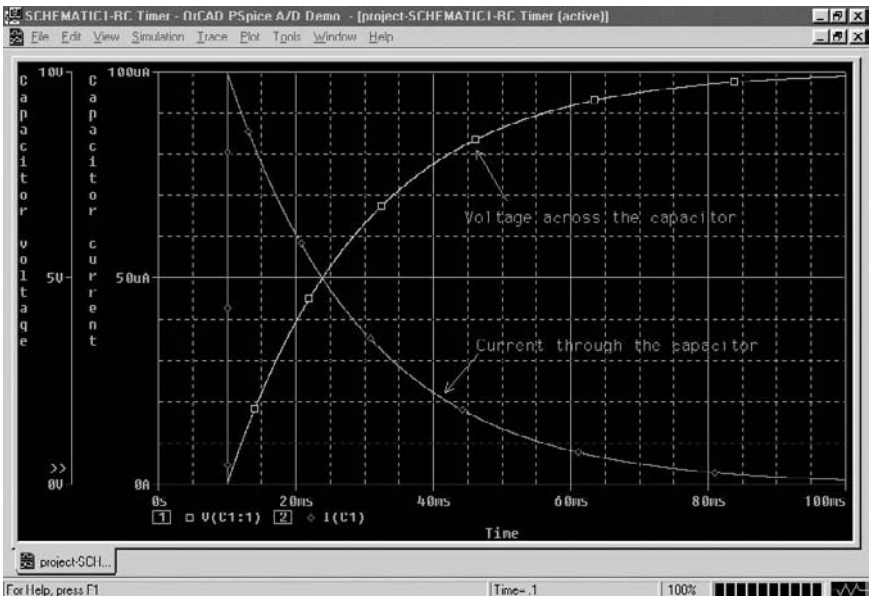


FIGURA A-4 Despliegue y marcaje de múltiples trazas.

cione *Plot*, *Label* y luego *Arrow* y póngala donde desee. Para agregar un título al eje-Y seleccione *Plot*, *Axis Setting*, haga clic en la pestaña *Y-Axis* y teclee el título que desee (por ejemplo, Voltaje del capacitor como en la figura A-4), después dé clic en OK.

Despliegue de múltiples trazas

Se pueden desplegar múltiples trazas en el mismo eje vertical (véase la figura 17-30, capítulo 17) o se pueden usar ejes independientes como en la figura A-4. Por lo general, la primera traza (en este caso se supone voltaje) se crea mediante una punta marcadora. Esto crea de manera automática el primer eje-Y y le asigna una escala. Para agregar un segundo eje y trazarlo como en la figura A-4, se hace lo siguiente:

- Haga clic en *Plot* y luego en *Add Y Axis*. Aparece el segundo eje.
- Haga clic en *Trace*, *Add Trace* y luego en la variable que desea agregar (en el caso de la figura A-4 es I(C1)), después dé clic en OK.
- Etiquete los ejes y trazas como desee.

Uso de los cursores

Se proporcionan dos cursores para leer los valores de la gráfica. Para activar el primer cursor, haga clic en el icono de cursor (o dé clic en *Trace*, *Cursor*, *Display*), luego dé clic en cualquier parte de la pantalla. Para mover el cursor, sostenga el botón izquierdo y arrastre hasta la posición deseada. (También se puede mover con las teclas de flechas izquierda y derecha del teclado.) Las coordenadas x-y del cursor aparecen en una caja de despliegue. Si se tienen varias trazas como en la figura A-4, se puede mover el cursor de una traza a otra dando clic en el pequeño símbolo inmediatamente enfrente del nombre de la variable de la traza que aparece debajo del eje-x. Para utilizar el segundo cursor, use el botón derecho del ratón para activarlo y posicionarlo.

A-2 Multisim

En este libro se usa Multisim 9, la versión actual en el momento de escribir el libro. Para la mayoría, Multisim es directo, sin embargo, la orientación de los componentes requiere de una consideración.

Orientación de los componentes

Todos los componentes tienen un extremo "1" y un extremo "2" implícito. Siempre que se coloca un componente, toma una posición predeterminada. Por ejemplo, para resistores, capacitores e inductores, la posición preestablecida es con el extremo "1" a la izquierda, mientras que para las fuentes queda en la parte superior.

Los componentes pueden girarse como en el punto número 5 abajo. Por ejemplo, para obtener el extremo "1" de un resistor, se gira una vez desde su posición predeterminada. Es importante conocer la orientación cuando se establecen las condiciones iniciales. Por ejemplo, si se establece un voltaje inicial en el capacitor de 10V, Multisim coloca 10 volts en el capacitor con su extremo "1" positivo. Si se inserta el capacitor en el circuito con el lado superior hacia abajo, su polaridad es la contraria a la que se espera. Si esto pasa, desconecte el componente, gírelo a la posición deseada, vuelva a conectar y establezca de nuevo su condición inicial.

Algunos puntos clave para usuarios de Multisim

1. Todos los circuitos en Multisim requieren tierra.
2. Para seleccionar un componente en la pantalla dé clic en él. Una caja punteada aparece para indicar la selección. Para dejar de seleccionar, coloque el cursor fuera de la caja punteada y haga clic.
3. Para reposicionar un componente, selecciónelo, sostenga el botón izquierdo y arrastre el componente a la nueva posición.
4. Para borrar un componente, selecciónelo y presione la tecla de suprimir.
5. Para girar un componente, selecciónelo y luego, mientras sostiene la tecla Ctrl, presione la tecla R. (Se denota esto como Ctrl/R. Cada Ctrl/R gira el componente 90°.)
6. Para colocar un punto de conexión, seleccione *Place* en la barra de menú, luego haga clic en *Junction*. Ubique el punto en la pantalla y dé clic para colocarlo. Se puede colocar un máximo de cuatro alambres en cualquier punto.
7. Con frecuencia se usan las designaciones cortas. Por ejemplo, si se dice dé clic en *View*/*Toolbars*, esta es una forma corta de decir "seleccione *View* en la barra de menú y después seleccione *Toolbars* en la lista que aparece".

Uso de los cursores

Los cursores se usan para leer los valores de las gráficas creadas por Multisim (por ejemplo, la figura 11-43). Para activar los cursores, haga clic en el icono *Show*/*Hide Cursors* (o dé clic en *View* en la ventana de *Grapher View* y luego en *Show*/*Hide Cursors*. Aparecen dos cursores. Para mover uno de ellos, coloque el apuntador del ratón sobre él, presione el botón izquierdo y arrástrelo hasta la posición deseada. Las coordenadas x-y de los cursores aparecen en una caja de despliegue.

APÉNDICE

B

Matemáticas en análisis de circuitos: un curso breve

Aquí se presentan algunas de las técnicas matemáticas que necesitará ser capaz de usar para resolver los problemas y ejemplos de este libro. Entre los temas que se incluyen están los métodos para resolver ecuaciones simultáneas que tienen coeficientes reales y complejos, además de los métodos por calculadora y el de determinantes tradicional. Aunque muchas de las ideas y técnicas que se discuten aquí ya se han descrito brevemente en el texto principal, se presentan algunas nuevas ideas, así como otras que ya se pudieron haber encontrado en varios cursos de matemáticas. En este apéndice se conjuntan para proporcionar una referencia a la mano y un punto de enfoque para el estudio.

Se empieza con una discusión de las técnicas con calculadora. Aunque la mayoría de los ejemplos que se muestran (además de los que están en el texto) pueden realizarse con cualquier tipo de calculadora de ingeniería o científica, algunos de ellos sólo pueden realizarse en unidades poderosas como la TI-86. Se señalan algunos de estos casos conforme se va avanzando.

B-1 Matemáticas básicas e ideas para la calculadora

EJEMPLO B-1

En matemáticas es un error común escribir $\frac{1}{a+b}$ como $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$. El hecho de que esto es incorrecto puede verse fácilmente si se usan números. Por ejemplo, $\frac{1}{2+8}=\frac{1}{10}=0.1$.

Claramente, esto no es igual a $\frac{1}{2}+\frac{1}{8}=0.5+0.125=0.625$. Entonces, $\frac{1}{a+b}\neq\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$. Observe que esto es un error matemático y no un error de la calculadora. Sin embargo, un error algo similar puede resultar de un uso incorrecto de la calculadora. Esto se ilustra en seguida.

EJEMPLO B-2

En ocasiones puede surgir un problema por descuido cuando las calculadoras se usan para realizar el tipo de cálculos que se muestran en el ejemplo B-1. Para ilustrarlo, suponga que desea determinar $\frac{1}{2+8}$. Si se teclea sin pensar 1 entre 2 más 8, se obtiene la respuesta de 8.5. ¿Por qué? Bien, para la mayoría de las calcu-

ladoras, la respuesta tiene que ver con el orden en que se hacen las operaciones, hay un orden de precedencia a considerar.

Por ejemplo, en general, la multiplicación y la división se realizan antes que la suma y la resta. Entonces, en este ejemplo, la calculadora evalúa primero 1 entre 2 (para obtener una respuesta de 0.5) y luego suma 8 a esta respuesta inmediata para obtener la respuesta final de 8.5. Una forma de evitar este problema se demuestra en el ejemplo B-3.

EJEMPLO B-3

Una forma de trabajar para evitar el problema anterior es usar paréntesis, los cuales permiten a la calculadora evaluar primero la expresión entre paréntesis. Entonces, si se teclea 1 entre (2 + 8), la calculadora evalúa la expresión dentro del paréntesis como 10, luego realiza la división para obtener la respuesta correcta de 0.1. Una secuencia en una calculadora común ilustra este proceso:



Orden de precedencia: ahora se puede resumir el orden de precedencia que usan las calculadoras y los programas de computadora: 1) las operaciones dentro de paréntesis se realizan primero, 2) las exponenciales (raíces y potencias) se realizan enseguida, luego 3) las operaciones de negación y de una sola tecla, 4) la multiplicación y división y 5) la suma y la resta. Como recomendación, siempre use paréntesis para evitar cualquier ambigüedad acerca del orden de la evaluación.

EJEMPLO B-4

Existe un problema adicional cuando se trabaja con números complejos. Suponga por ejemplo que quiere el recíproco de un número complejo **C** donde $\mathbf{C} = a + jb$. Un error común es escribir $\frac{1}{a + jb} = \frac{1}{a} + \frac{1}{jb}$. El hecho de que esto esté claramente equivocado puede demostrarse con números. Por ejemplo, suponga que $\mathbf{C} = 1.5 - j2$. Se puede encontrar el recíproco de éste con la tecla de inverso. (Asegúrese de que está en el modo de complejo.) Introduzca $1.5 - j2$ con el procedimiento que requiera su calculadora, luego use la tecla de inverso (algunas veces denotada como x^{-1}) para encontrar $\frac{1}{1.5 - j2}$. Debe obtener una respuesta de $0.24 + j\,0.32$. Claramente esto no es igual a $\frac{1}{1.5} + \frac{1}{(-j2)} = 0.667 + j\,0.5$. Recuerde que dos números complejos son iguales si los componentes reales son iguales y los componentes imaginarios son iguales. Entonces, $\frac{1}{a + jb} \neq \frac{1}{a} + \frac{1}{jb}$.

EJEMPLO B-5

Simplificación del cálculo de resistencias en paralelo, inductancias en paralelo y capacitancias en serie

La tecla de inverso también se usa con buenos resultados para acelerar la obtención de soluciones y reducir errores en el cálculo de resistencias en paralelo, inductancias en paralelo y capacitancias en serie. Esta tecla también reduce la necesidad de depender de la memorización de numerosas fórmulas.

NOTAS . . .

Dependiendo de la calculadora, los detalles del procedimiento pueden ser diferentes al que se presenta aquí, consulte su manual. Por ejemplo, en algunas calculadoras se tiene que presionar la tecla de 2a. función para tener acceso a la tecla de inverso. El orden de los pasos puede ser algo diferente. Sin embargo, el principio básico es el mismo, lo que se hace es ingresar un número e invertirlo, ingresar el siguiente número e invertirlo, luego sumar el número nuevo con el primer número invertido, etc. Finalmente, se invierte el resultado.

Para ilustrarlo, recuerde que la fórmula básica para determinar las resistencias en paralelo es

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_N}$$

Suponga que tiene resistencias de 60 Ω, 30 Ω y 12 Ω en paralelo. Puede usar el siguiente procedimiento general, véase la Nota.

Procedimiento:

1. Teclee 60, presione la tecla de inverso, luego presione la tecla +.
2. Teclee 30, presione la tecla de inverso, luego presione la tecla +.
3. Teclee 12, presione la tecla de inverso, luego presione la tecla Enter.

En este punto, la calculadora habrá calculado y almacenado la suma de los inversos.

4. Para invertir el resultado almacenado y obtener la respuesta final, presione la tecla de inverso, luego presiones Enter. Se debe obtener una respuesta de 7.5 ohms.

B-2 Solución de ecuaciones simultáneas

NOTAS . . .

Solución de ecuaciones simultáneas con coeficientes complejos mediante cualquier calculadora

Para evitar esta limitación, observe que es relativamente fácil convertir un conjunto de n ecuaciones complejas en un conjunto de $2n$ ecuaciones reales, y una vez que las tenga, se puede usar cualquier calculadora de las mencionadas para resolverlas. Aunque se necesita más trabajo para ordenar e ingresar los datos que el que requiere la TI-86 (la cual puede resolver directamente las ecuaciones complejas), se invierte mucho menos trabajo y hay menos probabilidad de cometer errores que al resolverlas en forma manual mediante determinantes. Para aprender cómo hacerlo, consulte el CD que acompaña este libro. Haga clic en *For Further Investigation* (Botón 4) y seleccione *Solving Simultaneous Equations with Complex Coefficients*.

Las ecuaciones lineales simultáneas aparecen con frecuencia en la solución de problemas de tecnología eléctrica y electrónica. Las soluciones de estas ecuaciones se han simplificado a través de una rama de las matemáticas llamada álgebra lineal. Aunque los teoremas y pruebas quedan fuera del alcance de este libro, se usarán algunos de los principios del álgebra lineal para resolver ecuaciones lineales simples. El siguiente es un conjunto de n ecuaciones lineales simultáneas con n incógnitas:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ &\vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n &= b_n \end{aligned}$$

Cuando se analizan los circuitos eléctricos, las ecuaciones lineales simultáneas que resultan pueden tener coeficientes reales o complejos. En cualquier caso, se puede determinar el valor de las incógnitas usando determinantes o introduciendo los coeficientes directamente en una calculadora (que tenga esta capacidad). Ya que la calculadoras TI-86 es capaz de resolver ecuaciones simultáneas con coeficientes complejos, se usará para los ejemplos en este texto. Si su calculadora sólo es capaz de resolver ecuaciones que tengan coeficientes reales, revise el CD donde se describe e ilustra una técnica mediante la cual tales calculadoras pueden usarse para resolver ecuaciones con coeficientes complejos, véase la Nota.

El método de determinantes

Considere un conjunto de ecuaciones lineales simultáneas con dos variables:

$$a_{11}\,x_1 + a_{12}\,x_2 = b_1 \qquad \textbf{(B-1)}$$

$$a_{21}\,x_1 + a_{22}\,x_2 = b_2 \qquad \textbf{(B-2)}$$

Las variables desconocidas x_1 y x_2 pueden determinarse con *determinantes*. Para tener una idea, se toman los coeficientes y se ordenan exactamente en el mismo orden que aparecen en las ecuaciones, y se coloca el arreglo dentro de líneas verticales.

La estructura que resulta se conoce como un determinante que se denominará D. Entonces,

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

Los números de los renglones (o columnas) definen el orden del determinante. Por tanto, este es un determinante de segundo orden.

Un determinante tiene un valor. Por definición, el valor de un determinante de segundo orden se encuentra al calcular el producto del término superior izquierdo y el término inferior derecho (elementos de la diagonal principal) y se restan del producto del término inferior izquierdo y el término superior derecho (elementos de la diagonal secundaria). El resultado es

$$D = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

Las incógnitas de las ecuaciones lineales simultáneas se encuentran mediante una técnica llamada *regla de Cramer*. Al aplicarla, es necesario resolver los siguientes determinantes:

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}} = \frac{a_{22}b_1 - a_{12}b_2}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}}$$

y

$$x_2 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}} = \frac{a_{11}b_2 - a_{21}b_1}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}}$$

La aplicación de la regla de Cramer da la solución para cada incógnita al colocar primero el determinante de los coeficientes en el denominador. Luego se desarrolla el numerador usando el mismo determinante con la excepción de que los coeficientes de la variable que se va a encontrar se reemplazan por los coeficientes ubicados en el lado derecho de los signos igual.

EJEMPLO B-6

Use determinantes y encuentre las soluciones para las siguientes ecuaciones lineales:

$$2x_1 + 8x_2 = -2$$
$$x_1 + 2x_2 = 5$$

Solución El determinante del denominador es

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 8 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = (2)(2) - (1)(8) = -4$$

Las variables se calculan ahora como

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} -2 & 8 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}}{-4} = \frac{(-2)(2) - (5)(8)}{-4} = \frac{-44}{-4} = 11$$

y

$$x_2 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}}{-4} = \frac{(2)(5) - (1)(-2)}{-4} = \frac{12}{-4} = -3$$

La solución de las ecuaciones lineales simultáneas de tercer orden es similar al método que se usa para resolver las ecuaciones de segundo orden. Considere el siguiente conjunto de ecuaciones lineales simultáneas de tercer orden:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 &= b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 &= b_3 \end{aligned}$$

Aunque el valor del determinante se puede encontrar en varias formas, se examinará la más general.

Esta evaluación de determinantes se logra mediante la expansión por menores. El *menor* de un elemento es el determinante que queda después de borrar el renglón y la columna en los cuales está incluido el elemento. El valor de cualquier determinante de orden n se encuentra como sigue:

1. Para cualquier renglón o columna, se encuentra el producto de cada elemento y el determinante de su menor.
2. A un producto se le asigna un signo positivo si la suma del renglón y la columna del elemento es par. Al producto se le da un signo negativo si la suma es impar.
3. El valor del determinante es la suma de los términos que resultan.

Igual que antes, la regla de Cramer se usa para resolver el valor de las incógnitas x_1, x_2 y x_3 con determinantes y reemplazando los términos apropiados del numerador con los términos del lado derecho de los signos igual. Los determinantes que resultan y las soluciones están dados como sigue:

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}$$

Por expansión de menores, el determinante del denominador se encuentra como

$$\begin{aligned} D &= +a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{21}\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{31}\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix} \\ &= a_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) - a_{21}(a_{12}a_{33} - a_{13}a_{32}) + a_{31}(a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22}) \end{aligned}$$

La solución para x_1 se encuentra que es

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{+b_1\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - b_2\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + b_3\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix}}{D} \\ &= \frac{b_1(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) - b_2(a_{12}a_{33} - a_{13}a_{32}) + b_3(a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22})}{D} \end{aligned}$$

De manera similar, para x_2 se obtiene

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}} \\ &= \frac{-b_1(a_{21}a_{33} - a_{23}a_{31}) + b_2(a_{11}a_{33} - a_{13}a_{31}) + b_3(a_{11}a_{23} - a_{13}a_{21})}{D} \end{aligned}$$

y para x_3 se tiene

$$x_3 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}$$

$$= \frac{b_1(a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31}) - b_2(a_{11}a_{32} - a_{12}a_{31}) + b_3(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})}{D}$$

EJEMPLO B-7

Encuentre x_1 en el siguiente sistema de ecuaciones lineales, use menores.

$$3x_1 + x_2 - 2x_3 = 1$$
$$x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 11$$
$$2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -3$$

Solución El determinante del denominador se evalúa como sigue:

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= +(3)\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} - (1)\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + (2)\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= (3)(-4 - 9) - (2 + 6) + (2)(3 - 4)$$

$$= -49$$

de manera que el valor de la incógnita x_1 se calcula como

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 11 & -2 & 3 \\ -3 & 3 & 2 \end{vmatrix}}{-49}$$

$$= \frac{+(1)\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} - (11)\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + (-3)\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}}{-49}$$

$$= \frac{(-4 - 9) - (11)(2 + 6) - (3)(3 - 4)}{-49} = 2$$



PROBLEMAS PRÁCTICOS

Use la expansión por menores para determinar x_2 y x_3 del ejemplo B-4.

Respuestas
$x_2 = -3,\ x_3 = 1$

Método con la calculadora

Como se hizo notar antes, muchas calculadoras incluyen rutinas para resolver ecuaciones simultáneas que tienen coeficientes reales. Aquí se inicia examinando cómo se usa la TI-86 para resolver ecuaciones lineales simultáneas que tienen coeficientes reales y se concluye examinando el método que se usa para resolver las ecuaciones con coeficientes complejos.

EJEMPLO B-8

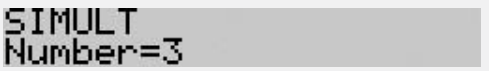
Ecuaciones con coeficientes reales

Considere el sistema de ecuaciones lineales que se mostró en el ejemplo anterior:

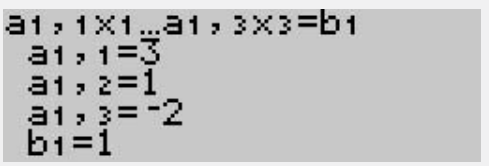
$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 - 2x_3 &= 1 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 &= 11 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 &= -3 \end{aligned}$$

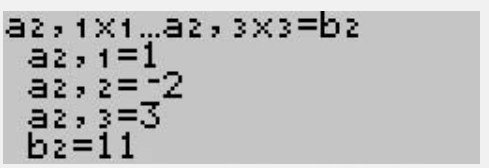
Determine el valor de las incógnitas x_1, x_2 y x_3.

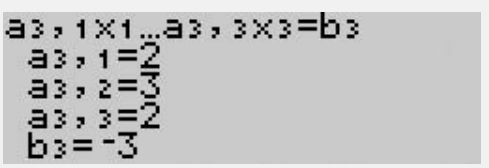
Solución Se inicia por desplegar la pantalla numérica SIMULT al teclear 2nd SIMULT. La calculadora pide el número de ecuaciones y exhibe lo siguiente:



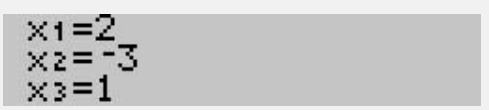
Enseguida se introduce cada uno de los coeficientes como sigue:







Finalmente se presiona la tecla SOLVE [F5] y se obtiene la siguiente solución:



Observe que son los mismos resultados que se obtuvieron en el ejemplo B-7 y en el Problema práctico.

Ecuaciones con coeficientes complejos

EJEMPLO B-9

Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$(2 + j1)\, x_1 + (-j3)x_2 = 3 - j2$$
$$5x_1 + (1 + j4)x_2 = 4 + j3$$

Determine el valor de las incógnitas x_1 y x_2.

NOTAS . . .

Si su calculadora no puede resolver ecuaciones simultáneas con coeficientes complejos, puede usar el procedimiento que se detalla en el CD.

Solución En este ejemplo es claro que se tienen dos ecuaciones lineales, de manera que la pantalla exhibe lo siguiente

```
SIMULT
Number=2
```

En el caso de la calculadora TI-86 los números complejos deben introducirse usando paréntesis, el primer número es el valor real y el segundo es el valor imaginario. Observe que los números están separados por una coma. La primera ecuación se ingresa como sigue

```
a1,1x1+a1,2x2=b1
 a1,1=(2,1)
 a1,2=(0,-3)
 b1=(3,-2)
```

La segunda ecuación es

```
a2,1x1+a2,2x2=b2
 a2,1=(5,0)
 a2,2=(1,4)
 b2=(4,3)
```

y finalmente, la solución se determina como

```
 x1=(.903,-.159)
 x2=(.862,.345)
```

En otras palabras, la solución del sistema es $x_1 = 0.903 - j0.159$ y $x_2 = 0.862 + j0.345$.

APÉNDICE

C

Teorema de máxima transferencia de potencia

La figura C-1 muestra el equivalente de Thévenin de un circuito de cd.

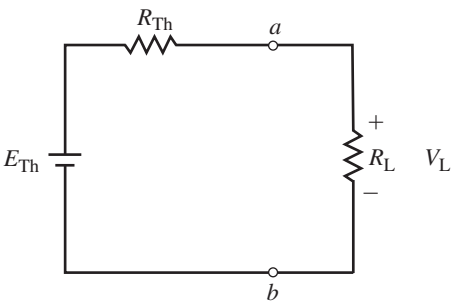


FIGURA C-1

Para el circuito anterior, los valores de E_{Th} y R_{Th} son constantes. Por tanto, la potencia suministrada a la carga se determina como una función de la resistencia de carga y está dada por

$$P_L = \frac{V_L^2}{R_L} = \frac{\left(\dfrac{R_L E_{Th}}{R_L + R_{Th}}\right)^2}{R_L} = \frac{E_{Th}^2 R_L}{(R_L + R_{Th})^2} \qquad \textbf{(C-1)}$$

La máxima potencia será suministrada a R_L cuando la primera derivada $\dfrac{dP_L}{dR_L} = 0$. Al aplicar la regla de cocientes $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{u}{v}\right) = \dfrac{v\dfrac{du}{dx} - u\dfrac{dv}{dx}}{v^2}$, se encuentra la derivada de la potencia con respecto a la resistencia de carga como

$$\begin{aligned}\frac{dP_L}{dR_L} &= \frac{(R_L + R_{Th})^2(E_{Th})^2 - (E_{Th}^2 R_L)(2)(R_L + R_{Th})}{(R_L + R_{Th})^4} \\ &= \frac{E_{Th}^2[(R_L + R_{Th})^2 - 2R_L(R_L + R_{Th})]}{(R_L + R_{Th})^4}\end{aligned} \qquad \textbf{(C-2)}$$

Ahora, ya que la primera derivada puede ser cero sólo si el numerador de la expresión anterior es cero, y ya que E_{Th} es una constante, se tiene

$$(R_L + R_{Th})^2 - 2R_L(R_L + R_{Th}) = 0 \qquad \textbf{(C-3)}$$

De manera que,

$$\begin{aligned}R_L^2 + 2R_L R_{Th} + R_{Th}^2 - 2R_L R_L - 2R_L R_{Th} &= 0 \\ R_{Th}^2 - R_L^2 &= 0 \\ R_L &= R_{Th}\end{aligned} \qquad \textbf{(C-4)}$$

La figura C-2 muestra el equivalente de Thévenin de un circuito de ca.

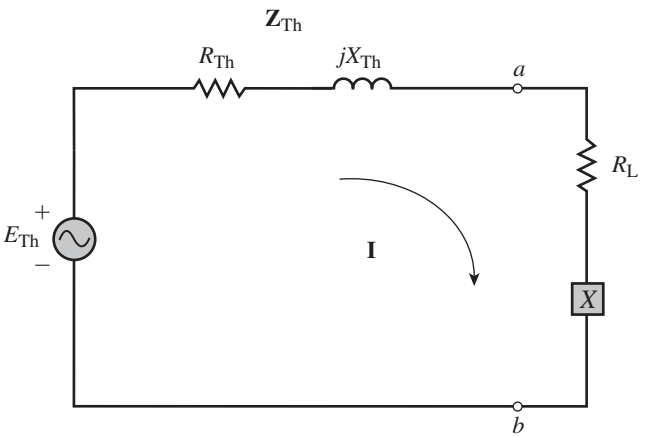


FIGURA C-2

Para el circuito anterior, los valores de E_{Th}, R_{Th}, y X_{Th} son constantes. Aunque X_{Th} se muestra como un inductor, podría ser un capacitor. La potencia suministrada a la carga se determina como una función de la impedancia de carga como

$$P_L = I^2 R_L = \frac{E_{Th}{}^2 R_L}{(R_L + R_{Th})^2 + (X + X_{Th})^2} \qquad \textbf{(C-5)}$$

La potencia máxima depende de dos variables R_L y X. Por tanto, será necesario resolver las derivadas parciales. La potencia máxima será transferida a la carga cuando $\dfrac{\partial P_L}{\partial R_L} = 0$ y $\dfrac{\partial P_L}{\partial X} = 0$

Para empezar se inicia por encontrar $\dfrac{\partial P_L}{\partial X}$. Si se usa $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{1}{v}\right) = -\dfrac{1}{v^2}\dfrac{dv}{dx}$, se obtiene

$$\frac{\partial P_L}{\partial X} = -\frac{(E_{Th}{}^2 R_L)(2)(X + X_{Th})}{[(R_L + R_{Th})^2 + (X + X_{Th})^2]^2} \qquad \textbf{(C-6)}$$

Ahora, ya que la derivada parcial puede ser cero si el numerador de la expresión anterior es cero y ya que se considera que E_{Th} y R_L son constantes, se tiene

$$X + X_{Th} = 0$$

o

$$X = -X_{Th} \qquad \textbf{(C-7)}$$

Este resultado implica que si la impedancia de Thévenin contiene un inductor de magnitud X, la carga debe contener un capacitor con la misma magnitud. (A la inversa, si la impedancia de Thévenin contiene un capacitor, entonces la impedancia de carga requerirá un inductor de la misma magnitud.)

Enseguida se determina la derivada parcial $\dfrac{\partial P_L}{\partial R_L}$ de la ecuación (C-5). Al aplicar la regla del cociente,

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v\dfrac{du}{dx} - u\dfrac{dv}{dx}}{v^2}$$

se obtiene

$$\frac{\partial P_L}{\partial R_L} = \frac{[(R_L + R_{Th})^2 + (X + X_{Th})^2](E_{Th}^2) - (E_{Th}^2 R_L)[(2)(R_L + R_{Th})]}{[(R_L + R_{Th})^2 + (X + X_{Th})^2]^2} \quad \textbf{(C-8)}$$

Ahora, ya que la derivada parcial es cero sólo si el numerador de la expresión anterior es cero, y ya que se supone que E_{Th} y X son constantes, se tiene

$$\begin{aligned}(R_L + R_{Th})^2 + (X + X_{Th})^2(E_{Th}^2) - (E_{Th}^2 R_L)(2)(R_L + R_{Th}) &= 0\\ (R_L + R_{Th})^2 + (X + X_{Th})^2 - (R_L)(2)(R_L + R_{Th}) &= 0\\ R_L^2 + 2R_L R_{Th} + R_{Th}^2 + (X + X_{Th})^2 - 2R_L^2 - 2R_L R_{Th} &= 0\\ R_{Th}^2 - R_L^2 + (X + X_{Th})^2 &= 0\end{aligned}$$

En general, la ecuación anterior determina el valor de la resistencia de carga sin importar la reactancia de carga. Entonces se tiene

$$R_L = \sqrt{R_{Th}^2 + (X + X_{Th})^2} \quad \textbf{(C-9)}$$

Este resultado muestra que la resistencia de carga depende de la reactancia de carga X. Si la reactancia de carga es del mismo tipo que el componente reactivo de Thévenin (ambas inductivas o ambas capacitivas), entonces, las reactancias se suman. Si la reactancia de carga es del tipo opuesto al del componente reactivo de Thévenin, entonces, las reactancias se restan. Si la reactancia de la carga puede ajustarse para que resulte en la máxima transferencia de potencia ($X = -X_{Th}$), entonces la ecuación (C-9) se simplifica al resultado esperado, es decir,

$$R_L = R_{Th} \quad \textbf{(C-10)}$$

Respuestas a los problemas impares

APÉNDICE D

CAPÍTULO 1

1. a. 1620 s c. 7427 s e. 2.45 hp
   b. 2880 s d. 26 110 W f. 8280°
3. a. 0.84 m^2 c. 0.02 m^3
   b. 0.0625 m^2 d. 0.0686 m^3
5. 4500 partes/h
7. 11.5 km/l
9. 150 rpm
11. 8.33 mi
13. 0.508 m/s
15. 7.45 km
17. 20.4 min
19. Máquina 1: $25.80/h; Máquina 2: $25.00/h; Máquina 2:
21. a. 8.675×10^{3} d. 3.72×10^{-1} g. 1.47×10^{1}
    b. 8.72×10^{-3} e. 3.48×10^{2}
    c. 1.24×10^{3} f. 2.15×10^{-7}
23. a. 1.25×10^{-1} c. 2.0×10^{-2}
    b. 8×10^{7} d. 2.05×10^{4}
25. a. 10 c. 3.6×10^{3} e. -12.0
    b. 10 d. 15×10^{4}
27. 1.179; 4.450; El cálculo directo implica menos trabajo en el caso de estos ejemplos.
29. 6.24×10^{18}
31. 62.6×10^{21}
33. 1.16 s
35. 13.4×10^{10} l/h
37. a. kilo, k c. giga, G e. mili, m
    b. mega, M d. micro, μ f. pico, p
39. a. 1.5 ms b. 27 μs c. 350 ns
41. a. 150, 0.15 b. 0.33, 33
43. a. 680 V b. 162.7 W
45. 1.5 kW
47. 187 A
49. 39 pF
51. Señal de radio; 16.68 ms; Señal de teléfono, 33.33 ms; La señal de radio por 16.65 ms.
53. a. 2.083 kΩ
    b. El voltaje real de R se encuentra entre 2.07 kΩ y 2.10 kΩ.

CAPÍTULO 2

1. a. 10^{29} b. 10.4×10^{23}
3. Se incrementa por un factor de 24.
5. a. Material con muchos electrones libres (es decir, material con 1 electrón en la capa de valencia).
   b. No es costoso y forma alambres con facilidad.
   c. La capa de valencia está llena, por tanto, no hay electrones libres.
   d. La gran fuerza eléctrica arranca los electrones de la órbita.
7. a. 630 N (se repelen)
   b. 20 N (se atraen)
   c. 1.6×10^{-14} N (se repelen)
   d. 8.22×10^{-8} N (se atraen)
   e. El neutrón no tiene carga por tanto $F = 0$
9. 2 μC; (Atracción)
11. 0.333 μC, 1.67 μC; ambos (+) o ambos (−)
13. 30.4 μC
15. 27.7 μC (+)
17. 24 V
19. 2400 V
21. 4.25 mJ
23. 4.75 C
25. 50 mA
27. 334 μC
29. 3 mA
31. 80 A
33. 18 V, 0.966 A
35. a. 4.66 V b. 1.50 V
37. 50 h
39. 11.7 h
41. 267 h
43. (c) Ambos
45. El voltímetro y el amperímetro se intercambian
47. Si se excede la especificación de voltaje del fusible, se puede producir un arco cuando se funde.

CAPÍTULO 3

1. a. 3.6 Ω c. 36.0 kΩ
   b. 0.90 Ω d. 36.0 mΩ

3. 0.407 pulgadas
5. 300 m = 986 pies
7. $982 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot$ m (La resistividad es menor que la del carbón.)
9. $2.26 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot$ m (Esta aleación no es tan buena conductora como el cobre.)
11. AWG 22: 4.86 Ω
    AWG 19: 2.42 Ω
    El diámetro de AWG 19 es 1.42 veces el diámetro del AWG 22. La resistencia del AWG 19 tiene la mitad de la resistencia de un AWG 22 de igual longitud.
13. El AWG 19 debe ser capaz de manejar 4 A.
    El AWG 30 debe ser capaz de manejar 0.30 A.
15. 405 metros
17. a. 256 CM b. 6200 CM c. 1910 MCM
19. a. 16.2 Ω b. 0.668 Ω c. $2.17 \times 10^{-3}\ \Omega$
21. a. 4148 CM = 3260 milésimas cuadrada b. 0.0644 pulgadas
23. a. 1600 CM = 1260 milésima cuadrada b. 1930 pies
25. $R_{-30°C} = 40.2\ \Omega$ $R_{0°C} = 46.1\ \Omega$ $R_{200°C} = 85.2\ \Omega$
27. a. Coeficiente de temperatura positivo
    b. 0.00385 $(°C)^{-1}$
    c. $R_{0°C} = 18.5\ \Omega$ $R_{100°C} = 26.2\ \Omega$
29. 16.8 Ω
31. $T = -260°C$
33. a. $R_{ab} = 10\ k\Omega$ $R_{bc} = 0\ \Omega$
    b. $R_{ab} = 8\ k\Omega$ $R_{bc} = 2\ k\Omega$
    c. $R_{ab} = 2\ k\Omega$ $R_{bc} = 8\ k\Omega$
    d. $R_{ab} = 0\ k\Omega$ $R_{bc} = 10\ k\Omega$
35. a. 150 kΩ ± 10%
    b. 2.8 Ω ± 5% con una confiabilidad de 0.001%
    c. 47 MΩ ± 5%
    d. 39 Ω ± 5% con una confiabilidad de 0.1%
37. Conecte el óhmmetro entre las dos terminales de la lámpara. Si el óhmmetro indica un circuito abierto, la lámpara está fundida.
39. El AWG 24 tiene una resistencia de 25.7 Ω/1000 pies. Se mide la resistencia entre los dos extremos y se calcula la longitud con
$$\ell = \frac{R}{0.0257\ \Omega/\text{pie}}$$
41. a. 380 Ω
    b. 180 Ω
    c. Coeficiente de temperatura negativo. La resistencia disminuye conforme se incrementa la temperatura.
43. a. 4.0 S c. 4.0 μS
    b. 2.0 mS d. 0.08 μS
45 2.93 mS

CAPÍTULO 4

1. a. 2 A c. 5 mA e. 3 mA
    b. 7.0 A d. 4 μA f. 6 mA
3. a. 40 V c. 400 V
    b. 0.3 V d. 0.36 V
5. 96 Ω
7. 28 V
9. 6 A
11. Rojo, Rojo, Rojo
13. 22 V
15. a. 2.31 A b. 2.14 A
17. 2.88 V
19. 4 Ω
21. 400 V
23. 3.78 mA
25. a. + 45 V − c. − 90 V +
    b. 4 A (→) d. 7 A (←)
27. 3.19 J/s; 3.19 W
29. 36 W
31. 14.1 A
33. 47.5 V
35. 50 V, 5 mA
37. 37.9 A
39. 2656 W
41. 23.2 V; 86.1 mA
43. 361 W → 441 W
45. a. 48 W (→) c. 128 W (←)
    b. 30 W (←) d. 240 W (→)
47. a. 1.296×10^6 J b. 360 Wh c. 2.88 centavos
49. 26 centavos
51. $5256
53. 5 centavos
55. 51.5 kW
57. 82.7%
59. 2.15 hp
61. 8.8 hp
63. 1.97 hp
65. $137.45
67. a. 10 Ω b. 13.3 Ω

CAPÍTULO 5

1. a. +30 V b. −90 V
3. a. +45 V b. −60 V
    c. +90 V d. −105 V
5. a. 7 V b. $V_2 = 4$ V $V_1 = 4$ V
7. $V_3 = 12$ V $V_4 = 2$ V
9. a. 10 kΩ b. 2.94 MΩ c. 23.4 kΩ
11. Circuito 1: 1650 Ω, 6.06 mA Circuito 2: 18.15 kΩ, 16.5 mA
13. a. 10 mA
    b. 13 kΩ
    c. 5 kΩ
    d. $V_{3\text{-k}\Omega} = 30$ V $V_{4\text{-k}\Omega} = 40$ V $V_{1\text{-k}\Omega} = 10$ V $V_R = 50$ V
    e. $P_{1\text{-k}\Omega} = 100$ mW $P_{3\text{-k}\Omega} = 300$ mW $P_{4\text{-k}\Omega} = 400$ mW $P_R = 500$ mW
15. a. 40 mA b. $V_{R_1} = 12$ V $V_{R_3} = 10$ V c. 26 V

17. a. $V_{R_2} = 4.81\text{ V}$ $V_{R_3} = 3.69\text{ V}$
    b. 1.02 mA
    c. 7.32 kΩ
19. a. 457 Ω
    b. 78.8 mA
    c. $V_1 = 9.45\text{ V}$ $V_2 = 3.07\text{ V}$ $V_3 = 6.14\text{ V}$ $V_4 = 17.33\text{ V}$
    d. $V_T = 36\text{ V}$
    e. $P_1 = 0.745\text{ W}$ $P_2 = 0.242\text{ W}$ $P_3 = 0.484\text{ W}$ $P_4 = 1.365\text{ W}$
    f. R_1: 1 W R_2: 1/4 W R_3: 1/2 W R_4: 2 W
    g. 2.836 W
21. a. 0.15 A b. 0.115 mA
23. Circuito 1: $V_{6\text{-}\Omega} = 6\text{ V}$ $V_{3\text{-}\Omega} = 3\text{ V}$ $V_{5\text{-}\Omega} = 5\text{ V}$ $V_{8\text{-}\Omega} = 8\text{ V}$ $V_{2\text{-}\Omega} = 2\text{ V}$ $V_T = 24\text{ V}$
    Circuito 2: $V_{4.3\text{-k}\Omega} = 21.6\text{ V}$ $V_{2.7\text{-k}\Omega} = 13.6\text{ V}$ $V_{7.8\text{-k}\Omega} = 39.2\text{ k}\Omega$ $V_{9.1\text{-k}\Omega} = 45.7\text{ V}$ $V_T = 120\text{ V}$
25. Circuito 1:
    a. $R_1 = 0.104\text{ k}\Omega$ $R_2 = 0.365\text{ k}\Omega$ $R_3 = 0.730\text{ k}\Omega$
    b. $V_1 = 2.09\text{ V}$ $V_2 = 7.30\text{ V}$ $V_3 = 14.61\text{ V}$
    c. $P_1 = 41.7\text{ mW}$ $P_2 = 146.1\text{ mW}$ $P_3 = 292.2\text{ mW}$
    Circuito 2:
    a. $R_1 = 977\ \Omega$ $R_2 = 244\ \Omega$ $R_3 = 732\ \Omega$
    b. $V_1 = 25.0\text{ V}$ $V_2 = 6.25\text{ V}$ $V_3 = 18.75\text{ V}$
    c. $P_1 = 640\text{ mW}$ $P_2 = 160\text{ mW}$ $P_3 = 480\text{ mW}$
27. a. 0.2 A
    b. 5.0 V
    c. 1 W
    d. $R_T = 550\ \Omega$ $I = 0.218\text{ A}$ $V = 5.45\text{ V}$ $P = 1.19\text{ W}$
    e. La vida útil disminuye.
29. Circuito 1: $V_{ab} = 9.39\text{ V}$ $V_{bc} = 14.61\text{ V}$
    Circuito 2: $V_{ab} = +25.0\text{ V}$ $V_{bc} = +6.25\text{ V}$
31. Circuito 1:
    $V_{3\text{k-}\Omega} = 9\text{ V}$ $V_{9\text{k-}\Omega} = 27\text{ V}$ $V_{6\text{k-}\Omega} = 18\text{ V}$ $V_a = 45\text{ V}$
    Circuito 2: $V_{330\text{-}\Omega} = 2.97\text{ V}$ $V_{670\text{-}\Omega} = 6.03\text{ V}$ $V_a = 3.03\text{ V}$
33. a. 109 V b. 9.20 Ω
35. Circuito 1:
    $I_{\text{real}} = 0.375\text{ mA}$ $I_{\text{medida}} = 0.3745\text{ mA}$
    error de carga = 0.125%
    Circuito 2:
    $I_{\text{real}} = 0.375\text{ mA}$ $I_{\text{medida}} = 0.3333\text{ mA}$
    error de carga = 11.1%
37. Circuito 1:
    a. 1 A
    b. $V_{6\text{-}\Omega} = 6\text{ V}$ $V_{3\text{-}\Omega} = 3\text{ V}$ $V_{5\text{-}\Omega} = 5\text{ V}$ $V_{8\text{-}\Omega} = 8\text{ V}$ $V_{2\text{-}\Omega} = 2\text{ V}$
    Circuito 2:
    a. 5.06 mA
    b. $V_{4.3\text{-k}\Omega} = 21.7\text{ V}$ $V_{2.7\text{-k}\Omega} = 13.6\text{ V}$ $V_{7.8\text{-k}\Omega} = 39.1\text{ V}$ $V_{9.1\text{-k}\Omega} = 45.6\text{ V}$
39. a. 78.8 mA
    b. $V_1 = 9.45\text{ V}$ $V_2 = 3.07\text{ V}$ $V_3 = 6.14\text{ V}$ $V_4 = 17.33\text{ V}$

CAPÍTULO 6

1. a. A y B están en serie; D y E están en serie; C y F están en paralelo
   b. B, C y D están en paralelo
   c. A y B están en paralelo; D y F están en paralelo; C y E están en serie
   d. A, B, C, y D están en paralelo
5. a. $I_1 = 3\text{ A}$ $I_2 = -1\text{ A}$
   b. $I_1 = 7\text{ A}$ $I_2 = 2\text{ A}$ $I_3 = -7\text{ A}$
   c. $I_1 = 4\text{ mA}$ $I_2 = 20\text{ mA}$
7. a. $I_1 = 1.25\text{ A}$ $I_2 = 0.0833\text{ A}$ $I_3 = 1.167\text{ A}$ $I_4 = 1.25\text{ A}$
   b. $R_3 = 4.29\ \Omega$
9. a. $I_1 = 200\text{ mA}$ $I_2 = 500\text{ mA}$ $I_3 = 150\text{ mA}$ $I_4 = 200\text{ mA}$
   b. 2.5 V
   c. $R_1 = 12.5\ \Omega$ $R_3 = 16.7\ \Omega$ $R_4 = 50\ \Omega$
11. a. $R_T = 2.4\ \Omega$ $G_T = 0.417\text{ S}$
    b. $R_T = 32\text{ k}\Omega$ $G_T = 31.25\ \mu\text{S}$
    c. $R_T = 4.04\text{ k}\Omega$ $G_T = 247.6\ \mu\text{S}$
13. a. 2.0 MΩ b. 450 Ω
15. a. $R_1 = 1250\ \Omega$ $R_2 = 5\text{ k}\Omega$ $R_3 = 250\ \Omega$
    b. $I_{R1} = 0.40\text{ A}$ $I_{R2} = 0.10\text{ A}$
    c. 2.5 A
17. a. 900 mV b. 4.5 mA
19. a. 240 Ω b. 9.392 kΩ c. 1.2 kΩ
21. $I_1 = 0.235\text{ mA}$ $I_2 = 0.706\text{ mA}$ $I_3 = 1.059\text{ mA}$
    $R_1 = 136\text{ k}\Omega$ $R_2 = 45.3\text{ k}\Omega$ $R_3 = 30.2\text{ k}\Omega$
23. a. 12.5 kΩ b. 0 c. 75 Ω
25. $R_T \cong 15\ \Omega$
27. $I = 0.2\text{ A}$ $I_1 = 0.1\text{ A} = I_2$
29. a. $I_1 = 2\text{ A}$ $I_2 = 8\text{ A}$
    b. $I_1 = 4\text{ mA}$ $I_2 = 12\text{ mA}$
31. a. $I_1 = 6.48\text{ mA}$ $I_2 = 9.23\text{ mA}$ $I_3 = 30.45\text{ mA}$ $I_4 = 13.84\text{ mA}$
    b. $I_1 = 60\text{ mA}$ $I_2 = 30\text{ mA}$ $I_3 = 20\text{ mA}$ $I_4 = 40\text{ mA}$ $I_5 = 110\text{ mA}$
33. 12 Ω
35. a. 8 Ω
    b. 1.50 A
    c. $I_1 = 0.50\text{ A}$ $I_2 = 0.25\text{ A}$ $I_3 = 0.75\text{ A}$
    d. $\Sigma I_{\text{ent}} = \Sigma I_{\text{sal}} = 1.50\text{ A}$
37. a. $25\ \Omega$ $I = 9.60\text{ A}$
    b. $I_1 = 4.0\text{ A}$ $I_2 = 2.40\text{ A}$ $I_3 = 3.20\text{ A}$ $I_4 = 5.60\text{ A}$
    c. $\Sigma I_{\text{ent}} = \Sigma I_{\text{sal}} = 9.60\text{ A}$
    d. $P_1 = 960\text{ W}$ $P_2 = 576\text{ W}$ $P_3 = 768\text{ W}$ $P_T = 2304\text{ W} = P_1 + P_2 + P_3$

39. a. $I_1 = 1.00\text{ A}$ $I_2 = 2.00\text{ A}$ $I_3 = 5.00\text{ A}$ $I_4 = 4.00\text{ A}$
    b. 12.00 A
    c. $P_1 = 20\text{ W}$ $P_2 = 40\text{ W}$ $P_3 = 100\text{ W}$ $P_4 = 80\text{ W}$
41. a. $R_1 = 2\text{ k}\Omega$ $R_2 = 8\text{ k}\Omega$ $R_3 = 4\text{ k}\Omega$ $R_4 = 6\text{ k}\Omega$
    b. $I_{R_1} = 24\text{ mA}$ $I_{R_2} = 6\text{ mA}$ $I_{R_4} = 8\text{ mA}$
    c. $I_1 = 20\text{ mA}$ $I_2 = 50\text{ mA}$
    d. $P_2 = 288\text{ mW}$ $P_3 = 576\text{ mW}$ $P_4 = 384\text{ mW}$
43. $I_1 = 8.33\text{ A}$ $I_2 = 5.00\text{ A}$ $I_3 = 2.50\text{ A}$ $I_4 = 7.50\text{ A}$ $I_T = 15.83\text{ A}$
    La corriente especificada del fusible se excederá; el fusible se "fundirá".
45. a. $V_{\text{medido}} = 20\text{ V}$ b. efecto de carga = 33.3%
47. 25.2 V
49. $I_1 = 4.0\text{ A}$ $I_2 = 2.4\text{ A}$ $I_3 = 3.2\text{ A}$
51. 20 V
53. $I_1 = 4.0\text{ A}$ $I_2 = 2.4\text{ A}$ $I_3 = 3.2\text{ A}$

CAPÍTULO 7

1. a. $R_T = R_1 + R_5 + [(R_2 + R_3)\|R_4]$
   b. $R_T = (R_1\|R_2) + (R_3\|R_4)$
3. a. $R_{T1} = R_1 + [(R_3 + R_4)\|R_2] + R_5$ $R_{T2} = R_5$
   b. $R_{T1} = R_1 + (R_2\|R_3\|R_5)$ $R_{T_2} = R_5\|R_3\|R_2$
7. a. 1500 Ω b. 2.33 kΩ
9. $R_{ab} = 140\ \Omega$ $R_{cd} = 8.89\ \Omega$
11. a. $R_T = 314\ \Omega$
    b. $I_T = 63.7\text{ mA}$ $I_1 = 19.2\text{ mA}$ $I_2 = 44.5\text{ mA}$ $I_3 = 34.1\text{ mA}$ $I_4 = 10.4\text{ mA}$
    c. $V_{ab} = 13.6\text{ V}$ $V_{bc} = -2.9\text{ V}$
13. a. $I_1 = 5.19\text{ mA}$ $I_2 = 2.70\text{ mA}$ $I_3 = 1.081\text{ mA}$ $I_4 = 2.49\text{ mA}$ $I_5 = 1.621\text{ mA}$ $I_6 = 2.70\text{ mA}$
    b. $V_{ab} = 12.43\text{ V}$ $V_{cd} = 9.73\text{ V}$
    c. $P_T = 145.3\text{ mW}$ $P_1 = 26.9\text{ mW}$ $P_2 = 7.3\text{ mW}$ $P_3 = 3.5\text{ mW}$ $P_4 = 30.9\text{ mW}$ $P_5 = 15.8\text{ mW}$ $P_6 = 7.0\text{ mW}$ $P_7 = 53.9\text{ mW}$
15. Circuito (a):
    a. $I_1 = 4.5\text{ mA}$ $I_2 = 4.5\text{ mA}$ $I_3 = 1.5\text{ mA}$
    b. $V_{ab} = -9.0\text{ V}$
    c. $P_T = 162\text{ mW}$ $P_{6\text{-k}\Omega} = 13.5\text{ mW}$ $P_{3\text{-k}\Omega} = 27.0\text{ mW}$ $P_{2\text{-k}\Omega} = 40.5\text{ mW}$ $P_{4\text{-k}\Omega} = 81.0\text{ mW}$

    Circuito (b):
    a. $I_1 = 0.571\text{ A}$ $I_2 = 0.365\text{ A}$ $I_3 = 0.122\text{ A}$ $I_4 = 0.449\text{ A}$
    b. $V_{ab} = -1.827\text{ V}$
    c. $P_T = 5.14\text{ W}$ $P_{10\text{-}\Omega} = 3.26\text{ W}$ $P_{16\text{-}\Omega} = 0.68\text{ W}$ $P_{5\text{-}\Omega} = 0.67\text{ W}$ $P_{6\text{-}\Omega} = 0.36\text{ W}$ $P_{8\text{-}\Omega} = 0.12\text{ W}$ $P_{4\text{-}\Omega} = 0.06\text{ W}$
17. $I_1 = 93.3\text{ mA}$ $I_2 = 52.9\text{ mA}$ $I_Z = 40.4\text{ mA}$ $V_1 = 14\text{ V}$ $V_2 = 2.06\text{ V}$ $V_3 = 7.94\text{ V}$ $P_T = 2240\text{ mW}$ $P_1 = 1307\text{ mW}$ $P_2 = 109\text{ mW}$ $P_3 = 420\text{ mW}$ $P_Z = 404\text{ mW}$
19. $R = 31.1\ \Omega \rightarrow 3900\ \Omega$
21. $I_C = 1.70\text{ mA}$ $V_B = -1.97\text{ V}$ $V_{CE} = -8.10\text{ V}$
23. a. $I_D = 3.6\text{ mA}$ b. $R_S = 556\ \Omega$ c. $V_{DS} = 7.6\text{ V}$
25. $I_C \cong 3.25\text{ mA}$ $V_{CE} \cong -8.90\text{ mV}$
27. a. $V_L = 0 \rightarrow 7.2\text{ V}$ b. $V_L = 2.44\text{ V}$ c. $V_{ab} = 9.0\text{ V}$
29. $V_{bc} = 7.45\text{ V}$ $V_{ab} = 16.55\text{ V}$
31. a. $V_{\text{sal(mín)}} = 0\text{ V}$ $V_{\text{sal(máx)}} = 40\text{ V}$
    b. $R_2 = 3.82\text{ k}\Omega$
33. 0 V, 8.33 V, 9.09 V
35. a. 11.33 V c. 44.1%
    b. 8.95 V d. 1.333 V
37. a. Se abre el circuito entre el resistor de 5.6 Ω y la fuente de voltaje. Se inserta el amperímetro y se conecta su terminal roja (+)a la terminal positiva de la fuente de voltaje y su terminal negra (−) al resistor de 5.6 Ω.
    b. $I_{1(\text{con carga})} = 19.84\text{ mA}$ $I_{2(\text{con carga})} = 7.40\text{ mA}$ $I_{3(\text{con carga})} = 12.22\text{ mA}$
    c. efecto de carga (I_1) = 19.9%
    efecto de carga (I_2) = 18.0%
    efecto de carga (I_3) = 22.3%
39. 12.0 V, 30.0 V, 5.00 A, 3.00 A, 2.00 A
41. 14.1 V
43. 12.0 V, 30.0 V, 5.00 A, 3.00 A, 2.00 A

CAPÍTULO 8

1. 38 V
3. a. 12 mA b. $V_S = 4.4\text{ V}$ $V_1 = 2.0\text{ V}$
5. $I_1 = 400\ \mu\text{A}$ $I_2 = 500\ \mu\text{A}$
7. $P_T = 7.5\text{ mW}$ $P_{50\text{-k}\Omega} = 4.5\text{ mW}$ $P_{150\text{-k}\Omega} = 1.5\text{ mW}$ $P_{\text{fuente de corriente}} = 1.5\text{ mW}$
   Nota: la fuente de corriente está absorbiendo energía del circuito en lugar de proporcionársela.
9. Circuito (a):
   La fuente de 0.25 A está en paralelo con un resistor de 20Ω
   Circuito (b):
   La fuente de 12.5 mA está en paralelo con un resistor de 2 kΩ resistor
11. a. 7.2 A b. $E = 3600\text{ V}$ $I_L = 7.2\text{ A}$
13. a. 21.45 V b. 6.06 mA c. 0.606 V
15. $V_2 = -80\text{ V}$ $I_1 = -26.7\text{ mA}$
17. $V_{ab} = -7.52\text{ V}$ $I_3 = 0.133\text{ mA}$
19. $I_1 = 0.467\text{ A}$ $I_2 = 0.167\text{ A}$ $I_3 = 0.300\text{ A}$
21. $I_2 = -0.931\text{ A}$
23. a. $(8\ \Omega)I_1 + 0\ I_2 - (10\ \Omega)I_3 = 24\text{ V}$
    $0\ I_1 + (4\ \Omega)I_2 + (10\ \Omega)I_3 = 16\text{ V}$
    $I_1 - I_2 + I_3 = 0$
    b. $I = 3.26\text{ A}$
    c. $V_{ab} = -13.89\text{ V}$
25. $I_1 = 0.467\text{ A}$ $I_2 = 0.300\text{ A}$
27. $I_2 = -0.931\text{ A}$
29. $I_1 = -19.23\text{ mA}$ $V_{ab} = 2.77\text{ V}$
31. $I_1 = 0.495\text{ A}$ $I_2 = 1.879\text{ A}$ $I_3 = 1.512\text{ A}$

33. $V_1 = -6.73\text{ V}$ $V_2 = 1.45\text{ V}$
35. $V_1 = -6\text{ V}$ $V_2 = 20\text{ V}$
37. $V_{6\Omega} = 6.10\text{ V}$
39. Red (a): $R_1 = 6.92\ \Omega$ $R_2 = 20.77\ \Omega$ $R_3 = 62.33\ \Omega$
    Red (b): $R_1 = 1.45\text{ k}\Omega$ $R_2 = 2.41\text{ k}\Omega$ $R_3 = 2.03\text{ k}\Omega$
41. Red (a): $R_A = 110\ \Omega$ $R_B = 36.7\ \Omega$ $R_C = 55\ \Omega$
    Red (b): $R_A = 793\text{ k}\Omega$ $R_B = 1693\text{ k}\Omega$ $R_C = 955\text{ k}\Omega$
43. $I = 6.67\text{ mA}$
45. $I = 0.149\text{ A}$
47. a. El puente no está balanceado.
    b. $(18\ \Omega)I_1 - (12\ \Omega)I_2 - (6\ \Omega)I_3 = 15\text{ V}$
    $-(12\ \Omega)I_1 + (54\ \Omega)I_2 - (24\ \Omega)I_3 = 0$
    $-(6\ \Omega)I_1 - (24\ \Omega)I_2 + (36\ \Omega)I_3 = 0$
    c. $I = 38.5\text{ mA}$
    d. $V_{R_5} = 0.923\text{ V}$
49. $I_{R_5} = 0$ $I_{RS} = 60\text{ mA}$ $I_{R_1} = I_{R_3} = 45\text{ mA}$
    $I_{R_2} = I_{R_4} = 15\text{ mA}$
51. $I_{R_1} = 0.495\text{ A}$ $I_{R_2} = 1.384\text{ A}$ $I_{R_3} = 1.879\text{ A}$
    $I_{R_4} = 1.017\text{ A}$ $I_{R_5} = 0.367\text{ A}$
53. $I_{R_1} = 6.67\text{ mA}$ $I_{R_2} = 0$ $I_{R_3} = 6.67\text{ mA}$
    $I_{R_4} = 6.67\text{ mA}$ $I_{R_5} = 6.67\text{ mA}$ $I_{R_6} = 13.33\text{ mA}$

CAPÍTULO 9

1. $I_{R_1} = 75\text{ mA}$ (hacia arriba) $I_{R_2} = 75\text{ mA}$ (a la derecha)
   $I_{R_3} = 87.5\text{ mA}$ (hacia abajo) $I_{R_4} = 12.5\text{ mA}$ (a la derecha)
3. $V_a = -3.11\text{ V}$ $I_1 = 0.1889\text{ A}$
5. $E = 30\text{ V}$ $I_L(1) = 2.18\text{ mA}$ $I_L(2) = 2.82\text{ mA}$
7. $R_{\text{Th}} = 20\ \Omega$ $E_{\text{Th}} = 10\text{ V}$ $V_{ab} = 6.0\text{ V}$
9. $R_{\text{Th}} = 2.02\text{ k}\Omega$ $E_{\text{Th}} = 1.20\text{ V}$ $V_{ab} = -0.511\text{ V}$
11. a. $R_{\text{Th}} = 16\ \Omega$ $E_{\text{Th}} = 5.6\text{ V}$
    b. Cuando $R_L = 20\ \Omega$: $V_{ab} = 3.11\text{ V}$
    Cuando $R_L = 50\ \Omega$: $V_{ab} = 4.24\text{ V}$
13. a. $E_{\text{Th}} = 75\text{ V}$ $R_{\text{Th}} = 50\ \Omega$
    b. $I = 0.75\text{ A}$
15. a. $E_{\text{Th}} = 50\text{ V}$ $R_{\text{Th}} = 3.8\text{ k}\Omega$
    b. $I = 13.21\text{ mA}$
17. a. $R_{\text{Th}} = 60\text{ k}\Omega$ $E_{\text{Th}} = 25\text{ V}$
    b. $R_L = 0$: $I = -0.417\text{ mA}$
    $R_L = 10\text{ k}\Omega$: $I = -0.357\text{ mA}$
    $R_L = 50\text{ k}\Omega$: $I = -0.227\text{ mA}$
19. a. $E_{\text{Th}} = 28.8\text{ V}$, $R_{\text{Th}} = 16\text{ k}\Omega$
    b. $R_L = 0$: $I = 1.800\text{ mA}$
    $R_L = 10\text{ k}\Omega$: $I = 1.108\text{ mA}$
    $R_L = 50\text{ k}\Omega$: $I = 0.436\text{ mA}$
21. $E_{\text{Th}} = 4.56\text{ V}$ $R_{\text{Th}} = 7.2\ \Omega$
23. a. $E_{\text{Th}} = 8\text{ V}$ $R_{\text{Th}} = 200\ \Omega$
    b. $I = 22.2\text{ mA}$ (hacia arriba)
25. $I_{\text{N}} = 0.5\text{ A}$, $R_{\text{N}} = 20\ \Omega$, $I_{\text{L}} = 0.2\text{ A}$
27. $I_{\text{N}} = 0.594\text{ mA}$, $R_{\text{N}} = 2.02\text{ k}\Omega$, $I_{\text{L}} = 0.341\text{ mA}$
29. a. $I_{\text{N}} = 0.35\text{ A}$, $R_{\text{N}} = 16\ \Omega$
    b. $R_{\text{L}} = 20\ \Omega$: $I_{\text{L}} = 0.156\text{ A}$
    $R_{\text{L}} = 50\ \Omega$: $I_{\text{L}} = 0.085\text{ A}$
31. a. $I_{\text{N}} = 1.50\text{ A}$, $R_{\text{N}} = 50\ \Omega$
    b. $I_{\text{N}} = 1.50\text{ A}$, $R_{\text{N}} = 50\ \Omega$
33. a. $I_{\text{N}} = 0.417\text{ mA}$, $R_{\text{N}} = 60\text{ k}\Omega$
    b. $I_{\text{N}} = 0.417\text{ mA}$, $R_{\text{N}} = 60\text{ k}\Omega$
35. a. $I_{\text{N}} = 0.633\text{ A}$, $R_{\text{N}} = 7.2\ \Omega$
    b. $I_{\text{N}} = 0.633\text{ A}$, $R_{\text{N}} = 7.2\ \Omega$
37. a. $60\text{ k}\Omega$ b. 2.60 mW
39. a. $31.58\ \Omega$ b. 7.81 mW
41. a. $R_1 = 0\ \Omega$ b. 19.5 mW
43. $E = 1.5625\text{ V}$
45. $I = 0.054\text{ A}$, $P_L = 0.073\text{ W}$
47. $I = 0.284\text{ mA}$, $P_L = 0.807\text{ W}$
49. a. $I = 0.24\text{ A}$
    b. La reciprocidad se aplica.
51. a. $V = 22.5\text{ V}$
    b. La reciprocidad se aplica.
53. $E_{\text{Th}} = 10\text{ V}$, $R_{\text{Th}} = 20\ \Omega$
    $I_{\text{N}} = 0.5\text{ A}$, $R_{\text{N}} = 20\ \Omega$
55. $R_L = 2.02\text{ k}\Omega$ para potencia máxima.

CAPÍTULO 10

1. a. $800\ \mu\text{C}$ c. $100\ \mu\text{C}$ e. 150 V
   b. $2\ \mu\text{F}$ d. 30 V f. $1.5\ \mu\text{F}$
3. 200 V
5. $420\ \mu\text{C}$
7. 73 pF
9. $5.65 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$
11. 117 V
13. a. $2.25 \times 10^{12}\text{ N/C}$
    b. $0.562 \times 10^{12}\text{ N/C}$
15. 4.5 kV
17. 3.33 kV
19. a. puntos b. esferas c. puntos
21. $24.8\ \mu\text{F}$
23. $77\ \mu\text{F}$
25. $3.86\ \mu\text{F}$
27. a. $9.6\ \mu\text{F}$ c. $3.6\ \mu\text{F}$
    b. $13\ \mu\text{F}$ d. $0.5\ \mu\text{F}$
29. $9\ \mu\text{F}$
31. $60\ \mu\text{F}$; $30\ \mu\text{F}$
33. $81.2\ \mu\text{F}$; $1.61\ \mu\text{F}$
35. El capacitor de $10\ \mu\text{F}$ está en paralelo con la combinación en serie de los capacitores de $1\ \mu\text{F}$ y $1.5\ \mu\text{F}$.
37. a. $V_1 = 60\text{ V}$; $V_2 = V_3 = 40\text{ V}$
    b. $V_1 = 50\text{ V}$; $V_2 = V_3 = 25\text{ V}$; $V_4 = 25\text{ V}$;
    $V_5 = 8.3\text{ V}$; $V_6 = 16.7\text{ V}$

39. 14.4 V; 36 V; 9.6 V
41. 800 μF
43. −50 mA desde 0 a 1 ms; 50 mA desde 1 a 4 ms; 0 mA desde 4 a 6 ms; 50 mA desde 6 a 7 ms; −75 mA desde 7 a 9 ms.
45. $-23.5\,e^{-0.05t}$ μA
47. 0 mJ, 0.25 mJ, 1.0 mJ, 1.0 mJ, 2.25 mJ, 0 mJ
49. a. C_3 en corto
    b. C_2 abierto
    c. C_2 en corto

CAPÍTULO 11

1. a. 0 V; 5 A b. 20 V; 0 A
3. a. Cortocircuito b. Fuente de voltaje c. Circuito abierto
   d. $i(0^-)$ = corriente justo antes de $t = 0$ s; $i(0^+)$ = corriente justo después de $t = 0$ s
5. 15.1 V
7. a. $45(1 - e^{-80t})$ V b. $90e^{-80t}$ mA
   c.

t (ms)	v_C (V)	i_C (mA)
0	0	90
20	35.9	18.2
40	43.2	3.67
60	44.6	0.741
80	44.93	0.150
100	44.98	0.030

9. $40(1 - e^{-t/39\text{ ms}})$ V $10.3e^{-t/39\text{ ms}}$ mA 28.9 V 2.86 mA
11. 40 μs; 200 μs
13. v_C: 0, 12.6, 17.3, 19.0, 19.6, 19.9 (todos en V)
    i_C: 5, 1.84, 0.675, 0.249, 0.092, 0.034 (todos en A)
15. 25 kΩ; 8 μF
17. 45 V; 4.5 kΩ; 0.222 μF
19. 2.5 A
21. a. $20 + 10e^{-25\,000t}$ V
    b. $-2.5e^{-25\,000t}$ A
    c. v_C inicia en 30 V y disminuye exponencialmente a 20 V en 200 μs. i_C es 0 A en $t = 0^-$, −2.5 A en $t = 0^+$, y disminuye exponencialmente a cero en 200 μs.
23. a. $50e^{-2t}$ V
    b. $-2e^{-2t}$ mA
    c. 0.5 s
    d. v_C: 50 V, 18.4 V, 6.77 V, 2.49 V, 0.916 V, 0.337 V
       i_C: −2 mA, −0.736 mA, −0.271 mA, −0.0996 mA, −0.0366 mA, −0.0135 mA
25. 14.4 V
27. a. 200 V; −12.5 mA
    b. 8 ms
    c. $200e^{-125t}$ V, $-12.5e^{-125t}$ mA
29. $45(1 - e^{-t/0.1857})$ V, 28.4 V (mismo)
31. a. $60(1 - e^{-500t})$ V b. $1.5e^{-500t}$ A
33. 90 V; 15 kΩ; 100 μF
35. $V_{C1} = 65$ V; $V_{C2} = 10$ V; $V_{C3} = 55$ V; $I_T = 0.5$ A
37. 14.0 μF
39. a. 5 μs b. 40% c. 200 000 pulsos/s
41. 0.8 μs; 0.8 μs; 4 μs
43. 6.6 ns
45. −17.8 V (teórico)
47. a. 51.9 V b. 203 mA
49. Punto de verificación: en $t = 20$ ms, −17.8 V y −0.179 A
51. 29.3 V, 0.227 mA

CAPÍTULO 12

1. a. A_1
   b. 1.4 T
3. 0.50 T
5. 1.23×10^{-3} Wb
7. 1 T;
9. 264 μWb; 738 μWb; 807 μWb
11. 1061 At/m
13. $N_1I_1 = H_1\ell_1 + H_2\ell_2$; $N_2I_2 = H_2\ell_2 - H_3\ell_3$
15. 0.47 A
17. 0.88 A
19. 0.58 A
21. 0.53 A
23. 0.86 A
25. 3.7 A
27. 4.4×10^{-4} Wb
29. 1.06×10^{-4} Wb

CAPÍTULO 13

1. 225 V
3. 6.0 V
5. 150 mV
7. 0.111 s
9. 79.0 μH
11. $$L = \frac{N\Phi}{I} = \frac{N(B_gA_g)}{I} = \frac{N(\mu_0H_g)A_g}{I}$$
$$= \frac{N\mu_0\left(\frac{NI}{\ell_g}\right)A_g}{I} = \frac{\mu_0N^2A_g}{\ell_g}$$
13. 4 H
15. a. 4 H c. 5 A
17. 84 mH
19. 4.39 mH
21. a. 21 H d. 4 H
    b. 2 H e. 4 mH
    c. 20 H
23. 9 μH
25. Circuito (a): 6 H; 1.5 H
    Circuito (b): 2 H; 8 H

27. 1.6 H, en serie con 6 H‖4 H
29. 1.2 H en serie con 8 H‖12 H
31. a. 1 H en serie con 3 μF
    b. 2 H en serie con 10 μF
    c. 10 Ω, 10 H, y 25 μF en series
    d. 10 Ω en serie con 40 Ω‖(50 H en serie con 20 μF)
33. 0.32 J
35. La trayectoria que contiene L_1 y L_2 está abierta.

CAPÍTULO 14

1. a. Circuito abierto
   b. Circuito (a): 1.6 A
   Circuito (b): 6 A; 60 V
   Circuito (c): 0 A; E
   Circuito (d): 2 A; 30 V
3. $v_{R_1} = 180$ V; $v_{R_2} = 120$ V; $v_{R_3} = 60$ V; $v_{R_4} = 32$ V
   $v_{R_5} = 28$ V; $v_{R_6} = 0$ V; $i_T = 21$ A; $i_1 = 18$ A
   $i_2 = 3$ A; $i_3 = 1$ A; $i_4 = i_5 = 2$A; $i_6 = 0$ A
5. a. 50 ms
   b. 250 ms
   c. $3(1 - e^{-20t})$ A; $180e^{-20t}$ V
   d.

t	i_L (A)	v_L (V)
0	0	180
τ	1.90	66.2
2τ	2.59	24.4
3τ	2.85	8.96
4τ	2.95	3.30
5τ	2.98	1.21

7. a. 0.2 s
   b. 1 s
   c. $20\,e^{-5t}$ V; $(1 - e^{-5t})$ A
   d. v_L: 20, 7.36, 2.71, 0.996, 0.366, 0.135 (todos en V)
   i_L: 0, 0.632, 0.865, 0.950, 0.982, 0.993 (todos en A)
9. $-182\,(1 - e^{-393t})$ mA; $-40e^{-393t}$ V; -134 mA; -10.5 V
11. 80 V; 20Ω; 2 H
13. 40 V; 4 kΩ; 2 H
15. a. 2 ms
    b. $5e^{-500t}$ A; $-1250e^{-500t}$ V
    c.

t	i_L (A)	v_L (V)
0	5	−1250
τ	1.84	−460
2τ	0.677	−169
3τ	0.249	−62.2
4τ	0.092	−22.9
5τ	0.034	−8.42

17. −365 V
19. $R_1 = 20\ \Omega$; $R_2 = 30\ \Omega$
21. 5.19 A
23. a. 8.89 μs
    b. $-203e^{-t/8.89\mu s}$ V; $5e^{-t/8.89\mu s}$ mA
    c. −27.3 V; 0.675 mA
25. a. 10 ms
    b. 90 $(1 - e^{-t/10\text{ ms}})$ mA; $36e^{-t/10\text{ ms}}$ V
    c. 2.96 V 82.6 mA
27. 103.3 mA; 3.69 V
29. 33.1 V
31. 4.61 A
33. $i_L(25\text{ ms}) = 126$ mA; $i_L(50\text{ ms}) = 173$ mA

CAPÍTULO 15

1. El voltaje de ca es aquel cuya polaridad varía periódicamente entre positiva y negativa. La corriente de ca es aquella cuya dirección varía periódicamente.
3. a. La magnitud de una forma de onda (tal como voltaje o corriente) en cualquier instante.
   b. 0, 10, 20, 20, 20, 0, −20, −20, 0 (todos en V)
5. 0 mA, 2.5 mA, 5 mA, 5 mA, 5 mA, 0 mA, −5 mA, −5 mA, 0 mA
7. a. 2 Hz b. 10 Hz c. 62.5 kHz
9. 7 ms; 142.9 Hz
11. 15 V; 6 mA
13. 149 919 ciclos
15. 100 μs; 400 μs; 2500 Hz
17. 144.4 V
19. 100 V
21. a. 0.1745 c. 1.3963 e. 6.1087
    b. 0.4363 d. 2.618 f. 10.821
23. 43.3 A; 25 A; −49.2 A; −50 A
25. $V_m = 85.1$ V. La forma de onda es como la de la figura 15-25 excepto $T = 50$ μs.
27. a. 62.83×10^6 rad/s c. 157.1 rad/s e. 1571 rad/s
    b. 188.5 rad/s d. 314.2 rad/s
29. a. $v = 170$ sen $377t$ V
    b. $i = 40$ sen $628t$ μA c. $v = 17$ sen $52.4 \times 10^3 t$ V
31. $v = 20$ sen $125.7t$ V
33. 0, 28.8, −11.4, −22 (todos en mA)
35. a. 5 sen$(1000\,t + 36°)$ mA
    b. 10 sen$(40\pi\,t + 120°)$ A
    c. 4 sen$(1800\pi\,t - 45°)$ V
37. 4.46 V; −3.54 V; 0.782 V
39. $v = 100$ sen$(3491t + 36°)$ V
41. 6.25 ms; 13.2 ms; 38.2 ms
43. a. 20°; i se adelanta c. 50°; i_1 se adelanta
    b. en fase d. 60°; i se adelanta
45. a. A se adelanta por 90° b. A se adelanta por 150°
47. Cero en cada uno.
49. a. 1.1 A b. −5 V c. 1.36 A

51. a. Similar a la figura 15-61(b), excepto que el pico positivo es 40 V, el pico negativo es −10 V, y $V_{prom} = 15$ V. $T =$ 120 ms.
    b. 40 V; −10 V
    c. 27.5 V; 36.7 V; 2.5 V; −6.65 V
    d. 15 V
53. 2.80 V
55. a. 12 V c. 19.7 V
    b. 17.0 mA d. 48.9 V
57. a. 5 mA b. 23.2 V
59. a. 8.94 A b. 16.8 A
61. 24 V; Su magnitud siempre es de 24 V; por tanto, produce la misma potencia promedio para un resistor que una batería de 24 V.
63. 26.5 mA
65. a. 108 V c. 14.6 V
    b. 120 V d. 422 V
67. 6.25 ms; 13.2 ms; 38.2 ms

CAPÍTULO 16

1. a. $13\angle 67.4°$ c. $17\angle 118.1°$
   b. $10.8\angle -33.7°$ d. $10.8\angle -158.2°$
5. a. $7 + j6$ d. $-4.64 + j1.86$
   b. $1 + j10$ e. $-7.2 - j12.1$
   c. $15.4 - j3.50$ f. $0.2 - j0.1$
7. a. $14.2\angle -23.8°$ b. $1.35\angle -69.5°$ c. $5.31\angle 167.7°$
9. a. $10 \operatorname{sen}(\omega t + 30°)$ V b. $15 \operatorname{sen}(\omega t - 10°)$ V
11. a. $10\text{ V}\angle 30°$, $15\text{ V}\angle -20°$
    b. $11.5\text{ V}\angle 118.2°$
    c. $11.5 \operatorname{sen}(\omega t + 118.2°)$ V
13. a. 17.7 mA $\angle 36°$; 28.3 mA $\angle 80°$; 42.8 mA $\angle 63.3°$
    b. $60.5 \operatorname{sen}(\omega t + 63.3°)$ mA
15. a. 4.95 mA $\angle 0°$; 2.83 mA $\angle -90°$; 4.2 mA $\angle 90°$; 5.15 mA $\angle 15.9°$
    b. $7.28 \operatorname{sen}(\omega t + 15.9°)$ mA
17. a. $10 \operatorname{sen} \omega t$ A c. $204 \operatorname{sen}(\omega t - 56°)$ mV
    b. $10 \operatorname{sen}(\omega t + 27°)$ A d. $204 \operatorname{sen}(\omega t - 157°)$ μV
19. a. $147 \operatorname{sen}(\omega t + 39°)$ V; $183.8 \operatorname{sen}(\omega t + 39°)$ V
    b. $330.8 \operatorname{sen}(\omega t + 39°)$ V; Idéntico
21. a. $5 \operatorname{sen}(\omega t - 30°)$ A
    b. $5 \operatorname{sen}(\omega t - 105°)$ A
    c. $10 \operatorname{sen}(\omega t + 120°)$ V
    d. $10 \operatorname{sen}(\omega t + 100°)$ V
23. a. $0.531 \operatorname{sen}(377t - 90°)$ A
    b. $31.8 \operatorname{sen}(6283t - 90°)$ mA
    c. $0.4 \operatorname{sen}(500t - 90°)$ A
25. a. 8.74 kHz; b. 50.9 mH; 130°
27. a. 530.5 Ω b. 31.83 Ω c. 400 Ω
29. a. $1.89 \operatorname{sen}(377t + 90°)$ A
    b. $79.6 \operatorname{sen}(2\pi \times 400t - 150°)$ mV
31. a. 48 $\Omega\angle 0°$ b. $j37.7\ \Omega$ c. $-j50\ \Omega$
33. a. $\mathbf{V}_R = 25\text{ V}\angle 0°$; $\mathbf{V}_L = 12.5\text{ V}\angle 90°$; $\mathbf{V}_C = 5\text{ V}\angle -90°$
    b. $v_R = 35.4 \operatorname{sen}\omega t$ V; $v_L = 17.7 \operatorname{sen}(\omega t + 90°)$ V; $v_C = 7.07 \operatorname{sen}(\omega t - 90°)$ V
35. a. 39.8 Hz b. 6.37 μF
37. Teórico: 45.2 mA
39. $1.59\text{ A}\angle -90°$
41. 7.96 A

CAPÍTULO 17

1. Cuando p es +, la potencia fluye de la fuente a la carga. Cuando p es −, la potencia fluye saliendo de la carga. Sale de la carga.
3. a. 1000 W y 0 VAR; 500 W y 0 VAR
   b. 1500 W y 0 VAR
5. 151 VAR (cap.)
7. a. 10 Ω b. 6 Ω c. 265 μF
9. 30 Ω
11. 160 W; 400 VAR (ind.)
13. 900 W; 300 VAR (ind.)
15. a. 20 Ω c. 8 Ω
    b. 6 Ω d. 1.2 H
17. 125 VA
19. 1150 W; 70 VAR (cap.); 1152 VA; $\theta = -3.48°$
21. 2.36 Ω
23. 120 Ω
25. a. 721 W; 82.3 VAR (cap.); 726 VA
    b. $I = 6.05$ A; No
27. a. A través de la carga b. 73.9 μF
29. 57.3 kW
31. 2598 W
33. 160 Ω
35. La misma que la figura 17-5 con valor pico de $p = 3.14$ W
37. Una onda diente de sierra que oscila entre 8 W y −8 W

CAPÍTULO 18

1. a. $0.125 \operatorname{sen}\omega t$
3. a. $1.87 \times 10^{-3} \operatorname{sen}(\omega t + 30°)$
5. a. $1.36 \operatorname{sen}(\omega t - 90°)$
7. a. $1333 \operatorname{sen}(2000\pi t + 30°)$
9. a. $62.5 \operatorname{sen}(10\,000t - 90°)$
11. a. $67.5 \operatorname{sen}(20\,000t - 160°)$
13. Red (a): $31.6\ \Omega\angle 18.43°$
    Red (b): $8.29\ \text{k}\Omega\angle -29.66°$
15. a. $42.0\ \Omega\angle 19.47° = 39.6\ \Omega + j14.0\ \Omega$
17. $R = 1.93\ \text{k}\Omega$, $L = 4.58$ mH
19. $R = 15\ \Omega$, $C = 1.93\ \mu$F
21. a. $\mathbf{Z}_T = 50\ \Omega\angle -36.87°$, $\mathbf{I} = 2.4\text{ A}\angle 36.87°$, $\mathbf{V}_R = 96\text{ V}\angle 36.87°$, $\mathbf{V}_L = 48\text{ V}\angle 126.87°$, $\mathbf{V}_C = 120\text{ V}\angle -53.13°$

c. 230.4 W

d. 230.4 W

23. a. $\mathbf{Z}_T = 45\ \Omega\angle -36.87°$

b. $i = 0.533\ \text{sen}(\omega t + 36.87°)$, $v_R = 19.20\ \text{sen}(\omega t + 36.87°)$, $v_C = 25.1\ \text{sen}(\omega t - 53.13°)$, $v_L = 10.7\ \text{sen}(\omega t + 126.87°)$

e. 5.12 W f. 5.12 W

25. a. $\mathbf{V}_R = 9.49\ \text{V}\angle -18.43°$, $\mathbf{V}_L = 11.07\ \text{V}\angle 71.57°$, $\mathbf{V}_C = 7.91\ \text{V}\angle -108.43°$

b. $\Sigma\mathbf{V} = 10.00\ \text{V}\angle 0°$

27. a. $\mathbf{V}_C = 317\ \text{V}\angle -30°$, $\mathbf{V}_L = 99.8\ \text{V}\angle 150°$

b. 25 Ω

29. a. $\mathbf{V}_C = 6.0\ \text{V}\angle -110°$

b. $\mathbf{V}_Z = 13.87\ \text{V}\angle 59.92°$

c. $69.4\ \Omega\angle 79.92°$

d. 1.286 W

31. Red (a): $199.9\ \Omega\angle -1.99°$,
Red (b): $485\ \Omega\angle -14.04°$

33. a. $\mathbf{Z}_T = 3.92\ \text{k}\Omega\angle -78.79°$, $\mathbf{I}_T = 2.55\ \text{mA}\angle 78.69°$, $\mathbf{I}_1 = 0.5\ \text{mA}\angle 0°$, $\mathbf{I}_2 = 10.0\ \text{mA}\angle -90°$, $\mathbf{I}_3 = 12.5\ \text{mA}\angle 90°$

d. 5.00 mW

35. a. $5.92\ \text{k}\Omega\angle 17.4°$ b. $177.6\ \text{V}\angle 17.4°$

37. $2.55\ \Omega\angle 81.80°$

39. Red (a): $\mathbf{I}_R = 10.00\ \text{mA}\angle -31.99°$, $\mathbf{I}_L = 4.00\ \text{mA}\angle -121.99°$, $\mathbf{I}_C = 4.35\ \text{mA}\angle 58.01°$
Red (b): $\mathbf{I}_R = 9.70\ \text{mA}\angle -44.04°$, $\mathbf{I}_{C1} = 1.62\ \text{mA}\angle 45.96°$, $\mathbf{I}_{C2} = 0.81\ \text{mA}\angle 45.96°$

41. $\mathbf{I}_L = 2.83\ \text{mA}\angle -135°$, $\mathbf{I}_C = 3.54\ \text{mA}\angle 45°$, $\mathbf{I}_R = 0.71\ \text{mA} -45°$, $\Sigma\mathbf{I}_{\text{sal}} = \Sigma_{\text{ent}} = 1.00\ \text{mA}\angle 0°$

43. a. $6.245\ \text{A}\angle 90°$ b. 40.0 Ω c. $8.00\ \text{A}\angle 51.32°$

45. a. $\mathbf{Z}_T = 22.5\ \Omega\angle -57.72°$
$\mathbf{I}_L = 5.34\ \text{A}\angle 57.72°$
$\mathbf{I}_C = 4.78\ \text{A}\angle 84.29°$
$\mathbf{I}_R = 2.39\ \text{A}\angle -5.71°$

c. $P_R = 342$ W

d. $P_T = 342$ W

47. a. $\mathbf{Z}_T = 10.53\ \Omega\angle 10.95°$, $\mathbf{I}_T = 1.90\ \text{A}\angle -10.95°$, $\mathbf{I}_1 = 2.28\ \text{A}\angle -67.26°$, $\mathbf{I}_2 = 2.00\ \text{A}\angle 60.61°$

b. $\mathbf{V}_{ab} = 8.87\ \text{V}\angle 169.06°$

49. a. $\mathbf{Z}_T = 7.5\ \text{k}\Omega\angle 0°$, $\mathbf{I}_1 = 0.75\ \text{mA}\angle 0°$, $\mathbf{I}_2 = 0.75\ \text{mA}\angle 90°$, $\mathbf{I}_3 = 0.79\text{A}\angle -71.57°$

b. $\mathbf{V}_{ab} = 7.12\ \text{V}\angle 18.43°$

51. $\omega_C = 2000$ rad/s

53. $f_C = 3.39$ Hz

55. Red (a): resistor de 5.5 kΩ en serie con una reactancia inductiva de 9.0 kΩ

Red (b): resistor de 207.7 Ω en serie con una reactancia inductiva de 138.5 Ω

57. $\omega = 1$ krad/s: $\mathbf{Y}_T = 0.01\ \text{S} + j0$, $\mathbf{Z}_T = 100\ \Omega$
$\omega = 10$ krad/s: $\mathbf{Y}_T = 0.01\ \text{S} + j0$, $\mathbf{Z}_T = 100\ \Omega$

CAPÍTULO 19

1. a. $5.00\ \text{V}\angle 180°$ b. $12.50\ \text{V}\angle 0°$ c. $15.00\ \text{V}\angle -120°$

3. a. $3.20\ \text{mV}\angle 180°$ b. $8.00\ \text{mV}\angle 0°$ c. $9.60\ \text{mV}\angle -120°$

5. $7.80\ \text{V}\angle -150°$

7. Circuito (a): $\mathbf{E} = 54\ \text{V}\angle 0°$, $\mathbf{V}_L = 13.5\ \text{V}\angle 0°$
Circuito (b): $\mathbf{E} = 450\ \text{mV}\angle -60°$, $\mathbf{V}_L = 439\ \text{mV}\angle -47.32°$

9. a. $4.69\ \text{V}\angle 180°$ b. $\mathbf{E} = (7.5\ \text{M}\Omega)\mathbf{I}$, $\mathbf{V} = 4.69\ \text{V}\angle 180°$

11. a. $(4\ \Omega + j2\ \Omega)\mathbf{I}_1 - (4\ \Omega)\mathbf{I}_2 = 20\ \text{V}\angle 0°$
$-(4\ \Omega)\mathbf{I}_1 + (6\ \Omega + j4\ \Omega)\mathbf{I}_2 = 48.4\ \text{V}\angle -161.93°$

b. $\mathbf{I}_1 = 2.39\ \text{A}\angle 72.63°$, $\mathbf{I}_2 = 6.04\ \text{A}\angle 154.06°$

c. $\mathbf{I} = 6.15\ \text{A}\angle -3.33°$

13. a. $(12\ \Omega - j16\ \Omega)\mathbf{I}_1 + (j15\ \Omega)\mathbf{I}_2 = 13.23\ \text{V}\angle -79.11°$ $(j15\ \Omega)\mathbf{I}_1 + 0\mathbf{I}_2 = 10.27\ \text{V}\angle -43.06°$

b. $\mathbf{I}_1 = 0.684\ \text{A}\angle -133.06°$, $\mathbf{I}_2 = 1.443\ \text{A}\angle -131.93°$

c. $\mathbf{V} = 11.39\ \text{V}\angle -40.91°$

15. $27.8\ \text{V}\angle 6.79°$ $\mathbf{I} = 6.95\ \text{mA}\angle 6.79°$

17. a. $(0.417\ \text{S}\angle 36.87°)\mathbf{V}_1 - (0.25\ \text{S}\angle 90°)\mathbf{V}_2 = 3.61\ \text{A}\angle -56.31°$
$-(0.25\ \text{S}\angle 90°)\mathbf{V}_1 + (0.083\ \text{S}\angle 90°)\mathbf{V}_2 = 7.00\ \text{A}\angle 90°$

b. $\mathbf{V}_1 = 30.1\ \text{V}\angle 139.97°$, $\mathbf{V}_2 = 60.0\ \text{V}\angle 75.75°$

c. $\mathbf{I} = 13.5\ \text{V}\angle -44.31°$

19. a. $(0.0893\ \text{S}\angle 22.08°)\mathbf{V}_1 + (0.04\ \text{S}\angle 90°)\mathbf{V}_2 = 0.570\ \text{A}\angle 93.86°$
$+(0.04\ \text{S}\angle 90°)\mathbf{V}_1 + (0.06\ \text{S}\angle 90°)\mathbf{V}_2 = 2.00\ \text{A}\angle 180°$

b. $\mathbf{V}_1 = 17.03\ \text{V}\angle 18.95°$, $\mathbf{V}_2 = 31.5\ \text{V}\angle 109.91°$

c. $\mathbf{V} = 11.39\ \text{V}\angle -40.91°$

21. $(0.372\ \mu\text{S}\angle -5.40°)$, $\mathbf{V} = 10.33\ \text{mA}\angle 1.39°$
$27.8\ \text{V}\angle 6.79°$, $\mathbf{I} = 6.95\ \text{mA}\angle 6.79°$
Como se esperaba, las respuestas son iguales que las del problema 15.

23. Red (a):
$\mathbf{Z}_1 = 284.4\ \Omega\angle -20.56°$, $\mathbf{Z}_2 = 94.8\ \Omega\angle 69.44°$
$\mathbf{Z}_3 = 31.6\ \Omega\angle 159.44°$
Red (b):
$\mathbf{Z}_1 = 11.84\ \text{k}\Omega\angle 9.46°$, $\mathbf{Z}_2 = 5.92\ \text{k}\Omega\angle -80.54°$
$\mathbf{Z}_3 = 2.96\ \text{k}\Omega\angle -80.54°$

25. $\mathbf{I}_T = 0.337\ \text{A}\angle -2.82°$

27. a. $\mathbf{Z}_T = 3.03\ \Omega\angle -76.02°$

b. $\mathbf{I} = 5.28\ \text{A}\angle 76.02°$, $\mathbf{I}_1 = 0.887\ \text{A}\angle -15.42°$

29. a. $\mathbf{Z}_2 = 1\ \Omega - j7\ \Omega = 7.07\ \Omega\angle -81.87°$

b. $\mathbf{I} = 142.5\ \text{mA}\angle 52.13°$

31. $\mathbf{Z}_1\mathbf{Z}_4 = \mathbf{Z}_2\mathbf{Z}_3$ como se requiere.

35. $R_3 = 50.01\ \Omega$, $R_1 = 253.3\ \Omega$

39. Igual que la figura 19-21

41. Igual que el problema 26.

CAPÍTULO 20

1. $\mathbf{I} = 4.12\ \text{A}\angle 50.91°$

3. $16\ \text{V}\angle -53.13°$

5. a. $\mathbf{V} = 15.77\ \text{V}\angle 36.52°$

b. $P_{(1)} + P_{(2)} = 1.826\ \text{W} \neq P_{100\text{-}\Omega} = 2.49\ \text{W}$

7. $0.436\ \text{A}\angle -9.27°$

9. 19.0 sen(ωt + 68.96°)
11. a. $\mathbf{V}_L = 1.26\ \text{V}\angle 161.57°$ b. $\mathbf{V}_L = 6.32\ \text{V}\angle 161.57°$
13. 0.361 mA∠−3.18°
15. $\mathbf{V}_L = 9.88\ \text{V}\angle 0°$
17. 1.78 V
19. $\mathbf{Z}_{\text{Th}} = 3\ \Omega\angle -90°$, $\mathbf{E}_{\text{Th}} = 20\ \text{V}\angle -90°$
21. a. $\mathbf{Z}_{\text{Th}} = 37.2\ \Omega\angle 57.99°$ $\mathbf{E}_{\text{Th}} = 9.63\ \text{V}\angle 78.49°$
    b. 0.447 W
23. $\mathbf{Z}_{\text{Th}} = 22.3\ \Omega\angle -15.80°$, $\mathbf{E}_{\text{Th}} = 20.9\ \text{V}\angle 20.69°$
25. $\mathbf{Z}_{\text{Th}} = 109.9\ \Omega\angle -28.44°$, $\mathbf{E}_{\text{Th}} = 14.5\ \text{V}\angle -91.61°$
27. a. $\mathbf{Z}_{\text{Th}} = 20.6\ \Omega\angle 34.94°$, $\mathbf{E}_{\text{Th}} = 10.99\ \text{V}\angle 13.36°$
    b. $P_L = 1.61$ W
29. $\mathbf{Z}_{\text{N}} = -j3\ \Omega$, $\mathbf{I}_{\text{N}} = 6.67\ \text{A}\angle 0°$
31. a. $\mathbf{Z}_{\text{N}} = 22.3\ \Omega\angle -15.80°$, $\mathbf{I}_{\text{N}} = 0.935\ \text{A}\angle 36.49°$
    b. $0.436\ \text{A}\angle -9.27°$
    c. 3.80 W
33. a. $\mathbf{Z}_{\text{N}} = 109.9\ \Omega\angle -28.44°$, $\mathbf{I}_{\text{N}} = 0.131\ \text{A}\angle -63.17°$
    b. $0.0362\ \text{A}\angle -84.09°$
    c. 0.394 W
35. a. $\mathbf{Z}_{\text{N}} = 14.1\ \Omega\angle 85.41°$, $\mathbf{I}_{\text{N}} = 0.181\ \text{A}\angle 29.91°$
    b. $0.0747\ \text{A}\angle 90.99°$
37. a. $\mathbf{Z}_{\text{Th}} = 17.9\ \text{k}\Omega\angle -26.56°$, $\mathbf{E}_{\text{Th}} = 1.79\ \text{V}\angle 153.43°$
    b. $31.6\ \mu\text{A}\angle 161.56°$
    c. 40.0 μW
39. $\mathbf{E}_{\text{Th}} = 10\ \text{V}\angle 0°$, $\mathbf{I}_{\text{N}} = 10.5\ \text{A}\angle 0°$, $\mathbf{Z}_{\text{Th}} = 0.952\ \Omega\angle 0°$
41. a. $\mathbf{Z}_L = 8\ \Omega\angle 22.62°$ b. 40.2 W
43. a. $\mathbf{Z}_L = 2.47\ \Omega\angle 21.98°$ b. 1.04 W
45. $4.15\ \Omega\angle 85.24°$
47. a. $\mathbf{Z}_L = 37.2\ \Omega\angle -57.99°$ b. 19.74 Ω c. 1.18 W
49. $\mathbf{Z}_{\text{Th}} = 3\ \Omega\angle -90°$, $\mathbf{E}_{\text{Th}} = 20\ \Omega\angle -90°$
51. $\mathbf{Z}_{\text{Th}} = 109.9\ \Omega\angle -28.44°$, $\mathbf{E}_{\text{Th}} = 14.5\ \text{V}\angle -91.61°$
53. $\mathbf{E}_{\text{Th}} = 10\ \text{V}\angle 0°$, $\mathbf{I}_{\text{N}} = 10.5\ \text{A}\angle 0°$, $\mathbf{Z}_{\text{Th}} = 0.952\ \Omega\angle 0°$
55. $\mathbf{Z}_{\text{N}} = 0.5\ \text{k}\Omega\angle 0°$, $\mathbf{I}_{\text{N}} = 4.0\ \text{mA}\angle 0°$
57. $\mathbf{E}_{\text{Th}} = 10\ \text{V}\angle 0°$, $\mathbf{I}_{\text{N}} = 10.5\ \text{A}\angle 0°$, $\mathbf{Z}_{\text{N}} = 0.952\ \Omega\angle 0°$
59. $\mathbf{Z}_{\text{N}} = 0.5\ \text{k}\Omega\angle 0°$, $\mathbf{I}_{\text{N}} = 4.0\ \text{mA}\angle 0°$

CAPÍTULO 21

1. a. $\omega_s = 3835$ rad/s $f_s = 610.3$ Hz
   b. $\mathbf{I} = 153.8\ \text{mA}\angle 0°$
   c. $\mathbf{V}_C = 59.0\ \text{V}\angle -90°$ $\mathbf{V}_L = 59.03\ \text{V}\angle 87.76°$
      $\mathbf{V}_R = 7.69\ \text{V}\angle 0°$
   d. $P_L = 0.355$ W
3. a. $R = 25.0\ \Omega$ $C = 4.05$ nF
   b. $P = 15.6$ mW
   c. $X_C = 1.57\ \text{k}\Omega$ $\mathbf{V}_C = 39.3\ \text{V}\angle -90°$
      $\mathbf{V}_L = 39.3\ \text{V}\angle 90°$
      $\mathbf{V}_R = \mathbf{E} = 0.625\ \text{V}\angle -90°$
   d. $v_C = 55.5\ \text{sen}(50{,}000\pi t - 90°)$
      $v_L = 55.5\ \text{sen}(50{,}000\pi t + 90°)$
      $v_R = 0.884\ \text{sen}(50{,}000\pi t)$
5. a. $\omega_s = 500$ rad/s $f_s = 79.6$ kHz
   b. $\mathbf{Z}_{\text{T}} = 200\ \Omega\angle 0°$
   c. $\mathbf{I} = 10\ \text{mA}\angle 0°$
   d. $\mathbf{V}_R = 1\ \text{V}\angle 0°$ $\mathbf{V}_L = 50.01\ \text{V}\angle 88.85°$
      $\mathbf{V}_C = 50\ \text{V}\angle -90°$
   e. $P_{\text{T}} = 20$ mW $Q_C = 0.5$ VAR (cap.)
      $Q_L = 0.5$ VAR (ind.)
   f. $Q_s = 25$
7. a. $C = 0.08\ \mu\text{F}$ $R = 6.4\ \Omega$
   b. $P_{\text{T}} = 0.625$ W
   c. $\mathbf{V}_{\text{L}} = 62.5\ \text{V}\angle 90°$
9. $\omega_s = 8000$ rad/s
11. a. $\omega_s = 3727$ rad/s, $Q = 7.45$, BW = 500 rad/s
    b. $P_{\text{máx}} = 144$ W
    c. $\omega_1 \approx 3477$ rad/s $\omega_2 \approx 3977$ rad/s
    d. $\omega_1 = 3485.16$ rad/s $\omega_2 = 3985.16$ rad/s
    e. Los resultados son cercanos, aunque la aproximación daría algún error si se usara en cálculos adicionales. El error sería menor si Q fuera más grande.
13. a. $R = 1005\ \Omega$, $C = 63.325$ pF
    b. $P = 0.625$ W, $\mathbf{V}_{\text{L}} = 312.5\ \text{V}\angle 90°$
    c. $v_{\text{sal}} = 442\ \text{sen}\ (400\pi \times 10^3 t + 90°)$
15. Red (a):
    a. $Q = 24$
    b. $R_P = 5770\ \Omega$, $X_{LP} = 240\ \Omega$
    c. $Q = 240$, $R_P = 576\ \Omega$
       $X_{LP} = 2400\ \Omega$

    Red (b):
    a. $Q = 1$
    b. $R_P = 200\ \Omega$, $X_{LP} = 200\ \Omega$
    c. $Q = 10$, $R_P = 10.1\ \text{k}\Omega$
       $X_{LP} = 1.01\ \text{k}\Omega$

    Red (c):
    a. $Q = 12.5$
    b. $R_P = 314.5\ \Omega$, $X_{LP} = 25.16\ \Omega$
    c. $Q = 125$, $R_P = 31.25\ \Omega$, $X_{LP} = 250\ \Omega$
17. Red (a):
    $Q = 15$, $R_P = 4500\ \Omega$, $\text{X}_{CP} = 300\ \Omega$

    Red (b):
    $Q = 2$, $R_P = 225\ \Omega$, $X_{CP} = 112.5\ \Omega$

    Red (c):
    $Q = 5$, $R_P = 13\ \text{k}\Omega$, $X_{CP} = 2600\ \Omega$
19. Red (a):
    $Q = 4$, $R_s = 4\ \text{k}\Omega$, $X_{LS} = 16\ \text{k}\Omega$

    Red (b):
    $Q = 0.333$, $R_s = 3.6\ \text{k}\Omega$, $X_{CS} = 1.2\ \text{k}\Omega$

    Red (c):
    $Q = 100$, $R_s = 10\ \Omega$, $X_{LS} = 1\ \text{k}\Omega$
21. $L_s = 1.2$ mH, $L_P = 2.4$ mH

23. a. $\omega_P = 20$ krad/s
25. a. $\omega_P = 39.6$ krad/s, $f_P = 6310$ Hz
    b. $Q = 6.622$
    c. $\mathbf{V} = 668.2\ \text{V}\angle 0°$, $\mathbf{I}_R = 11.14\ \text{mA}\angle 0°$
    $\mathbf{I}_L = 668.2\ \text{mA}\angle -82.36°$
    $\mathbf{I}_C = 662.2\ \text{mA}\angle 90°$
    d. $P_\text{T} = 66.82$ W
    e. BW = 5.98 krad/s, BW = 952 Hz
27. $R_1 = 4194\ \text{k}\Omega$, $C = 405$ pF, $\mathbf{I}_L = 5.0\ \text{mA}\angle -89.27°$
29. a. 900 Ω
    b. 1.862
    c. 1074 rad/s
    d. $C = 500$ nF, $L = 0.450$ H
    e. $93.1\ \text{V}\angle 0°$
33. $V = 668.2$ V, $f_P = 6310$ Hz, BW = 952 Hz, $Q = 6.622$
35. $V = 93.1$ V, $f_P = 318.3$ Hz, BW = 170.9 Hz, $Q = 1.86$

CAPÍTULO 22

1. a. 2000 (33.0 dB)
   b. 200,000 (53.0 dB)
   c. 2×10^6 (63.0 dB)
   d. 400 (26.0 dB)
3. a. $A_P = 50 \times 10^6$ (77.0 dB), $A_V = 500$ (54.0 dB)
   b. $A_P = 10$ (10.0 dB), $A_V = 0.224$ (−13.0 dB)
   c. $A_P = 13.3 \times 10^6$ (71.3 dB), $A_V = 258$ (48.2 dB)
   d. $A_P = 320 \times 10^6$ (85.1dB), $A_V = 1265$ (62.0 dB)
5. $P_\text{ent} = 12.5\mu\text{W}$, $P_\text{sal} = 39.5$ mW
   $V_\text{sal} = 3.14$ V, $A_V = 12.6$, $[A_V]_\text{dB} = 22.0$ dB
7. a. 17.0 dBm (−13.0 dBW)
   b. 30.0 dBm (0 dBW)
   c. −34.0 dBm (−64.0 dBW)
   d. −66.0 dBm (−96.0 dBW)
9. a. 0.224 W
   b. 30.2 μW
   c. 5.01 pW
   d. 1995 W
17. $P_1 = 5.05$ dBm, $P_2 = 2.05$ dBm, $P_3 = 14.09$ dBm
    $P_0 = 25.6$ dBm
19. $P_1 = 25.5$ dBm, $P_\text{ent} = -14.5$ dBm, $V_\text{sal} = 52.8$ V
23. a. $\omega_C = 1000$ rad/s, $f_C = 159.2$ Hz
25. a. $\omega_1 = 50$ rad/s, $f_C = 1000$ rad/s
35. a. $\text{TF} = \dfrac{1 + j0.00003}{1 + 0.00006}$
43. a. Filtro pasabajas: $\omega_C = 500$ rad/s
    Filtro pasaaltas: $\omega_C = 25$ krad/s
    BW = 475 krad/s
    c. Las frecuencias de corte reales serán cercanas a los valores de diseño porque las frecuencias de ruptura están separadas por más de una década.
45. a. $R_1 = 5\ \text{k}\Omega$, $R_2 = 50\ \text{k}\Omega$
    c. Las frecuencias de corte reales no ocurren en los valores de diseño porque están separadas 1 década.
47. a. 10 krad/s
    b. 10
    c. AB = 1 krad/s, $\omega_1 = 9.5$ krad/s, $\omega_2 = 10.5$ krad/s
    d. En resonancia, $[A_V]_\text{dB} = -28.0$ dB
49. a. 10 krad/s, 1592 Hz
    b. 100
    c. −60 dB
    d. −0.8 dB, 0 dB
    e. 100 rad/s, 9.95 krad/s, 10.05 krad/s

CAPÍTULO 23

1. a. e_s está en fase con e_p.
   b. e_p está 180° fuera de fase con e_s.
3. a. Se eleva
   b. $25\ \text{sen}\omega t$ V
   c. 6 V
   d. $96\ \text{V}\angle 0°$
   e. $3200\ \text{V}\angle 180°$
5. $v_1 = 24\ \text{sen}\omega t$ V; $v_2 = 144\ \text{sen}(\omega t + 180°)$ V;
   $v_3 = 48\ \text{sen}\omega t$ V
7. a. $1\ \text{A}\angle 20°$
   b. $480\ \text{V}\angle 0°$
   c. $480\ \Omega\angle -20°$
9. a. $160\ \text{V}\angle -23.1°$
   b. $640\ \text{V}\angle -23.1°$
11. a. $40\ \Omega - j80\ \Omega$
    b. $1.25\ \Omega + j2\ \Omega$
13. 2.5
15. a. $22\ \Omega + j6\ \Omega$
    b. $26\ \Omega + j3\ \Omega$
17. 108 kVA
19. a. 20 A
    b. 22.5 A
    c. 2.5 A
    d. 0.708 A
21. 0.64 W
23. $3\ \text{A}\angle -50°$; $1.90\ \text{A}\angle -18.4°$; $1.83\ \text{A}\angle -43.8°$
25. b. $2.12\ \text{A}\angle -45°$; $21.2\ \text{A}\angle -45°$; $120.2\ \text{V}\angle 0°$
27. 98.5%
29. Todos son menos.
31. 0.889 H
33. $-125\ e^{-500t}$ V; $-4\ e^{-500t}$ V; −75.8 V; −2.43 V
35. 10.5 H
37. 27.69 mH; $11.5\ \text{A}\angle -90°$
39. $(4 + j22)\ \mathbf{I}_1 + j13\ \mathbf{I}_2 = 100\angle 0°$
    $j13\ \mathbf{I}_1 + j12\ \mathbf{I}_2 = 0$
41. $(10 + j84)\ \mathbf{I}_1 - j62\ \mathbf{I}_2 = 120\ \text{V}\angle 0°$
    $-j62\ \mathbf{I}_1 + 15\ \mathbf{I}_2 = 0$
43. $0.644\ \text{A}\angle -56.1°$; $6.44\ \text{A}\angle -56.1°$; $117\ \text{V}\angle 0.385°$

CAPÍTULO 24

1. a. $8\ \text{A}\angle -30°$; $8\ \text{A}\angle -150°$; $8\ \text{A}\angle 90°$ b. Sí
3. i_A está en fase con el voltaje e_AN, i_B está en fase con e_BN, e i_C está en fase con e_CN. Las formas de onda se ven idénticas a las de la figura 24-2(b).
5. a. $\mathbf{V}_{ab} = 208\ \text{V}\angle 45°$; $\mathbf{V}_{ca} = 208\ \text{V}\ \angle 165°$
   b. $\mathbf{V}_{an} = 120\ \text{V}\angle 15°$; $\mathbf{V}_{bn} = 120\ \text{V}\angle -105°$;
   $\mathbf{V}_{cn} = 120\ \text{V}\ \angle 135°$
7. $\mathbf{I}_a = 23.1\ \text{A}\angle -21.9°$; $\mathbf{I}_b = 23.1\ \text{A}\angle -141.9°$;
   $\mathbf{I}_c = 23.1\ \text{A}\angle 98.1°$
9. $8.16\ \text{A}\angle 24°$; $8.16\ \text{A}\angle -96°$; $8.16\ \text{A}\angle 144°$
11. $\mathbf{I}_{ab} = 19.2\ \text{A}\angle 36.9°$; $\mathbf{I}_{bc} = 19.2\ \text{A}\angle -83.1°$;
    $\mathbf{I}_{ca} = 19.2\ \text{A}\angle 156.9°$; $\mathbf{I}_a = 33.3\ \text{A}\angle 6.9°$;
    $\mathbf{I}_b = 33.3\ \text{A}\angle -113.1°$; $\mathbf{I}_c = 33.3\ \text{A}\angle 126.9°$

13. $\mathbf{V}_{ab} = 250\ \text{V}\angle -57.9°$; $\mathbf{V}_{bc} = 250\ \text{V}\angle -177.9°$; $\mathbf{V}_{ca} = 250\ \text{V}\angle 62.1°$
15. $14.4\ \text{A}\angle -33°$; $14.4\ \text{A}\angle -153°$; $14.4\ \text{A}\angle 87°$
17. a. $R = 3.83\ \Omega$; $C = 826\ \mu\text{F}$
    b. $R = 7.66\ \Omega$; $L = 17.1\ \text{mH}$
19. a. $\mathbf{I}_{ab} = 4.5\ \text{A}\angle 35°$; $\mathbf{I}_{ca} = 4.5\ \text{A}\angle 155°$
    b. $\mathbf{I}_a = 7.79\ \text{A}\angle 5°$; $\mathbf{I}_b = 7.79\ \text{A}\angle -115°$; $\mathbf{I}_c = 7.79\ \text{A}\angle 125°$
    c. $R = 43.7\ \Omega$; $C = 86.7\ \mu\text{F}$
21. a. $122.1\ \text{V}\ \angle 0.676°$
    b. $212\ \text{V}\angle 30.676°$
23. $\mathbf{I}_a = 14.4\ \text{A}\angle 26.9°$; $\mathbf{I}_b = 14.4\ \text{A}\angle -93.1°$; $\mathbf{I}_c = 14.4\ \text{A}\angle 146.9°$
25. $\mathbf{I}_a = 14.4\ \text{A}\angle 34.9°$
27. $611\ \text{V}\ \angle 30.4°$
29. b. $489\ \text{V}\angle 30°$
31. $346\ \text{V}\ \angle -10°$
33. $P_\phi = 86.4\ \text{W}$; $Q_\phi = 0\ \text{VAR}$; $S_\phi = 86.4\ \text{VA}$; Para los totales, multiplique por 3.
35. 2303 W; 1728 VAR (ind.); 2879 VA
37. 4153 W; 3115 VAR (cap.); 5191 VA
39. 72 kW; 36 kVAR (ind.); 80.5 kVA; 0.894
41. 27.6 kW; 36.9 kVAR (ind.); 46.1 kVA; 0.60
43. $3.93\ \text{A}\angle -32°$
45. 0.909
47. a. Igual que la figura 23-28
    b. 768 W
    c. 2304 W
49. a. $\mathbf{I}_a = 5.82\ \text{A}\angle -14.0°$; $\mathbf{I}_b = 5.82\ \text{A}\angle -134.0°$; $\mathbf{I}_c = 5.82\ \text{A}\angle 106°$
    b. $P_\phi = 678\ \text{W}$; $P_T = 2034\ \text{W}$
    c. $W_1 = 1164\ \text{W}$; $W_2 = 870\ \text{W}$
    d. 2034 W
51. a. 0.970 b. 0.970
53. a. $\mathbf{I}_{ab} = 4\ \text{A}\angle 0°$; $\mathbf{I}_{bc} = 2.4\ \text{A}\angle -156.9°$; $\mathbf{I}_{ca} = 3.07\ \text{A}\angle 170.2°$; $\mathbf{I}_a = 7.04\ \text{A}\angle -4.25°$; $\mathbf{I}_b = 6.28\ \text{A}\angle -171.4°$; $\mathbf{I}_c = 1.68\ \text{A}\angle 119.2°$
    b. $P_{ab} = 960\ \text{W}$; $P_{bc} = 461\ \text{W}$; $P_{ca} = 472\ \text{W}$; 1893 W
55. a. $\mathbf{I}_a = 6.67\ \text{A}\angle 0°$; $\mathbf{I}_b = 2.68\ \text{A}\angle -93.4°$; $\mathbf{I}_c = 2.4\ \text{A}\angle 66.9°$
    b. $7.47\ \text{A}\angle -3.62°$
    c. $P_{an} = 800\ \text{W}$; $P_{bn} = 288\ \text{W}$; $P_{cn} = 173\ \text{W}$
    d. 1261 W
57. a. $\mathbf{V}_{an} = 34.9\ \text{V}\angle -0.737°$; $\mathbf{V}_{bn} = 179\ \text{V}\angle -144°$; $\mathbf{V}_{cn} = 178\ \text{V}\angle 145°$
    b. $\mathbf{V}_{nN} = 85.0\ \text{V}\angle 0.302°$
59. $\mathbf{I}_{ab} = 19.2\ \text{A}\angle 36.87°$; $\mathbf{I}_a = 33.2\ \text{A}\angle 6.87°$
61. $\mathbf{I}_a = 6.67\ \text{A}\angle 0°$; $\mathbf{I}_b = 2.68\ \text{A}\angle -93.4°$; $\mathbf{I}_c = 2.40\ \text{A}\angle 66.9°$; $\mathbf{I}_N = 7.64\ \text{A}\angle -3.62°$

CAPÍTULO 25

1. a. 18.37 V b. 6.75 W
3. a. 17.32 V b. 0.12 W
5. $v(t) = 1 + \frac{2}{\pi}\operatorname{sen}\omega t + \frac{2}{2\pi}\operatorname{sen}(2\,\omega t) + \frac{2}{3\pi}\operatorname{sen}(3\omega t) + \ldots$
7. $v(t) = \frac{32}{\pi}\operatorname{sen} 500\,\pi t - \frac{32}{2\pi}\operatorname{sen}(1000\pi t) + \frac{32}{3\pi}\operatorname{sen}(1500\pi t) - \ldots$
9. $v(t) = \frac{10}{\pi} + 5\operatorname{sen}\omega t - \frac{20}{\pi}\left[\frac{\cos(2\omega t)}{3} + \frac{\cos(4\omega t)}{15}\ldots\right]$
11. $v(t) = \frac{32}{\pi}\operatorname{sen}(\omega t + 30°) + \frac{32}{3\pi}\operatorname{sen}[3(\omega t + 30°)] + \frac{32}{5\pi}\operatorname{sen}[5(\omega t + 30°)] + \frac{32}{7\pi}\operatorname{sen}[7(\omega t + 30°)]$
13. b. $v_1 = -\frac{16}{\pi}\operatorname{sen}\omega t - \frac{16}{3\pi}\operatorname{sen} 3\omega t - \frac{16}{5\pi}\operatorname{sen} 5\omega t - \ldots$
    $v_2 = \frac{8}{\pi}\operatorname{sen}\omega t - \frac{8}{2\pi}\operatorname{sen} 2\omega t + \frac{8}{3\pi}\operatorname{sen} 3\omega t - \ldots$
    c. $v = -\frac{8}{\pi}\operatorname{sen}\omega t - \frac{8}{2\pi}\operatorname{sen} 2\omega t - \frac{8}{3\pi}\operatorname{sen} 3\omega t - \ldots$
15. b. $V_{\text{prom}} = 5\ \text{V}$
    c. $v_1 = 5 - \frac{10}{\pi}\operatorname{sen}\omega t - \frac{10}{2\pi}\operatorname{sen} 2\omega t - \frac{10}{3\pi}\operatorname{sen} 3\,\omega t - \ldots$
    $v_2 = -\frac{10}{\pi}\operatorname{sen}\omega t + \frac{10}{2\pi}\operatorname{sen} 2\omega t - \frac{10}{3\pi}\operatorname{sen} 3\omega t + \ldots$
    d. $v_1 + v_2 = 5 - \frac{20}{\pi}\operatorname{sen}\omega t - \frac{20}{3\pi}\operatorname{sen} 3\omega t - \frac{10}{5\pi}\operatorname{sen} 5\omega t - \ldots$
17. $v_1 + v_2 = \frac{16}{\pi}\operatorname{sen}\omega t - \frac{4}{2\pi}\operatorname{sen} 2\omega t + \frac{16}{3\pi}\operatorname{sen} 3\,\omega t - \ldots$
19. $P = 1.477\ \text{W}$
21. $P_0 = 23.1\ \text{dBm}$ $P_1 = 24.0\ \text{dBm}$ $P_2 = 26.1\ \text{dBm}$ $P_3 = 2.56\ \text{dBm}$ $P_4 = -4.80\ \text{dBm}$
23. a. $V_0 = 0.5\ \text{V}$
    b. $V_1 = 0.90\ V_P$ $\theta_1 = -45°$
    $V_3 = 0.14\ V_P$ $\theta_2 = -63°$
    $V_5 = 0.05\ V_P$ $\theta_5 = -79°$
    $V_7 = 0.03\ V_P$ $\theta_7 = -82°$

Glosario

admitancia (Y) Una cantidad (medida en siemens, S) que es recíproco de la impedancia. $\mathbf{Y = 1/Z}$.

aislante Material como el vidrio, el caucho, la baquelita, etc., que no conducen la electricidad.

American Wire Gauge (AWG) Estándar americano para clasificar los alambres y los cables.

ampere (A o amp) Unidad del SI para la corriente eléctrica, igual a la tasa de flujo de un coulomb de carga por segundo.

ampere-hora (Ah) Medida de capacidad de almacenamiento de una batería.

amperímetro Instrumento que mide la corriente.

amplificador de aislamiento Amplificador con una ganancia de voltaje unitaria ($A_v = 1$), alta impedancia de entrada y baja impedancia de salida. Un circuito amplificador de aislamiento se usa para evitar el efecto de carga.

amplificador operacional Amplificador electrónico caracterizado por tener ganancia de lazo abierto muy alta, impedancia de entrada muy alta e impedancia de salida muy baja.

analizador de espectro Un instrumento que despliega la amplitud de una señal como función de la frecuencia.

ancho de banda (AB) Diferencia entre las frecuencias de media potencia de cualquier filtro resonante pasa banda o supresor de banda. El ancho puede ser expresado en hertz o radianes por segundo.

ancho del pulso Duración de un pulso. Para pulsos no ideales se mide en el punto del 50% de amplitud.

armónicas Múltiplos enteros de una frecuencia.

atenuación Cantidad que disminuye la señal conforme pasa a través de un sistema. La atenuación es usualmente medida en decibeles, dB.

átomo Bloque básico de construcción de la materia. En el modelo de Bohr, un átomo consiste en un núcleo con protones cargados positivamente y neutrones sin carga, rodeado por electrones cargados negativamente que orbitan alrededor. Un átomo normalmente está compuesto por igual número de electrones y de protones, por lo tanto está sin carga.

autotransformador Tipo de transformador con devanados primarios y secundarios parcialmente comunes. Parte de su energía es transferida magnéticamente y parte conductivamente.

balanceado (1) Para un circuito puente, el voltaje entre los puntos medios en sus brazos es cero. (2) En un sistema de tres fases, el sistema (o la carga) que es idéntico en las tres fases.

bobina Término comúnmente usado para denotar los inductores o los devanados en los transformadores.

ca Abreviatura para corriente alterna; usada para indicar cantidades que varían periódicamente como corriente de ca, voltaje de ca, etcétera.

campo Región en el espacio donde se experimenta una fuerza, de ahí el campo de fuerza. Por ejemplo, los campos magnéticos existen alrededor de los imanes y campos eléctricos existen alrededor de cargas eléctricas.

capa de valencia La capa más al exterior de un átomo (la última ocupada).

capacitancia Medida de la capacidad de almacenamiento de carga, por ejemplo, de un capacitor. Un circuito con capacitancia se opone a un cambio en el voltaje. La unidad es el farad (F).

capacitor Dispositivo que almacena cargas eléctricas en "placas" conductivas separadas por un material aislante llamado dieléctrico.

carga (1) Dispositivo que está siendo manejado por un circuito. Por ello, el foco en una linterna es la carga. (2) La corriente demandada por la carga.

carga (1) Propiedad eléctrica de electrones y protones que causa una fuerza que exista entre ellos. Los electrones están cargados negativamente, mientras que los protones están cargados positivamente. La carga es denotada por Q y se define por la ley de Coulomb. (2) Exceso o deficiencia de electrones en un cuerpo. (3) Almacenar carga eléctrica como al cargar un capacitor o una batería.

carga en estrella Una configuración de componentes de circuito conectados en la forma de Y. Algunas veces llamada carga en estrella o T.

carga en adelanto Carga en la cual la corriente adelanta al voltaje (por ejemplo, carga capacitiva).

carga en atraso Carga cuya corriente atrasa al voltaje (por ejemplo, carga inductiva).

carga en delta Configuración de componentes de circuito conectados en la forma de Δ (letra griega delta). A veces llamada carga pi (π).

cascada Se dice que dos etapas de un circuito están conectadas en cascada cuando la salida de una etapa está conectada a la entrada de la siguiente etapa.

choque Otro nombre del inductor.

ciclo Variación completa de una forma de onda de ca.

ciclo de trabajo Relación en tiempo de la duración de una forma de onda pulso, expresado en porcentaje.

circuito Sistema de componentes interconectados como los resistores, capacitores, inductores, fuentes de voltaje, etcétera.

circuito abierto Circuito discontinuo, por lo tanto un circuito que no provee una trayectoria completa para la corriente.

circuito con condición inicial En el análisis transitorio, esto se refiere a un circuito dibujado como se ve inmediatamente después de un disturbio (como una conmutación). En tales circuitos, los capacitores cargados son representados por fuentes de voltaje, los inductores que llevan corriente por fuentes de corriente, los capacitores sin carga por cortos circuitos y los inductores que no llevan corriente por circuitos abiertos.

circuito lineal Circuito cuyas relaciones son proporcionales. En un circuito lineal, la corriente es proporcional al voltaje.

circuito en serie Un lazo cerrado de elementos donde dos elementos no tienen más de una terminal en común. En un circuito en serie hay solo una trayectoria de corriente y todos los elementos en serie tienen la misma corriente.

circuito tanque Un circuito que consiste en un inductor y un capacitor en paralelo. El circuito *L-C* se usa en osciladores y receptores para proporcionar la señal máxima a la frecuencia de resonancia.

coeficiente de acoplamiento (k) Medida del enlace de flujo entre circuito como los de las bobinas. Si $k = 0$ no hay ningún enlace; si $k = 1$ todo el flujo producido por una bobina se enlaza con el otro. La inductancia mutua M entre las bobinas está relacionada con k mediante la relación $M = k\sqrt{L_1 L_2}$, donde L_1 y L_2 son las autoinductancias de las bobinas.

coeficiente de temperatura (1) La tasa a la cual la resistencia cambia conforme cambia la temperatura. Un material tiene un coeficiente de temperatura positivo si la resistencia se incrementa con un incremento de temperatura. De manera inversa, un coeficiente de temperatura negativo significa que la resistencia disminuye conforme se incrementa la temperatura. (2) De manera similar, para la capacitancia. El cambio en la capacitancia se debe a cambios en las características de su dieléctrico con la temperatura.

común del circuito Punto de referencia en un circuito eléctrico a partir del cual se miden los voltajes.

conductancia (G) El recíproco de la resistencia. La unidad es el siemens (S).

conductor Material a través del cual las cargas se mueven fácilmente. El cobre es el conductor metálico más común.

constante de tiempo (τ) Una medida de cuánto dura un transitorio. Por ejemplo, durante la carga, el voltaje en el capacitor cambia al 63.2% en una constante de tiempo y para fines prácticos, se carga totalmente en cinco constantes de tiempo. Para un circuito RC $\tau = RC$ segundos y para un circuito RL $\tau = L/R$ segundos.

constante dieléctrica ($\in$) Nombre común de permitividad.

constante dieléctrica relativa ($\in_r$) La razón de la constante dieléctrica de un material a la de vacío.

continuidad de corriente Se refiere al hecho de que la corriente no puede cambiar de forma abrupta (esto es, de forma en escalón) de un valor a otro en una inductancia aislada (es decir, no acoplada).

corriente (I o i) La tasa de flujo de cargas eléctricas en un circuito, medida en amperes.

corriente alterna (ca) Corriente que periódicamente se invierte en dirección, comúnmente llamada corriente de ca.

corriente de rama Corriente a través de la rama de un circuito.

corriente directa (cd) Corriente unidireccional como la de una batería.

corriente parásita Pequeña corriente circulante. Generalmente se refiere a la corriente no deseada que es inducida al núcleo de un inductor o transformador al cambiar el flujo del núcleo.

cortocircuito Un cortocircuito ocurre cuando dos terminales de un elemento o rama están conectados juntos mediante un conductor de baja resistencia. Cuando ocurre un cortocircuito, corrientes muy grandes pueden resultar en chispas.

coulomb (C) Unidad del SI de carga eléctrica, igual a la carga portada por 6.24×10^{18} electrones.

curva(s) características La relación entre la corriente y voltaje de salida de un dispositivo semiconductor. Las curvas características también pueden mostrar cómo la salida varía como función de algún parámetro como la corriente de entrada, voltaje de entrada y temperatura.

década Un cambio de diez veces en la frecuencia.

decibel (dB) Unidad logarítmica usada para representar un incremento (o disminución) en niveles de potencia o intensidad de sonido.

delta (Δ) Pequeño cambio (incremento o disminución) en una variable. Por ejemplo, si la corriente cambia una pequeña cantidad de i_1 a i_2, su incremento es $\Delta i = i_2 - i_1$, mientras que si el tiempo cambia una pequeña cantidad de t_1 a t_2, su incremento es $\Delta t = t_2 - t_1$.

densidad de flujo magnético (B) Número de líneas de flujo magnético por unidad de área medida en el SI en tesla (T) donde un T = Wb/m^2.

derivada La tasa instantánea de cambio de una función. Es la pendiente de la tangente a la curva en el punto de interés.

desplazamiento de fase La diferencia angular mediante la cual una forma de onda adelanta o atrasa a otra, de ahí el desplazamiento relativo entre formas de onda que varían en el tiempo.

devanado secundario El devanado de salida de un transformador.

diagrama de Bode Aproximación en línea recta que muestra cómo la ganancia de voltaje de un circuito cambia con la frecuencia.

diagrama esquemático Un diagrama de circuito que usa símbolos para representar los componentes físicos.

dieléctrico Material aislante. El término es comúnmente usado con referencia al material aislante entre las placas de un capacitor.

diferenciador Circuito cuya salida es proporcional a la derivada de su entrada.

diodo Componente de dos terminales hecho de material semiconductor, que permite la corriente en una dirección, mientras que impide la corriente en la dirección contraria.

diodo varactor (o varicap, epicap y diodo de sintonización) Un diodo que se comporta como un capacitor de voltaje variable.

diodo zener Un diodo que normalmente opera en su región inversa y se usa para mantener un voltaje de salida constante.

efecto superficial A altas frecuencias, la tendencia de la corriente a viajar en una capa delgada cerca de la superficie de un conductor.

eficiencia (η) Razón de la potencia de salida con la potencia de entrada, generalmente expresada como porcentaje. $\eta = P_{\text{sal}}/P_{\text{ent}} \times 100\%$.

electrón Partícula atómica cargada negativamente. Véase átomo.

electrón libre Electrón que está débilmente atado a su átomo padre y, por ello, es fácilmente liberado. Para materiales como el cobre, hay miles de millones de electrones libres por centímetro cúbico a temperatura ambiente. Ya que estos electrones pueden liberarse y deambular de átomo en átomo, éstos forman la base de la corriente eléctrica.

energía (W) Habilidad para hacer trabajo. Su unidad SI es el joule; la energía eléctrica también es medida en kilowatt-hora (kWh).

escalón Un cambio abrupto en el voltaje o la corriente, como por ejemplo, cuando se cierra un interruptor para conectar una batería a un resistor.

estado estable La condición de operación de un circuito después que el transitorio ha pasado.

factor de calidad (*Q*) (1) Una figura de mérito. *Q* para una bobina es la razón de su potencia reactiva a su potencia real. Entre más alto sea *Q*, la bobina estará más cerca de ser ideal. (2) Una medida de la selectividad de un circuito resonante. Entre más grande sea *Q*, más estrecho es el ancho de banda.

factor de potencia La razón de la potencia activa y la potencia aparente, igual al cos θ, donde θ es el ángulo entre el voltaje y la corriente.

farad (F) Unidad del SI de la capacitancia, nombrado en honor de Michael Faraday.

fasor Forma de representar la magnitud y el ángulo de una onda seno gráficamente o mediante un número complejo. La magnitud del fasor representa el valor rms de la cantidad de ca y su ángulo representa la fase de la forma de onda.

ferrita Material magnético hecho de polvo óxido de hierro. Proporciona una buena trayectoria para el flujo magnético y tiene bajas pérdidas por corrientes parásitas para ser usada como material de núcleo para inductores y transformadores de altas frecuencias.

filtro Circuito que permite el paso de ciertas frecuencias, mientras que rechaza otras.

filtro pasa altas Circuito que fácilmente permite el paso de frecuencias por arriba de la frecuencia de corte de la entrada a la salida del circuito, mientras que atenúa las frecuencias por debajo de la frecuencia de corte. (Véase frecuencia de corte).

filtro pasa bajas Circuito que permite el paso de frecuencias por debajo de la frecuencia de corte desde la entrada a la salida del circuito, mientras que atenúa las frecuencias por arriba de la frecuencia de corte (Véase frecuencia de corte).

filtro pasa banda Circuito que permite el paso de señales dentro de intervalo de frecuencias a través de un circuito. Las señales de las demás frecuencias impide que pasen a través del circuito.

filtro supresor de banda (o filtro de ranura) Circuito diseñando para impedir que pasen las señales dentro de un intervalo de frecuencias a través de un circuito. Las señales de las demás frecuencias pasan libremente a través del circuito.

flujo Forma de representar y visualizar los campos de fuerza por medio del dibujo de líneas que muestran la fuerza y dirección de un campo en todos los puntos en el espacio. Comúnmente usado para representar los campos eléctricos o magnéticos.

forma de onda La variación contra el tiempo de una señal que varía con el tiempo, de ahí la forma de la señal.

frecuencia (f) Número de veces que un ciclo se repite cada segundo. Su unidad SI es el hertz (Hz).

frecuencia angular (ω) Frecuencia de una forma de onda de ca en radianes/s. $\omega = 2\pi f$ donde f es la frecuencia en Hz.

frecuencia de audio Frecuencia en el intervalo del oído humano, la cuál es comúnmente de 15 a 20 Hz aproximadamente.

frecuencia de corte f_c o ω_c Frecuencia a la cual la potencia de salida de un circuito se reduce a la mitad de la potencia máxima de salida. La frecuencia de corte puede ser medida ya sea en hertz (Hz) o en radianes por segundo, (rad/s).

fuente de corriente Una fuente de corriente práctica puede ser modelada como una fuente de corriente ideal en paralelo con una impedancia interna.

fuente de corriente ideal Fuente de corriente con una impedancia infinita en derivación (paralelo). Una fuente de corriente ideal es capaz de proveer la misma corriente a todas las cargas (excepto en un circuito abierto). El voltaje en la fuente de corriente está determinado por el valor de la impedancia de carga.

fuente de voltaje Una fuente de voltaje práctica puede modelarse como una fuente de voltaje ideal en serie con una impedancia interna.

fuente de voltaje ideal Fuente de voltaje con impedancia en series cero. Una fuente de voltaje ideal es capaz de proveer el mismo voltaje a todas las cargas (excepto en un cortocircuito). La corriente a través de la fuente de voltaje está determinada por el valor de la impedancia de carga.

fuerza magnetomotriz (fmm) La capacidad productora de flujo de una bobina. En el SI, el fmm de una bobina de *N* vueltas con corriente *I* es *NI* ampere-vueltas.

ganancia La razón de voltaje, corriente o potencia de salida con respecto a la entrada. La ganancia de potencia de un amplificador se define como la razón de potencia de salida de ca a la potencia de entrada de ca, $Ap = P_{sal}/P_{ent}$. La ganancia también puede ser expresada en decibeles. En el caso de la ganancia de potencia, $A_p(\text{dB}) = 10 \log P_{sal}/P_{ent}$.

gauss Unidad de la densidad de flujo magnético en el sistema de unidades CGS.

giga (G) Prefijo con el valor de 10^9.

henry (H) Unidad del SI de la inductancia, nombrado en honor de Joseph Henry.

Hertz (Hz) Unidad del SI de la frecuencia, nombrado en honor de Heinrich Hertz. Un Hz equivale a un ciclo por segundo.

impedancia (Z) Oposición total que un elemento de un circuito presenta a una ca sinusoidal en el dominio de fasores. $\mathbf{Z} = \mathbf{V/I}$ donde **V** e **I** son fasores de voltaje y corriente respectivamente. La impedancia es una cantidad compleja con magnitud y ángulo.

impedancia interna Impedancia que existe internamente en un dispositivo como la fuente de voltaje.

inductancia (L) Propiedad de una bobina (u otro conductor que lleve corriente) que se opone al cambio en la corriente. La unidad en el SI de la inductancia es el henry.

inductancia mutua (*M*) Inductancia entre circuitos (como las bobinas) medida en henries. El voltaje inducido en un circuito al cambiar la corriente en otro circuito es igual a *M* veces la tasa de cambio de la corriente en el primer circuito.

inductor Elemento de circuito diseñado para poseer inductancia, por ejemplo, una bobina con alambre devanado para aumentar su inductancia.

integrador Circuito cuya salida es proporcional a la integral de su entrada.

intensidad de campo Fuerza de un campo.

interruptor automático de circuito Dispositivo de protección de circuito restaurable que activa una serie de contactos para abrir el circuito cuando la corriente alcanza el valor programado.

ion Átomo que se ha cargado. Si tiene un exceso de electrones, es un ion negativo; mientras que si tiene deficiencia, es un ion positivo.

joule (J) Unidad del SI de la energía, igual a un newton-metro.

kilo Prefijo con el valor de 10^3.

kilowatt-hora (kWh) Unidad de energía igual a 1000 W que mide un watt-hora y comúnmente usado por compañías eléctricas.

láser Fuente de luz que emite una muy intensa luz monocromática (un solo color) coherente (en fase). El término es un acrónimo por sus siglas en inglés, Light Amplification through Stimulated Emission of Radiation.

Ley de corriente de Kirchhoff Ley experimental que establece que la suma de las corrientes que entran en un nodo es igual a la suma que salen.

Ley de Coulomb Ley experimental que establece que la fuerza (en Newtons) entre las partículas cargadas es $F = Q_1Q_2/4\pi \in r^2$ donde Q_1 y Q_2 son las cargas (en coulombs), r es la distancia entre sus centros en metros y ϵ es la permitividad del medio. Para aire, $\in = 8.854 \times 10^{-12}F$/m.

Ley de voltaje de Kirchhoff Ley experimental que establece que la suma algebraica de voltajes alrededor de una trayectoria cerrada en un circuito es igual a cero.

maxwell (Mx) Unidad del CGS para flujo magnético Φ.

mega (M) Prefijo con el valor de 10^6.

micro (μ) Prefijo con el valor del 10^{-6}.

milésima circular (MC) Unidad utilizada para especificar el área transversal de un cable o un alambre. La milésima circular se define como el área contenida en un círculo con un diámetro de 1 milésima (0.001 pulgadas).

mili (m) Prefijo con el valor de 10^{-3}.

MMD Multímetro digital que despliega los resultados en una lectura numérica. Además de voltaje, corriente y resistencia, algunos mmd's miden otras cantidades como frecuencia y capacitancia.

modelo del transistor Un circuito eléctrico que simula la operación de un amplificador de transistor.

multímetro Medidor con multifunciones usado para medir diversas cantidades eléctricas como voltaje, corriente y resistencia. Su función e intervalo son seleccionados mediante un interruptor. (Vea también MMD)

nano (n) Prefijo con un valor de 10^{-9}.

neutrón Partícula atómica sin carga. (Véase átomo.)

nodo Unión donde dos o más componentes se conectan en un circuito eléctrico.

notación de ingeniería Método para representar ciertas potencias comunes de 10 a través de prefijos estándar, por ejemplo, 0125 A como 125 mA.

núcleo Forma o estructura alrededor de la cuál un inductor o las bobinas de un transformador están devanadas. El material del núcleo afecta las propiedades magnéticas del dispositivo.

octava Aumento (o disminución) del doble en la frecuencia.

ohm (Ω) Unidad del SI para la resistencia. También usado como la unidad de la reactancia e impedancia.

óhmmetro Instrumento para la medición de la resistencia.

onda seno Una forma de onda periódica descrita por la función seno trigonométrica. Es la forma de onda principal que se usa en los sistemas de ca.

oscilador controlado por voltaje Proporciona una frecuencia de salida que es directamente proporcional a la magnitud del voltaje de entrada aplicado.

osciloscopio Instrumento que despliega electrónicamente formas de onda de voltaje en una pantalla. La pantalla tiene divisiones mediante una cuadrícula escalada para hacer las mediciones de las características de las formas de onda.

paralelo Los elementos o ramas, se dice que están en una conexión en paralelo cuando tienen exactamente dos nodos en común. El voltaje en los elementos o ramas en paralelo es exactamente el mismo.

pérdida en el cobre La pérdida de potencia I^2R en un conductor se debe a su resistencia, por ejemplo la pérdida de potencia en los devanados de un transformador.

pérdida en el núcleo La pérdida de potencia en el núcleo de un trasformador o inductor se debe a la histéresis y las corrientes parásitas.

pérdida por histéresis Pérdida de potencia en un material ferromagnético causado por la inversión de dominios magnéticos en un campo magnético que varía en el tiempo.

periódica Repetición a intervalos regulares.

periodo (T) El tiempo de una forma de onda en un ciclo. $T = 1/f$ donde f es la frecuencia en Hz.

permeabilidad (μ) Medida de qué tan fácil es magnetizar un material. $B = \mu H$, donde B es la densidad de flujo y H es la fuerza de magnetización que crea el flujo.

permitividad ($\in$) Medida de qué tan fácil es establecer el flujo eléctrico en un material. (Véase también la constante dieléctrica relativa y la ley de Coulomb.)

pico El valor instantáneo máximo (positivo o negativo) de una forma de onda.

pico (p) Prefijo con el valor de 10^{-12}.

pico a pico La magnitud de la diferencia entre los valores máximo y mínimo de una forma de onda.

potencia (P, p) La tasa para hacer trabajo, con unidades de watts, donde un watt es igual a un joule por segundo. También llamada potencia real o activa.

potencia aparente (S) Potencia que aparentemente fluye en un circuito de ca. Tiene componentes de potencia real y potencia reactiva, relacionadas a través del triángulo de la potencias. La magnitud de la potencia aparente es igual al producto del voltaje efectivo por la corriente efectiva. Su unidad es VA (volt-amp).

potencia reactiva Un componente de la potencia que alternadamente fluye hacia adentro y hacia afuera de un elemento reactivo, medida en VARs (volt-ampere reactivos). La potencia reactiva tiene unir promedio de cero y en ocasiones se le llama potencia "sin watts".

potenciómetro Resistor de tres terminales que consiste en una resistencia fija entre dos terminales en los extremos y una tercera terminal que está conectada a un contacto deslizante. Cuando las terminales en los extremos están conectadas a una fuente de voltaje, se ajusta el voltaje entre el contacto deslizante y cualquiera de las otras dos terminales.

primario El devanado de un transformador al cual se le conecta la fuente.

promedio de una forma de onda El valor medio de una forma de onda obtenido mediante la suma algebraica de las áreas por arriba y por debajo del eje cero de la forma de onda, dividido por la longitud del ciclo de la forma de onda. Es igual al valor de cd de la forma de onda cuando se mide en un amperímetro o un voltímetro.

protón Partícula atómica cargada positivamente. (Véase átomo.)

pulso Un voltaje o corriente de corta duración que cambia de manera abrupta de un valor a otro y luego de nuevo cambia.

rama Porción de un circuito que está presente entre dos nodos (o terminales).

reactancia (X) La oposición que un elemento reactivo (capacitancia o inductancia) presenta a una ca sinusoidal, medida en ohms.

reactor Otro nombre de la inductancia.

rectificador Un circuito, por lo general, consiste en al menos un diodo, el cual permite el paso de la corriente solamente en una dirección.

rectificador controlado de silicio Un tiristor que permite el paso de la corriente sólo en una dirección una vez que está presente una señal adecuada en la compuerta.

regulación El cambio en el voltaje desde sin carga a plena carga expresada como un porcentaje del voltaje a plena carga.

regulador de voltaje Un dispositivo que mantiene constante el voltaje de salida a una carga sin importar el voltaje de entrada o la cantidad de corriente de salida.

relación de vueltas (a) La razón de las vueltas del primario a las vueltas del secundario; $a = N_p/N_s$.

relevador Un dispositivo de conmutación que es abierto o cerrado mediante una señal eléctrica.

reluctancia La oposición de un circuito magnético al establecimiento del flujo.

reóstato Un resistor variable conectado de manera que la corriente a través del circuito es controlada mediante la posición de un contacto deslizante.

resistencia (R) La oposición a la corriente que resulta en disipación de potencia. Entonces, $R = P/I^2$ ohms. Para un circuito dc considere, $R = V/I$, mientras que para un circuito de ca que contiene elementos reactivos $R = V_R/I$, donde V_R es la componente de voltaje en la parte resistiva del circuito.

resistencia efectiva Resistencia definida por $R = P/I^2$. Para la ca, la resistencia efectiva es más grande que la resistencia de cd debida al efecto superficial y a otros efectos como la pérdida de potencia.

resistor Un componente de circuito que posee resistencia.

resonancia, frecuencia resonante La frecuencia a la cual la potencia de salida de un circuito L-R-C es máxima $f = 1/(2\pi\sqrt{LC})$.

saturación La condición de un material ferromagnético donde está totalmente magnetizado. Entonces, si la fuerza de magnetización (por ejemplo, la corriente en una bobina) se incrementa, resulta en ningún incremento significativo en el flujo.

selectividad La habilidad de un circuito filtro para permitir el paso de una frecuencia en particular, mientras que rechaza las demás componentes de frecuencia.

semiconductor Un material como el silicio a partir del cual se construyen transistores, diodos, etcétera.

señal en modo común Señal que aparece en ambas entradas de un amplificador diferencial.

siemens (S) Una unidad de medida para la conductancia, admitancia y susceptancia. El siemens es el recíproco del ohm.

sistema CGS Sistema de unidades basado en centímetros, gramos y segundos.

sistema SI El sistema internacional de unidades que se usa en la ciencia y la ingeniería. Es un sistema métrico e incluye las unidades estándar para longitud, masa y tiempo (es decir, metros, kilogramos y segundos, así como las unidades eléctricas (es decir, volt, ampere, ohms, etcétera).

superconductor Un conductor que no tiene resistencia interna. La corriente continúa sin impedimento a través de un superconductor aun cuando no haya una fuente de voltaje o de corriente aplicada externamente.

susceptancia El recíproco de la reactancia. La unidad es el siemens.

temperatura crítica Temperatura por debajo de la cuál un material se convierte en un superconducor.

tesla (T) La unidad del SI de la densidad de flujo magnético. Un T = un Wb/m^2.

tiempo de caída (t_f) Tiempo que le toma a un pulso o un escalón en cambiar su valor del 90% a su valor del 10%.

tiempo de levantamiento (t_r) El tiempo que toma para que un pulso o escalón cambie del 10% de su valor al 90% de su valor.

tierra (1) Conexión eléctrica a la tierra. (2) Circuito común (vea circuito común). (3) Corto a tierra, como una falla de tierra.

trabajo (W) El producto de la fuerza por la distancia, medido en joules en el sistema SI, donde un joule es igual a un newton-metro.

transformador Un dispositivo con dos o más bobinas en las cuales la energía es transferida desde un devanado a otro mediante una acción electromagnética.

transformador ideal Transformador sin pérdidas y caracterizado por su relación de vueltas $a = N_p/N_s$. Para el voltaje, $\mathbf{E}_p/\mathbf{E}_s = a$, mientras que para la corriente $\mathbf{I}_p/\mathbf{I}_s = 1/a$.

transitorio Un voltaje o corriente temporal o de transición.

triac Un tiristor que permite el paso de la corriente en cualquier dirección una vez que está presente la señal de compuerta adecuada.

triángulo de potencias Forma de representar la relación entre la potencia real, la potencia reactiva y la potencia aparente usando un triángulo.

valor efectivo Valor equivalente de cd de una forma de onda de tiempo variable, por lo tanto, el valor de cd tiene el mismo efecto calorífico que la forma de onda dada. También llamado valor rms (raíz de la media al cuadrado). Para corriente sinusoidal, $I_{\text{eff}} = 0.707\ I_m$, donde I_m es la amplitud de la forma de onda de ca.

valor instantáneo Valor de una cantidad (como voltaje o corriente) en algún instante de tiempo.

valor rms El valor de la raíz del promedio al cuadrado de una forma de onda que varía en el tiempo (véase valor efectivo.)

volt La unidad de voltaje en el sistema SI.

voltaje (V, v, E, e) Diferencia de potencial creada cuando las cargas están separadas, como por ejemplo por medios químicos en una batería. Si se requiere un joule de trabajo para mover una carga de un coulomb desde un punto a otro, la diferencia de potencial entre los puntos es un volt.

voltaje alterno Voltaje que periódicamente cambia en polaridad, comúnmente llamado voltaje de ca. El voltaje de ca más común es la onda seno.

voltaje inducido Voltaje producido por enlaces de flujo de cambio magnético variantes.

watt (W) La unidad del SI de la potencia activa. La potencia es la tasa a la cual se realiza trabajo; un watt es igual a un joule.

watt-hora (Wh) Una unidad de energía igual a un watt por una hora. Un Wh = 3600 joules.

weber (Wb) La unidad del SI del flujo magnético.